augustus 1990

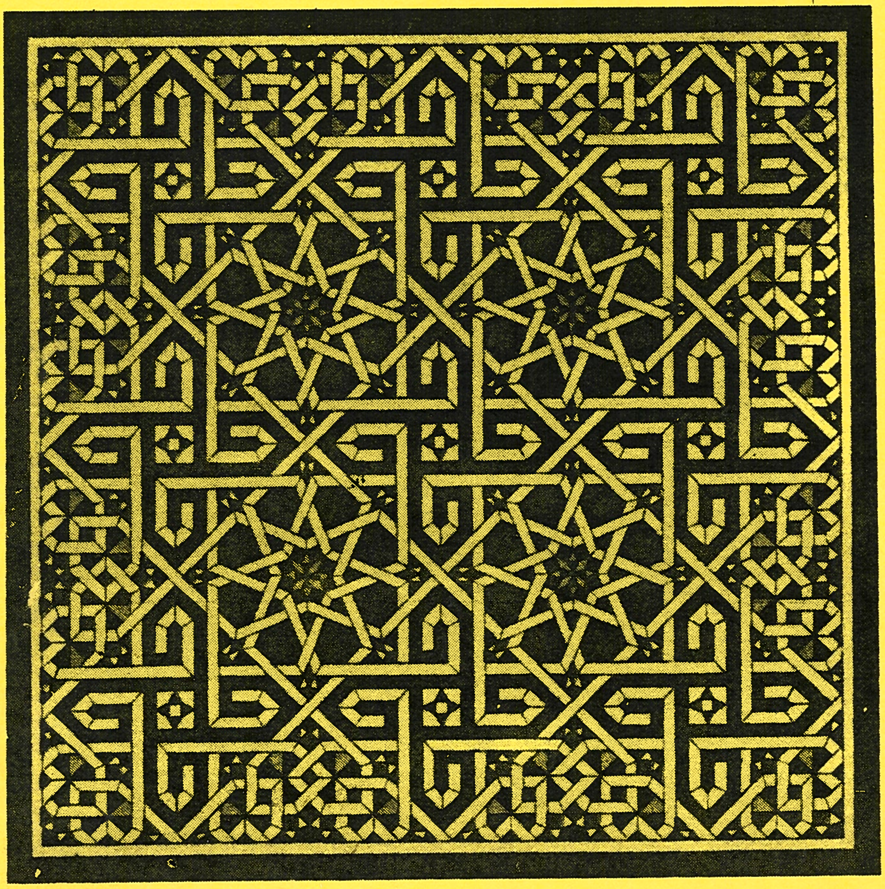
experimentele versie

Freudenthal instituut

W 12 16

Regelmaat en Symmetrie

Docentenhandleiding



Publikatie van het team W12-16
onder verantwoordelijkheid van de
Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs

ontwerpers: Marja Meeder en Heleen Verhage.

Deze publikatie is te bestellen bij
Instituut voor Leerplanontwikkeling (SLO), Enschede (053-840840)
onder vermelding van AN-nummer 3.315.6165

Docentenboek Regelmaat en symmetrie

Inhoudsopgave

Inleiding

Bij het maken van het pakket *Regelmaat en symmetrie* is een belangrijk uitgangspunt geweest te streven naar werkbladen waar grote groepen leerlingen met plezier aan zouden kunnen werken; leerlingen die goed zijn in wiskunde en leerlingen die er meer moeite mee hebben, meisjes en jongens. Wij hebben wiskundewerkbladen willen ontwikkelen die nu eens niet aansluiten bij schoolvakken zoals natuurkunde of economie, waar in de meeste wiskundeboeken wel voorbeelden van te vinden zijn. Deze werkbladen doen een beroep op gevoel voor regelmaat en appeleren aan gevoel voor schoonheid. Daarmee sluiten ze aan bij andere schoolvakken dan de gebruikelijke zoals kunstgeschiedenis, tekenen en textiele werkvormen. Wellicht geeft dit pakket ook aanknopingspunten om in gesprek te komen over raakvlakken tussen wiskunde en die andere vakken. Wij hopen dat veel leerlingen hiermee in de wiskundelessen het genoegen kunnen proeven 'iets moois' gemaakt te hebben of zich te buigen over de mooie resultaten van anderen. Daarbij hebben we er nadrukkelijk naar gestreefd voorbeelden te vinden op heel verschillende gebieden, soms dichtbij, een andere keer ver weg, niet alleen in plaats maar ook in tijd. Zo staan er voorbeelden in over borduren, over autobanden, maar ook voorbeelden van randversieringen uit heel verschillende culturen uit lang vervlogen tijden en versieringen uit de Islamitische wereld, waar veel geometrische patronen worden gebruikt.
Een belangrijk doel van dit pakket is dat kinderen beter om zich heen gaan kijken, oog krijgen voor zaken die ze eerst misschien niet eens opmerkten; bijvoorbeeld ontdekken dat de stenen in de ene muur op een heel andere manier gestapeld zijn dan in de andere muur of dat de straat met dezelfde tegels op verschillende manieren geplaveid kan zijn. Naast het kijken is het kunnen verwoorden van wat je ziet een belangrijk aspect in dit pakket. Het is onze bedoeling dat leerlingen door aan dit materiaal te werken een taal ontwikkelen waarmee ze over dit soort zaken kunnen communiceren. Wij hebben geprobeerd het taalgebruik eenvoudig te houden. Hierbij hebben we ons weer niet tot het uiterste willen beperken. Zo wilden we bij sommige voorbeelden er ook 'iets omheen' vertellen. Bij het hanteren van 'wiskundige taal' en het introduceren van nieuwe begrippen hebben we ons wel tot het uiterste beperkt.
Daarnaast wordt een groot beroep gedaan op het voorstellingsvermogen van de leerlingen, waarmee we vooral het meetkundig inzicht willen trainen. Voor veel leerlingen zal het zo zijn dat concreet materiaal hier een grote steun kan zijn. We denken daarbij o.a. aan muurtjes bouwen met blokken of stenen, borduurwerk, vloertjes leggen met kartonnen tegels en knipactiviteiten met papieren stroken.
Het pakket vraagt nauwelijks voorkennis van de leerlingen. Dat betekent echter niet dat alle opdrachten makkelijk zijn. Alhoewel het pakket oorspronkelijk bedoeld was voor de eerste klas, heeft de praktijk geleerd dat het beter past in de tweede klas. Overigens wordt de moeilijkheidsgraad uiteraard ook sterk bepaald door het schooltype. Om enigszins tegemoet te komen aan de grote verschillen in tempo en niveau tussen

leerlingen, is in dit docentenboek een aantal extra opdrachten opgenomen.
Bij de ontwikkeling van dit pakket hebben we uit heel verschillende bronnen geput. De belangrijkste vindt u terug in de literatuurverwijzing. Bij de voorliggende versie van het pakket is dankbaar gebruik gemaakt opmerkingen van docenten en reacties van leerlingen. In het bijzonder heeft W. Schaafsma, docent van de experimenteerschool GSG Greijdanus te Zwolle, in de beginfase van de ontwikkeling van Regelmaat en Symmetrie veel ideeën aangedragen.

Literatuur

1.	J. Bourgoin	*Arabic geometrical pattern & design* Dover, ISBN 0-486-22924-6
2.	Owen Jones	*The grammar of ornament* Dover, ISBN 0-486-25463-1 In deze Dover-uitgaven vindt u prachtige voorbeelden van geometrische versieringen uit allerlei culturen. De Dover-uitgaven zijn relatief goedkoop, omdat de meeste uitgaven vrij van rechten zijn.
3.	Hans Lauwerier	*Symmetrie* Regelmatige structuren in de kunst Aramith Uitgevers, ISBN 90-683-4032-8
4.	Hans Lauwerier	*Fractals* Meetkundige figuren in eindeloze herhaling Aramith Uitgevers, ISBN 90-6834-031X/817 In deze recente, Nederlandstalige uitgaven vindt u veel achtergrondinformatie, zowel in woorden als in beelden. De beide boeken zijn buitegewoon helder geschreven. Achterin staan enkele computerprogramma's opgenomen (in GW-Basic).
5.	George Bain	*Celtic Art the methods of construction* Constable, London ISBN 0-09-461830-5
6.	Keith Albarn e.a.	*The Language of Pattern* Thames and Hudson, London ISBN 0-500-27041-4 Deze beide boeken, respectievelijk over Keltische kunst en Islamitische patronen zijn waarschijnlijk lastiger te krijgen (bibliotheek?).

Hoofdstuk 1 - Regelmaat zien

De bedoeling van dit hoofdstuk is, een brede orientatie op regelmaat te geven. Het hoofdstuk bestaat uit zes op zichzelf staande onderwerpen, die ook niet per se allemaal gedaan hoeven te worden.

Muurtjes bouwen

Voor leerlingen die niet zo goed weten hoe een baksteen er uitziet, kunnen enkele vragen vrij lastig zijn. Het helpt om de muur van het klaslokaal, als die van baksteen is, er bij te betrekken.

Bij sommige muurtjes kunnen verschillende antwoorden komen, afhankelijk van de aannames die gemaakt zijn over de dikte van de muren. Suggesties voor extra vragen:

- Hoe zien de zijaanzichten eruit?
- Vergelijk de stevigheid; kun je daar iets over zeggen?
- Wat is de verhouding tussen lengte, breedte en hoogte van een baksteen? Hoe zit dat als je rekening houdt met de voegbreedte?

Met bakstenen is overigens nog heel wat meer te doen, denk aan sierbestrating bijvoorbeeld.

Tekeningen van Escher

Een echte doe-opdracht, waarbij geknipt moet worden. Achterin het pakket zijn daarvoor twee knipbladen opgenomen. De bedoeling van de opdracht is om de tekening te ontleden in steeds kleinere delen. Kort gezegd: zoek het kleinste tegeltje waarmee de tekening te maken valt.

Suggestie: Maak voor de leerlingen een kopie op een transparant (gebruik hiervoor Knipblad 1 uit het pakket, daar staat het patroon vier keer op) en laat die op de tekening leggen. Kun je de transparant zo leggen dat alles zwart wordt? En zo dat alles wit wordt?

In het tweede hoofdstuk, bij het onderwerp symmetrie, komen de hagedissen van Escher nog een keer terug.

Borduurwerk

Bij deze opgaven gaat het er steeds om hoe de achterkant eruit ziet. In gedachten moeten de leerlingen de loop van de draad volgen.

Indien materiaal voorhanden is, zouden de leerlingen de randen ook eerst kunnen borduren met katoen op kartonnen borduurkaarten. Het aardige daarvan is, dat er dan vermoedelijk verschillende oplossingen naar voren komen.

De achterkanten moeten echt als zodanig opgevat worden en niet als 'wat je ziet als je door het borduurwerk heen zou kunnen kijken. Als leerlingen hier niet uit zichzelf opkomen, treedt er bij de steelsteek een conflict op. U kunt dan de reactie verwachten dat de goede achterkant van de steelsteek er niet bijstaat.

Keltisch vlechtwerk

Het vlechtwerk is vaak zo gemaakt dat er uiteindelijk maar één touwtje in zit. Als er in een plaatje meer 'touwtjes' gebruikt zijn, kun je proberen de touwtjes door te knippen en op een andere manier weer aan elkaar vast te maken tot er een tekening met één touwtje ontstaat.

Islamitische versieringen

De Islamitische cultuur is zeer rijk aan geometrische patronen. De bedoeling van deze opgaven is om te laten zien dat ook ingewikkelde patronen stap voor stap tot stand komen.

Tegelvloeren

Op deze bladzijde een aantal doe-opdrachten rond tegels. Laat de leerlingen de tegels (knipbladen 3 tm 6) thuis uitknippen en in een envelop stoppen, dat scheelt tijd en rommel in de les. Het leggen van de vloertjes kan wel goed in de les, ook al omdat de leerlingen dan inspiratie bij elkaar op kunnen doen.

Suggesties voor extra vragen en opdrachten:

- vlakvullen met een gelijkzijdige driehoek als tegel kan; kan het ook met een willekeurige driehoek?
- wat krijg je als je de regelmatige vijfhoeken toch aan elkaar zet? (ze gaan de ruimte in, een regelmatig twaalfvlak).

Hoofdstuk 2 - Symmetrie

Dit hoofdstuk gaat over symmetrie. De basisbegrippen zijn symmetrie-as, spiegelsymmetrie en spiegelas, draaisymmetrie en draaipunt. In dit hoofdstuk is een belangrijke plaats ingeruimd voor vouwen, knippen en tellen. Bij sommige opdrachten is het nodig het vouwen en knippen echt uit te voeren, bij andere kan volstaan worden met een uitvoering 'in gedachten'. Waarschijnlijk zullen hier verschillen tussen leerlingen optreden, de één zal eerder uitsluitend in gedachten (mentaal) vouwen en knippen dan de ander. In die zin biedt dit hoofdstuk mogelijkheden voor differentiatie in oplossingswijze.

We hebben geprobeerd een aantal opdrachten zo te kiezen dat het vouwen en knippen echt nodig is om de gestelde problemen op te lossen. Dit om duidelijk te maken dat het niet kinderachtig is om iets even met je handen te proberen, maar vaak heel handig.

Het vouwen is gecombineerd met enige tel- en rekenopdrachten. Ook hier is differentiatie mogelijk, namelijk in de mate waarin gevonden oplossingen gegeneraliseerd worden. Het is zeker geen noodzakelijk doel om gevonden verbanden (bijvoorbeeld tussen aantal keer vouwen en aantal stukjes papier) in formules vast te leggen. Anderzijds is dit voor leerlingen die dat aankunnen een goede aktiviteit.

In dit hoofdstuk is een poging gedaan om een wisselwerking van concreet en mentaal handelen te laten plaatsvinden. Verder hebben we er naar gestreefd elementen van kijken, tellen en redeneren met elkaar te integreren.

Benodigd materiaal voor dit hoofdstuk: stroken papier, vouwblaadjes en scharen.

Slingers

Leerlingen moeten van te voren bedenken hoe ze moeten vouwen en knippen, de feitelijke uitvoering is de controle op het denkwerk.

Verband leggen tussen vouwen in het papier en symmetrie-assen.

Bij opdracht 1 voor 8 poppetjes drie keer dubbelvouwen. Bij opdracht 2 drie keer vouwen voor 16 poppetjes. Als het knippen moeilijk gaat omdat het papier te dik is, dan een strook van 5 x 15 cm nemen en slechts twee keer vouwen.

Bij opdracht 2 kunt u slingers verwachten van het type m-m-j-j in plaats van m-j-m-j. Leerlingen vinden het leuk de fout zelf te vinden.

Spiegelsymmetrie

Enkele recht-toe-recht-aan opgaven over spiegelsymmetrie. Er hoort een werkblad bij.

Kleedje

Deze opgaven zijn een vervolg op Slingers. Nog niet zo eenvoudig voor leerlingen!

Draaisymmetrie

Introductie van het begrip draaisymmetrie met enkele oefenopgaven. Er hoort een werkblad bij.

Versieringen

Een bladzijde met 'cultuur'.

Het Godsoog heeft vier symmetrie-assen.Je zou kunnen spreken van een horizontale, een verticale en twee diagonale assen. Bij een los object zijn de aanduidingen horizontaal en verticaal nog niet zo belangrijk, maar bij randen (hoofdstuk 3) wel. Het Godsoog past vier keer in zichzelf, dus het is draaisymmetrisch met orde vier. In het hoofdstuk over randen zal het begrip draaisymmetrie een iets andere betekenis krijgen, omdat daar immers alleen maar draaien over 180 graden mogelijk is.

Bij de Keltische versiering gaat het erom goed te kijken hoe het zit met het onder- en bovenlangs lopen van de 'touwtjes'.

Stroken papier

Deze opgaven gaan over het verband tussen vouwen en symmetrie-assen. Daarmee loopt deze opgave vooruit op hoofdstuk 3 over Randen.

Bij opdracht 21 de stroken 1 en 4 kunnen verschillende oplossingen komen: alleen verticale vouwen, of ook een horizontale vouw.

In de experimenteerklassen gaf strook 3 (de 'pijlpunten') nogal wat stof tot discussie: één leerling verdedigde hardnekkig dat het kon met verticale vouwen in het papier.

Knippen en tellen

Een nieuw element is hier dat er ook *geteld* moet worden. Het gaat om het vinden van de regelmaat en de verdubbelingsstructuur. Wederom geldt dat differentiatie naar oplossingsniveau mogelijk is. De regelmaat kan impliciet uit de tabel blijken, maar ook geëxpliciteerd worden in woorden of in een formule.

Een suggestie bij de laatste opgave van deze bladzijde is om de strook (in gedachten) eerst dicht te plakken. De 'halve' uiteinden zijn dan samen één stuk geworden.

Na één vouw zijn er dan twee stukken, na twee vouwen vier stukken, na n vouwen 2^n stukken. Na losmaken van de vastgeplakte uiteinden komt er dan steeds één stuk bij.

Hoofdstuk 3 - Randen

Het derde hoofdstuk gaat over randen (ook wel randornamenten genoemd) en de typen symmetrie daarin. Kenmerkend voor een rand is, dat het motief van de rand zich in één richting steeds herhaalt. Dit in tegenstelling tot een los object (het motief komt één keer voor) en een vlakvulling, waarbij het motief in twee richtingen herhaald wordt.
Randen komen vaak voor als versiering, in verschillende landen, in verschillende tijden en op allerlei materialen. De voorbeelden in dit hoofdstuk zijn uit dit brede scala gekozen. We hebben voor dit hoofdstuk verder ook gezocht naar randen die tot op zekere hoogte nuttig zijn. Denk bijvoorbeeld aan toepassingen van randen in het verkeer, voor markering e.d.
Een belangrijk leerdoel van dit hoofdstuk is dat leerlingen nauwkeurig leren *kijken* en leren *verwoorden* wat ze zien. De randen appeleren met hun regelmaat aan een zeker gevoel voor schoonheid. We hopen dat het esthetische element van dit onderwerp een aantal leerlingen aanspreekt en daardoor een eventuele drempel voor wiskunde wellicht verlaagt. In deze zin heeft dit hoofdstuk ook een *affectief doel:* het is de bedoeling dat de leerlingen er met plezier aan werken.
De belangrijkste wiskundige inhoud van het hoofdstuk betreft de *symmetrie* in randen. Overigens, randen worden in dit hoofdstuk steeds eindeloos lang gedacht. In werkelijkheid is dat natuurlijk niet zo. Een rand kan geen, één of meer van de volgende symmetrie- eigenschappen hebben:

- horizontale symmetrie-as;
- verticale symmetrie-assen;
- draaisymmetrie;
- schuifsymmetrie (wordt niet expliciet behandeld in Hoofdstuk 3).

Op diverse plaatsen worden *redeneringen* gevraagd: waarom zijn bepaalde combinaties van symmetrie wel mogelijk en andere niet?
In een eerdere versie van het pakket kwamen al de vier vormen van symmetrie en hun mogelijke combinaties achtereenvolgens aan de orde. In de voorliggende versie van het pakket (versie augustus 1989) is het hoofdstuk echter nogal ingekort, gezien de te grote omvang ervan en de moeilijkheidsgraad van het laatste gedeelte. Hierdoor is de schuifsymmetrie komen te vervallen en wordt de symmetrie in randen dus niet meer compleet behandeld.

Terminologie

Het is goed om even stil te staan bij het de terminologie voor symmetrie in randen vergeleken met losse objecten. Bij randen is het verschil tussen horizontale en verticale symmetrie-as essentieel. In het pakket is de orientatierichting van een rand zo gekozen, dat die maar één horizontale symmetrie-as kan hebben en oneindig veel verticale symmetrie-assen (een rand die 'verkeerd' georienteerd is, moet je dan in gedachten eerst kantelen). Draaisymmetrie betekent bij randen altijd draaien over 180°, terwijl er bij losse objecten meer mogelijkheden zijn. Tenslotte schuifsymmetrie, de lastigste (glide reflection in het Engels). Bij schuifsymmetrie is sprake van een combinatie van verschuiven (transleren) en spiegelen. Zo'n rand heeft ook een as, maar die wordt gestippeld, om aan te geven dat het niet een echte spiegelas is. Het woord schuifsymmetrie kàn voor leerlingen verwarrend zijn, omdat het hier om meer gaat dan schuiven alleen. Een andere mogelijke term, dichterbij het Engels, is glijsymmetrie.

Extra werkbladen

In dit docentenboek zijn extra werkbladen opgenomen waarin de schuifsymmetrie, die dus niet in het eigenlijke pakket voor komt, behandeld wordt. Deze werkbladen sluiten direct aan op hoofdstuk 3. Als sluitstuk op de symmetrie in randen bij de *Extra's* enkele werkbladen over hoe je randen kunt classificeren. Dit is een leuk onderwerp voor de leerlingen die een wat abstractere afronding van het thema Randen aankunnen.
Het blijkt dat er uiteindelijk zeven verschillende typen randen onderscheiden kunnen worden, die elk met een eenvoudige vorm te karakteriseren zijn.Deze extra werkbladen besteden ook aandacht aan het principe van *verschraling* in de wiskunde: van rijk versierde rand naar schrale wiskundige typering. In de extra werkbladen worden hulpmiddelen aangedragen om randen te ordenen en te classificeren. Een boomdiagram is een voorbeeld van zo'n hulpmiddel, waarvan het nuttig is dat leerlingen ze leren gebruiken.

Randen

Op de eerste bladzijde de introductie van het begrip *motief*, het kleinste zich herhalende stuk van de rand. Verder een opgave op een werkblad. In dit hoofdstuk wordt veel gebruik gemaakt van werkbladen, waarom de leerlingen randen moeten afmaken en ontwerpen.

Symmetrie-assen

Onder dit kopje worden de horizontale en de verticale symmetrie-as(sen) geintroduceerd. Als het motief van de rand één horizontale symmetrie-as heeft, heeft de rand ook één horizontale symmetrie-as.
Als het motief van de rand één verticale symmetrie-as heeft, heeft de rand oneindig veel verticale symmetrie-assen. Tussen twee verticale symmetrie-assen zit steeds een half motief.

Visserstruien

Randen in truien geven een aardig aanknopingspunt om ook heel dichtbij te *kijken*. Geeft globaal kijken of meer 'en détail' hetzelfde resultaat (vergelijk godsoog in visserstruien)?

De periode van een rand

Kenmerkend voor een rand is het *motief*: het kleinste stuk dat zich steeds herhaalt. De

lengte van het motief noemen we de *periode*. Een rand met een zich herhalend motief zou je een periodiek verschijnsel kunnen noemen!
Het doel van de bijgeleverde werkbladen is tweeledig: enerzijds het aanbieden van voldoende oefenmateriaal, anderzijds het zelf laten ontwerpen van randen door leerlingen.

Andere landen en andere tijden

Een bladzijde om nogmaals te oefenen. De griekse meander is een voorbode van een paragraaf verderop waarin draaisymmetrie geintroduceerd wordt. De arabische rand is een voorbeeld van wat op de volgende pagina de A-wisselrand wordt genoemd.
De moorse rand is opgenomen om te wijzen op het verschijnsel vlechtwerk. In een experimentele les gaf deze rand aanleiding tot discussie: wel of geen verticale symmetrie-assen? Suggestie voor een aanvullende vraag: Kun je de moorse rand zó veranderen dat die wel verticale symmetrie-assen heeft?

Letterranden

De A-wisselrand (afwisselend gewone A en A op z'n kop) heeft een speciaal soort symmetrie omdat die rand horizontale en verticale symmetrie-assen heeft en bovendien draaisymmetrisch is. In feite is het een bijzonder geval van een rand met schuifsymmetrie, maar die eigenschap blijft verder impliciet in het hoofdstuk.
Op deze plaats is vooral het aantal verticale symmetrie-assen van belang. In voorgaande opgaven werd gesproken van oneindig veel verticale symmetrie-assen, hier blijkt dat de ene oneindig de andere niet is. De gewone A-rand heeft twee symmetrie-assen per A, de bijzondere A-rand slechts één per A. De regel dat de assen een halve periode uit elkaar liggen gaat nog steeds op, het motief van de bijzondere A-rand is immers A ∀.

Draaisymmetrie bij randen

Hier wordt draaisymmetrie in randen geintroduceerd. De meander wordt gebruikt als prototype van draaisymmetrie. Omdat een gedraaide rand weer op zichzelf moet passen, heeft het alleen maar zin de rand een halve slag te draaien. In de context van randen betekent draaien dus altijd draaien over 180 graden, dit in tegenstelling tot draaien bij losse objecten. In de tekst wordt steeds gesproken van 'een halve slag'. Een aanduiding in graden zou hier weinig aan toevoegen.
Een bijzondere eend in de bijt is de rand met de kersen. Deze rand is *niet* draaisymmetrisch, let maar op de blaadjes aan de steel. De rand bestaat uit twee soorten kersen en is daardoor na een halve slag draaien niet meer hetzelfde. Toch heeft de kersenrand iets regelmatigs. Leerlingen die hier meer van willen weten, kunnen de extra werkbladen bij hoofdstuk 3 doen.
Verder is er in deze paragraaf aandacht voor het combineren van symmetrie-eigenschappen.Wellicht zullen de opgaven aanleiding geven tot differentiatie. Het benoemen van de eigenschappen van de voorgetekende randen is een concrete opdracht. De bedoeling van de opgave die volgt is om in algemene zin te verwoorden

wat bij die voorbeelden ontdekt is. De vraag is tamelijk abstract geformuleerd en zal dan ook niet zonder meer voor elke leerling te doen zijn.

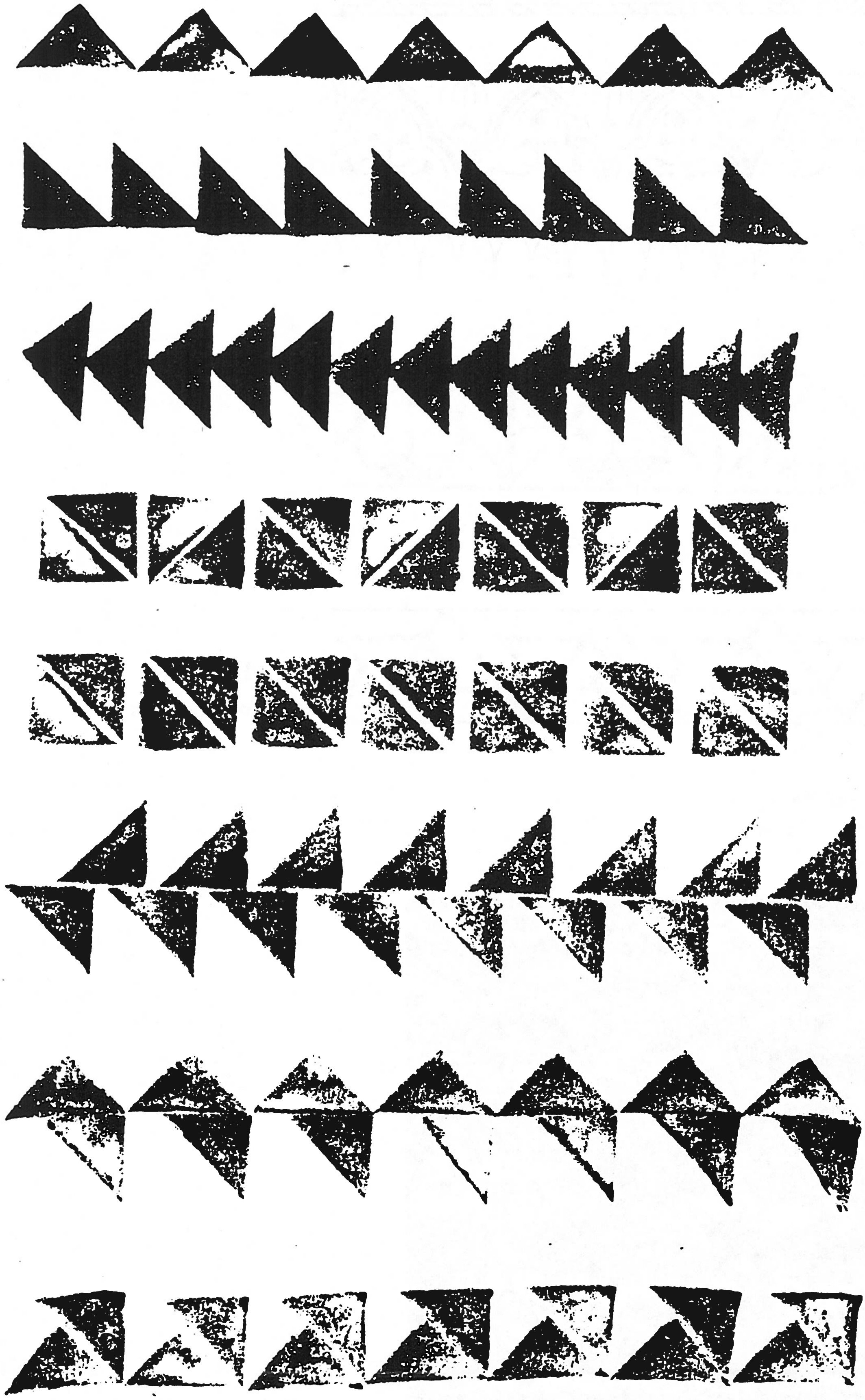
Autobanden

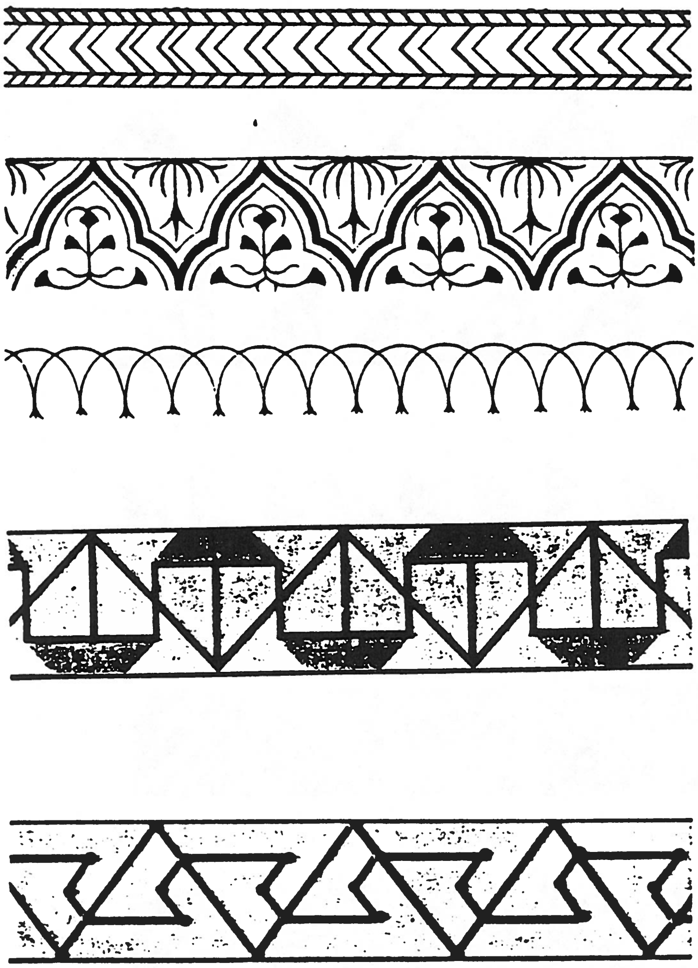
Een rustige bladzijde tussen twee moeilijke paragrafen in. Het profiel van een autoband is een voorbeeld van een functionele rand. Verder laten de autobanden zien dat de afdruk van een cilinder een rand geeft. Denk bijvoorbeeld ook aan rotatiedruk van behang.

Samenvatting

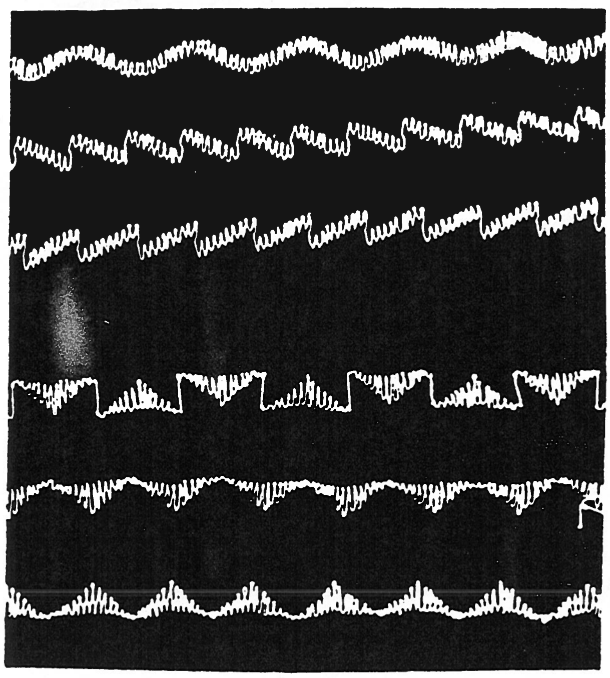
Deze pagina geeft een overzicht van het geleerde in hoofdstuk 3. Van de zeven typen randen die er bestaan, zijn er zes aan de orde geweest. Alleen het type van de hiervoor genoemde 'kersenrand' ontbreekt.

Extra Randen

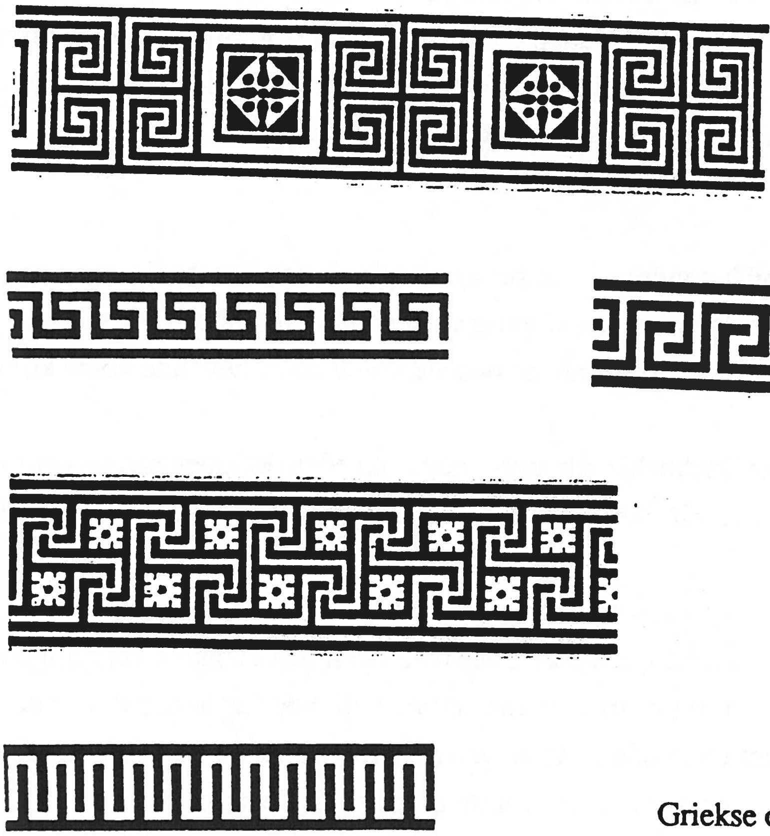




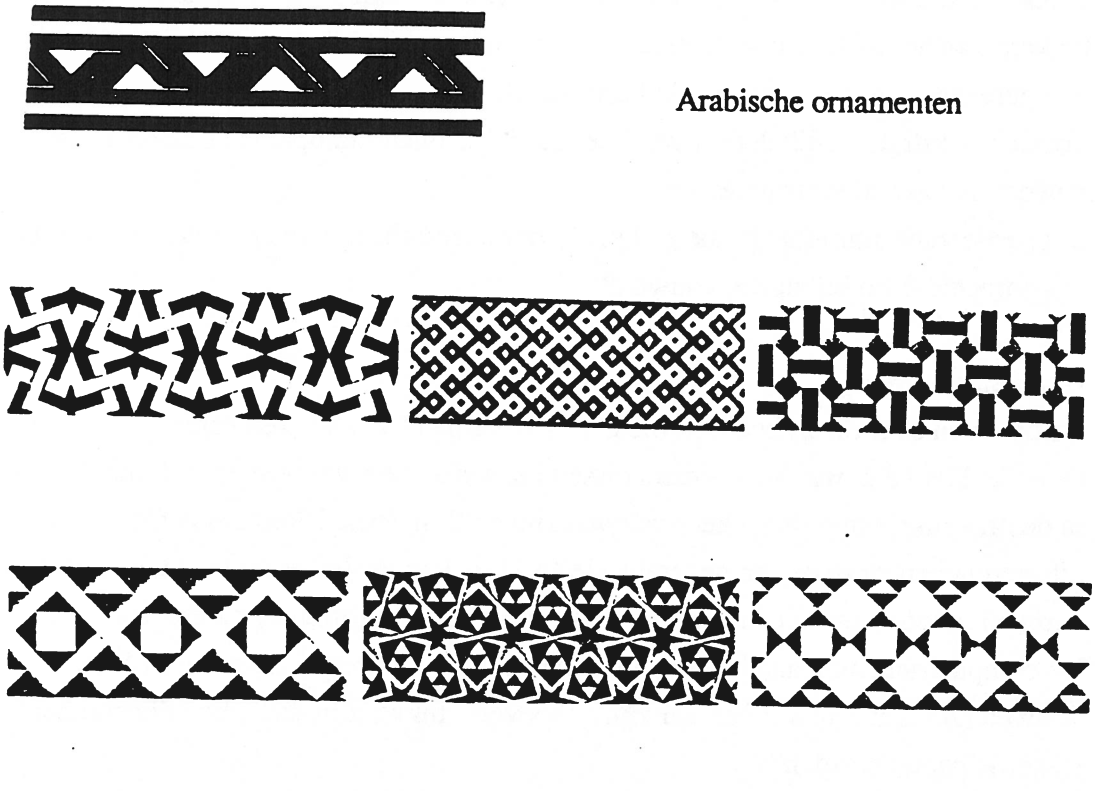
Perzische
ornamenten



naaimachinesteken



Griekse ornamenten



Arabische ornamenten

Extra werkbladen bij Hoofdstuk 2

Op de volgende pagina's van dit docentenboek zijn een aantal extra werkbladen bij hoofdstuk 2 opgenomen. Deze werkbladen bieden wat extra stof, bijvoorbeeld voor de leerlingen die erg snel door het eigenlijke hoofdstuk heen gaan. Bij deze extra werkbladen ligt het accent op regelmaat-symmetrie en getallen.

Letters op elkaar

Het gebruik van letters bij het vouwen van stroken papier is een voorbeeld van hoe naamgeving/notatie kan helpen om nauwkeurig en eenduidig te praten over dingen. 'C en G komen op elkaar' is duidelijker dan 'de tweede vouw en de zevende vouw komen op elkaar'.

Bij het uitknippen van het driehoekje zijn twee mogelijkheden: knippen aan de kant van A en knippen aan de kant van B (de voorgaande plaatjes suggereren om het laatste te doen).

Bij het vouwen is steeds uitgegaan van herhaald dubbelvouwen, maar zigzag vouwen kan in principe ook. Het is aardig om deze twee methoden met elkaar te vergelijken.

Suggesties voor vragen: maakt de manier van vouwen uit voor de letters die op elkaar komen; maakt het uit voor de richting van de vouwen; maakt het uit voor het aantal stukjes dat je kunt krijgen; maakt het uit voor de breedte van de stukjes.

Stapeltjes getallen

Het plaatsen van getallen geeft nog meer mogelijkheden, omdat daar van alles aan gerekend kan worden. De regelmaat die optreedt: de som is vijf keer de middelste aan de kant van het middelste getal (daar komen vijf vouwen bij elkaar, de uiteinden meegerekend) en vier keer de middelste aan de andere kant. Het verband met het aantal vouwen wordt duidelijk door overal het getal 1 te plaatsen: optellen betekent dan gewoon het aantal vouwen tellen.

Suggestie voor uitbreiding: hoe zit het bij vier keer dubbelvouwen (getallen 0 t/m 16 bijvoorbeeld)? En bij zigzag vouwen?

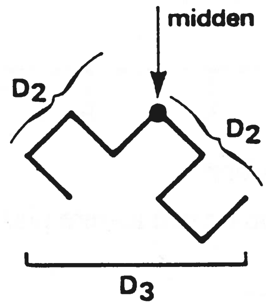
Drakenkromme

De opgaven over de drakenkromme laten aan de hand van stroken papier iets zien van recursie. Het gaat over het verband tussen het aantal keer vouwen en het aantal stukjes in de drakenkromme. Bij n keer vouwen zijn er 2^n stukjes. Uiteraard is hier differentiatie naar mate van generalisatie en wijze van explicitering (een tabel, een verband in woorden of een verband in de vorm van een formule) mogelijk.

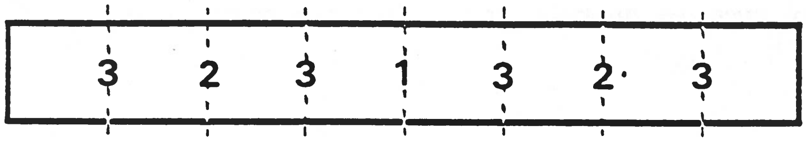
De computertekening aan het begin van de paragraaf correspondeert met 14 keer vouwen (zou dat nog uitvoerbaar zijn? , hoeveel stukjes zijn dat? , hoe dik zou het stapeltje papier worden?).

Bij de opgaven over de drakenkromme is het noodzakelijk dat er echt gevouwen wordt.

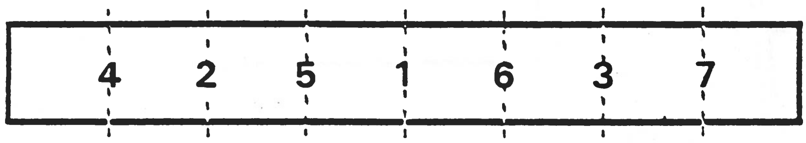
Ditmaal is vooral het uitvouwen belangrijk: dat moet onder een hoek van 90 graden gebeuren. Bij het uitvouwen wordt ook de recursiestructuur goed duidelijk. Noem D2 de drakenkromme na twee keer vouwen en D3 de drakenkromme na drie keer vouwen, dan vormen twee D2 krommes onder een hoek van 90 graden samen de D3 kromme:



Vanuit het midden kun je dus twee simpelere D-krommes inlopen.
Deze recursieve aanpak geeft ook het idee om vouwen op een andere manier te nummeren dan in de voorgaande opgaven is gedaan. Bijvoorbeeld zo:



of zo:



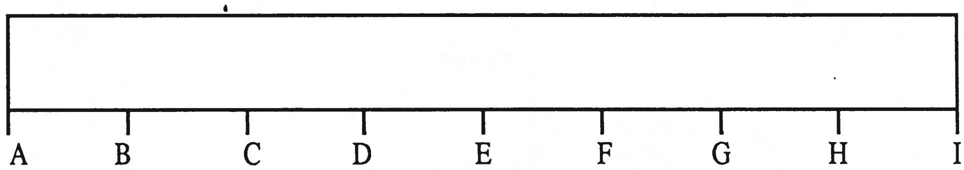
Drukwerk

De moeilijkheidsgraad van de eerste vragen hangt erg af van de manier van vouwen. Bij zigzag-vouwen zijn de opgaven nogal eenvoudig, maar bij herhaald dubbelvouwen zeker niet. Tenminste, als geprobeerd wordt om van te voren te bedenken hoe het moet. De laatste opgaven over drukwerk laten een voorbeeld zien uit een toepassingsgebied van papiervouwen. Boeken en tijdschriften worden gedrukt op grote vellen papier, die vervolgens gevouwen en gesneden worden. De afzonderlijke pagina's moeten dan op de goede plaats op het grote vel geplaatst worden.

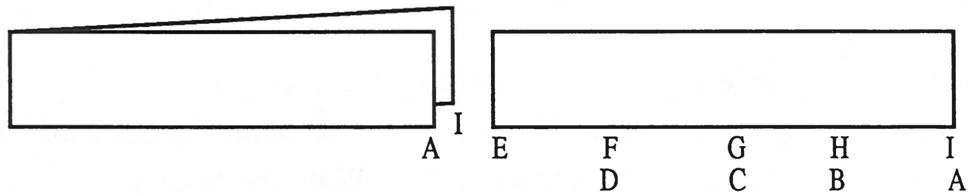
Op de pagina's 17 tot en met 21 staan extra werkbladen bij hoofdstuk 2, die voor gebruik in de klas gekopieerd kunnen worden.

Letters op elkaar

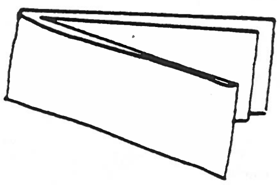
Probeer bij deze opdracht eerst te bedenken wat het resultaat is, voordat je gaat knippen. Daarom hebben we letters gezet bij de strook papier.

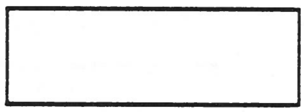


We vouwen de strook één keer dubbel.
De letters A, B, C en D komen dan op een andere plaats:

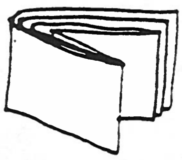


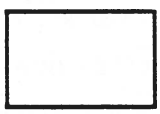
1. Vouw nu de strook twee keer dubbel en schrijf alle letters op de goede plaats.



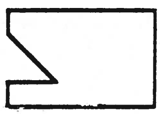


2. Vouw de strook voor de derde keer dubbel.
   Welke letters komen uiteindelijk op elkaar te liggen?

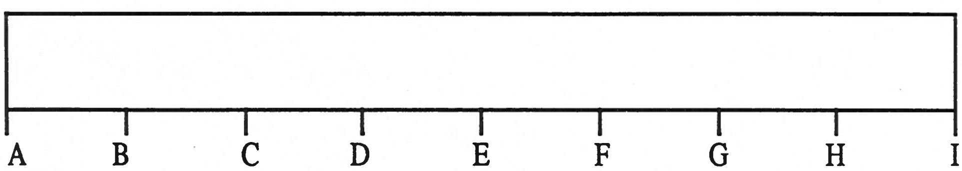




Knip aan de kant waar de letter B zit een driehoekje uit:

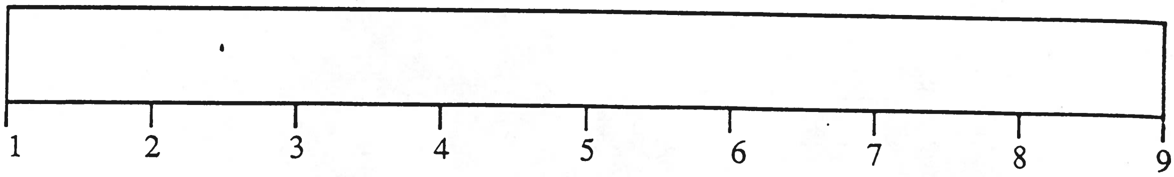


Teken een strook met daarin het resultaat (de vouwen en de uitgeknipte stukjes).

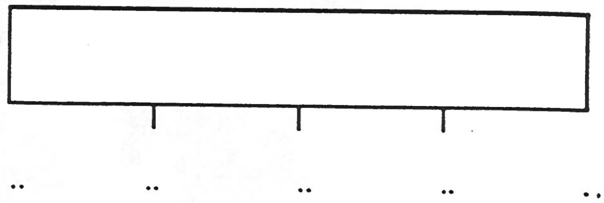


Stapeltjes getallen

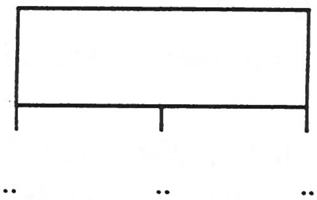
Zet de getallen 1 tot en met 9 op de strook:



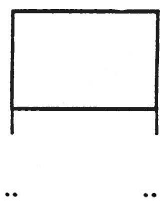
3. Vouw de strook één keer dubbel.
Welke getallen komen op elkaar?
Tel die bij elkaar op.



Vouw de strook nog een keer dubbel en tel de getallen weer op.



Vouw voor de derde maal en tel weer op.



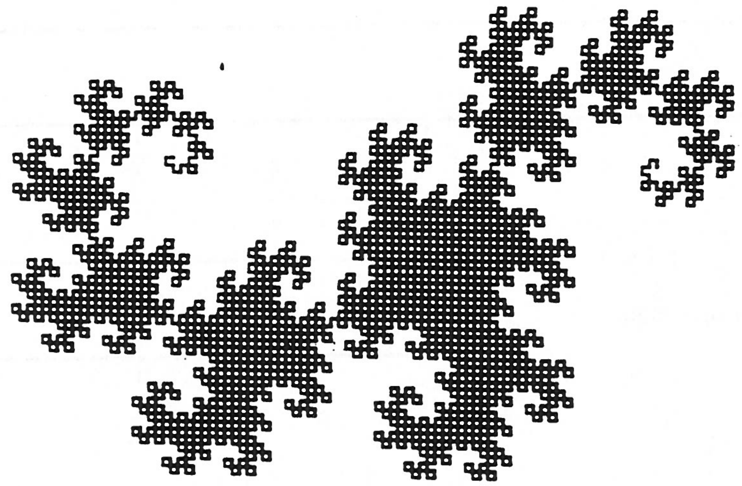
4. Doe hetzelfde nog eens met de getallen :
- 5 tot en met 14,
- 21 tot en met 29,
- 46 tot en met 54,
- 97 tot en met 105.

5. Misschien valt het je op dat er een bepaalde regelmaat in de uitkomst zit.
Probeer die regelmaat te vinden.
(Hint: het middelste getal speelt een belangrijke rol.)

6. Vraag je buurman/vrouw om een rijtje van 9 opvolgende getallen en voorspel wat er uit komt.

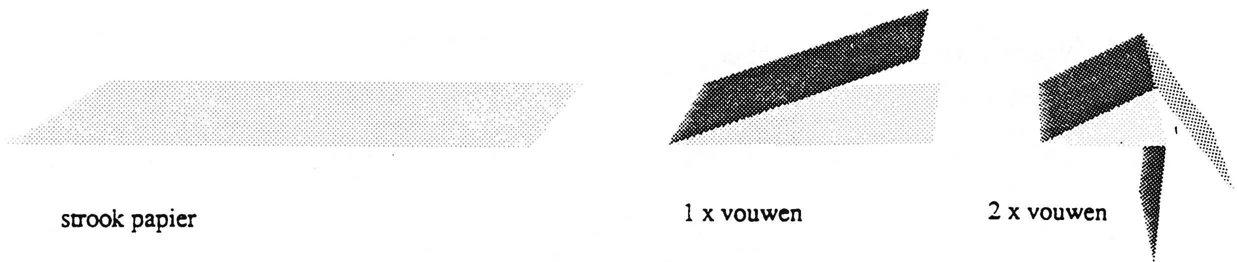
Drakenkromme

Kijk eens naar deze tekening:

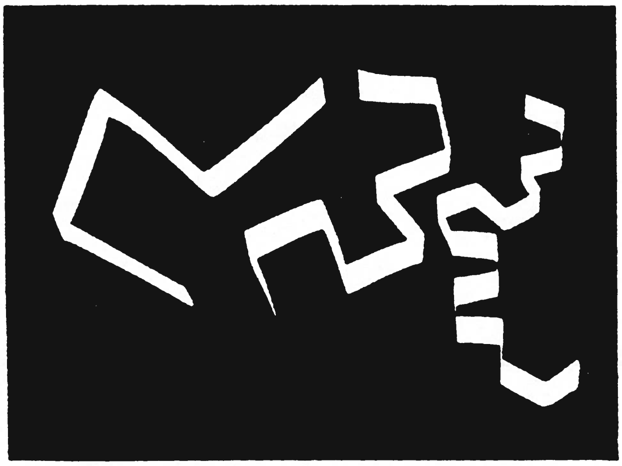


Deze kronkellijn heet wel een drakenkromme.
Een eenvoudige drakenkromme kun je vouwen uit een strook papier.

1. Neem een strook papier en vouw die twee keer dubbel.
   Maak netjes rechte hoeken op de plaats van de vouwen.



Je hebt nu een hele simpele
drakenkromme gevouwen,
Dezelfde als links op de foto.



2. Door vaker te vouwen, kun je ingewikkelder drakenkrommen maken.
Vouw ook de andere twee drakenkrommen van de foto.

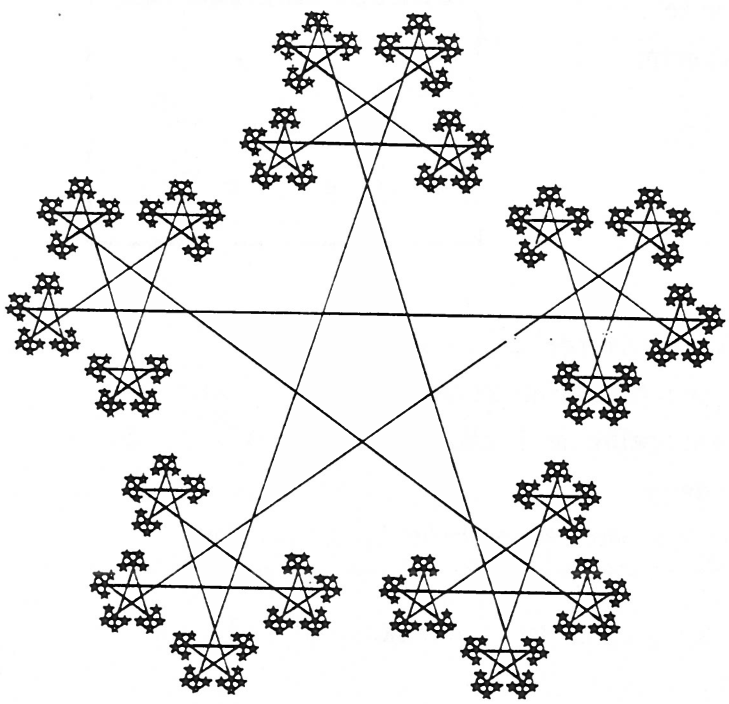
3. De middelste drakenkromme van de foto is gemaakt door drie keer te vouwen. Hoeveel vouwen zitten er dan in het papier?
En uit hoeveel stukjes bestaat de drakenkromme?
Teken de drakenkromme na op ruitjespapier.

4. De rechter drakenkromme is gemaakt door vier keer te vouwen.
Hoeveel vouwen, hoeveel stukjes?

Zorg dat de hoeken weer netjes haaks (recht) zijn.
Zit de drakenkromme zichzelf nergens in de weg?
Teken de drakenkromme weer na op ruitjespapier.

5. Maak een drakenkromme met vijf keer dubbel vouwen.
Hoeveel vouwen en hoeveel stukjes zijn er?
Teken de drakenkromme ook na.

Met een hele lange strook zou je nog vaker kunnen vouwen.
In gedachten zou je eindeloos lang door kunnen vouwen, maar in werkelijkheid lukt dat niet zo goed. Met een computer lukt het wel om een fijnere drakenkromme te tekenen. De tekening op de vorige bladzijde is met een computer gemaakt.



Nog een computertekening

Drukwerk

1. Neem een strook met acht hokjes en zet daar de getallen 1 tot en met 8 in:

1	2	3	4	5	6	7	8

Vouw de strook op, zorg dat het getal 1 bovenop komt.
Knip aan beide kanten een heel smal randje af, zodat je een stapeltje van acht papiertjes overhoudt.
Leg de papiertjes naast elkaar zoals ze op het stapeltje liggen.
Wat merk je op?

2. Probeer het nu eens andersom. Kun je de getallen 1 tot en met 8 zo op de strook zetten dat je na vouwen, knippen en naast elkaar leggen de getallen precies in de goede volgorde hebt:

1	2	3	4	5	6	7	8

3. Doe hetzelfde ook voor een strook met 16 hokjes en de getallen 1 t/m 16.

Bij drukwerk wordt meestal uitgegaan van grote vellen papier. De vellen worden eerst bedrukt en daarna gevouwen en gesneden. Zo kun je uit één groot vel een boekje maken.
De pagina's moeten natuurlijk wel in de goede volgorde komen!
We gaan uitzoeken hoe je uit één vel papier een boekje met 16 genummerde pagina's kunt maken.

4. Neem een velletje papier en zet daar nummers in zoals in de tekening hiernaast staat aangegeven.

16	1	4	13
9	8	5	12

De ontbrekende nummers komen op de achterkant.
Bedenk zelf hoe dat moet en schrijf die nummers in de goede vakjes.
Vouw het boekje langs de stippellijntjes in elkaar, zodat de pagina's in de goede volgorde komen te liggen.
Knip voor zover dat nodig is de vouwen los en het boekje is klaar.

5. Doe hetzelfde nog eens, maar zorg nu dat de nummers midden onderaan de pagina komen te staan.

Extra werkbladen bij Hoofdstuk 3

In Hoofdstuk 3 van het pakket ontbreekt één type van symmetrie in randen: de schuifsymmetrie. De extra werkbladen gaan hierover. Bovendien is er aandacht voor het classificeren van randen volgens de symmetrie die ze hebben.

Kersenrand en voetsporen
Op deze bladzijde wordt de symmetrie van de kersenrand (die ook in hoofdstuk 3 voorkomt) benoemd: dat heet schuifsymmetrie. Een rijtje voetsporen staat model voor schuifsymmetrie. Voor een goed begrip is het nodig dat de leerlingen het beeld van de voetsporen met afwisselend linker- en rechtervoet goed in hun hoofd hebben. De kersenrand heeft dezelfde structuur als de voetsporen. Bij het analyseren van de kersenrand is gebruik gemaakt van de terminologie van het voetspoor ('linker'- en 'rechter'-kers).

Schuifsymmetrie
Er volgen enkele opgaven om schuifsymmetrie te herkennen en te combineren met andere symmetrie-eigenschappen. De opgave met concrete voorbeelden wordt gevolgd door een opgave waarbij het er om gaat de mogelijke combinaties van eigenschappen in algemene zin te verwoorden. Deze laatste opgave is van een vrij hoog abstractie niveau. Mogelijkheid tot differentiatie dus.

Randen uit India
Een opgave om de verschillende soorten symmetrie te leren herkennen.
Op het werkblad kunnen de leerlingen zelf randen ontwerpen met draaisymmetrie en schuifsymmetrie.

Siersteken
Bij de opgave over siersteken helpt enige kennis van de context. De naaimachine kent standaard een aantal siersteken, die op drie manieren gebruikt kunnen worden. De combinatiesteek ontstaat door om-en-om een 'linker'- en een 'rechter'steek te naaien. De combinatiesteek is dus altijd schuifsymmetrisch.

Zeven typen randen
In deze paragraaf wordt een overzicht gegeven van de verschillende vormen van symmetrie en de wijze waarop die met elkaar gecombineerd kunnen worden. Door combinaties van symmetrie-eigenschappen blijken er zeven typen randen te bestaan. Dat de vier symmetrie-eigenschappen niet meer typen toelaten, blijkt uit het volgende schema:

horizontaal	*verticaal*	*draaisym.*	*schuifsym.*	*voorbeeld*
ja	ja	ja	ja	**chinese rand**
ja	ja	ja	nee	kan niet
ja	ja	nee	ja	kan niet
ja	ja	nee	nee	kan niet
ja	nee	ja	ja	kan niet
ja	nee	ja	nee	kan niet
ja	nee	nee	ja	**pijlen**
ja	nee	nee	nee	kan niet
nee	ja	ja	ja	**A-wisselrand**
nee	ja	ja	nee	kan niet
nee	ja	nee	ja	kan niet
nee	ja	nee	nee	**kerstbomen**
nee	nee	ja	ja	kan niet
nee	nee	ja	nee	**meander**
nee	nee	nee	ja	**voetsporen**
nee	nee	nee	nee	**postzegels**

Hierna wordt van elk type een eenvoudige vorm gegeven. De eenvoudige vormen bevatten alle informatie over de symmetrie van een rand. De wiskunde helpt om de structuur van een rand bloot te leggen. Het element van schoonheid van een rand is door deze wiskundige verschraling echter verloren gegaan.

Boomdiagram

Het classificeren van randen wordt wel gebruikt bij archeologisch onderzoek. Bij het classificeren is een boomdiagram (zie werkblad) een handig hulpmiddel. Na het beantwoorden van de vragen uit de boom komt een rand automatisch in het goede vakje onderaan de boom terecht.

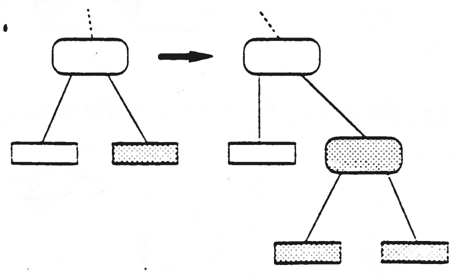
Het boomdiagram is een voorbeeld van een binaire boom, dat wil zeggen dat er bij elke vertakking keus uit twee mogelijkheden is. Er zijn zes vraagblokken nodig om zeven typen te onderscheiden.

Suggesties voor extra vragen:

- Is het mogelijk te 'bezuinigen' op de boom, bijvoorbeeld door met een andere vraag te beginnen?
- Stel je voor een (binaire) boom met tien vraagblokken. Hoeveel typen kunnen daarmee onderscheiden worden?
- Wat is in het algemeen het verband tussen het aantal vraagblokken en het aantal te onderscheiden typen?

Bij n vraagblokken kunnen n+1 typen onderscheiden worden. Dit is in te zien door een

redenering met volledige inductie:
- Neem aan dat het klopt voor n-1 vraagblokken, in welk geval er dan n typen zijn. Vervang in de boom het vakje voor een type door een nieuw vraagblok met daaraan twee typen.



Er komen dan één vraagblok en één type bij, zodat er n vraagblokken en n+1 typen zijn.
- Voor n=1 gaat de bewering op, want bij één vraagblok kunnen twee typen onderscheiden worden.

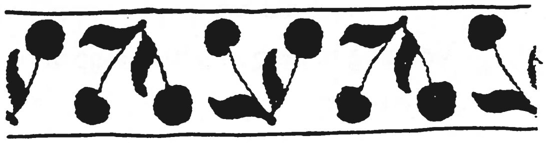
Archeologie; Griekse ornamenten

De opgaven die volgen betreffen enkele toepassingen van de kennis over de typen randen. Het blijkt dat verschillende culturen hun eigen voorkeur hebben voor bepaalde typen. Daar wordt bij onderzoek naar die culturen dankbaar gebruik van gemaakt.

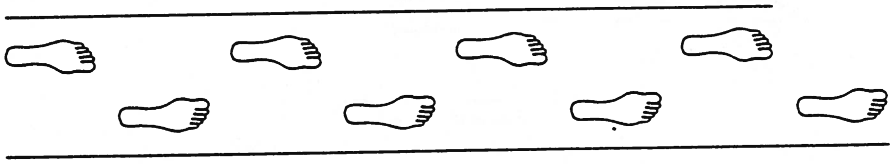
Op de pagina's 25 tot en met 35 staan extra werkbladen bij hoofdstuk 2, die voor gebruik in de klas gekopieerd kunnen worden.

Kersenrand en voetsporen

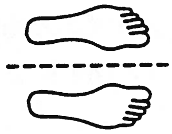
De kersenrand heeft geen symmetrie-assen en is ook niet draaisymmetrisch. Toch is er iets bijzonders mee, maar wat ?



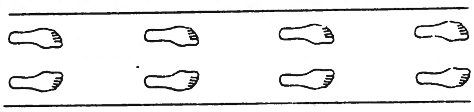
De kersenrand heeft dezelfde bijzonderheid als een rijtje voetsporen:

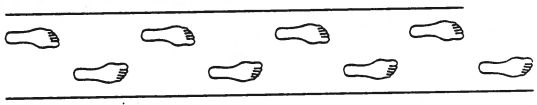


We gaan uitzoeken hoe dat zit. Eerst bekijken we de voetsporen wat beter. Twee voetafdrukken van een linker- en een rechtervoet zijn elkaars spiegelbeeld. Ze hebben dus een symmetrie-as.

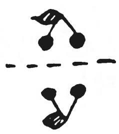


Maar een heel voetspoor heeft *geen* symmetrie-as. Als alle stappen even groot zijn, is het rijtje linkervoeten precies een halve periode verschoven ten opzichte van de rechtervoeten.



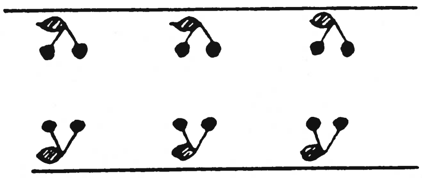


Met de kersenrand is ook zo iets gebeurd. Aan de blaadjes kun je zien dat de rand uit twee soorten kersen bestaat.De 'linker'- en de 'rechter'kers zijn elkaars spiegelbeeld.

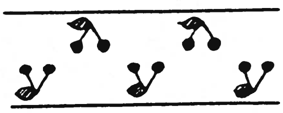


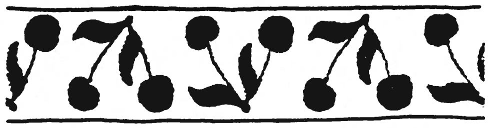
Een rand met alleen 'linker'kersen:

en een rand met alleen 'rechter'kersen:



De echte kersenrand bestaat uit afwisselend een linker- en een rechterkers. Zoals een voetspoor uit afwisselend een linker en een rechter voet bestaat. Je kunt ook zeggen dat de rand met 'linker'kersen en de rand met 'rechter' kersen een stukje worden verschoven ten opzichte van elkaar en samen de echte rand vormen.

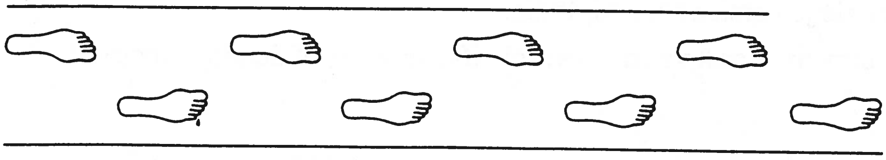




1. Welke randen uit opgave 25 van het boek hebben dezelfde symmetrie als de voetsporen ?

2. Teken zelf een aantal randen met voetsporen-symmetrie.

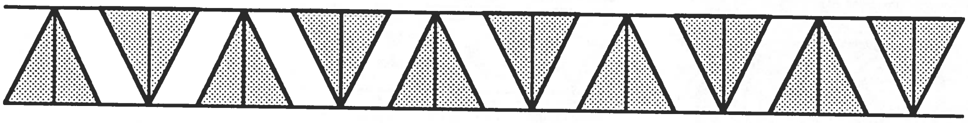
Schuifsymmetrie



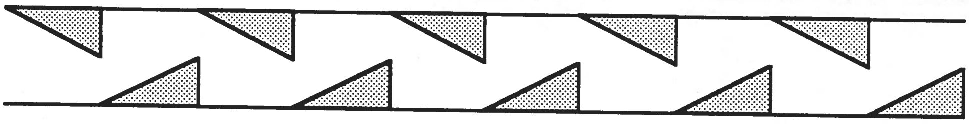
Randen met dezelfde symmetrie als voetsporen noemen we *schuifsymmetrisch* . Je kan ook zeggen dat ze *schuifsymmetrie* hebben.

3. Er zijn ook randen die symmetrie-assen èn schuifsymmetrie hebben. Welke van de randen hieronder hebben alleen schuifsymmetrie ? Welke randen hebben één of meer symmetrie-assen en ook schuifsymmetrie ?

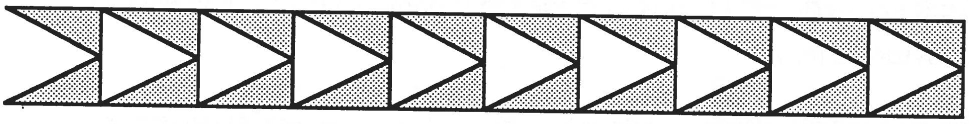
a.



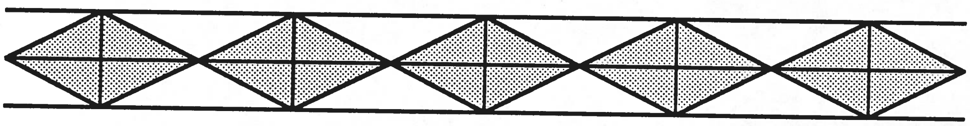
b.



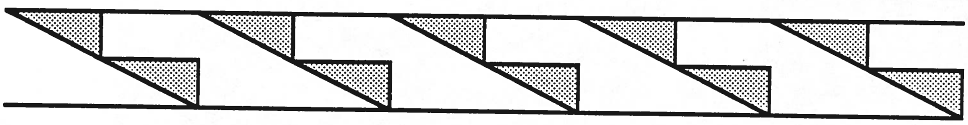
c



d



e.

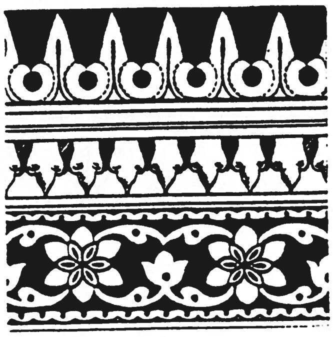


4. Zijn randen met een horizontale symmetrie-as ook schuifsymmetrisch ? Welke randen met verticale symmetrie-assen zijn ook schuifsymmetrisch ? Welke niet ? Zijn randen met een horizontale symmetrie-as en verticale symmetrie-asen altijd schuifsymmetrisch ?

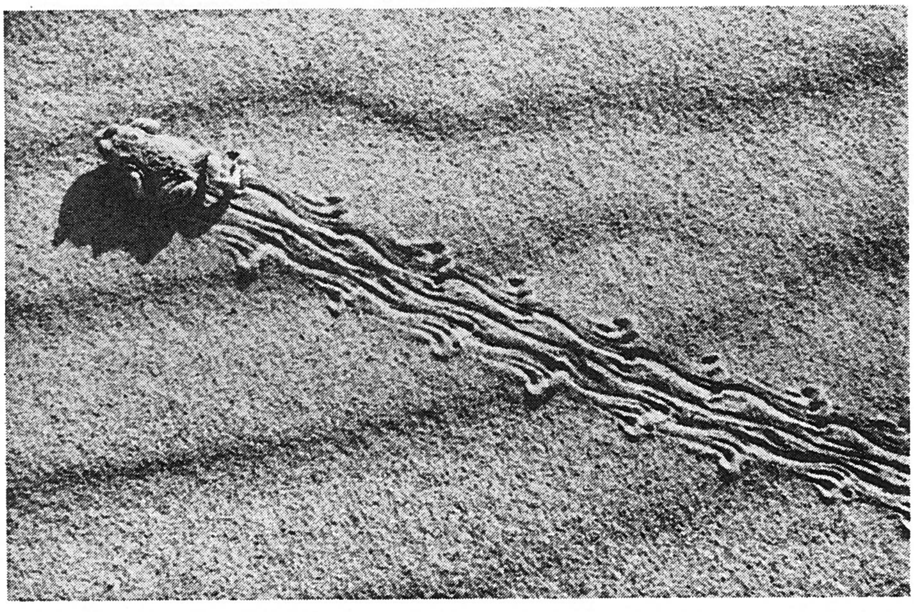
Randen uit India

5. Hieronder zie je versieringen uit India.
Welke symmetrie komt vaker voor: schuifsymmetrie of draaisymmetrie ?



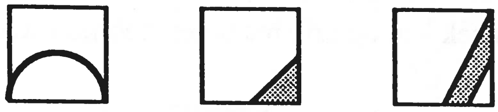



6. Gebruik het werkblad hierna om randen te maken met draaisymmetrie en schuifsymmetrie.

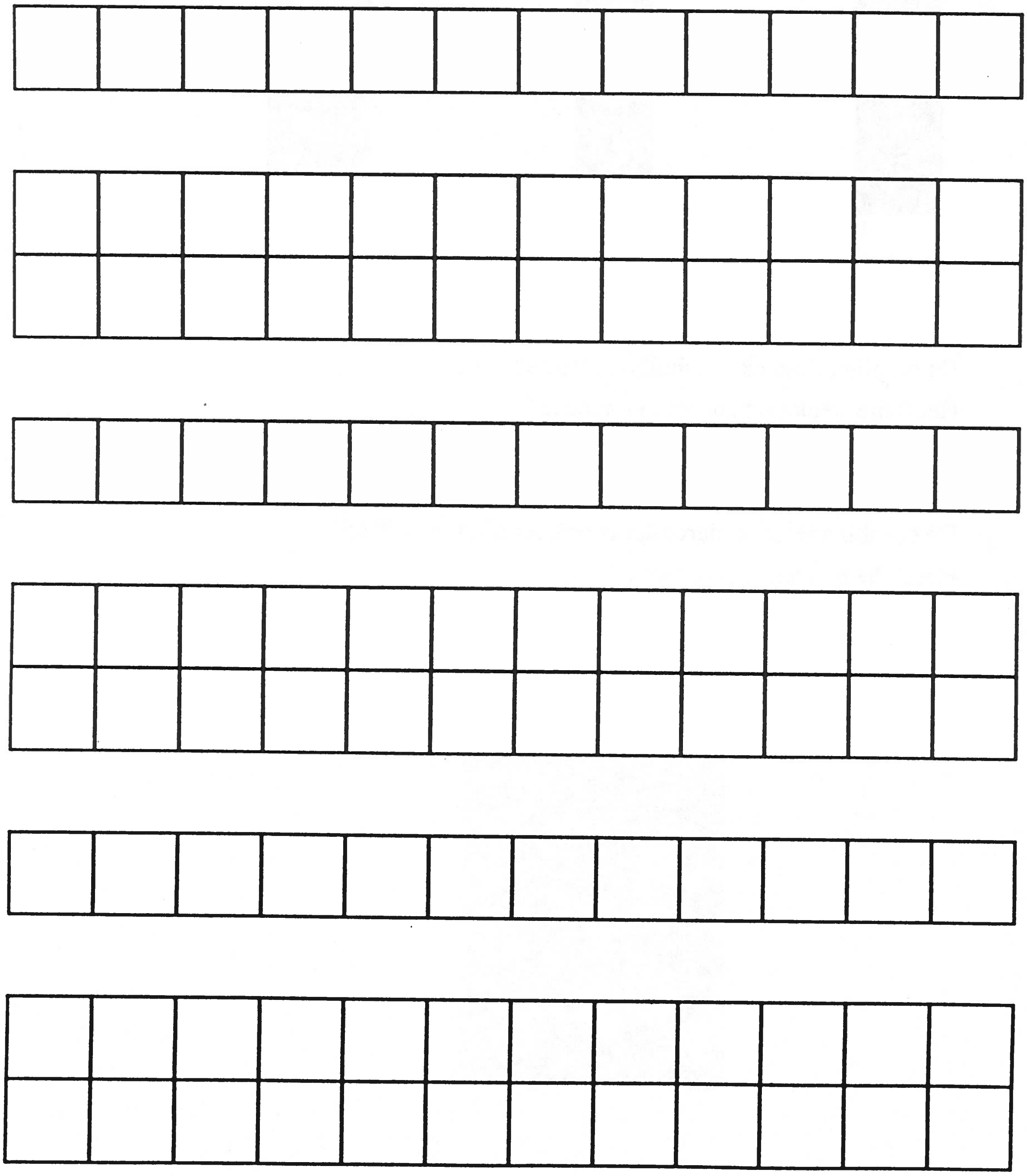


Een spoor van een pad. Herken je de schuifsymmetrie?

Werkblad

Maak met behulp van deze tegels 

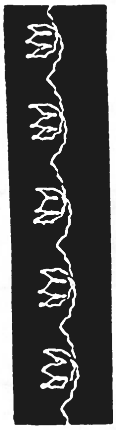
randen met schuifsymmetrie en draaisymmetrie.

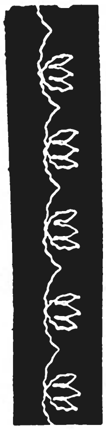


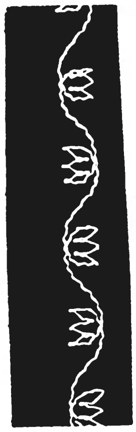
Siersteken

Met een moderne naaimachine kun je makkelijk randen van siersteken maken, die schuifsymmetrisch zijn.

Elke siersteek kan op drie manieren gebruikt worden:



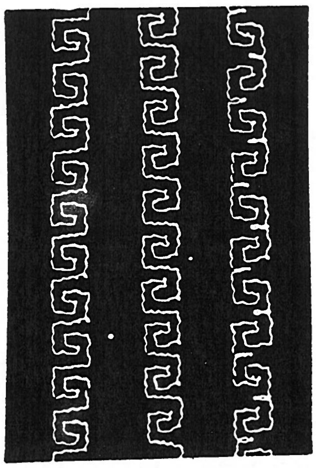




linkersteek rechtersteek combinatiesteek

7. De combinatiesteek is schuifsymmetrisch.
Heeft die steek nog andere symmetrie ?
Welke symmetrie hebben de linker- en de rechtersteek ?

8. De combinatiesteek hieronder is ook schuifsymmetrisch.
Heeft die nog meer symmetrie ?
Welke symmetrie hebben de linker- en de rechtersteek ?

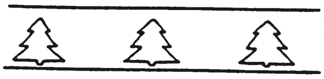
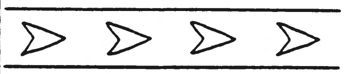
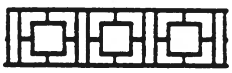
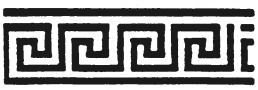
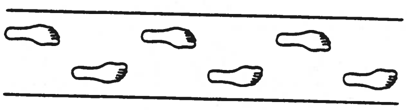


Zeven typen randen

Alles bij elkaar zijn we heel wat verschillende soorten randen tegengekomen met één of meer van de volgende symmetrie-eigenschappen:

- verticale symmetrie-assen,
- horizontale symmetrie-as,
- draaisymmetrie,
- schuifsymmetrie.

Om overzicht te krijgen over wat je tot nu toe geleerd hebt, is het handig om daar een schema van te maken. Alle regelmatige randen kan je indelen in zeven typen randen. Hieronder staan voorbeelden van die zeven verschillende typen.

rand	symmetrie	eenvoudige vorm
postzegels 		
kerstbomen 		
A-wisselrand A ∀ A ∀ A		
pijlen 		
chinese rand 		
griekse meander 		
voetsporen 		

9. Neem het overzicht over in je schrift en schrijf achter elke rand de symmetrie-eigenschappen. Gebruik afkortingen:

H horizontale symmetrie-as,
V verticale symmetrie-assen,
D draaisymmetrie,
S schuifsymmetrie.

Als je de zeven typen randen tot hun eenvoudigste vorm terugbrengt, heb je genoeg aan deze tekeningetjes om ze van elkaar te onderscheiden:

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

6. 

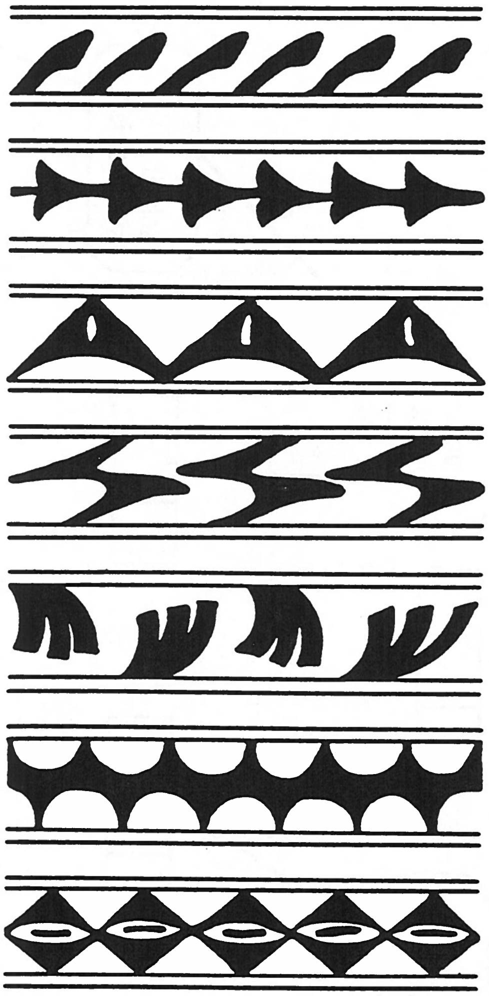
7. 

10. Zet deze tekeningen op de goede plaats in de kolom 'eenvoudigste vorm' van het overzicht.

11. Er zijn geen andere typen randen mogelijk dan deze zeven.
Probeer een redenering te vinden om dat te verklaren.

Boomdiagram

San Ildefonso is een dorp in New Mexico (Verenigde Staten). Daar wordt aardewerk versierd met randen. Alle zeven verschillende typen randen komen er voor als versiering.



A

B

C

D

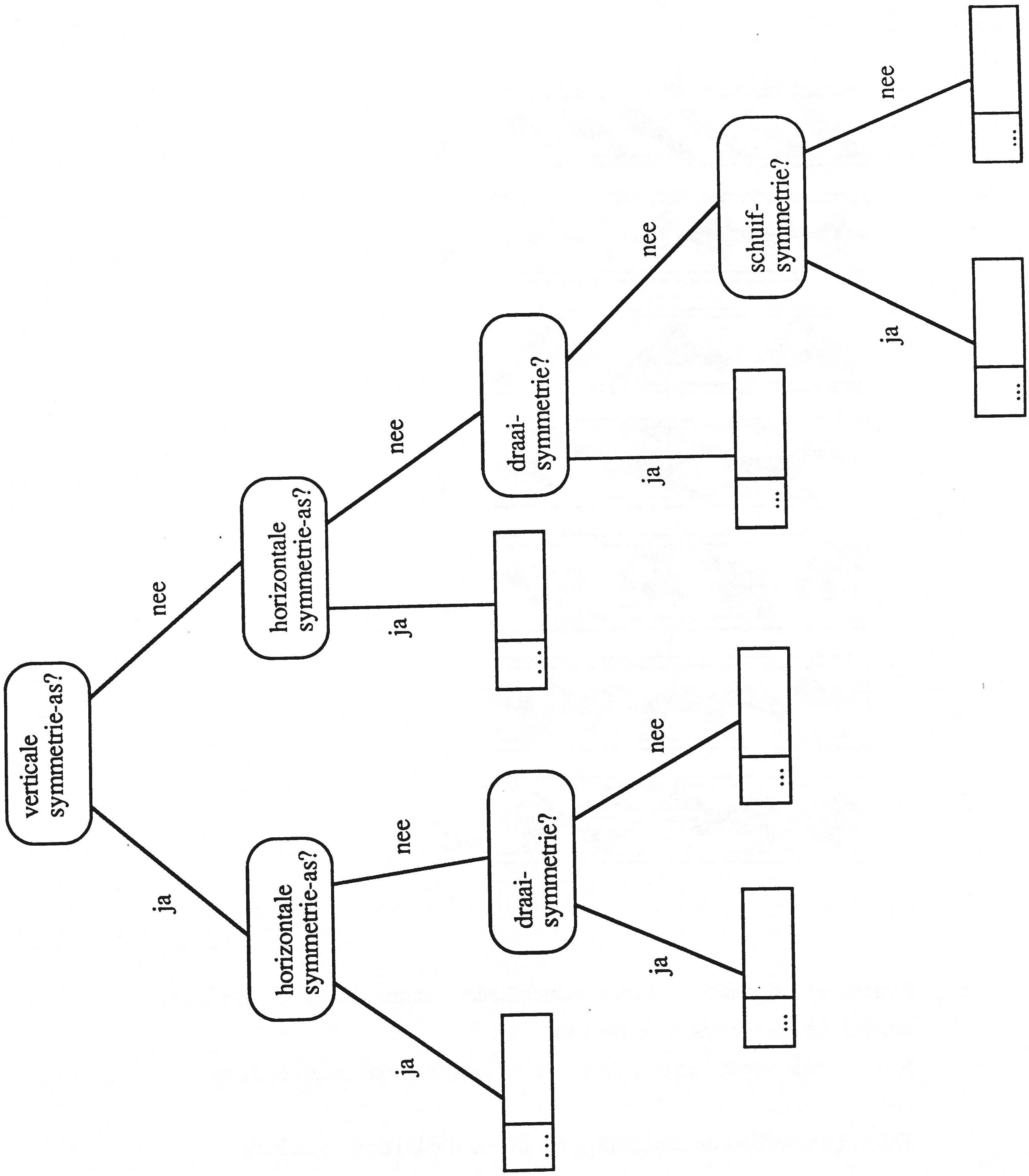
E

F

G

12. Om uit te vinden dat ze allemaal verschillende symmetrie hebben kun je het boomdiagram gebruiken op het werkblad.
Schrijf op de stippeltjes de letters A t/m G op de goede plaats onderaan de boom.
Teken in de vakjes de eenvoudigste vormen die bij de randen horen.

Werkblad


verticale symmetrie-as?
ja
nee
horizontale symmetrie-as?
ja
nee
draai-symmetrie?
ja
nee
horizontale symmetrie-as?
ja
nee
draai-symmetrie?
ja
nee
schuif-symmetrie?
ja
nee

Archeologie

Mesa Verde is een plaats in Amerika, waar vroeger veel indianen woonden. Zij versierden hun aardewerk met prachtige randen.
Begho ligt in het Afrikaanse land Ghana. Daar zijn veel pijpen gevonden met versieringen.
Archeologen gebruiken bij hun onderzoek de verschillen tussen de randen ook. Zij tellen hoe vaak een rand van een bepaalde soort voorkomt. Die aantallen staan in de tabel hieronder.

type rand	Mesa Verde	Begho
1. V V V V V V V V	27	9
2. < < < < < < < <	5	9
3. X X X X X X X X	19	165
4. V Λ V Λ V Λ V Λ	12	22
5. ┐┐┐┐┐┐┐┐┐	7	4
6. ─┐__ ─┐__ ─┐__ ─┐__	93	19
7. ─┐_┘─┐_┘─┐_┘─┐_┘	11	2
totaal	174	230

13. Welke symmetrie hebben de mensen in Mesa Verde het meest gebruikt ?

14. Wat voor soort randen vonden de mensen in Begho het mooiste, denk je ?

15. De randen hieronder zijn afkomstig uit Begho of MesaVerde.
Probeer van elke versiering te zeggen waar ze waarschijnlijk vandaan komen .

1. 

2. 

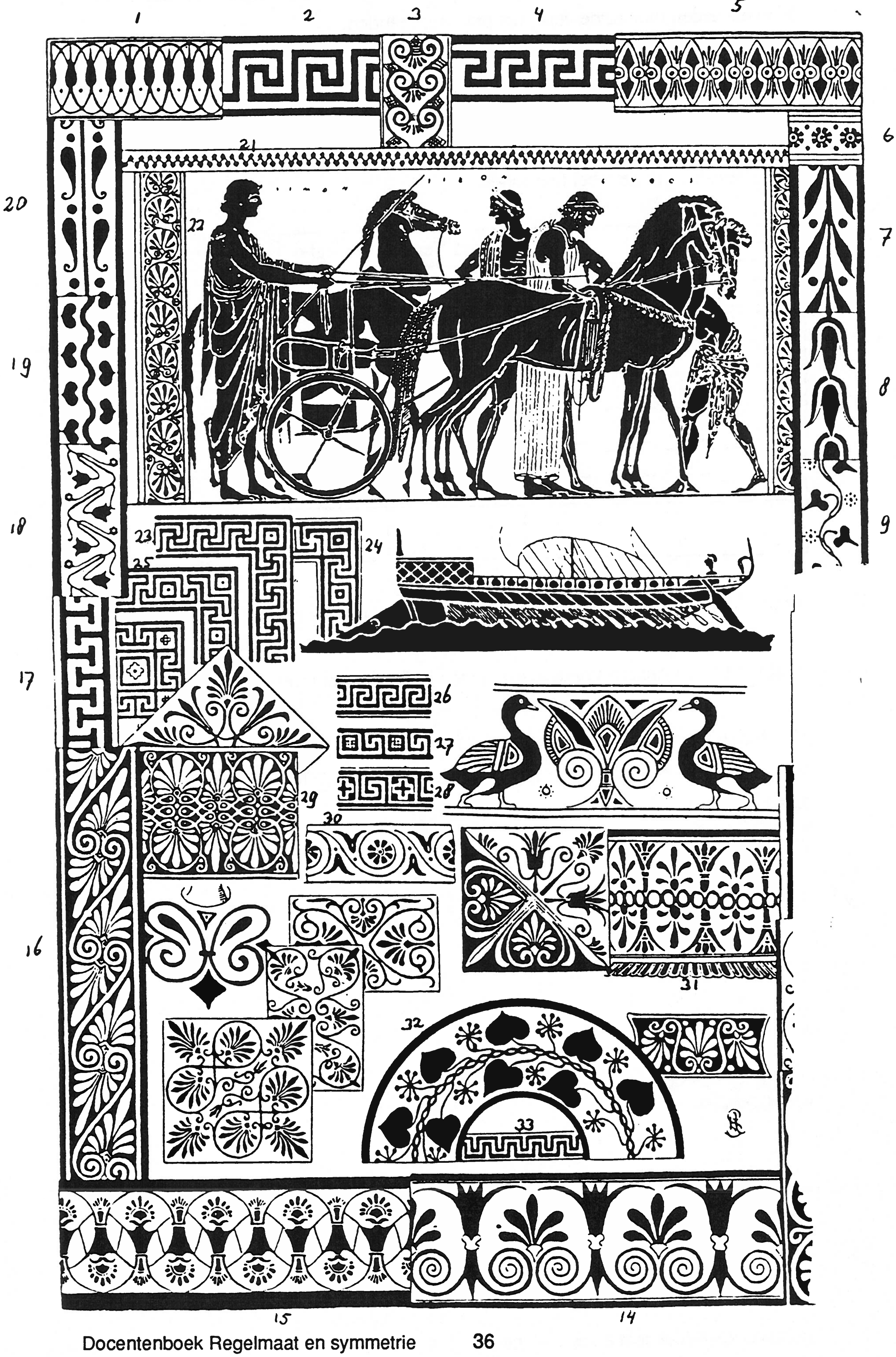
3. 

4. 

5. 

Griekse ornamenten

16. Zoek in de plaat hieronder randen van de verschillende typen.



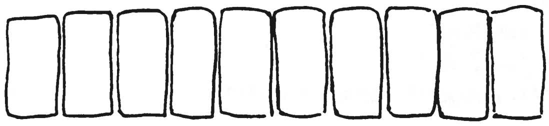
Antwoorden bij Regelmaat en Symmetrie

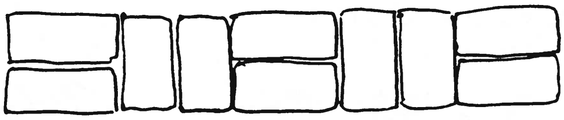
Vooraf

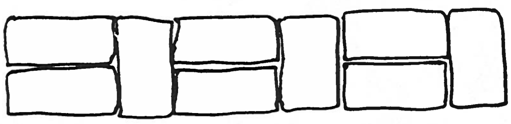
Het pakket Regelmaat en Symmetrie (uitgave augustus 1989) is de gereviseerde versie van het pakket Op de Rand (uitgave oktober 1988). Wellicht is het wat verwarrend dat ook de titel is gewijzigd, maar de nieuwe titel dekt de inhoud beter dan de oude. De intentie van het pakket zoals omschreven in het Docentenboek Op de Rand (uitgave oktober 1988) is niet gewijzigd, maar het accent is wat minder eenzijdig op randen komen te liggen. Algemeen was de kritiek dat er te diep op dit onderwerp werd ingegaan, waardoor het geheel ook te omvangrijk was geworden. De opzet met de werkbladen achterin is gehandhaafd, in het algemeen sloeg dat goed aan. Om het nakijken van de werkbladen te vergemakkelijken, zijn bij deze antwoorden ook (mogelijke) uitwerkingen van de werkbladen gevoegd, die eventueel op transparant gekopieerd kunnen worden.

Hoofdstuk 1 - Regelmaat zien

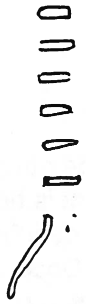
1. 54
2. 27
3. 114
4. muurtje 1: 10 cm
   muurtje 2: 5 cm
   muurtje 3: 20 cm
5.
   muurtje 2: 

   muurtje 3: 

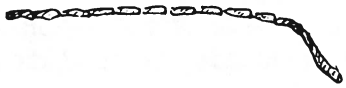
6. a. muurtje 4 en 8
   b. nee
   c. muurtje 6
   d. muurtje 5: 

      muurtje 7: 

7. meer dan 100 bakstenen (vergelijk met muurtje 3: 114 bakstenen)
8. a. de 'lagen' zijn hetzelfde
   b. de 'lagen' zijn verschillend gestapeld
9. denk aan de voegen
10. a. 8 witte en 8 zwarte: totaal = 16
    b. 12 witte en 10 zwarte: totaal = 22
    c. 16 van witte en 36 van zwarte: totaal = 52
11. de plaatjes overlappen elkaar, omdat ze bestaan uit vier 'tegels' van opgave 12 en 'een rand'
12. a. 2 witte en 2 zwarte: totaal = 4
    b. 4 van witte en 4 van zwarte: totaal = 8
    c. 2 groepjes van 4 tegels (zwarte ogen in het midden en witte ogen in het midden)
    d. 4x de antwoorden bij a.
13. ja, dat kan
14. nee, dat kan niet

15. 

16. a. rijgsteek: 

b. kettingsteek: 

17. 1 - e
2 - a of c
3 - f
4 - a of c
5 - b
6 - d

18. a. 5
b. 1

19. a. linker plaatje (weefmatje)
b. links: 2 rechts:1

20 a. A rechtsonder
B linksonder
C rechtsboven
D linksboven
b. 2 touwtjes
koppen A en B
koppen C en D
c. ook de koppen aan elkaar vast

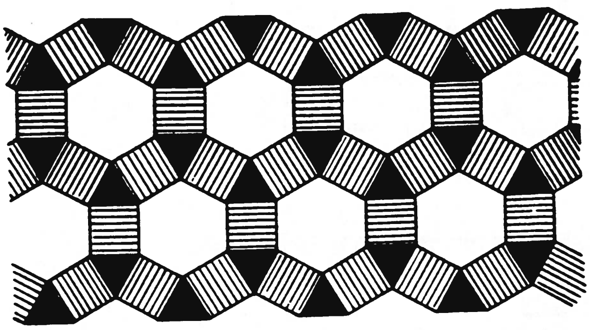
21. -

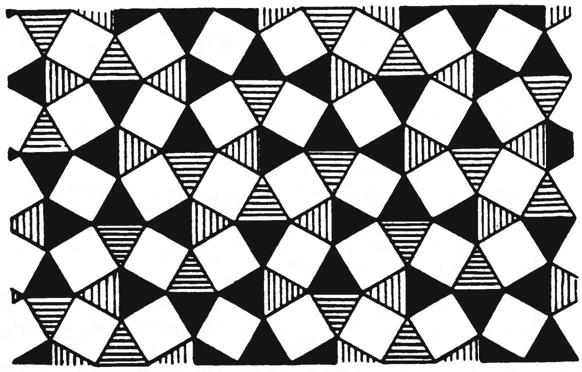
22. -

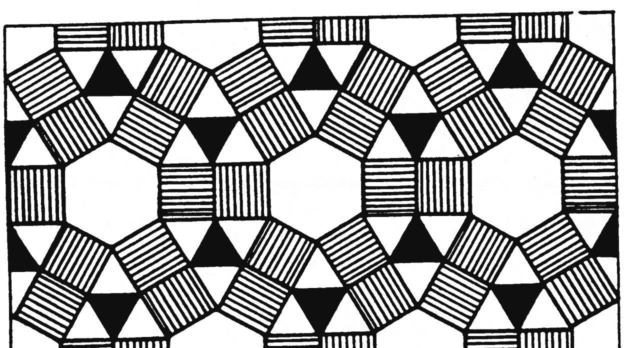
23. a. ja
b. één manier
c. meer manieren

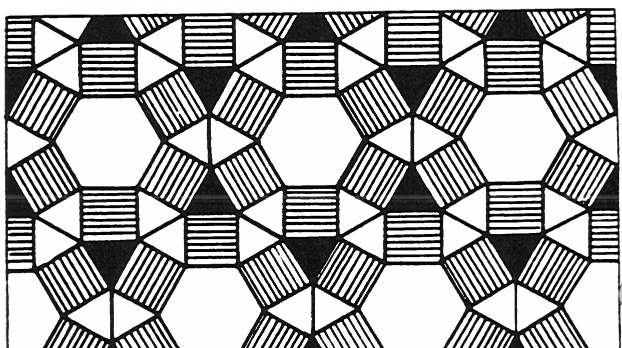
24. het kan met: 1, 3, 5, 6
open gaten met: 2 en 4

25. Bijvoorbeeld:



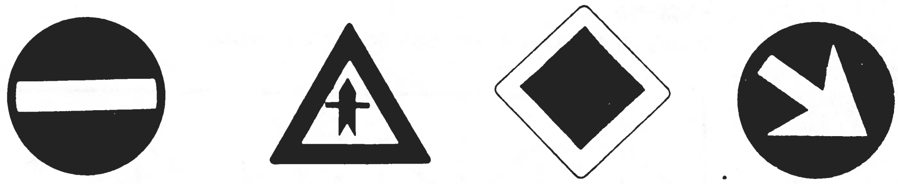




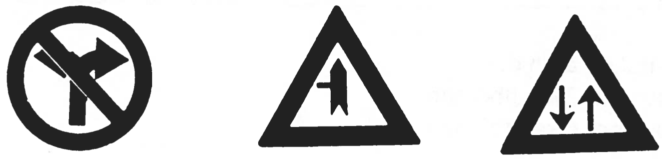


Hoofdstuk 2 - Symmetrie

1. strook aantal keer dubbelvouwen en een half poppetje uitknippen
2. strook aantal keer dubbelvouwen en halve jongen en half meisje uitknippen, met de handen in het midden aan elkaar
3. een heel poppetje
4. alléén verticale symmetrie-as: A, M, T, U, V, W, Y (twijfelgeval: K)
   alléén horizontale symmetrie-as: B, C, D, E
   horizontale en verticale symmetrie-as: H, I, O , X
5. enkele voorbeelden van spiegelsymmetrische verkeersborden:



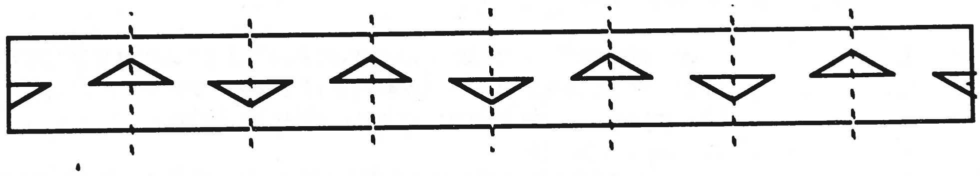
verkeersborden die niet spiegelsymmetrisch zijn:



6. zie uitwerking op bijgevoegd werkblad 2a
7. a. 7 vouwlijnen
   b. 7 poppetjes
   c. heel veel
8. 7 vouwlijnen
9. vouwblaadje achtereenvolgens horizontaal, verticaal en diagonaal dubbelvouwen, daarna uit de punt half meisje (aan de rechte zijde) en half jongetje (aan de schuine zijde) knippen.
10. 4 symmetrie-assen (horizontaal, verticaal en twee diagonaal)
11. op 4 manieren
12. nee
13. draaisymmetrisch zijn: H, N, O, S, X, Z
14. enkele voorbeelden van draaisymmetrische verkeersborden:

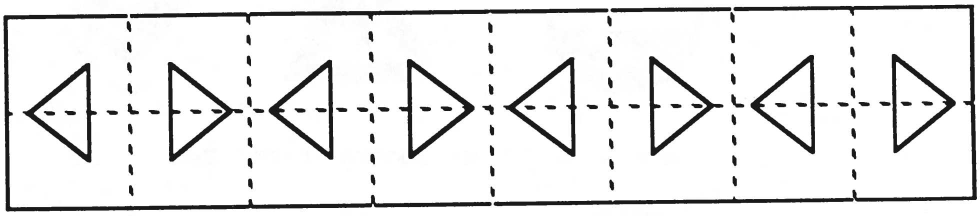
15. a. draaisymmetrisch (halve slag)
    b. spiegelsymmetrisch
    c. spiegelsymmetrisch
    d. geen symmetrie, vanwege kleurverschil
    e. draaisymmetrisch (een derde slag) en spiegelsymmetrisch (3 assen)
    f. draaisymmetrisch (een kwart slag) en spiegelsymmetrisch (4 assen)
    g. draaisymmetrisch (een zesde slag) en spiegelsymmetrisch (6 assen)
    h. draaisymmetrisch (een kwart slag)
16. zie uitwerking op bijgevoegd werkblad 2b
17. rekening houdend met de richting van de breisteek: één symmetrie-as (verticaal) en geen draaisymmetrie,
    als je daarvan abstraheert: vier symmetrie-assen en draaisymmetrisch (kwart slag)
18. op 2 manieren, draaipunt precies in het midden
19. na een kwart slag draaien niet, na halve slag draaien wel

20.



21. a. 7 verticale vouwen, door de figuurtjes en tussen de figuurtjes, daarna een driehoekje uitgeknipt (evt. ook 1 horizontale vouw)
b. 7 verticale vouwen, aan beide kanten een rechthoekje uitgeknipt
c. kan niet (evt. wel 1 horizontale vouw, maar het blijft vier keer knippen)
d. 7 verticale vouwen, evt. ook horizontale vouw

22.



23. de stroken a en d.
24. 3 vouwen, 2 kerstbomen
25. 7 vouwen, 4 kerstbomen

26.

aantal keer vouwen	aantal vouwen	aantal kerstbomen
1	1	1
2	3	2
3	7	4
4	15	8
5	31	16
6	63	32

27. 5 stukjes

28.

aantal keer vouwen	aantal stukken
1	3
2	5
3	9
4	17
5	33

Hoofdstuk 3 - Randen

1. zie uitwerking op bijgevoegde werkblad 3
2. de zaagtanden van de voorrangsweg,
blokken om zijweg aan te geven,
witte strepen om weghelften te scheiden
3. a. als je dubbelvouwt over de stippellijnen, komen de figuurtjes precies op elkaar
b. 6 symmetrie-assen
c. 15 symmetrie-assen (8 door de motieven, 7 ertussen)
d. 99 symmetrie-assen (50 door de motieven, 49 ertussen)
e. de bewering is waar
4. a. horizontale symmetrie-as
b. verticale symmetrie-assen (7 stuks)
c. geen symmetrie-assen
d. horizontale symmetrie-as en verticale symmetrie-assen (9 stuks)
5. zie uitwerking op het bijgevoegde werkblad 4
6. uitgaande van de schematische tekening van de trui en de letters a t/m e die bij de randen staan:
rand a: geen horizontale of verticale symmetrie-assen (evt: wel draaien)
rand b: verticale symmetrie-assen
rand c: horizontale en verticale symmetrie
rand d: verticale symmetrie-assen
rand e: horizontale en verticale symmetrie
7. de rand op de mouw: verticale symmetrie-assen
de randen op het pand zijn hetzelfde, ze staan alleen in de andere richting
8. a. nameten met lineaal of geodriehoek
b. bijna 3 cm
9. a. 4 cm
b. 2 cm
c. 3 cm
d. 8 cm, tenminste als het motief zich dan inderdaad herhaalt
e. 5 cm
10. zie de uitwerking op het bijgevoegde werkblad 5
11. a. 1,5 cm
b. 1,9 cm
c. 1,0 cm
d. 1,2 cm
e. 1,7 cm
f. 1,8 cm
g. 1,3 cm
h. 0,7 cm
12. de randen b, c, e, g en h
13. de rand a
14. 3, de randen b, c en g
15. horizontale symmetrie-as
16. de rand A A A A A A A A heeft verticale symmetrie-assen, door de letters en tussen de letters
17. bij de letters H, I, O en X (zie Hoofdstuk 2, opgave 4), symmetrie-assen door de letters en tussen de letters
18. a. een gewone A en een A-op-z'n-kop vormen samen het motief
b. symmetrie-assen lopen door de letters A (dus niet ertussen)
19. de gewone A-rand heeft symmetrie-assen door de letters en tussen de letters, de A-wisselrand heeft ze alleen door de letters
voor beide geldt: op elk motief twee symmetrie-assen
20. ja
21.

P d P d P d P d P d P d

B ꓭ B ꓭ B ꓭ B ꓭ B ꓭ B ꓭ

22. a. het past
b. nee

23. a. wel draaisymmetrisch
b. als je heel precies naar de stand van 't steeltje kijkt niet draaisymmetrisch, als je van dat detail afziet wel draaisymmetrisch
c. niet draaisymmetrisch (vanwege kleurverschillen)
d. wel draaisymmetrisch
e. niet draaisymmetrisch (let op de stand van de blaadjes)
f. wel draaisymmetrisch

24. 7 draaipunten, tussen de letters

25. de randen b en c

26. a. nee, dat kan niet (zie bijv. opgave 25, rand d)
b. de randen b en c uit opgave 25 hebben verticale symmetrie-assen en zijn ook draaisymmetrisch:
- rand b omdat die van het type 'A-wisselrand' is,
- rand c omdat die ook een horizontale symmetrie-as heeft

rand a heeft wel verticale symmetrie-assen, maar is niet draaisymmetrisch
c. ja

27. zie de uitwerking op het bijgevoegde werkblad

28. om meer grip op de weg te hebben en bij nat weer het water af te voeren; het profiel van de afgebeelde banden is draaisymmetrisch

29. -

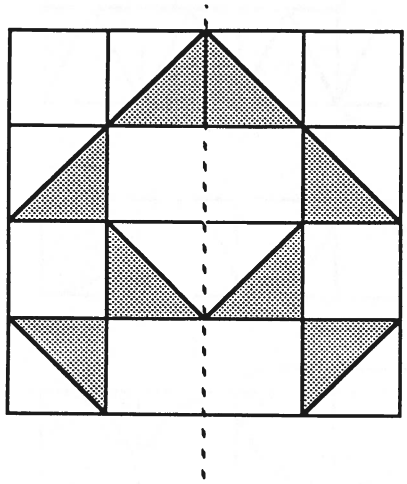
30. -

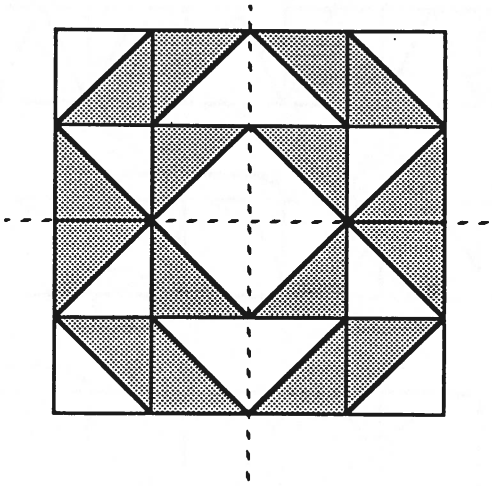
31. -

Uitwerking werkblad 2a

bij Hoofdstuk 2, opgave 6

Maak de tekeningen af. De stippellijnen zijn symmetrie-assen.

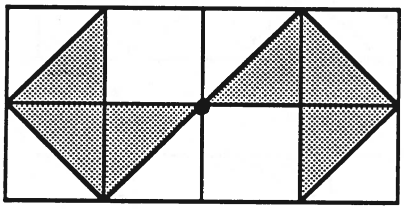


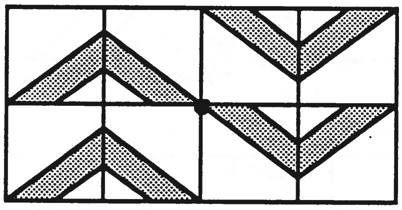


Uitwerking werkblad 2b

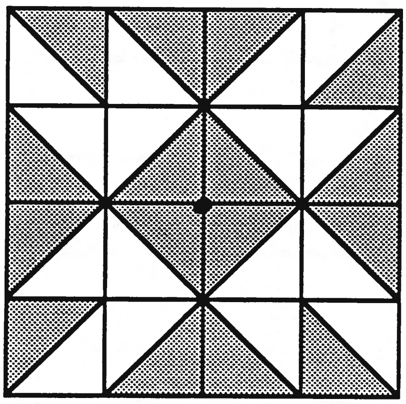
bij Hoofdstuk 2, opgave 16

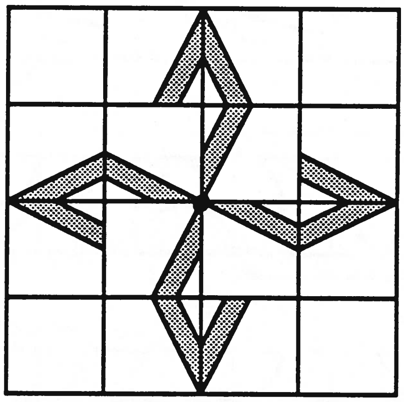
Maak de tekeningen af. De figuren zijn draaisymmetrisch om het aangegeven draaipunt.
Deze figuren passen na een halve slag draaien weer op zichzelf.





Deze figuren passen na een kwartslag draaien weer op zichzelf.

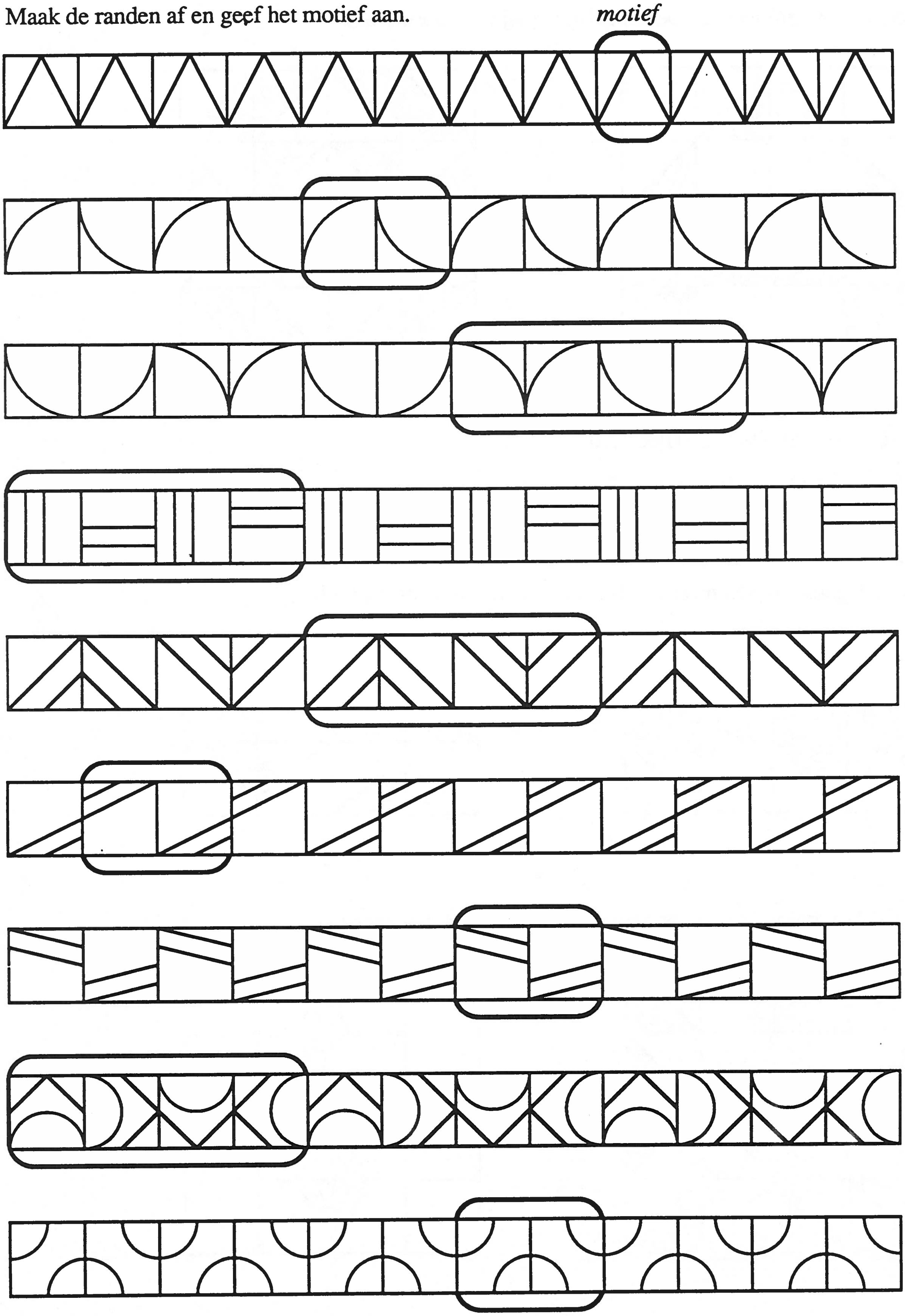




Uitwerking werkblad 3

bij Hoofdstuk 3, opgave 1

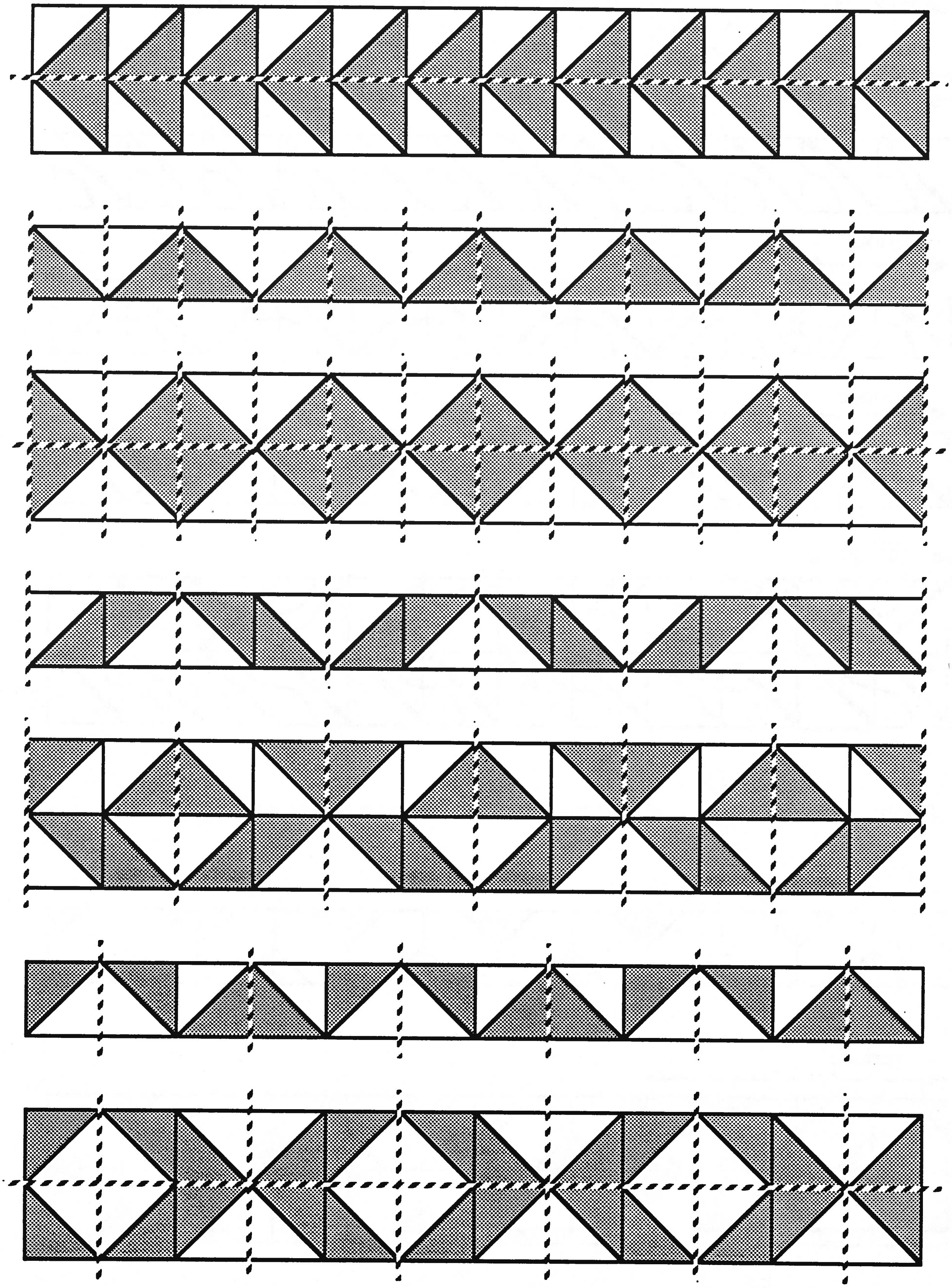
Maak de randen af en geef het motief aan.



Uitwerking werkblad 4

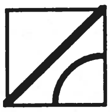
bij Hoofdstuk 3, opgave 5

Maak de randen af. Stippellijnen zijn symmetrie-assen.

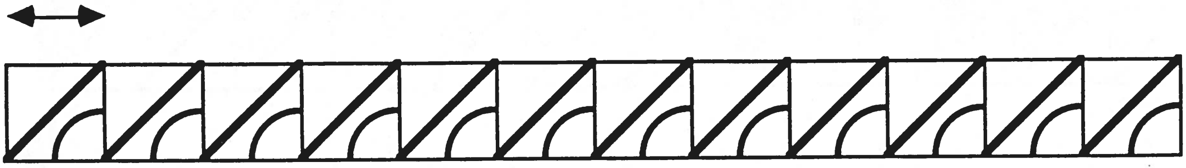


Uitwerking werkblad 5

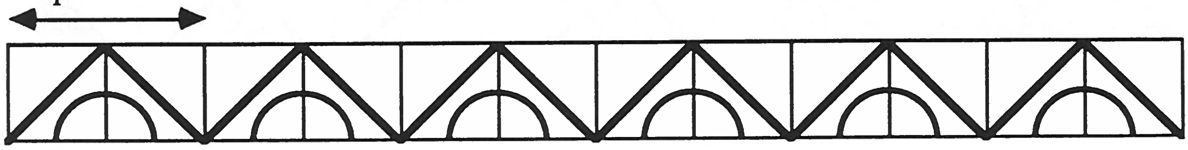
bij Hoofdstuk 3, opgave 10

Gebruik deze tegel  om randen te maken met de aangegeven periode.

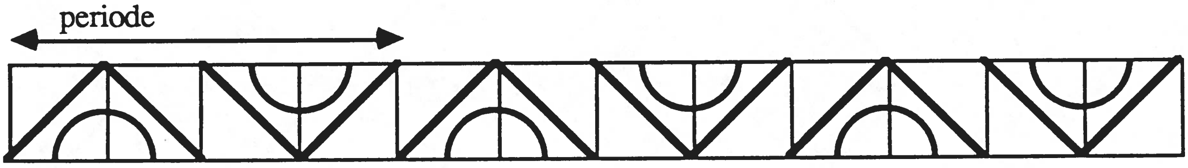
periode



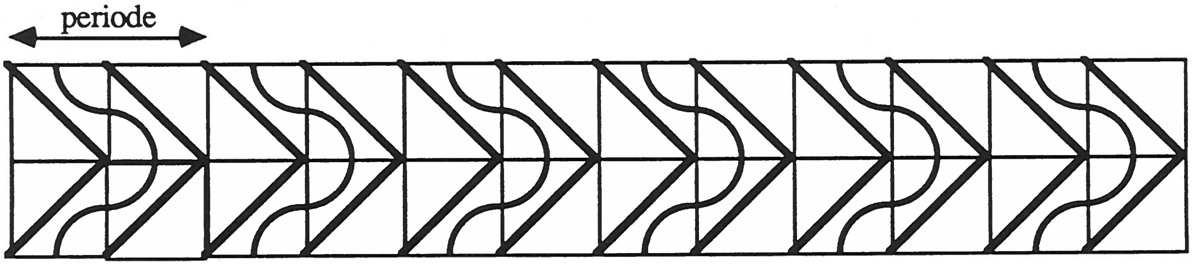
periode

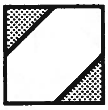


periode

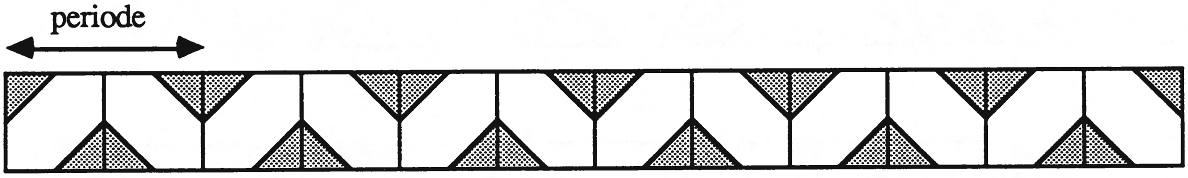


periode

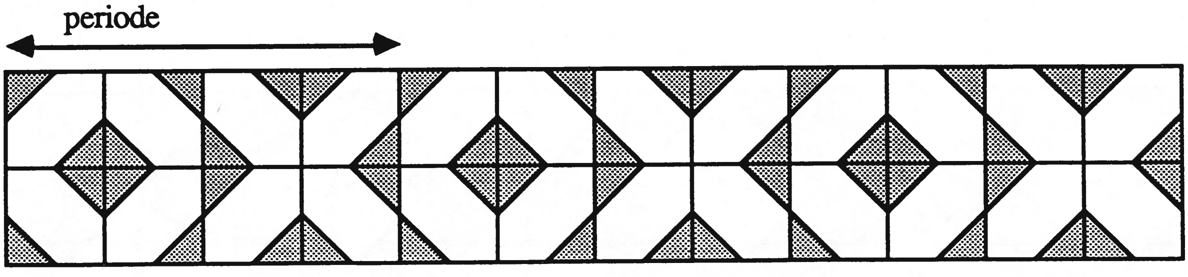


Gebruik deze tegel  om randen te maken met de aangegeven periode.

periode

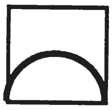


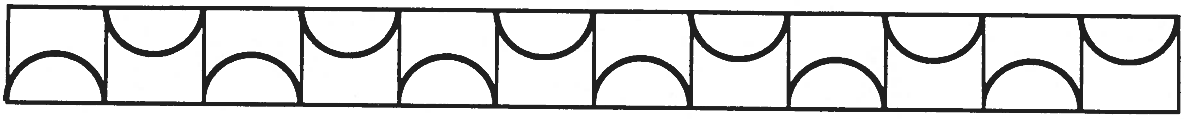
periode

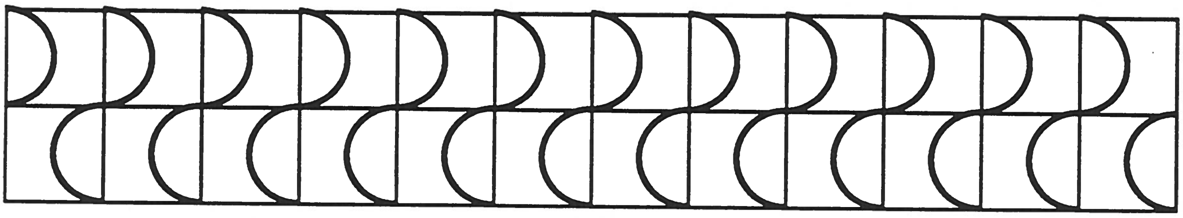


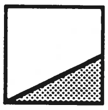
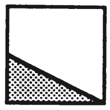
Werkblad 6

bij Hoofdstuk 3, opgave 27

Maak met behulp van deze tegel  randen met draaisymmetrie.





Maak met deze tegels  en/of  randen met draaisymmetrie.

Stippellijnen zijn symmetrie-assen!