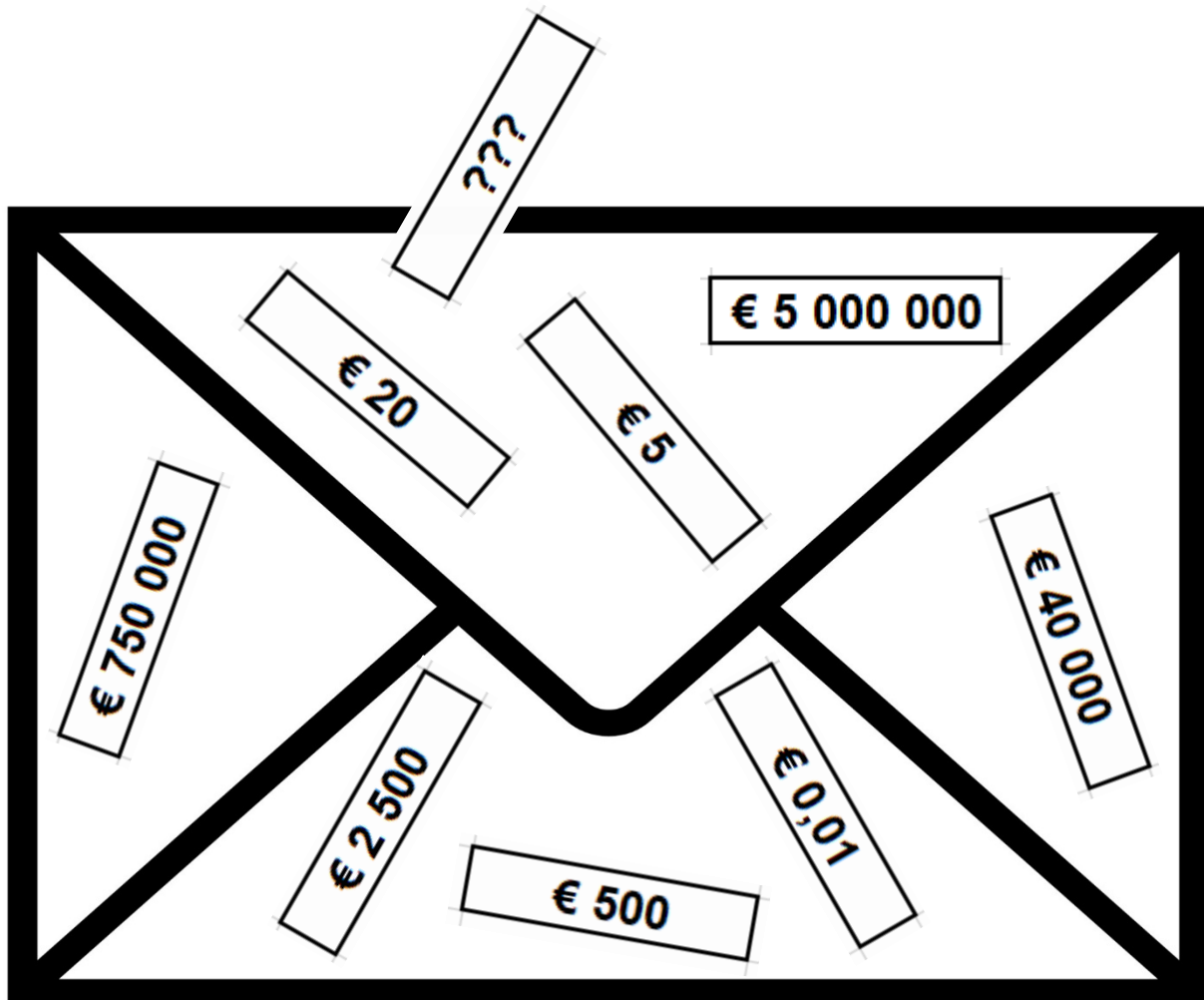


Geef op die envelop!



Alympiade finale
15 en 16 maart 2019
Garderen, Nederland

Colofon

De Wiskunde Olympiade is een initiatief van het Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht. De Olympiade commissie is verantwoordelijk voor de organisatie van de Olympiade en het vervaardigen van de opdracht.

De commissie bestaat uit:

Marcel Daems

Gymnasium Sorghvliet, Den Haag

Eric van Dijk

Lorentz Casimir Lyceum, Eindhoven

Tom Goris

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan

Freudenthal Instituut, Utrecht

Senta Haas

Städtisches Gymnasium Hennef, Hennef, Duitsland

Kim Kaspers

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert

Röntgen Gymnasium, Remscheid-Lennep, Duitsland

Ruud Stolwijk

CITO, Arnhem, Vrijeschool Zutphen VO, Zutphen

Monica Wijers

Freudenthal Instituut, Utrecht

Secretariaat:

Liesbeth Walther en Mariozee Wintermans

Freudenthal Instituut, Utrecht

De Olympiade wordt mede mogelijk gemaakt door subsidies van:

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap

CASIO, Amstelveen

Texas Instruments, Utrecht

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

WERKWIJZER FINALE WISKUNDE A-LYMPIADE 2019

VOORAF:

- Lees eerst de volledige tekst van de opdracht door zodat je weet wat je dit weekend allemaal te doen staat.
- Controleer of je de gegevens op de usb stick kunt openen.
- De volgende file staat op de stick: de opdracht: Finale Olympiade2019 (in Nederlands, Engels en Duits) inclusief drie bijlagen.
- Verdeel de taken waar mogelijk.

TIJDSPLANNING:

- Bewaak je tijd bij het werken aan de verschillende onderdelen.
- Er moet een werkstuk opgeleverd worden én een presentatie voorbereid worden. Over de presentatie volgt tijdens het weekend meer informatie.
- Maak vooraf een planning wanneer wie waaraan begint.
- Zaterdagmiddag, vóór de lunch, om 12.30 uur moet je de usb-stick met het resultaat (als één document) inleveren.

INLEVEREN:

- Zaterdagmiddag uiterlijk 12.30 uur: de usb-stick met daarop het werkstuk.
 - o Lever het werkstuk in als één document, bij voorkeur een pdf.
 - o Probeer op een aantal verschillende computers uit of de pdf leesbaar is.
 - o De jury krijgt digitale kopieën van de ingeleverde file, je kunt dus eventueel met kleuren werken in het werkstuk.
 - o De verantwoordelijkheid voor het al dan niet lees- en verwerkbaar zijn van het ingeleverde document ligt bij jullie zelf.

BEOORDELING:

- Verwerk alle bevindingen tot een helder verslag dat (zonder de opdracht erbij) zelfstandig leesbaar is. De eindopdracht met onderbouwing en argumenten staat centraal.
- Bij de beoordeling van het verslag wordt onder andere gelet op:
 - o de uitwerking en verslaglegging van de opdrachten 1 t/m 6 en de beide eindopdrachten;
 - o de volledigheid van de antwoorden op de verschillende onderdelen;
 - o het gebruik van wiskunde;
 - o de gebruikte argumentatie en de verantwoording van de gemaakte keuzes;
 - o de diepgang waarmee de verschillende opdrachten worden beantwoord;
 - o de wijze waarop het geheel gepresenteerd wordt: vorm, samenhang, leesbaarheid, illustraties enzovoort;
 - o de originaliteit en creativiteit.

Veel plezier en succes gewenst!

Na de introductie...

We hebben zojuist het spel 'Geef op die envelop!' gespeeld. De spelregels vatten we hieronder nog even samen.

Een deelnemer heeft 26 dichte enveloppen voor zich. In de enveloppen zitten bedragen die variëren van 1 eurocent tot 5 miljoen euro. De deelnemer kiest een envelop uit en mag deze aan het eind van het spel openen en het bedrag houden. Gedurende het spel wordt er in elke ronde een aantal van de overige enveloppen open gemaakt. Vervolgens krijgt de deelnemer een bod voorgelegd. Hij kan er voor kiezen het bod te accepteren. Hij kan er ook voor kiezen door te spelen, weer een aantal enveloppen te openen en het volgende bod af te wachten. De precieze spelregels met de bedragen en het aantal enveloppen dat elke ronde geopend wordt, vind je in bijlage 1.

Als het bod van de bank zodanig hoog is dat een deelnemer direct in de eerste ronde het bod van de bank accepteert, is dit niet interessant voor de televisiekijkers. Als het bod van de bank bijvoorbeeld maar € 10 is, is de beslissing van de deelnemer ook snel genomen. Ook dit levert geen interessante televisie op. De kunst is om de deelnemer voor een moeilijke keuze te stellen.

Overwegingen

1. Formuleer de overwegingen die een rol kunnen spelen bij de beslissing van een deelnemer om het bod van de bank aan te nemen of te verwerpen.
2. Formuleer de overwegingen die een rol kunnen spelen bij het bepalen van het bod door de bank/programmamaker.

Verkenning

Het verloop van het spel dat we in de introductie gespeeld hebben is te vinden in bijlage 2.

3. Bestudeer het verloop van het introductiespel en onderzoek de invloed die de bedragen van de geopende enveloppen hebben op de biedingen van de bank.
4. Hoe hoog denk je dat het volgende bod van de bank ongeveer zou zijn als de speler nog een ronde zou hebben doorgespeeld? Geef een onderbouwing.

Achteraf weten we dat er € 500 000 in de envelop zat. De deelnemer heeft echter het bod van € 220 000 geaccepteerd. Je zou dus achteraf kunnen zeggen dat de bank op deze wijze € 280 000 heeft bespaard.

De bank weet echter niet welk bedrag in de gekozen envelop van de deelnemer zit.

5. Beargumenteer waarom de programmamakers dit zo wensen. Zijn er ook redenen te bedenken om juist wel te willen weten welk bedrag in de gekozen envelop van de deelnemer zit?

Vervolg

6. In bijlage 3 vind je de spelverlopen van nog eens acht werkelijk gespeelde spellen. Bestudeer deze spelverlopen. Onderzoek welke zaken een rol spelen bij het bepalen van het bod. Maak op basis daarvan een procedure waarmee de bank in elke ronde het bod bepaalt. Zorg dat met deze procedure het werkelijke spelverloop zoveel mogelijk benaderd wordt.

Eisen aan de procedure:

- De procedure is toepasbaar op een nieuw spel (waarbij jullie procedure door de bank wordt gebruikt om een bod uit te brengen).
- De procedure levert in korte tijd het bod op.
- De procedure moet in dezelfde situatie een vergelijkbaar bod opleveren.

Op vrijdagavond komt de commissie op bezoek om het spel met jullie te spelen zodat deze procedure wordt getest. Mogelijk kun je op basis hiervan jullie procedure nog verbeteren....

Eindopdrachten

Eindopdracht A

Je hebt tot nu toe geprobeerd het bod van de bank zoveel mogelijk overeen te laten komen met de biedingen in de werkelijke spelverlopen. Misschien zijn er andere procedures te bedenken die bijvoorbeeld goedkopere, spannendere of op welke wijze dan ook interessantere spelverlopen opleveren. Bedenk zo'n procedure. Motiveer alle keuzes die jullie gemaakt hebben.

Eindopdracht B

Op zaterdagochtend krijg je een nieuw spelverloop. De eerste zes ronden zijn al gespeeld en de deelnemer heeft het laatste bod niet geaccepteerd. In de volgende ronden wordt er steeds maar één envelop geopend, gevolgd door een nieuw bod. Er is nu nog een beperkt aantal mogelijke spelverlopen over. Bepaal met de procedure van opdracht 6 welke spelverlopen er nog mogelijk zijn en beargumenteer welke van die mogelijkheden jullie het waarschijnlijkst achten.

Presentatie

Je speelt de rol van bank in een spelshow met het publiek. Er worden enkele rondes gespeeld waarbij je bijhoudt wat er gebeurt. Er wordt op een of meer willekeurige momenten aan jou gevraagd om een bod te bepalen. Het publiek kiest of het bod wordt geaccepteerd.

Bijlage 1

De spelregels

De kandidaat mag uit 26 verzegelde enveloppen één envelop uitzoeken. In de 26 enveloppen zitten de volgende bedragen:

€ 0,01	€ 50	€ 10 000	€ 500 000
€ 0,20	€ 100	€ 20 000	€ 750 000
€ 0,50	€ 500	€ 30 000	€ 1 000 000
€ 1	€ 1 000	€ 40 000	€ 2 000 000
€ 5	€ 2 500	€ 50 000	€ 2 500 000
€ 10	€ 5 000	€ 100 000	€ 5 000 000
€ 20		€ 250 000	

De door de kandidaat uitgezochte envelop blijft dicht, en wordt pas aan het eind van het spel opengemaakt. Niemand weet welk bedrag in die envelop zit, de bank dus óók niet. Vervolgens wijst de kandidaat in elke ronde enkele enveloppen aan. Deze enveloppen worden geopend en de kandidaat ziet welke bedragen uit het spel verdwijnen. In onderstaande tabel staat het aantal enveloppen dat per ronde wordt geopend.

ronde	Aantal te openen enveloppen	Aantal enveloppen over (inclusief de eigen envelop)
1	6	20
2	5	15
3	4	11
4	3	8
5	2	6
6	1	5
7	1	4
8	1	3
9	1	2

Op een scorebord wordt bijgehouden welke bedragen er nog in het spel zitten en welk bedrag er misschien in de envelop, die de kandidaat gekozen heeft, zit. De kandidaat krijgt, nadat er enveloppen zijn geopend, een bod van de bank om zijn envelop af te staan voor een bepaald bedrag. De kandidaat zal dus moeten afwegen: Accepteert hij het bod van de bank en verkoopt zij/hij zijn envelop? Of wacht zij/hij nog even tot er meer enveloppen opengaan en er meer duidelijkheid is welk bedrag in haar/zijn envelop kan zitten. Als de kandidaat in ronde 9 het bod niet accepteert, maakt zij/hij de eigen envelop open en krijgt het bedrag in de envelop.

Bijlage 2

Gespeeld spelverloop uit de introductie

Enveloppen geopend in ronde 1:

€ 10

€ 500

€ 10 000

€ 20 000

€ 50 000

€ 5 000 000

Bod van de bank € 36 000

Enveloppen geopend in ronde 2:

€ 0,20

€ 1

€ 30 000

€ 250 000

€ 750 000

Bod van de bank € 63 000

Enveloppen geopend in ronde 3:

€ 0,01

€ 5

€ 20

€ 50

Bod van de bank € 143 000

Enveloppen geopend in ronde 4:

€ 0,50

€ 40 000

€ 2 500 000

Bod van de bank € 167 000

Enveloppen geopend in ronde 5:

€ 5 000

€ 2 000 000

Bod van de bank € 147 000

Envelop geopend in ronde 6:

€ 100

Bod van de bank € 220 000

Bod geaccepteerd

Bedrag in de eigen envelop € 500 000

Bijlage 3

Spel 2	Spel 3
<p>Enveloppen geopend in ronde 1: € 1 € 5 € 1000 € 10 000 € 1 000 000 € 5 000 000 Bod van de bank € 22 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 1: € 50 € 5 000 € 50 000 € 250 000 € 750 000 € 1 000 000 Bod van de bank € 38 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 2: € 50 € 500 € 30 000 € 250 000 € 2 000 000 Bod van de bank € 50 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 2: € 0,01 € 0,50 € 5 € 1 000 € 40 000 Bod van de bank € 103 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 3: € 10 € 100 € 5 000 € 750 000 Bod van de bank € 85 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 3: € 1 € 20 € 20 000 € 2 500 000 Bod van de bank € 195 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 4: € 0,20 € 2 500 € 40 000 Bod van de bank € 145 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 4: € 0,20 € 100 000 € 5 000 000 Bod van de bank € 190 000 Bod geaccepteerd</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 5: € 0,50 € 50 000 Bod van de bank € 290 000 Bod geaccepteerd</p>	
<p>Bedrag in de eigen envelop € 2 500 000</p>	<p>Bedrag in de eigen envelop € 2 500</p>

Spel 4	Spel 5
<p>Enveloppen geopend in ronde 1: € 0,50 € 100 € 1000 € 50 000 € 100 000 € 500 000 Bod van de bank € 43 000</p> <p>Enveloppen geopend in ronde 2: € 0,01 € 1 € 500 € 40 000 € 5 000 000 Bod van de bank € 71 500</p> <p>Enveloppen geopend in ronde 3: € 50 € 5 000 € 30 000 € 250 000 Bod van de bank € 162 000</p> <p>Enveloppen geopend in ronde 4: € 20 € 1 000 000 € 2 500 000 Bod van de bank € 139 000 Bod geaccepteerd</p> <p>Bedrag in de eigen envelop € 2 000 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 1: € 0,20 € 0,50 € 20 € 10 000 € 100 000 € 5 000 000 Bod van de bank € 24 000</p> <p>Enveloppen geopend in ronde 2: € 5 € 40 000 € 750 000 € 1 000 000 € 2 000 000 Bod van de bank € 29 000</p> <p>Enveloppen geopend in ronde 3: € 50 € 30 000 € 250 000 € 2 500 000 Bod van de bank € 18 000</p> <p>Enveloppen geopend in ronde 4: € 10 € 1 000 € 50 000 Bod van de bank € 32 000 Bod geaccepteerd</p> <p>Bedrag in de eigen envelop € 100</p>

Spel 6	Spel 7
<p>Enveloppen geopend in ronde 1: € 0,50 € 10 € 20 € 1 000 € 5 000 € 100 000 Bod van de bank € 75 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 1: € 0,50 € 500 € 5 000 € 50 000 € 250 000 € 2 500 000 Bod van de bank € 38 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 2: € 10 000 € 30 000 € 40 000 € 500 000 € 750 000 Bod van de bank € 145 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 2: € 1 € 5 € 10 € 20 000 € 750 000 Bod van de bank € 101 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 3: € 0,01 € 50 € 100 € 50 000 Bod van de bank € 335 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 3: € 20 € 2 500 € 100 000 € 2 000 000 Bod van de bank € 157 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 4: € 1 € 20 000 € 1 000 000 Bod van de bank € 575 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 4: € 100 € 30 000 € 5 000 000 Bod van de bank € 88 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 5: € 250 000 € 2 000 000 Bod van de bank € 710 000 Bod geaccepteerd</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 5: € 0,01 € 50 Bod van de bank € 162 000</p>
	<p>Envelope opened in round 6: € 1 000 000 Bod van de bank € 85 000 Bod geaccepteerd</p>
<p>Bedrag in de eigen envelop € 2 500 000</p>	<p>Bedrag in de eigen envelop € 1 000</p>

Spel 8	Spel 9
<p>Enveloppen geopend in ronde 1: € 0,01 € 50 € 5000 € 40 000 € 750 000 € 5 000 000 Bod van de bank € 23 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 1: € 1 € 10 € 5 000 € 30 000 € 2 500 000 € 5 000 000 Bod van de bank € 17 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 2: € 1 € 500 € 1 000 € 30 000 € 50 000 Bod van de bank € 58 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 2: € 0,20 € 0,50 € 5 € 500 € 10 000 Bod van de bank € 50 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 3: € 5 € 10 € 100 € 100 000 Bod van de bank € 150 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 3: € 20 € 2 500 € 100 000 € 750 000 Bod van de bank € 91 000</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 4: € 20 € 2 500 € 500 000 Bod van de bank € 261 000</p>	<p>Enveloppen geopend in ronde 4: € 50 € 100 € 250 000 Bod van de bank € 173 000 Bod geaccepteerd</p>
<p>Enveloppen geopend in ronde 5: € 0,50 € 2 500 000 Bod van de bank € 261 000</p>	
<p>Envelope opened in round 6: € 10 000 Bod van de bank € 377 000 Bod geaccepteerd</p>	
<p>Bedrag in de eigen envelop € 0,20</p>	<p>Bedrag in de eigen envelop € 50 000</p>