

Let's play Darts

finale opdracht voor de

Alympiade 2006

Garderen,
17 en 18 maart 2006

WERKWIJZER FINALE WISKUNDE A-LYMPIADE 2006

VOORAF:

- Lees eerst de volledige tekst van de opdracht door zodat je weet wat je dit weekend allemaal te doen staat.
- De onderdelen A, B en C hoeven *niet* in deze volgorde uitgevoerd te worden. Voor onderdeel B moet ieder teamlid honderd keer darts gooien. Vergeet niet je team op de intekenlijst te zetten!
- Verdeel de taken waar mogelijk en overleg indien nodig.
- Bij de eindopdracht is het belangrijk dat je jullie kinderbord en de spelregels volledig beschrijft en je keuzes beargumenteert.

TIJDSPLANNING:

- Op vrijdagmiddag (vanaf na de lunch tot voor het 'happy hour') kun je pijltjes gooien in de centrale ruimte (onderdeel B). Vergeet niet in te tekenen hiervoor!
- Bewaak je tijd bij het werken aan de verschillende onderdelen.
- Houd genoeg tijd over voor het voorbereiden van je posterpresentatie op zaterdag!
- Zaterdagmiddag om 14 uur moet je je verslag inleveren.

INLEVEREN:

De uitgewerkte antwoorden van alle onderdelen. Zorg er voor dat alle informatie die op je poster staat, ook in je werkstuk zit!

De jury krijgt kopieën van jullie werk. Die kopieën moeten uiteraard goed leesbaar zijn. Schrijf daarom met zwarte pen en print alleen op A4-formaat. Tekeningen die mee ingeleverd worden moeten ook goed kopieerbaar zijn en kunnen daarom ook beter niet met potlood gemaakt worden.

BEOORDELING:

Bij de beoordeling wordt onder andere gelet op:

- de volledigheid van de antwoorden op de verschillende onderdelen;
- het gebruik van wiskunde;
- de gebruikte argumentatie en de verantwoording van de gemaakte keuzes;
- de diepgang waarmee de verschillende opdrachten worden beantwoord;
- de wijze waarop het geheel gepresenteerd wordt: vorm, leesbaarheid, (kopieerbare) illustraties enzovoort;
- de originaliteit en creativiteit.

Van alle onderdelen telt de eindopdracht (onderdeel D) het zwaarst mee. Hierbij wordt ook gelet op de relatie die je legt met de resultaten uit delen A, B en C.

Let's play Darts!

JELLE KLAASSEN NIEUWE DARTKONING

Jelle Klaassen mag zich een jaar lang wereldkampioen van de BDO-bond noemen. In een bloedstollende finale rekende de pas 21-jarige debutant met 7-5

In de daaropvolgende sets ontspoon zich een zenuwslopend gevecht, waarin om elke leg tot de laatste pijl gestreden werd. Tot 5-5 ging de strijd gelijk op, maar door



af met favoriet en titelverdediger Raymond van Barneveld.

Gedurende het toernooi toonde Klaassen zich al een zeer koele kikker en ook in de finale leken de omstandigheden geen vat op hem te krijgen. De Alphenaar zat direct in zijn ritme en won de eerste twee sets.

'Barney', die zijn idool en vijfvoudig winnaar Eric Bristow in de zaal wist, had zijn zenuwen pas in de derde set in bedwang. De titelverdediger wenste zijn heerschappij niet direct op te geven en won de volgende zeven legs.

de elfde set te winnen, waarin Van Barneveld was begonnen, bevond Klaassen zich ineens in een uitstekende positie.

Met een 2-1 voorsprong in legs op zak, sloeg de 'Young Matador' bij de eerste de beste gelegenheid toe. Met een 100+ finish greep hij de titel en werd hij de jongste winnaar ooit.

"Dit had ik niet verwacht", stamelde de winnaar na afloop. "Barney miste enkele dubbels en ik kon profiteren. Voor mij is hij nog steeds de nummer één."

Bron: <http://www.nos.nl/nosstudiosport>

Een sensatie op het Lakeside darts toernooi: Jelle Klaassen verslaat als 21-jarige debutant de hele wereldtop! Tijdens dit toernooi, dat wordt beschouwd als het wereldkampioenschap voor professionele darts spelers, was een flink deel van de wereld (en in elk geval heel Nederland) in de ban van het darts-spel. Het is dan ook tijd voor een wiskundige beschouwing van het darts-spel.

De Opdracht

De finaleopdracht van de wiskunde Olympiade 2005/2006 gaat dus over het darts-spel. De opdracht bestaat uit vier delen:

Deel A: spelregels en spelverloop

waarin je onderzoekt hoe een spel kan verlopen met de bestaande spelregels

Deel B: het gooien

waarin je uitzoekt of het patroon van de worpen een maat kan zijn voor de kwaliteit van de werper, en waarin je je eigen kwaliteit als darter bepaalt

Deel C: de getallen op het bord

waarin je te weten komt met welke redenen en door wie de verdeling van de getallen over het bord is bedacht

Deel D: eindopdracht

waarin je zelf een 'kinderbord' ontwerpt

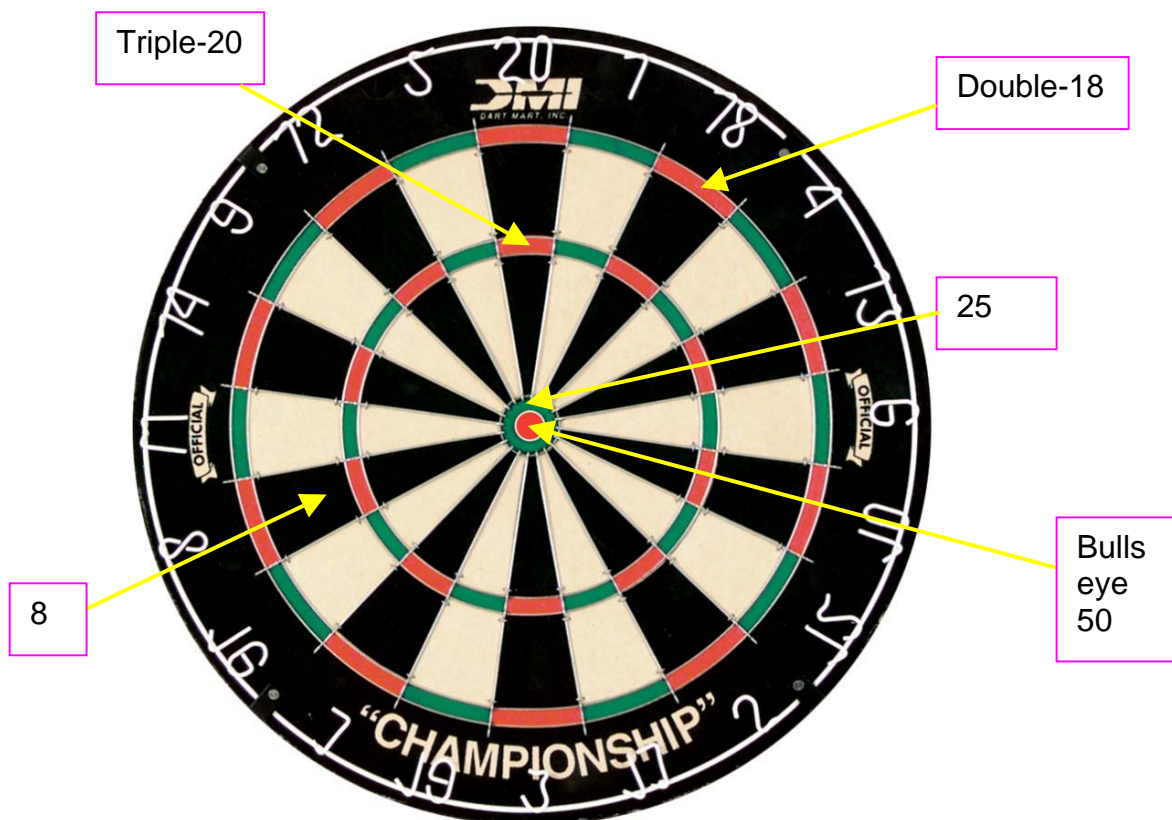
Deel A: spelregels en spelverloop

Er zijn verschillende spelvarianten bij darts. De meest gebruikte wedstrijdvariant is de variant die 501 genoemd wordt. De spelregels van de variant 501 zijn in grote lijnen als volgt:

- Twee spelers spelen tegen elkaar.
- Beiden beginnen met een gelijk aantal punten: 501.
- Om de beurt gooien de spelers drie pijlen (ofwel darts) met de bedoeling zo veel mogelijk punten te verzamelen; na elke geworpen dart wordt het aantal behaalde punten van het totaal (bij het begin dus 501) afgetrokken.
- Na drie darts wisselt de beurt.
- Winnaar is degene die als eerste op nul punten eindigt.

Hoe haal je punten?

Hieronder zie je het standaard dartbord zoals dat bij wedstrijden wordt gebruikt:



- Gooi je een dart in de witte of zwarte vakken in de taartpunt van een getal op het bord dan krijg je dat aantal punten, bijvoorbeeld 8.
- Een dart in de buitenste groen-rode ring ('double' ring), wordt dubbel geteld. Bijvoorbeeld: een dart in de buitenste ring bij 18 telt als $2 \times 18 = 36$ punten.

- Gooi je een dart in de groen-rode binnenste ring ('triple' ring), dan wordt het getal drie keer geteld. Bijvoorbeeld: een dart in de binnenste ring bij 20 telt voor $3 \times 20 = 60$ punten.
- Het centrum van het bord, de kleine rode cirkelschijf, heet 'bulls eye'. De bulls eye telt voor 50 punten.
- De kleine groene ring die direct om de bulls eye heen zit, wordt de 25-ring genoemd. Een dart die daar terecht komt, telt voor 25 punten.

De puntentelling en het einde van het spel

Het gegooid aantal punten met elke dart wordt direct van 501 afgetrokken, zodat er een nieuw saldo ontstaat.

Het spel kan alleen worden beëindigd met een 'double' of met een worp in de bulls eye. Heeft een speler bijvoorbeeld 40 punten over, dan kan hij het spel beëindigen door een double-20 te gooien. Mist hij de double en gooit hij met zijn eerste dart een enkele 20, dan blijft voor de tweede dart double-10 over om te winnen. Mist hij deze ook, dan blijft voor de derde en laatste dart double-5 als laatste mogelijkheid over om met deze beurt te winnen.

Gooit een speler méér dan de vereiste double om te winnen, dan vervalt de beurt, blijft het aantal punten staan en gaat de tegenstander verder. Staat een speler bijvoorbeeld op 10 punten en gooit hij een double-12, dan vervalt de beurt en blijft de speler op 10 punten staan.

Ook als een speler met een worp op 1 punt uit zou komen, vervalt zijn beurt en blijft het aantal punten staan. Staat een speler bijvoorbeeld op 40 punten en gooit hij een triple-13, dan vervalt zijn beurt en blijft hij op 40 punten staan. De tegenstander gaat dan verder.

Het is dus zaak, zeker voor een speler met enige ervaring, te weten welke mogelijkheden er bij verschillende standen zijn om een partij snel met een double of een bulls eye te beëindigen.

Check-out

Degene die als eerste in totaal 501 punten heeft gegooid volgens de bovenstaande spelregels, en daarmee precies op nul uitkomt, is de winnaar. Vanaf een zekere tussenstand kun je als je aan de beurt bent het spel in die éne beurt beëindigen. Vergeet niet: je hebt per beurt drie darts ter beschikking. In vaktermen heet deze situatie een 'check-out'.

opdracht 1

In het snelste spelverloop heeft de winnaar 9 pijlen nodig om te winnen. Geef alle mogelijke spelverlopen bij de bestaande spelregels met 9 pijlen die 501 punten opleveren.

opdracht 2

Jelle Klaassen eindigde zijn finalepartij met een 100+ check-out (dat is dus een check-out van meer dan 100 punten)

Geef alle 100+ check-outs die mogelijk zijn, en een manier om ze te gooien. Verwerk hierin ook je antwoord van opdracht 1.

opdracht 3

Er bestaan lijsten van alle mogelijke check-outs. Ervaren darters lijken al die mogelijkheden uit hun hoofd te kennen. Maar ook bij ervaren darters komt de dart wel eens in een vakje terecht dat eigenlijk niet gepland was...

Hieronder zie je een deel van een check-out-lijst. Zo'n lijst geeft de check-out met twee darts zodat je, als de eerste dart verkeerd terecht komt, nog kunt overschakelen naar een nieuwe combinatie.

107	Triple 19	Bulls eye	90	Triple 20	Double 15
104	Triple 18	Bulls eye	89	Triple 19	Double 16
101	Triple 17	Bulls eye	88	Triple 20	Double 14
100	Triple 20	Double 20	87	Triple 17	Double 18
98	Triple 20	Double 19	86	Triple 18	Double 16
97	Triple 19	Double 20	85	Triple 15	Double 20
96	Triple 20	Double 18	84	Triple 20	Double 12
95	Triple 19	Double 19	83	Triple 17	Double 16
94	Triple 18	Double 20	82	Bulls eye	Double 16
93	Triple 19	Double 18	81	Triple 15	Double 18
92	Triple 20	Double 16	80	Triple 20	Double 10
91	Triple 17	Double 20			

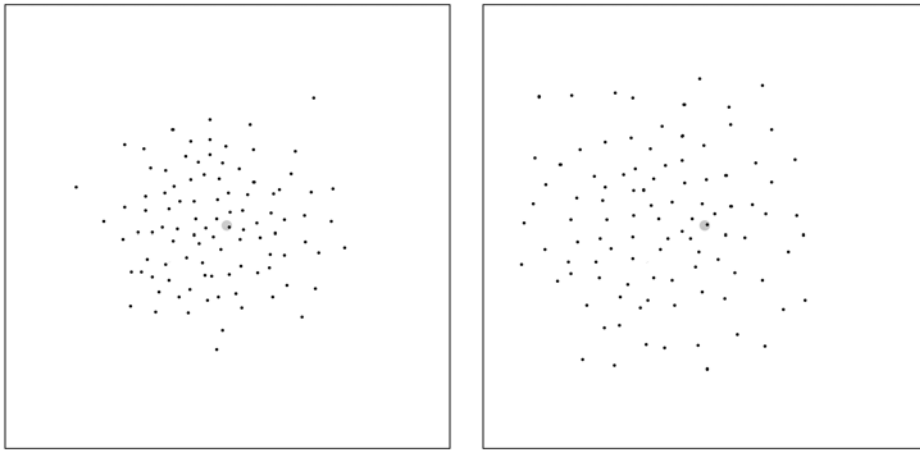
Van deze lijst wordt gezegd dat hier de optimale mogelijkheden in vermeld staan om verder te gaan voor het geval je eerste dart zijn geplande doel mist. Onderzoek welke criteria gehanteerd zijn om deze 'optimale mogelijkheden' te bepalen. Stel zelf aan de hand van de gevonden criteria zo'n lijst samen voor de check-outs van 79 t/m 60.

Deel B: het gooien

Een goede darter gooit natuurlijk vaak precies daar waar hij wil. Bij het bedenken van het darts-spel en het dartbord is er waarschijnlijk van uit gegaan dat de missers 'normaal' verdeeld liggen rond het mikpunt. Van ervaren, goede spelers mag je verwachten dat er meer pijlen in of in de buurt van het doel komen. Maar hoe zijn de worpen verdeeld? Heeft iedere darter misschien een afwijking naar boven of naar beneden? Linkshandigen naar links, rechtshandigen naar rechts of omgekeerd?

Goede mikkers

Twee personen hebben ieder honderd keer op een vast punt (bijvoorbeeld de bulls eye) gemikt. In de plaatjes zie je waar de pijlen terecht kwamen.



Je kunt je bij die plaatjes van alles afvragen: Welke speler gooit beter? En hebben de spelers ook afwijkingen in hun gooi patroon?

In de volgende opdrachten ga je op zoek naar een methode om aan de hand van dit soort figuren te bepalen:

- de 'doelgerichtheid': hoe 'goed' een speler is in het raken van zijn doel en
- de 'afwijking': heeft de speler een 'afwijking', welke en hoe groot die is.

opdracht 4

Ontwerp een methode om de 'doelgerichtheid' en de 'afwijking' uit zo'n stippenpatroon af te leiden. Je moet ze beide in een getal weergeven, met een schaalverdeling erbij, waarmee je de getallen kunt interpreteren. Op de werkbladen vind je een viertal stippenpatronen die je bij het ontwerpen kunt gebruiken. (Extra kopieën van de werkbladen zijn beschikbaar). Beschrijf je methode zó dat iedereen zijn eigen 'doelgerichtheid' en 'afwijking' met deze methode kan bepalen.

Hoe goed mik jij?

Hoe goed kun je zelf mikken, volgens je eigen methode?
Ieder teamlid gaat aan de hand van experimentele gegevens (zelf gooien dus) zijn of haar 'doelgerichtheid' en 'afwijking', de dart-maten, bepalen.

opdracht 5

Ga naar de centrale ruimte en gooi ieder honderd keer op het mikpunt op het vel papier dat je krijgt.

Markeer de gaatjes met een dikke stift en maak digitale foto's voor in je verslag. (Eventueel kun je deze foto's door de organisatie laten maken).

Pas, als dat nodig is, jullie methode aan. Geef dan duidelijk uitleg over het hoe en waarom van die aanpassing!

Deel C: de getallen op het bord

Waarom is het dartbord zoals het is? Wie heeft deze volgorde van de getallen bedacht? In het volgende artikel vind je daar wat achtergrondinformatie over.

WHY ARE THE NUMBERS ON A DARTBOARD IN THE ORDER THEY ARE?

This is probably the most asked question about the origins of the modern game. Who was the devious person who structured the segments of the dartboard in such a frustrating manner?

The man who is credited with the 'invention' of the numbering sequence of the modern standard dartboard is BRIAN GAMLIN. Gamlin was a carpenter from Bury in the County of Lancashire, England and came up with the infuriating sequence in 1896, at the age of 44. He died in 1903 before he could patent the idea.

In those days many working men – and in particular those with carpentry skills – manufactured dartboards out of elm or poplar wood as a sideline. This cottage industry was later prevalent across the North of England, the Midlands and the South East as darts grew in popularity from the mid-1920s onwards. The reason for producing dartboards at home, or more properly in the garden shed, was to sell the boards to local pubs, thereby supplementing the family income. However, more often than not, this income never found its way home at all. Dartboards were exchanged for credit in the local pub or money earned would find its way back over the bar.

The numbering of a standard dartboard is designed in such a way as to cut down the incidence of 'lucky shots' and reduce the element of chance. The numbers are placed in such a way as to encourage accuracy. That's it. Pure and simple. The placing of small numbers either side of large numbers e.g. 1 and 5 either side of 20, 3 and 2 either side of 17, 4 and 1 either side of 18, punishes inaccuracy. Thus, if you shoot for the 20 segment, the penalty for lack of accuracy or concentration is to land in either a 1 or a 5.

There are 2,432,902,008,176,640,000 different possible arrangements of the 20 segments on a standard dartboard so it is perhaps a little surprising that Gamlin's arrangement of the numbers is almost perfect.

Gamlin himself is an enigma. Like the lost court records in the case of William 'Bigfoot' Annakin, there is a vital piece of information in the Gamlin story that is missing. Despite the most thorough of searches no record can be found of Gamlin's death in 1903. Looking three years either side, for both counties of Lancashire and Suffolk reveal no one of that name terminating at that time. However, the answer may be that this is because Gamlin was on the move.

The Daily Mirror in 1992 was asked the question "Who decided the numbers on a dartboard should be so jumbled and why?" The reply read:

"Brian Gamlin of Bury, Lancs, introduced the odd numbering system in our fairgrounds in 1896, boasting "No Skill Required". Drunks had no chance, as a test of sobriety, the darts game 'round the clock' (in which players have to score with darts in numerical order) became a great success".

So this is why his death cannot be traced. If Gamlin was a showman then, sure, he would be on the road for at least six months of the year. It makes a lot of sense for the idea to have come from within the fairground community. They were the primary cause of the importation of so many 'French darts' which have, over the years become known as 'fairground darts'. Darts has been a feature of fairground sidestuff from the mid-19th century onwards, so who better than a showman – always looking for new ways of attracting punters – to come up with this devious numbering arrangement?

Note: For those new to the game of darts the left-hand side of the dartboard is recommended as there are proportionately more high numbers grouped there, i.e. 16, 8, 11, 14, 9 and 12. No huge scores can be guaranteed with this tactic, but at least you'll never hit 5's or 1's. (At least that's the theory!) This side of the dartboard is known as the 'married man's side' because married men always play safe!

Een fascinerende zin in dit betoog is deze:

There are 2,432,902,008,176,640,000 different possible arrangements of the 20 segments on a standard dartboard so it is perhaps a little surprising that Gamlin's arrangement of the numbers is *almost* perfect.

opdracht 6

Onderzoek door een berekening of dat getal 2,432,902,008,176,640,000 klopt.

Buurverschillen

Gamlin wilde 'missers' zoveel mogelijk benadelen, vandaar dat naast een hoge waarde (bijvoorbeeld 20) steeds twee lage waarden (in dit geval 5 en 1) zitten. De 'buurverschillen' zijn steeds zo groot mogelijk. Bij het perfecte bord volgens dit criterium is de som van alle buurverschillen maximaal. Het Gamlinbord is een 198-bord (dat is dus een bord waarbij de som van alle buurverschillen 198 is). Het Gamlinbord is daarmee een *bijna* perfect bord, volgens dit criterium: het maximum is dus *niet* 198.

opdracht 7

Onderzoek wat het maximum voor de som van de buurverschillen is. Hoeveel echt verschillende perfecte borden kun je maken? Geef hier een duidelijke redenering.

opdracht 8

Niet aardig van die Gamlin om missers zoveel mogelijk te af te straffen. Ontwerp daarom ook een bord waarin de som van alle buurverschillen minimaal is en leg uit hoe je dit gevonden hebt.

DEEL D: eindopdracht

Gamlin heeft, zoals gezegd, de buurverschillen als criterium gebruikt voor het maken van zijn bord. Maar je kunt natuurlijk ook andere criteria gebruiken om een optimaal bord te maken.

In deze eindopdracht ga je een speciaal bord voor kinderen ontwerpen: het kent alleen de getallen 1 tot en met 10.

Gebruik alles wat je in de eerdere opdrachten hebt onderzocht en ontdekt. De bedoeling is dat je eerst je criteria formuleert en vervolgens je bord daarbij ontwerpt. Het hoeft in de verste verte niet meer op een Gamlinbord te lijken...

Daarnaast horen er bij dit bord ook spelregels. Stel ze op en analyseer de mogelijke spelverlopen bij jullie bord grondig, lever daarbij bijvoorbeeld ook lijsten van check-outs. Hoe zit het met de kansen van goede en minder goede mikkers?

Je levert dus een kinderbord, met achtergronden bij het ontwerp; spelregels en spelverlopen en wat je verder relevant vindt dat de spelers en beoordelaars moeten weten.

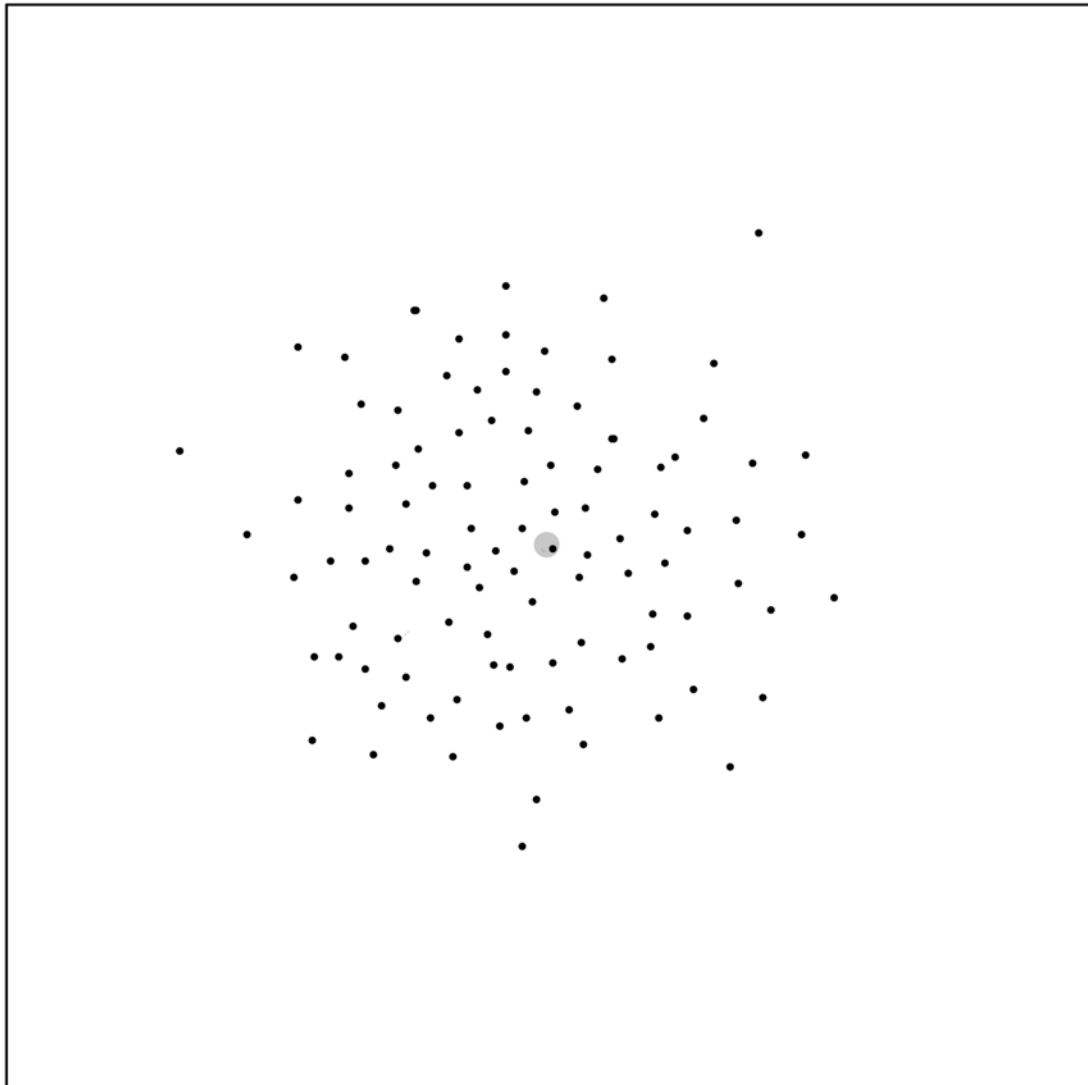
presentatie

Zaterdagmiddag worden de resultaten gepresenteerd.

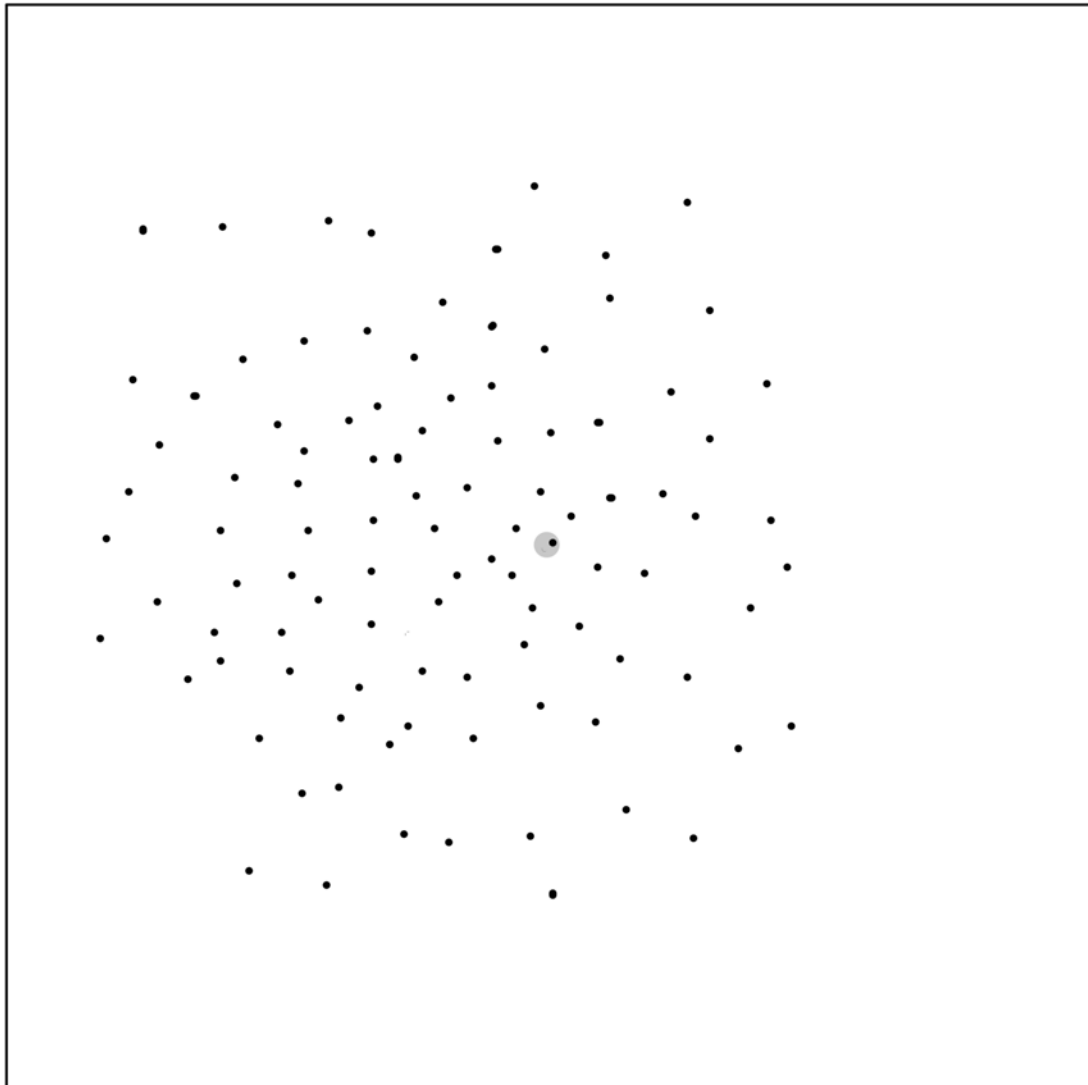
Maak voor deze presentatie een poster waarop je het ontworpen kinderbord afbeeldt, de spelregels en de belangrijkste aspecten van het ontwerp.

De tekst op de poster moet in het Engels.

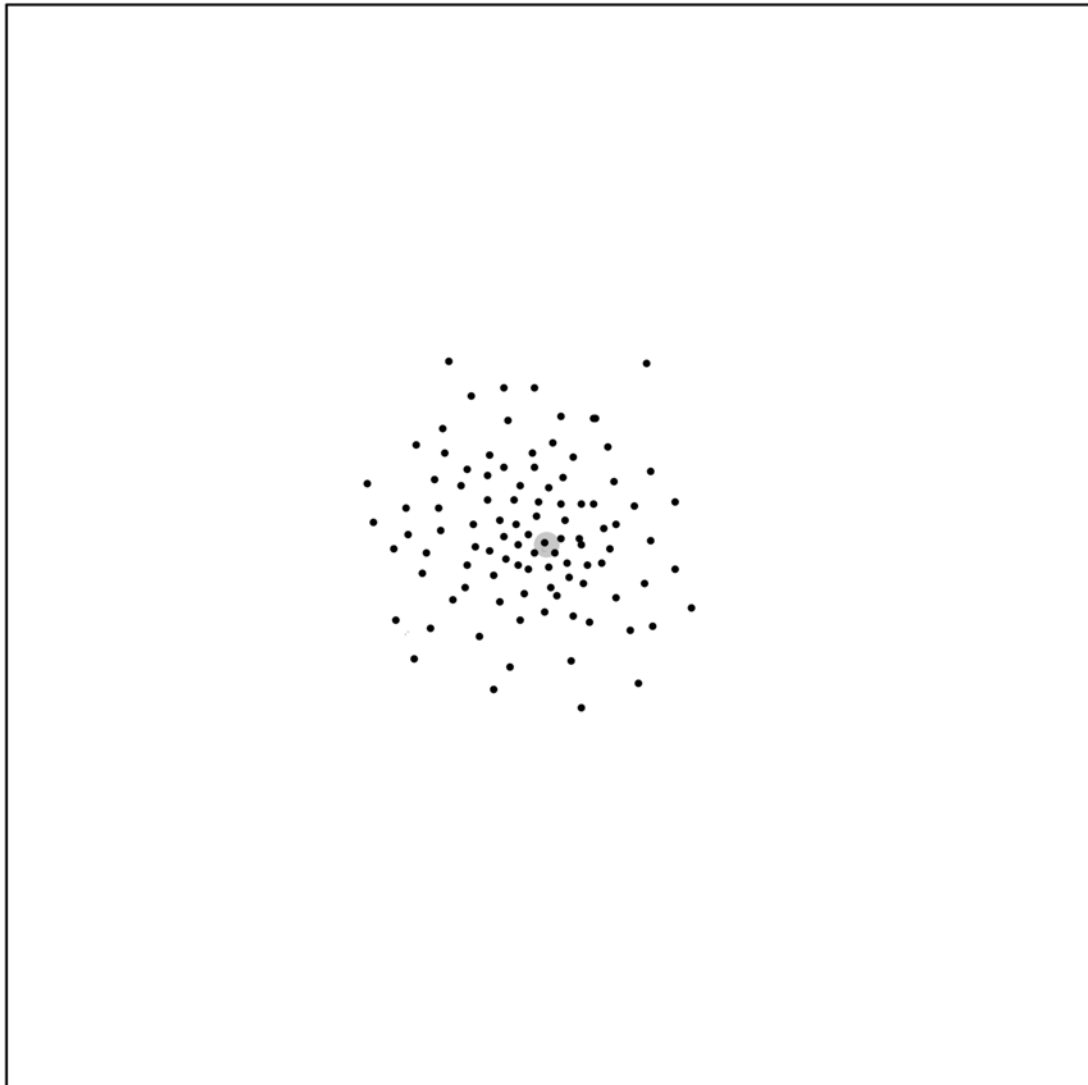
Werkblad 1



Werkblad 2



Werkblad 3



Werkblad 4

