

## Hand-outs voor docenten

### Inhoud

1	Stellingen over toetsen .....	2
2	Regels voor formatieve toetsing .....	3
3	Denkpatronen zichtbaar maken.....	5
4	Toetsingsopdrachten en voorbeeldantwoorden .....	6
4	Toetsingsopdrachten en voorbeeldantwoorden (vervolg) .....	9
4	Toetsingsopdrachten en voorbeeldantwoorden (vervolg) .....	12
	De antwoorden van leerlingen verbeteren door het stellen van vragen.....	16
6	Mogelijke vragen.....	19
7	Toetsingsopdrachten en voorbeeldantwoorden bij begrippen .....	20
8	Misverstanden en fouten: Onderzoeksresultaten .....	24
9	Hand-out 9: een lesplan bij formatieve toetsing.....	26
10	Het effect van feedback op het leren.....	31

## 1 Stellingen over toetsen

Gebaseerd op Black en Wiliam (1998)<sup>1</sup>:

1. Toetsen moedigen leerlingen meestal aan om oppervlakkig uit het hoofd leren.
2. Van toetsvragen en –methodes wordt meestal niet kritisch bekeken wat zij daadwerkelijk toetsen.
3. Veelal wordt de kwantiteit van het werk benadrukt (hoeveel goed) en de kwaliteit in relatie tot een langer leerproces verwaarloosd.
4. Er worden methodes gebruikt waarbij leerlingen met elkaar vergeleken worden, waarbij het vooral lijkt te gaan om competitie en niet om persoonlijke groei. Dit heeft tot gevolg dat de leerlingen die minder presteren gaan geloven dat zij het nooit zullen leren en dat de excellente leerlingen zich niet meer laten uitdagen omdat ze toch wel een goed cijfer halen.
5. Leerlingen leren weinig van de feedback op hun toets (cijfer, fouten, commentaar, ...). Zodra ze hun cijfer hebben, zijn ze niet meer geïnteresseerd in schriftelijk commentaar of nabesprekingen.
6. De voornaamste rol van toetsen is het verzamelen van cijfers voor het rapport. Weinig tijd/aandacht is er voor analyse van het werk van leerlingen om daar achterstanden te identificeren en leerpotentieel zichtbaar te maken, en daarop feedback te geven en onderwijs op af te stemmen.

## 2 Suggesties voor formatieve toetsing

Formatieve toetsing kan omschreven worden als:

*“...alle activiteiten die ondernomen worden door docenten, en door leerlingen die hun eigen werk beoordelen, en informatie verschaffen die gebruikt kan worden als feedback om het lesgeven en de leeractiviteiten waarmee zij bezig zijn aan te passen. Deze evaluatie wordt ‘formatieve toetsing’ genoemd wanneer het bewijs daadwerkelijk gebruikt wordt om het lesgeven aan te passen aan de leerbehoeftes.*

*(Black & Wiliam, 1998 para, 91)*

### **Maak de lesdoelen duidelijk**

Deel de doelen van de les met de leerlingen en vraag de leerlingen van tijd tot tijd om te achterhalen of zij deze doelen kunnen halen.

*“Kom met een voorbeeld om mij te laten zien dat je de stelling van Pythagoras kent en begrijpt.”*

*“Deze les ging erom dat je erachter zou komen welke methodes je gaat gebruiken. Laat eens zien waar je dit hebt gedaan.”*

Sommige lessen gaan vooral om het snappen van begrippen terwijl andere lessen meer gaan over het ontwikkelen van onderzoeksvaardigheden. Wanneer het doel is om in klassikale setting onderzoeksvaardigheden te ontwikkelen, vraag leerlingen dan om hun aanpak te delen en te vergelijken in plaats van naar hun antwoorden.

### **Beoordeel zowel groepen als individuele leerlingen**

Groepsactiviteiten bieden vele kansen om te observeren, te luisteren en leerlingen vragen te stellen. Ze helpen om het denkproces zichtbaar te maken en geven de docent de mogelijkheid om snel te zien waar moeilijkheden zich voordoen.

### **Kijk en luister voordat u ingrijpt**

Voordat u ingrijpt in een groepsbespreking is het van belang eerst te wachten en te luisteren. Probeer achter de gedachtegangen te komen van de leerlingen.

### **Gebruik ook divergerende toetsingsmethodes (“Laat eens zien wat je weet van ...”)**

Convergerende toetsingsstrategieën worden meestal gebruikt voor aftekenlijsten en rapporten. De docent stelt gesloten vragen (meestal schriftelijk) om erachter te komen of een leerling een vooraf vastgesteld doel kent, begrijpt of beheerst.

Divergerende toetsing daarentegen maakt gebruik van open vragen die leerlingen de kans geven om hun denken en redeneren te omschrijven en uit te leggen. Deze vragen geven de leerlingen de kans om ons te verrassen - de uitkomst staat niet op voorhand vast.

### **Geef constructieve, nuttige feedback**

Onderzoek toont aan dat het geven van cijfers of niveaus aan het werk van leerlingen ineffectief is en zelfs het leerproces kan hinderen. Deze vorm van feedback leidt tot het vergelijken van cijfers of niveaus en leidt af van de primaire leerdoelen.

Gebruik ook kwalitatieve mondelinge en geschreven opmerkingen die leerlingen helpen te herkennen wat ze kunnen en wat ze moeten kunnen, en hoe ze het verschil tussen beide kunnen verkleinen.

### **Zorg voor flexibiliteit in uw lesplan**

Wees flexibel en bereid om uw lesplannen halverwege te veranderen naar aanleiding van wat u ontdekt met formatief toetsen.

Gebruik liever kwalitatieve mondelinge en geschreven opmerkingen die leerlingen helpen te herkennen wat ze kunnen en wat ze moeten kunnen, en hoe ze het verschil tussen beide kunnen verkleinen.

**Verander uw lesgeven door rekening te houden met beoordelingen**

Naast het geven van feedback aan leerlingen draagt een goede evaluatie bij aan het lesgeven. Wees flexibel en bereid om uw lesplannen halverwege te veranderen naar aanleiding van wat u ontdekt.

*Bewerkt uit: Improving Learning in Mathematics, Department for Education and Skills, 2005.*

### 3 Denkp Patronen zichtbaar maken

#### Gebruik bij het stellen van vragen mini-whiteboards

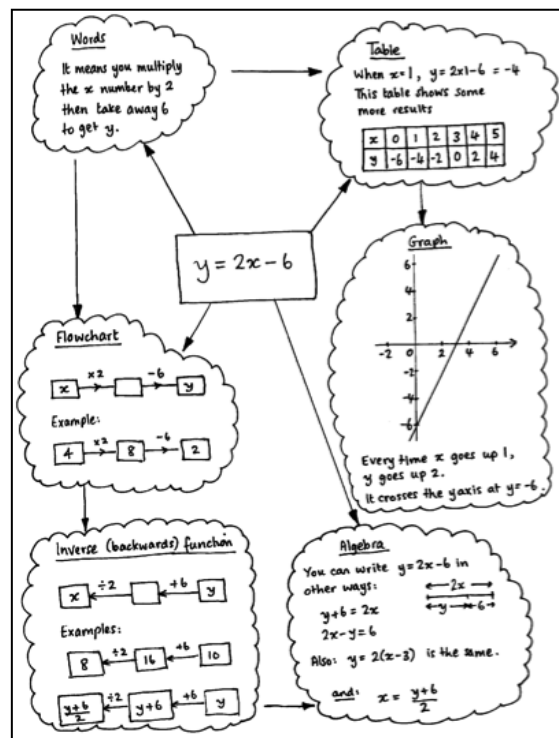
Bij het stellen van vragen in een normale klassensituatie is het lastige dat sommige leerlingen de boventoon voeren terwijl anderen terughoudend zijn om deel te nemen. Bij deze strategie tonen alle leerlingen tegelijkertijd hun antwoord. Bij het stellen van open vragen kan een leerling andere antwoorden geven dan zijn klasgenoten. De docent ziet direct welke leerlingen het idee begrijpen en welke er nog moeite mee hebben.



#### Vraag leerlingen om posters te maken

Vraag kleine groepen leerlingen om samen een poster te maken die:

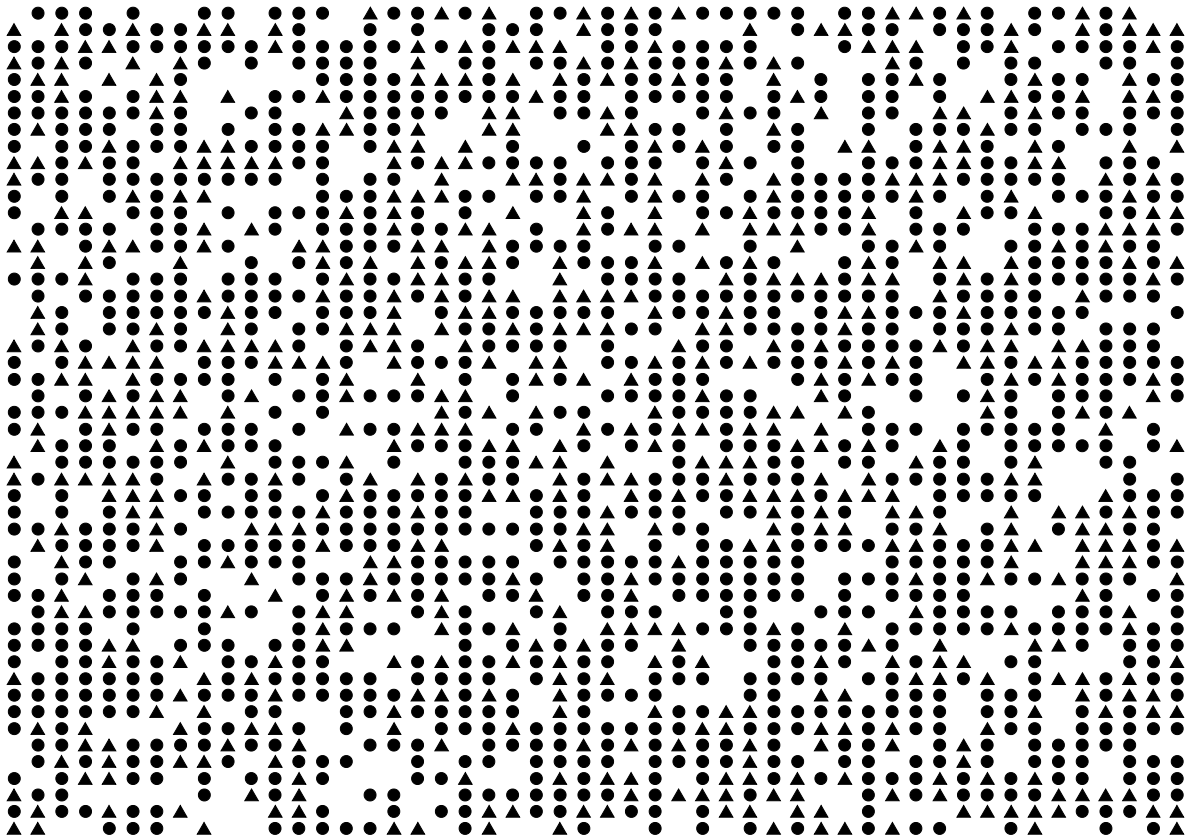
- hun gezamenlijke oplossing voor het probleem toont
- samenvat wat zij weten over een bepaald onderwerp, of
- twee verschillende manieren toont om een gegeven probleem op te lossen.
- de verbanden toont tussen een wiskundig begrip en andere gerelateerde begrippen.





Bewerkt uit: *Improving Learning in Mathematics, Department for Education and Skills, 2005.*

## 4 Toetsingsopdrachten en voorbeeldantwoorden

### Het tellen van bomen



Dit schema toont een aantal bomen in een plantage.

De cirkels  tonen oude bomen en de driehoeken  tonen jonge bomen.

Tom wil weten hoeveel bomen er van elke soort zijn, maar zegt dat het teveel tijd in beslag zou nemen om ze allemaal één voor één te tellen.

1. Welke methode zou hij kunnen gebruiken om het aantal bomen van elke soort te schatten?  
Leg jouw methode goed uit.
2. Gebruik op je werkblad jouw gekozen methode om van de volgende soorten het aantal te schatten:
  - (a) Oude bomen
  - (b) Jonge bomen

Voorbeeldantwoord: Laura

① You could multiply the number of trees in the length by the number of trees in the width and then half your answer.

② a. Old trees - 644  
Young trees - 644

width - 33       $33 \times 39 = 1287$   
length - 39       $1287 \div 2 = 643.5 = 644$

Voorbeeldantwoord: Jenny

1. there are 38 trees in each column  
there are around 11 young trees  
and around 27 old ones  
33 trees in each row so

$$11 \times 33 = 363$$

$$27 \times 33 = \begin{array}{r} 891 \\ \hline 1254 \end{array}$$

2.

a.  $11 \times 33 = 363 = \text{new trees.}$

b.  $27 \times 33 = 891 = \text{old trees.}$

Voorbeeldantwoord: Woody

2 columns has 21 young trees  
55 old trees

50 columns is approx  
 $50 \div 2 = 25$   
 $25 \times 21 = \text{amount of young trees} = 525$   
 $25 \times 55 = \text{amount of old trees} = 1,375$   
 rounded up

young 530  
old 1,380

Voorbeeldantwoord: Amber

Counting trees

- If Tom draws a 10x10 square round some trees and counts how many old and new there are. There are 50 rows and 50 columns altogether so he must multiply by 25. He could do this a few times to check and then take the average.
- |            |               |             |  |
|------------|---------------|-------------|--|
| 53 old     | $\times 25 =$ | 1325 old    |  |
| 28 new     | $\times 25 =$ | 700 new     |  |
| 19 spaces  | $\times 25 =$ | 475 spaces  |  |
| <u>100</u> |               | <u>2500</u> |  |

$1325 + 1200 \div 2 = 1262.5$   
 $700 + 875 \div 2 = 787.5$

check

48 old	$\times 25 =$	1200 old	So about 1263 old trees and 788 new trees
35 new	$\times 25 =$	875 new	
<u>17 spaces</u>	$\times 25 =$	<u>425 spaces</u>	
<u>100</u>		<u>2500</u>	



## 4 Toetsingsopdrachten en voorbeeldantwoorden (vervolg)

### Beveiligingscamera

Een winkeleigenaar wil winkeldiefstal voorkomen.

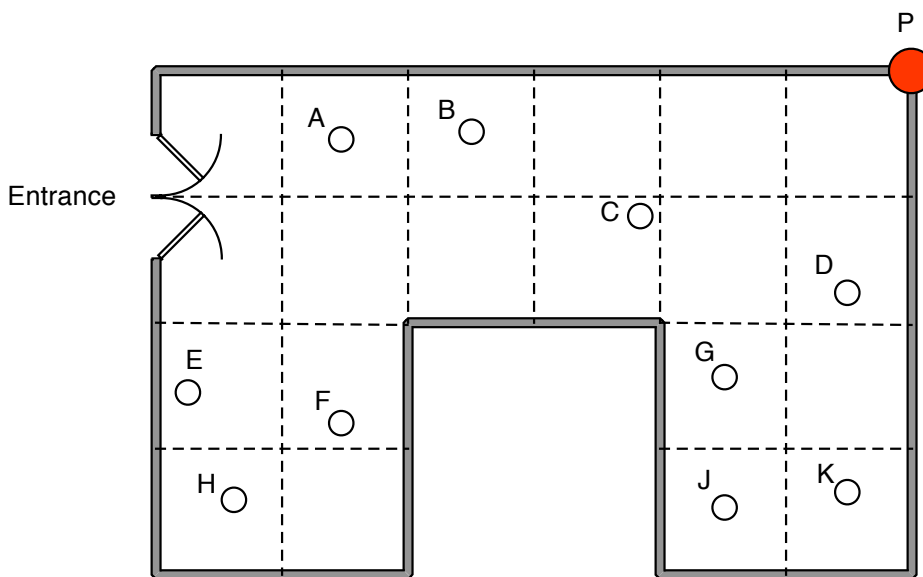
Hij besluit om een beveiligingscamera op te hangen aan het plafond van zijn zaak.

De camera kan 360° draaien.

De winkeleigenaar plaatst de camera op punt P, in de hoek van de winkel.

De plattegrond hieronder laat zien dat er tien mensen in de winkel zijn.

*Plattegrond van de winkel*



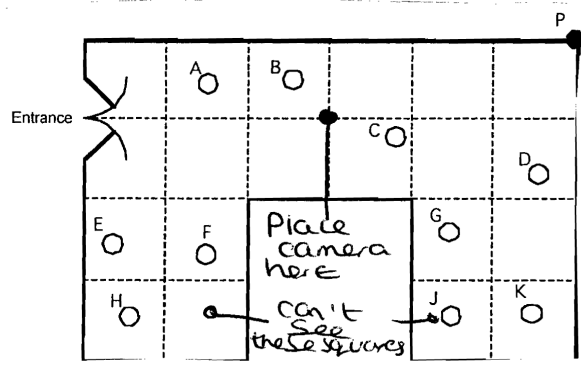
1. Welke mensen ziet de camera vanaf punt P niet?
2. De winkeleigenaar zegt dat "15% van de winkel buiten het zicht ligt van de camera"  
Toon duidelijk aan dat hij gelijk heeft.
3. (a) Laat zien wat de beste plek voor de camera is zodat het grootste deel van de winkel zichtbaar is.  
(b) Leg uit waarom je denkt dat dit de beste plek is voor de camera.

Voorbeeldantwoord: Max

1. E, F and H cannot be seen by the camera.  
 2.  
 3a. The exact middle of the shop would be the place where it could see the most amount of people.  
 3b. Because the middle of the shop will grant the camera a larger view of the shop.

Voorbeeldantwoord: Ellie

1. F + H  
 2. This is true because if there are 20 squared areas to make up the shop and 3 cannot be seen by the camera then that means the 3 squared areas would have to equal 15%. They do because if <sup>15%</sup> of the room = 100% then to get from 10 to 100 you divide by 10 and if you get 5 to 100 you divide by 2 and then by 10. add them together and you'll get 15%.  
 3a/b. I think the best place for the camera is in the centre of the room because it only can't see two squares.



Voorbeeldantwoord: Simon

1. F + H

2. because 3 squares are hidden from the camera  
1 square is 5% so 3 squares are 15%

3. a) Here is the best place  
b) it can see all the cars almost everywhere

Voorbeeldantwoord: Rhianna

1. He cannot see F + H.

2. There are 20 squares. 3 squares are hidden from the camera.  
Each square represents 5%.  
 $3 \times 5\% = 15\%$   
This proves 15% of the shop is hidden

3. a) 

● = R
My camera

 5% is hidden on one half.  
5% is hidden on the other half.  
This way only 10% is hidden + that space could be used for a til/trolleys.

b) I know this is the best place because it has a full view of all around the shop it can go

## 4 Toetsingsopdrachten en voorbeeldantwoorden (vervolg)

### Poezen en kittens

Deze poster is uitgegeven door een organisatie die zorgt voor zwerfkatten.

Bereken of dit aantal nakomelingen realistisch is.

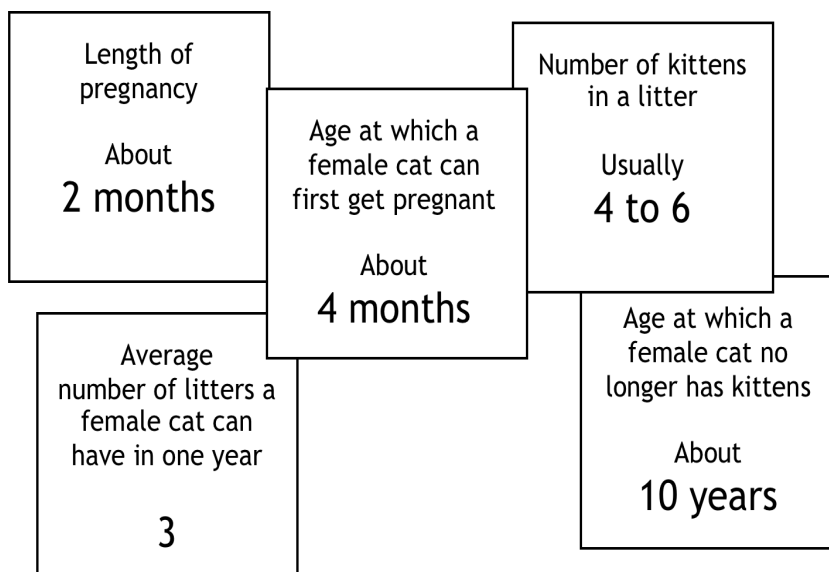
De volgende feiten zijn daarbij van belang:



*Katten kunnen niet optellen, maar zich wel vermenigvuldigen!*

**In slechts 18 maanden kan deze poes 2000 nakomelingen hebben.**

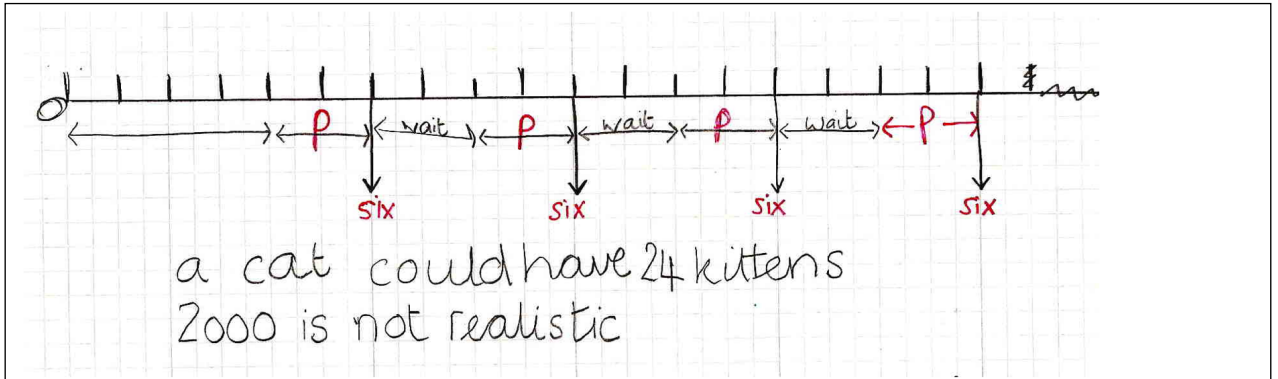
**Zorg ervoor dat uw poes geen kittens kan krijgen.**



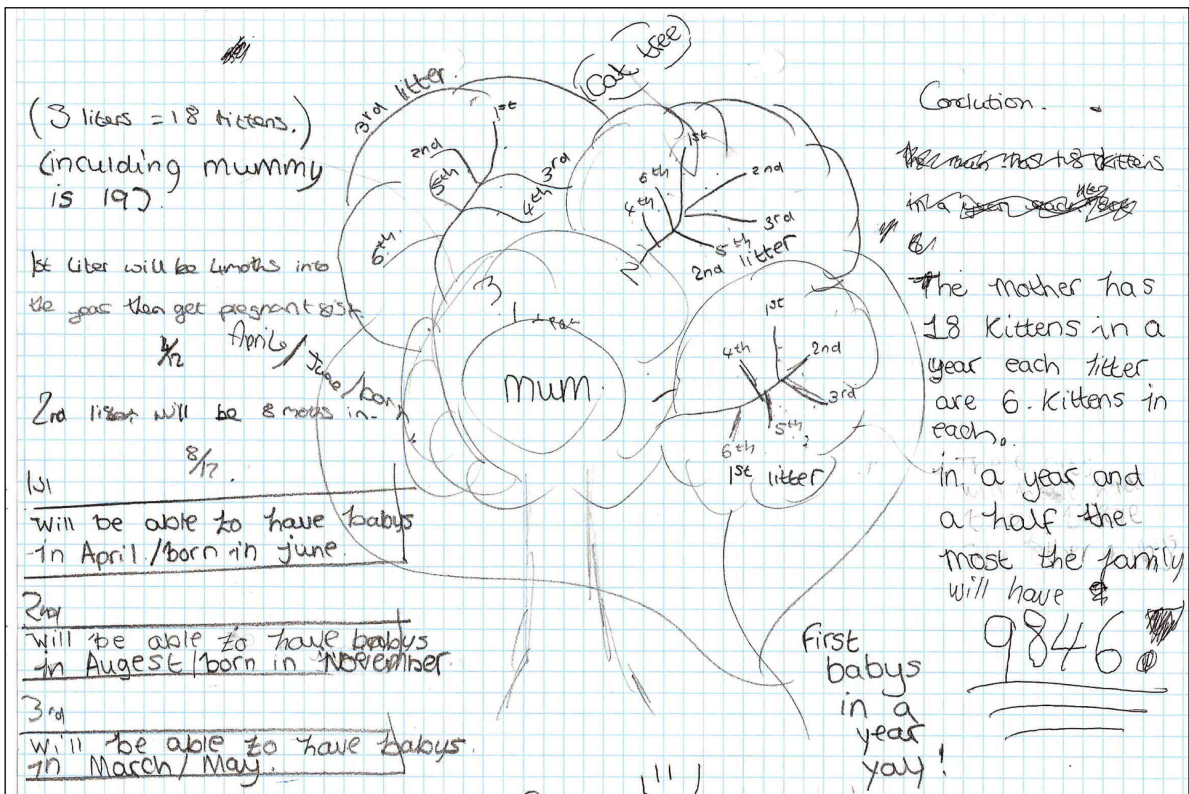
Duur van de zwangerschap, ongeveer 2 maanden, leeftijd waarop een poes voor het eerst zwanger kan raken, ongeveer 4 maanden, aantal kittens in een worp, meestal 4 tot 6, gemiddeld aantal worpen dat een poes kan hebben in één jaar, leeftijd waarop een poes geen kittens meer krijgt, ongeveer 10 jaar.



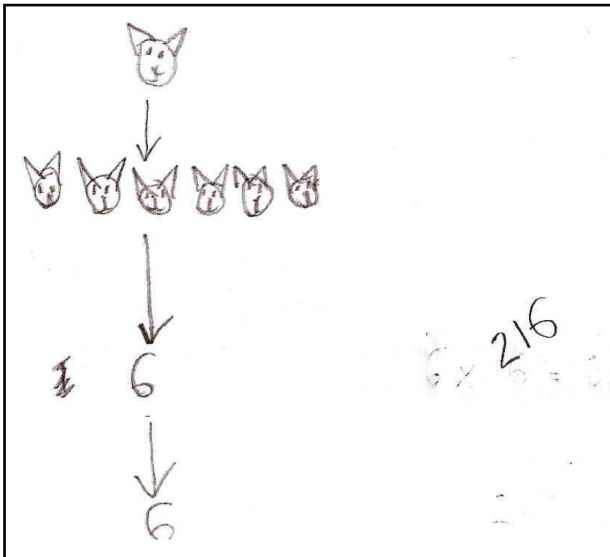
Voorbeeldantwoord: Alice



Voorbeeldantwoord: Ben



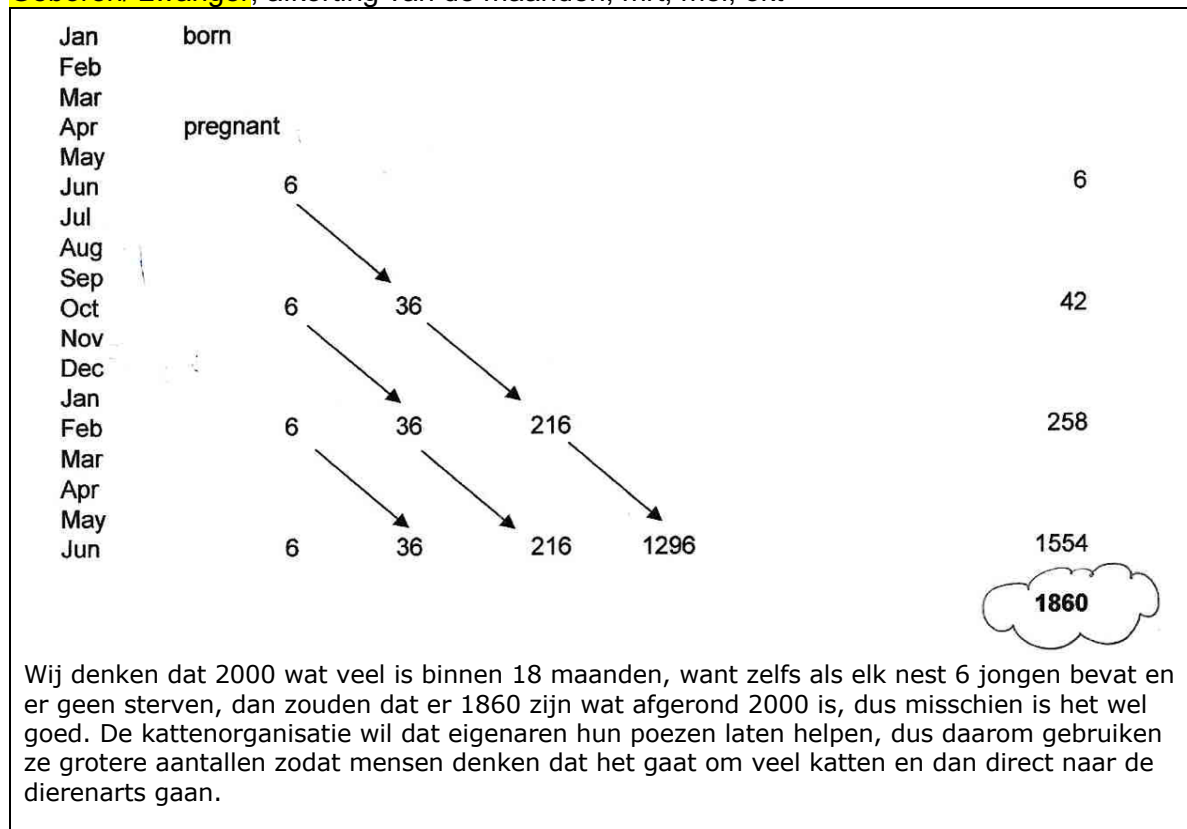
Voorbeeldantwoord: Wayne



Voorbeeldantwoord: Sally en Janet

Twee leerlingen werkten aan deze opdracht waarbij zij hun methodes bespraken en deelden. Zij maakten gebruik van een spreadsheet.

Geboren/ zwanger, afkorting van de maanden; mrt, mei, okt



## De antwoorden van leerlingen verbeteren door het stellen van vragen

### Het tellen van bomen

#### **Voorbeeldantwoord: Laura**

Laura probeert het aantal oude en jonge bomen te schatten door het aantal langs elke zijde van het gehele diagram te vermenigvuldigen en dan door twee te delen. Ze houdt geen rekening met lege plekken en realiseert zich ook niet dat er een ongelijke verdeling is over de soorten bomen.

*Welke vragen zou u Laura kunnen stellen om haar te helpen haar antwoord te verbeteren?*

#### **Voorbeeldantwoord: Jenny**

Jenny realiseert zich dat het nemen van een steekproef nodig is, maar ze vermenigvuldigt het aantal jonge bomen en oude bomen in de linker kolom met het aantal bomen in de onderste rij. Ze negeert daarbij de kolommen zonder bomen in de onderste rij zodat haar methode het totale aantal bomen onderschat. Ze houdt echter wel rekening met het verschillende aantal oude en nieuwe bomen.

*Welke vragen zou u Jenny kunnen stellen om haar te helpen haar antwoord te verbeteren?*

#### **Voorbeeldantwoord: Woody**

Woody gebruikt een steekproef van twee kolommen en telt het aantal oude en jonge bomen. Hij vermenigvuldigt ze dan met 25 (de helft van 50 kolommen) om tot een schatting te komen van het totale aantal.

*Welke vragen zou u Woody kunnen stellen om hem te helpen zijn antwoord te verbeteren?*

#### **Voorbeeldantwoord: Amber**

Amber kiest voor een representatieve steekproef en gaat daarmee aan de slag om tot een logisch antwoord te komen. Ze gebruikt evenredige redenering op de juiste wijze. Ze controleert haar werk terwijl ze verder gaat met het tellen van de lege plekken tussen de bomen. Haar werk is helder en goed te volgen.

*Welke vragen zou u Amber kunnen stellen om haar te helpen haar antwoord te verbeteren?*



## Beveiligingscamera

### **Voorbeeldantwoord: Max**

Max realiseert zich dat F en H niet zichtbaar zijn, maar denkt ten onrechte dat E niet zichtbaar is. Hij toont totaal geen onderbouwing voor zijn denkwijze en zijn latere opmerkingen zijn onjuist. Laura probeert het aantal oude en jonge bomen te schatten door het aantal langs elke zijde van het gehele diagram te vermenigvuldigen en dan door twee te delen. Ze houdt geen rekening met lege plekken en realiseert zich ook niet dat er een ongelijke verdeling is over de soorten bomen.

*Welke vragen zou u Max kunnen stellen om hem te helpen zijn antwoord te verbeteren?*

### **Voorbeeldantwoord: Ellie**

Ellie toont geen zichtlijnen om haar antwoord te onderbouwen. Ze zegt terecht dat F, H en 3 vierkanten niet zichtbaar zijn. Ze denkt echter misschien aan hele vierkanten in plaats van aan gebieden. Haar verdediging voor de 15% is niet compleet en matig toegelicht. Ze lijkt enigszins te begrijpen dat 5% een twintigste is en 10% een tiende.

*Welke vragen zou u Ellie kunnen stellen om haar te helpen haar antwoord te verbeteren?*

### **Voorbeeldantwoord: Simon**

Simon zegt terecht dat F en H niet zichtbaar zijn en 3 vierkanten = 15% van het gebied niet zichtbaar zijn. Het is echter mogelijk dat hij denkt dat 3 hele vierkanten verborgen zijn voor de camera. Hij onderzoekt de beste plek voor de camera en laat zien dat het midden van een zijde een goed plan is, maar hij onderzoekt dit niet verder. Er worden geen berekeningen getoond.

*Welke vragen zou u Simon kunnen stellen om hem te helpen zijn antwoord te verbeteren?*

### **Voorbeeldantwoord: Rhianna**

Rhianna zegt terecht dat F en H niet zichtbaar zijn en 3 vierkanten = 15% van het gebied niet zichtbaar zijn. Zij onderzoekt de beste plek voor de camera, en laat zien dat het midden van een zijde goed is. Rhianna toont duidelijke schema's met zichtlijnen en berekeningen die haar bevindingen onderbouwen.

*Welke vragen zou u Rhianna kunnen stellen om haar te helpen haar antwoord te verbeteren?*

## Poezen en kittens

### **Voorbeeldantwoord: Alice**

Alice koos ervoor om de opdracht aan te pakken met behulp van een tijdslijn. Ze hield daarbij alleen rekening met het aantal kittens van de originele poes. De berekening die ze gebruikt is terecht.

*Welke vragen zou u Alice kunnen stellen om haar te helpen haar antwoord te verbeteren?*

### **Voorbeeldantwoord: Ben**

Ben heeft besloten om een 'poezenboom' te maken en probeert zo overzicht te houden over de tijd (met een paar kleine fouten). De boodschap is redelijk duidelijk en geeft de lezer de ruimte om zijn beredenering te volgen, maar de waarde van 9846 wordt niet uitgelegd en volgt niet uit de beredenering, aangezien opnieuw alleen de kittens van de eerste poes mee worden genomen. Het aantal kittens per worp wordt duidelijk gemaakt.

*Welke vragen zou u Ben kunnen stellen om hem te helpen zijn antwoord te verbeteren?*

### **Voorbeeldantwoord: Wayne**

Woody lijkt de voorkeur te geven aan een minimalistische aanpak! Hij begint met een weergave in beeld die hem veel tijd zou kosten, maar die hij dan vervolgens laat varen om verder te gaan met een numerieke weergave.

*Welke vragen zou u Wayne kunnen stellen om hem te helpen zijn antwoord te verbeteren?*

### **Voorbeeldantwoord: Sally en Janet**

Sally en Janet gebruikten een spreadsheet om zowel tijd en vermenigvuldiging weer te geven en hun methode is duidelijk en effectief.

*Welke vragen zou u Sally en Janet kunnen stellen om hen te helpen hun antwoord te verbeteren?*

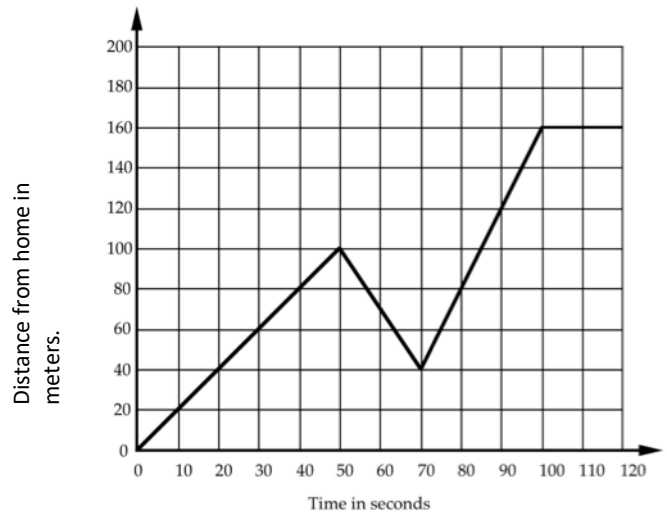
## 6 Mogelijke vragen

<p><b>Formuleer vragen, kies toepasselijke weergaven en middelen</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Welke vragen zou je kunnen stellen in deze situatie?</li> <li>• Hoe kun je met dit probleem beginnen?</li> <li>• Welke technieken kunnen hier van pas komen?</li> <li>• Wat voor schema kan nuttig zijn?</li> <li>• Kun je een eenvoudige manier bedenken om dit op te schrijven?</li> <li>• Hoe kun je dit probleem vereenvoudigen?</li> <li>• Wat is bekend en wat is onbekend?</li> <li>• Welke veronderstellingen zou je kunnen doen?</li> </ul>
<p><b>Denk logisch na, vorm hypothesen en argumenten Bereken nauwkeurig</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Waar heb je zoiets eerder gezien?</li> <li>• Wat staat vast en wat kun je veranderen?</li> <li>• Wat is hier hetzelfde en wat is anders?</li> <li>• Wat zou er gebeuren als ik dit ...in dit... zou veranderen?</li> <li>• Bereik je iets met deze aanpak?</li> <li>• Wat ga je doen als je dat antwoord krijgt?</li> <li>• Dit is precies een speciaal geval van ...wat?</li> <li>• Kun je hypothesen vormen?</li> <li>• Kun je ook tegenvoorbeelden bedenken?</li> <li>• Welke fouten heb je gemaakt?</li> <li>• Kun je een andere manier bedenken om dit te doen?</li> <li>• Welke conclusies kun je trekken uit deze gegevens?</li> <li>• Hoe kun je deze berekening controleren zonder alles overnieuw te doen?</li> <li>• Wat is een goede manier om dit te noteren?</li> </ul>
<p><b>Interpreteer en beoordeel verkregen resultaten</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hoe kun je de gegevens het beste weergeven?</li> <li>• Is het beter om deze grafiek te gebruiken of die andere? Waarom?</li> <li>• Welke patronen kun je uit deze gegevens halen?</li> <li>• Welke redenen kunnen er zijn voor deze patronen?</li> <li>• Kun je me een overtuigende reden geven voor die bewering?</li> <li>• Vind je dat antwoord redelijk? Waarom?</li> <li>• Hoe kun je er 100% zeker van zijn dat dit waar is? Overtuig me!</li> <li>• Wat vind je van Anne's argument? Waarom?</li> <li>• Welke methode kan hier het beste gebruikt worden? Waarom?</li> </ul>
<p><b>Communiceer en reflecteer</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Welke methode heb je gebruikt?</li> <li>• Over welke andere methodes heb je nagedacht?</li> <li>• Welke van je methodes was het beste? Waarom?</li> <li>• Welke methode was het snelst?</li> <li>• Waar heb je zo'n probleem eerder gezien?</li> <li>• Welke methodes heb je de vorige keer gebruikt? Zouden die hier ook gewerkt hebben?</li> <li>• Welke nuttige strategieën heb je geleerd voor de volgende keer?</li> </ul>

## 7 Toetsingsopdrachten en voorbeeldantwoorden bij begrippen

### Het interpreteren van een afstand v tijd grafiek

Elke ochtend loopt Jane over een rechte weg van haar huis naar een bushalte, een afstand van 160 meter. De grafiek toont haar reis op een bepaalde dag.



1. Beschrijf wat er gebeurd zou kunnen zijn. Je moet daarbij alle details verwerken zoals hoe snel ze wandelde.

Jodies antwoord

Jane walked along a road for 150 metres instead of walking another 30 metres she took a short cut down an alleyway which took her 20 minutes. She walked very quickly over. She caught the bus to her college which took about 50 minutes.

Maxines antwoord

when she get out she starts walking fast to the bus stop then she slows down. then she picks up the speed again and then the speed goes ~~constant~~ constant.

## Percentage veranderingen

1. Maria ziet een jurk in de uitverkoop. De normale prijs van de jurk is €56,99. Het prijskaartje geeft aan dat er 45% af is. Ze wil haar rekenmachine gebruiken om uit te rekenen hoeveel de jurk zal gaan kosten. Het heeft geen percentageknop.

Welke toetsen moet ze gebruiken op haar rekenmachine?  
Schrijf de toetsen op in de juiste volgorde.  
(Je hoeft de berekening niet uit te voeren.)



2. In de uitverkoop zijn alle prijzen in een winkel verlaagd met 20%. Na de uitverkoop werden ze allemaal verhoogd met 25%. Wat was het uiteindelijke resultaat op de winkelprijzen? Leg uit hoe je daaraan komt.

Georges antwoord

$$\textcircled{1} 56.99 - 0.45$$

$$\textcircled{2} \text{ Prices went up } 5\%$$

I know this because  $25\% - 20\% = 5\%$ .

Jurgens antwoord

$$1. 56.99 \div 100 \times 45 =$$
~~$$56.99 - \text{Ans} =$$~~

$$56.99 - 56.99 \div 100 \times 45 =$$

$$2. \$56.99 = 100\%$$

$$1\% = 56.99 \div 100 = 0.5699$$

$$20\% = 0.5699 \times 20 = 11.398$$

$$25\% = 0.5699 \times 25 = 14.2475$$


$$\text{Difference} = 2.8495$$

$$\underline{\underline{\$2.85}}$$

Uitvergroting

Emily's antwoord


Photograph



16 cm

10 cm

Poster



25 cm

A photograph is enlarged to make a poster.  
 The photograph is 10 cm wide and 16 cm high.  
 The poster is 25 cm wide.  
 How high is the poster?

$16 + 15 = 31$

---

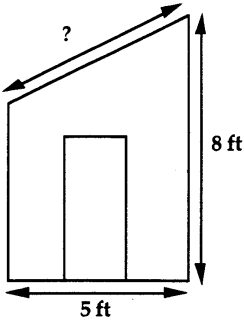
The building is 30 cm tall on the poster.  
 How tall is it on the photograph?

$30 - 15 = 15$

Pauls antwoord

4. Simon is drawing a scale diagram of his garden shed.  
 8 centimetres on his drawing represents 5 feet in real life.

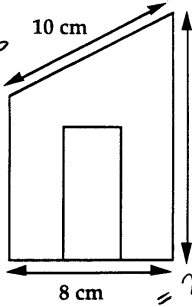
Real shed



5 ft

8 ft

Simon's drawing



8 cm

10 cm

4 cm

(a) What is the height of the shed on Simon's drawing?

$1.25 + 1.25 + 1.25 + 1.25 = 5$

---

(b) What is the length of the roof on the real shed?

## Het interpreteren van algebra

Britneys antwoord

1. A cake costs  $c$  cents. A sandwich costs  $s$  cents.

I buy 3 cakes and 4 sandwiches.

What does  $3c + 4s$  stand for?

..... 3 cakes and 4 sandwiches .....

2. There are ten times as many students as there are teachers in the college.

If  $s$  = the number of students in the college

$t$  = the number of teachers in the college

Write down an equation connecting  $s$  and  $t$ .

.....  $t = 10s$  .....

3. There are four times as many men as there are women on a course.

If  $x$  = the number of men on the course

$y$  = the number of women on the course

Write down an equation connecting  $x$  and  $y$ .

.....  $y = 4x$  .....

4. Write these expressions more simply, where you can:

a)  $a + a + a$  .....  $a^3$   ~~$a^3$~~

b)  $a \times a \times a$  .....  $a^3$   ~~$a^3$~~

c)  $a + a + b$  .....  $a^2 + b$

d)  $a \times a \times b$  .....  $a^2 \times b$

e)  $a + a \times b$  .....  $a^2 \times b$

f)  $a + a + b + a + b$  .....  $a^3 + b^2$

g)  $3a \times 4b$  .....  $12ab$

h)  $3a + 4b$  .....  $7ab$

**If it is impossible to write the expression more simply, write NO**

## 8 Misverstanden en fouten: Onderzoekresultaten

**Leren is effectiever wanneer algemene misverstanden geadresseerd, prijsgegeven en besproken worden.**

We moeten accepteren dat leerlingen generalisaties maken die niet juist zijn en vele van deze verkeerde opvattingen blijven verborgen tenzij de docent specifieke stappen onderneemt om ze te onthullen.

Een van de belangrijkste ontdekkingen binnen het onderzoek naar wiskundeonderwijs is dat leerlingen steeds regels 'uitvinden' om de patronen die zij om hen heen zien te verklaren. Het is bijvoorbeeld alom bekend dat veel leerlingen snel de 'regel' leren dat door te vermenigvuldigen met tien er een nul achter komt. Leerlingen passen vervolgens vaak hun regels overmatig toe op situaties die niet werken. In het geval van vermenigvuldigen met tien passen ze het toe op decimalen (bijv.  $2,3 \times 10 = 2,30$ ). Leerlingen kunnen bovendien ook besluiten dat vermenigvuldigen altijd groter maakt, delen kleiner, en kiezen dan op goed geluk of ze moeten vermenigvuldigen of delen al naar gelang ze denken dat de getallen groter of kleiner moeten worden.

Echter, het oplossen van deze misverstanden levert de docent een dilemma op.

Wanneer u leerlingen hele getallen met tien leert te vermenigvuldigen, kan het geven van voorbeelden waarbij het toevoegen van een nul niet werkt onnodig ver van het onderwerp afbrengen, en het kan gaan over wiskundige onderwerpen die op dat moment nog te ingewikkeld voor de leerling zijn om te begrijpen.

Een soortgelijk probleem doet zich voor bij het leren van nieuwe regels, waarbij de meest gebruikelijke aanpak is om de regel eerst toe te passen op eenvoudige voorbeelden om ze later toe te passen op ingewikkeldere voorbeelden. Dit kan averechts werken aangezien leerlingen eenvoudige voorbeelden vaak instinctief oplossen zonder te weten hoe ze deze opgelost hebben, en zulke methodes kunnen niet toegepast worden op ingewikkeldere voorbeelden. Zo kan het bijvoorbeeld beter zijn om bij het leren oplossen van vergelijkingen te beginnen met voorbeelden die niet met behulp van intuïtieve methodes opgelost kunnen worden zoals de oplossing 'zien' of met 'gissen en missen/trial and error'.

Wanneer er gewerkt wordt van eenvoudigere naar complexere voorbeelden kan dit ook de basis leggen voor misverstanden. Zo kan het leren van tientallen en eenheden waarbij begonnen wordt met voorbeelden waar ontleding of overdracht nog niet nodig is, het idee versterken dat je altijd het kleinere getal van het grotere afhaalt, wat later leidt tot fouten als  $43 - 28 = 25$ .

Het lijkt erop dat het niet mogelijk is om leerlingen iets te leren zonder misverstanden (ook wel 'foutloze communicatie' genoemd), en dat we misschien moeten accepteren dat leerlingen soms generalisaties maken die niet correct zijn en dat vele van deze misverstanden verborgen zullen blijven tenzij de docent specifiek moeite doet om ze te onthullen. Er is een lesstijl nodig die continu misverstanden aan het licht brengt en bespreekt om zo de omvang van de misverstanden te beperken. Dit zou mogelijk moeten zijn aangezien een groot deel van de onderzoeken van de afgelopen 20 jaar aangetoond heeft dat het merendeel van de misverstanden bij leerlingen wijdverspreid zijn.

In het diagnostische Teaching Project (lesgeefproject), gegeven aan het Shell centrum voor wiskundeonderwijs aan de universiteit van Nottingham (Nottingham University's Shell Centre for Mathematical Education), werden lespakketten ontworpen om de misverstanden van leerlingen te ontdekken en te adresseren tijdens de les. Twee belangrijke kenmerken kwamen naar voren. Het eerste kenmerk was dat het adresseren van misverstanden tijdens de les daadwerkelijk prestaties en het langdurig behouden van de wiskundige vaardigheden en begrippen verbeterd. Het was minder effectief om de aandacht te richten op misverstanden voordat er voorbeelden gegeven worden dan om leerlingen in de 'val' te laten lopen en dan een discussie te hebben.

De andere grote ontdekking was dat de intensiteit en mate van betrokkenheid bij de opdracht die de leerlingen toonden in de groepsbesprekingen veel grotere invloed had op hun leren dan de hoeveelheid tijd die besteed werd aan de opdracht. Hoewel de intensieve besprekingen betekenden dat er veel meer tijd besteed werd aan kleine (maar belangrijke) onderwerpen, werd er op de lange termijn veel meer van de kennis behouden dan bij klassen die meer informatie oppervlakkig behandelden, maar in dezelfde tijd.



*Askew, M; Wiliam, D. (1995) Recent Research in Mathematics Education 5-16, Office for Standards in Education, HMSO, London.*

## 9 Hand-out 9: een lesplan bij formatieve toetsing

De volgende voorstellen beschrijven een mogelijke aanpak voor een lesplan met formatieve toetsing over het oplossen van problemen. Leerlingen krijgen eerst de kans om het probleem zonder hulp op te lossen. Dit geeft u de mogelijkheid om meer inzicht te krijgen in hun denken en om de leerlingen eruit te halen die hulp nodig hebben. Dit wordt gevolgd door een formatieve les waarin zij samenwerken, reflecteren op hun werk en het proberen te verbeteren.

### Voor de les: 20 minuten

Vraag leerlingen voor de les, misschien aan het eind van de vorige les, om zelfstandig één van de toetsingsopdrachten te proberen; het tellen van bomen, poezen en kittens of beveiligingscamera's. Leerlingen hebben misschien rekenmachines, potloden, linialen, en ruitjespapier nodig.

*Het doel is om te achterhalen hoe goed je een probleem op kunt lossen zonder mijn hulp.*

- *Ik zal je niet vertellen welke wiskunde je moet gebruiken.*
- *Er zijn vele manieren om het probleem aan te pakken – de keuze is aan jou.*
- *Er kan meer dan één 'goed antwoord' zijn.*

*Maak je geen zorgen als je niet alles begrijpt of kunt doen, want ik ga hier de komende dagen een les over geven.*

Zorg ervoor dat de leerlingen goed bekend zijn met de context van het probleem.

#### **Het tellen van bomen**

*Weet iemand wat een plantage is?*

*Waarin verschilt een plantage van een natuurlijk bos?*

*De plantage bestaat uit oude en jonge bomen.*

*Waarin kan de samenstelling van bomen in een plantage verschillen van dat in een natuurlijk bos?*

#### **Poezen en kittens**

*Deze poster is gemaakt door een liefdadigheidsinstelling voor katten die mensen aanmoedigt om hun poezen te laten castreren zodat ze geen kittens krijgen. De opdracht gaat om wat er gebeurd als je jouw poes niet steriliseert en of de opmerking op de poster correct is.*

*Is het realistisch dat één poes voor 2000 nakomelingen kan zorgen in 18 maanden?*

*Je krijgt een aantal feiten over poezen en kittens die je kunnen helpen bij je besluit.*

#### **Beveiligingscamera's**

*Heb je wel eens een beveiligingscamera gezien in een winkel of in een bus? Hoe zag het eruit?*

*Sommige camera's zien er helemaal niet uit als camera's, maar eerder als kleine halve bollen. Ze kunnen in een vaste hoek zitten, maar vele draaien ook rond. De camera's bij dit probleem kunnen 360° draaien. De tekening laat een plattegrond zien van de winkel.*

*Dit betekent dat we van bovenaf op de winkel kijken.*

*De kleine rondjes stellen mensen voor die in de winkel zijn.*

*Denk eraan dat je laat zien waar je mee aan het werk bent zodat ik begrijp wat je aan het doen bent en waarom.*

Neem het werk in en geef er constructieve, kwalitatieve feedback op. Dit zou de leerlingen aan het nadenken en redeneren moeten brengen – een zeer belangrijk agendapunt. Geef geen cijfers, scores of levels! Schrijf *alleen* vragen onder hun werk. Focus de feedback op onderwerpen als:

- *Weergave:*  
Kun je een andere manier bedenken om dit probleem aan te pakken?  
Wat voor grafiek zou goed gebruikt kunnen worden?  
Welke veronderstellingen had je?
- *Redenatie:*  
Hoe kwam je tot dit resultaat?  
Heb je jouw berekeningen gecontroleerd?  
Wat zou er gebeuren als...?
- *Interpretatie:*  
Hoe kun je controleren of je schatting correct is?  
Wat voor andere steekproef had je kunnen kiezen?
- *Communicatie:*  
Ik heb moeite om hier je gedachtegang te volgen.  
Kun je jouw redematies zo presenteren dat iemand anders elke stap kan volgen?

Probeer te achterhalen welke leerlingen hier moeite mee hadden en misschien meer hulp nodig zullen hebben. Kijk ook goed uit naar leerlingen die succesvol waren. Zij hebben misschien een verdiepende opdracht nodig om hen verder uit te dagen.

### **Benodigde hulpmiddelen voor de les**

U zult de volgende hulpmiddelen nodig hebben:

- Een kopie van het probleemoverzicht per leerling
- Mini whiteboards
- Grote vellen papier voor het maken van posters en viltstiften
- Rekenmachines en linialen

#### *Het tellen van bomen*

- Extra, grote kopieën van het plaatje met de bomen zodat groepen daar samen aan kunnen werken.

#### *Poezen en kittens*

- Een voorraadje tekenpapier of ruitjespapier (als ze daar om vragen)

#### *Beveiligingscamera*

- Extra kopietjes van de plattegrond van de winkel als kladpapier
- Ruitjespapier (alleen als daar om gevraagd wordt)

### **Behandel het probleem opnieuw in de klas: 5 minuten**

Begin de les door kort het probleem opnieuw te introduceren:

*Weten jullie nog dat probleem wat ik jullie de vorige keer vroeg om op te lossen?  
Ik heb naar jullie werk gekeken en ik heb wat opmerkingen onderaan het werk geschreven.  
Vandaag gaan we samenwerken om te proberen de eerste pogingen te verbeteren.  
Lees eerst zelfstandig de vragen door die ik bij je werk opgeschreven heb. Gebruik jullie mini-whiteboards om de antwoorden op deze vragen op te schrijven.*

Vraag de leerlingen vooral om hun antwoorden met een viltstift op een groot vel papier of op de mini-whiteboards te noteren. Hierdoor kunt u beter hun werk in de gaten houden en het helpt leerlingen ook om later in de les hun ideeën te delen.

**Leerlingen werken alleen aan hun reactie op uw feedback: 5 minuten**

Geef de leerlingen wat tijd om te reflecteren op uw opmerkingen en noteer hun antwoorden.

**Leerlingen werken in tweetallen om hun oplossingen te verbeteren: 10 minuten**

Vraag leerlingen om nu in twee- of drietallen te werken. Deel een vel papier uit van (minstens) A3 en een viltstift per groepje.

*Ik wil dat je nu je werk deelt met een partner.*

*Leg om beurten uit hoe je de opdracht aan hebt gepakt en hoe je nu denkt dat het verbeterd kan worden.*

*Nu wil ik dat elk tweetal samen gaat werken in het vergelijken van hun ideeën en de feedback die ik gegeven heb. Ik wil dat je samen gaat proberen een antwoord op het probleem te vinden dat beter is dan elk van jullie apart gevonden hadden.*

Loop het lokaal rond, luister, evalueer hun redentaties en vraag af en toe strategische vragen. Bekijk een kopie van de voortgangsstappen voor het betreffende probleem en beslis welke vragen het meest geschikt zijn om hun denkwijze naar hogere prestatieniveaus te bewegen. Gebruik strategische vragen als:

*Wat is bekend en wat is onbekend?*

*Wat wordt er gevraagd om uit te zoeken?*

*Hoe kunnen we dit probleem vereenvoudigen?*

*Welke veronderstellingen had je?*

**Leerlingen delen hun aanpak met de klas: 15 minuten**

Vraag leerlingen om hun ideeën en aanpak te delen met de klas. Concentreer meer op hun methodes dan op hun antwoorden. Beoordeel hun antwoorden volgens de voortgangsstappen. Focus vooral op de kwaliteit van de redentatie en communicatie.

*“We besloten de verschillende soorten bomen langs elke zijde te tellen, daarna vermenigvuldigden we de nummers met elkaar.”*

*“We hebben een tijdslijn gemaakt aan de bovenzijde van het papier en tekenden er daarna poezen onder om te laten zien wanneer ze bevielen.”*

Vraag de andere leerlingen om te reageren terwijl leerlingen hun ideeën presenteren:

- Weergave: Hebben zij een goede methode gekozen?
- Analyse: Is de redentatie correct – zijn de berekeningen juist?
- Interpretatie: Zijn de conclusies logisch?
- Communicatie: Was de redentatie makkelijk om te begrijpen en te volgen?

**Leerlingen gaan verder met het probleem of een verdieping van het probleem: 20 minuten**

Moedig leerlingen aan om verder te gaan met het probleem waarbij ze gebruik maken van een aantal van de ideeën die ze gedeeld hebben. Als ze al een goede oplossing bedacht hebben, vraag ze dan om een alternatieve methode te vinden, een overtuigendere reden, of om aan een verdieping te werken.

**Het tellen van bomen**

*Als ik je nu een grote pot vol Smarties zou laten zien, hoe kun je dan schatten hoeveel er rood zijn? Noteer je methode. Kun je gebruiken wat je geleerd hebt van "het tellen van bomen"?*

**Poezen en kittens**

*Kun je een eenvoudigere, elegantere manier vinden om je berekeningen van "poezen en kittens" te presenteren? Kun je een grafiek hierbij gebruiken?*

**Beveiligingscamera**

*Er zijn verschillende plaatsen waar de camera geplaatst zou kunnen worden die net zo goed zijn als de oplossing die jij gevonden hebt. Probeer alle oplossingen te vinden. Kun je me ervan overtuigen dat dit echt alle mogelijke oplossingen zijn? Kun je me uitleggen waarom zij allemaal evenveel van de zaak laten zien?*

Verzamel voorbeelden van het werk van leerlingen voor de vervolgbespreking. Probeer te ontdekken hoeveel leerlingen geleerd hebben van het gedeelte waarbij zij de informatie met elkaar uitwisselden.

## 10 Het effect van feedback op het leren

Lees de volgende twee uittreksels van Black en Wiliam (1998) en reageer op de onderstaande vragen:

### Het gevaar van het geven van cijfers, levels, beloningen en gradaties

“Wanneer de klassencultuur zich vooral richt op beloningen, ‘gouden sterren’, cijfers of rangen in de klas, dan zoeken leerlingen naar manieren om de beste cijfers te krijgen in plaats van wat ze het hardst nodig hebben om te leren, datgene wat deze cijfers eigenlijk zouden moeten vertegenwoordigen. Een gevolg uit het verslag is dat wanneer leerlingen de kans krijgen, leerlingen de moeilijke opdrachten zullen mijden. Ze besteden ook tijd en energie aan het zoeken naar aanwijzingen voor het ‘juiste antwoord’. Velen zijn aarzelend om vragen te stellen omdat ze bang zijn om fouten te maken. Leerlingen die problemen en slechte resultaten tegenkomen zijn geneigd om te denken dat ze het niet kunnen, en door deze mening zullen zij hun problemen wijten aan een tekortkoming bij zichzelf waar ze weinig aan kunnen doen. Dus zij ‘druipen af’ zonder moeite in het leren te steken wat alleen maar zou leiden tot teleurstelling, en proberen hun zelfvertrouwen op andere manieren op te bouwen. Waar de hoogvliegers misschien goed presteren in zo’n cultuur, is het gehele resultaat vooral dat de frequentie en mate van onderpresteren vergroot wordt.

- Wat voor gevolg heeft dit voor uw lespraktijk?
- Wat zou er gebeuren als u zou stoppen met het geven van cijfers of niveaus voor het werk van leerlingen?
- Waarom zijn er zoveel docenten tegen het doorvoeren van deze verandering?

### De voordelen van het geven van heldere, specifieke feedback die gericht is op de inhoud

“Wat we nodig hebben is een succescultuur ondersteund door het geloof dat iedereen het kan bereiken. Formatieve toetsing kan daarbij een krachtig wapen zijn als het op de juiste manier gebracht wordt. Ondanks dat het veel leerlingen kan helpen, geeft het opvallend goede resultaten bij onderpresteerders waar de nadruk ligt op specifieke problemen in hun werk, en het geeft hen een goed begrip van wat er niet klopt en haalbare doelen om dat te herstellen. Leerlingen kunnen met zulke opmerkingen aan de slag en ze accepteren, zolang ze niet overschaduwd worden door een ondertoon betreffende vaardigheden, competitie en de vergelijking met anderen. De boodschap kan als volgt samengevat worden:

“Elke feedback op een leerling zou moeten gaan over de specifieke kwaliteiten van zijn of haar werk, met advies over wat hij of zij zou kunnen verbeteren, en zou de vergelijking met andere leerlingen moeten voorkomen.”

- Wat voor gevolg heeft dit voor uw lespraktijk?
- Neemt deze vorm van feedback per definitie meer tijd in beslag?

*Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box : raising standards through classroom assessment. Londen: King's College London School of Education 1998.*