

WiTje Ducci rijtjes

Opdracht:

Onderzoek wat er gebeurt voor andere rijtjes van vier getallen bij herhaald toepassen van de verschilstep, en formuleer een vermoeden. Het vermoeden in het algemeen bewijzen is best een uitdaging! Kijk eerst naar rijtjes met alleen nullen en enen.

Begin met een rijtje van vier gehele positieve getallen, bijvoorbeeld 3, 7, 2, 7. Maak een volgend rijtje door de absolute verschillen te nemen, bijvoorbeeld $|3 - 7|$, $|7 - 2|$, $|2 - 7|$, $|7 - 3|$, oftewel 4, 5, 5, 4. Je kunt dat nogmaals doen, dan krijg je 1, 0, 1, 0. Neem je nogmaals het verschil, dan krijg je 1, 1, 1, 1, gevolgd door 0, 0, 0, 0. In het algemeen, gaat een rijtje a_1, a_2, a_3, a_4 onder de *verschilstep* over in het rijtje $|a_1 - a_2|, |a_2 - a_3|, |a_3 - a_4|, |a_4 - a_1|$. Deze rijtjes heten *Ducci-rijtjes*, genoemd naar de Italiaanse wiskundige Enrico Ducci (1864 - 1940).

Onderzoek wat er gebeurt voor andere rijtjes van vier getallen bij het herhaald toepassen van de verschilstep, en formuleer een vermoeden. Het vermoeden in het algemeen bewijzen is best een uitdaging! Kijk eerst eens naar rijtjes met alleen nullen en enen.

Je kunt ook rijtjes van drie getallen bekijken:
 $4, 5, 8 \rightarrow 1, 3, 4 \rightarrow 2, 1, 3 \rightarrow 1, 2, 1 \rightarrow 1, 1, 0 \rightarrow 0, 1, 1 \rightarrow 1, 0, 1 \rightarrow 1, 1, 0$. Deze rijtjes geraken in een lus.

Onderzoek wanneer rijtjes uitdoven en wanneer ze in een lus raken.

