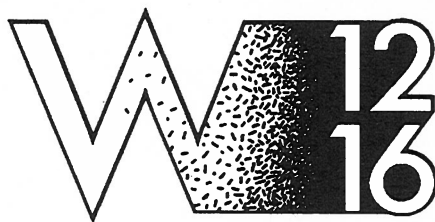

juni 1988

Koeno Gravemeijer
Nanda Querelle



Praktisch Rekenen

docentenboek



Archief
Freudenthal Instituut

W1216

INHOUD

VOORWOORD	2
INLEIDING EN ACHTERGROND	4
schatkend rekenen in toepassingssituaties	4
eerste ervaringen	5
opzet en inhoud	6
verwachtingen	7
 DE GROTE LIJN	 9
opbouw verhoudingstabellen	10
maatkennis	14
afronden/schatten	14
opbouwen relatiernet	14
relaties tussen bewerkingen	15
perspectief	15
 LESBESCHRIJVINGEN	 17
LES 1	18
LES 2	24
LES 3	30
LES 4	38
LES 5	45
LES 6 (TOETS)	53
 OEFENSTOF	 58

VOORWOORD

Het startpunt van de vernieuwing van het reken-wiskundeonderwijs kunnen we plaatsen in 1969 toen de eerste wiskobas-conferentie plaats vond. De eerste mijlpaal werd in 1975 bereikt met de publikatie van een voorbeeld-schoolwerkplan voor rekenen-wiskunde op de basisschool. Nadere uitwerkingen volgden in de diverse leerplanpublicaties van wiskobas. Maar ook na de opheffing van het IOWO is de ontwikkeling niet stil blijven staan. Nieuwe ontwerpen voor het cijferend vermenigvuldigen en delen (via herhaald optellen en aftrekken) verschenen, er kwam een nieuwe breukendidactiek tot ontwikkeling en er werden nieuwe ingangen gevonden voor het leren van de tafels van vermenigvuldiging. Deze nieuwe ideeën kregen hun beslag in moderne (z.g. 'realistische') reken-wiskundemethoden die op bruikbaarheid (implementeerbaarheid) beproefd waren.

Hoewel steeds meer scholen voor een realistische reken-wiskundemethoden kiezen (of gekozen hebben), zitten we toch met een onduidelijke situatie. Meer dan de helft van de scholen heeft inmiddels een realistische methode aangeschaft. Maar daar dergelijke methoden gefaseerd ingevoerd worden, heeft dit nog geen direct effect op de huidige uitstroom van het basisonderwijs. Slechts een beperkt deel van de scholen heeft zo'n methode al in alle klassen ingevoerd. De situatie is nu zo dat maar een klein deel van de brugklassers met een moderne methode onderwezen is, dus een onderwijsprogramma gevolgd heeft dat in de toekomst door alle leerlingen gevolgd zal zijn. Op deze toekomst zal hierdoor slechts in beperkte mate geanticipeerd kunnen worden*.

Dit is één van de redenen waarom we niet direct begonnen zijn met het uitbaten van de nieuwe rekendidactiek. Het domweg overplanten van de nieuwe leergangen uit realistische methoden lijkt, gezien de ontwikkelingen op de basisschool, weinig zinvol. Maar voor het voortbouwen op deze realistische methoden is het nog veel te vroeg. (Tenzij we scholen zouden selecteren die hun leerlingen betrekken uit basisscholen die zo'n methode al geruime tijd hanteren.)

)* Beschrijvend onderzoek naar de uitstroom van het basisonderwijs is zeker gewenst.

De ontwikkelingen in het reken-wiskundeonderwijs staan echter niet stil. Hoewel de nieuwe leerboeken nog niet eens alle op de markt zijn, komen er alweer nieuwe ideeën in omloop. Er worden voorstellen gedaan voor het gebruik van de 'vijfstructuur' bij het leren van de basisautomatismen voor het optellen en aftrekken (onder de 20), voor een aanvul-algoritme bij het cijferend aftrekken en voor een uitbreiding van het schattend rekenen.

Door dit laatste idee hebben we ons laten inspireren.

Nanda Querelle

Koeno Gravemeijer

INLEIDING EN ACHTERGROND

schattend rekenen in toepassingssituaties

Met de lessen 'praktisch rekenen' willen we het handig rekenen in toepassings-situaties bevorderen. In de realiteit betekent handig rekenen vaak dat er schattend gerekend wordt, omdat de getallen aangepast moeten worden om van hoofdrekenstrategieën te kunnen profiteren. Het betekent ook dat je voor het eigenlijke rekenwerk slechts beperkte rekenkennis nodig hebt.

In het schattend rekenen zien we een mogelijkheid zwakke leerlingen te helpen bij het zo goed mogelijk benutten van hun beperkte rekenkennis. Dus in plaats van te mikken op reparatie, herhaling van leerstof, of opvullen van hiaten, kiezen we voor consolideren en toepasbaar maken.

Het gaat dan om toepasbaarheid in alledaagse situaties. In dit 'praktisch rekenen' onderscheiden we de volgende kenmerken:

- *het globaal rekenen;* een precieze uitkomst is meestal niet noodzakelijk en soms zelfs niet mogelijk;
- *het afronden en gebruik maken van handige getallen;* een prijs van 3,89 wordt bijvoorbeeld afgerond op 4 gulden wanneer nagegaan moet worden of je genoeg geld bij je hebt; vaak ook wordt naar mooie sommen toe gerekend, van $14 \times 3,89$ maak je dan 15×4 omdat je $4 \times 15 = 60$ als mooie som kent;
- *het zelf invullen van ontbrekende gegevens;* er wordt gesteund op wat wel 'maatkennis' genoemd wordt: een deur is twee meter hoog, een vol stadion bevat zo'n 60.000 mensen, een stoeptegel is 30 cm, een zakje patat kost anderhalf à twee gulden, een auto weegt 1000 kilo, enz.

Voor het beoefenen van het praktisch rekenen heb je realistische opgaven nodig die zo zijn geconstrueerd dat deze aspecten van het praktisch rekenen goed tot hun recht kunnen komen. We zijn dan ook begonnen met dergelijke opgaven die we ontleen aan Feijs e.a. (1987).**)

**) Feijs, E. e.a.: 400 opgaven bij de proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde (proefversie); Vakgroep OW & OC, Utrecht 1987.

Het uitgangspunt was dat het erom ging de leerlingen ervan bewust te maken dat globaal rekenen handig is en dat het is toegestaan. Een heel globale berekening zou - dachten we - iedereen moeten kunnen maken. Daar de oplossingen zouden kunnen verschillen in mate van nauwkeurigheid, zou deze werkwijze een spontane niveaudifferentiatie mogelijk maken.

eerste ervaringen

Bij het uitproberen in LEAO/MAVO-brugklassen ontmoetten we echter tal van problemen. Het meest opvallende was het gebrek aan aandacht. De leerlingen waren wel bereid een opgave te maken wanneer ze dat gevraagd werd, maar daarna richtten ze hun aandacht direct op iets anders. Een klasgesprek bleek daardoor onmogelijk, alleen de leerling die toevallig aangesproken werd deed mee. Veel leerlingen gaven ook uiting aan hun aversie tegen, en onbekwaamheid in, rekenen. Dit was ook terug te vinden in de resultaten. Essentiële voorwaarden voor het praktisch rekenen zoals wij ons dat hadden voorgesteld bleken niet vervuld:

1. organisatorisch:

- een klasgesprek bleek niet goed mogelijk;
- de motivatie van de leerlingen was minimaal;
m.n. de intrinsieke motivatie ontbrak;

2. inhoudelijk:

- de leerlingen leken niets te begrijpen van opgaven over benzineverbruik e.d.;
- bij de meesten leek de meest elementaire rekenkennis te ontbreken.

Met deze inhoudelijke problemen werd in feite de bodem uit het idee van het praktisch rekenen gehaald; als $4 \times 15 = 60$ geen makkelijk sommetje voor je is heeft het ook geen enkele zin om $14 \times 3,89$ door 15×4 te vervangen. En als je bij een opgave over benzineverbruik niet weet of je moet vermenigvuldigen of delen, dan kun je met globaal rekenen ook weinig uitrichten.

De verleiding was groot, op elke fout remediërend onderwijs te laten volgen.

Maar het werd al snel duidelijk dat we dan het ene gat met het andere zouden dichten. Al proberend zijn we een andere weg ingeslagen, die allereerst werd ingegeven door het streven naar een geschikt leerklimaat.

Ook inhoudelijk was een andere invulling noodzakelijk, omdat duidelijk was geworden dat een aantal voorwaarden niet vervuld waren. Wanneer je in een praktische toepassingssituatie handig wilt kunnen rekenen, moet je:

1. de structuur van de situatie doorzien,
2. de getallen die je nodig hebt kunnen afronden,
3. beschikken over handige referentiepunten in de getallenwereld (zoals $4 \times 25 = 100$),
4. beschikken over handige referentiepunten in de realiteit, over 'maatkennis'.

Juist deze voorwaarden bleken bij een groot aantal leerlingen niet vervuld. Dit betekende dat we een ommezwaai moesten maken. De sommen die eerst als aanleiding voor het praktisch rekenen uitgekozen waren werden nu een na te streven eindpunt.

opzet en inhoud

Om tegemoet te komen aan het gebrek aan motivatie en discipline hebben we gekozen voor korte instructies met ruimte voor een eigen inbreng van de leerlingen, met aansluitend opgaven die daar op voortbouwden. Daar de leerlingen wel te motiveren waren voor 'puzzelsommen' in de sfeer van de eigen produkties, wordt elke les met zo'n opdracht afgesloten.

Door deze opzet hopen we het leerklimaat in positieve zin te beïnvloeden. Dit dient vervolgens ondersteund te worden door een intensieve manier van lesgeven; alle leerlingen hebben aandacht nodig: afhakers moeten erbij gehaald worden en leerlingen die iets ontdekken moeten gewaardeerd worden. Het materiaal is daar ook op gericht. Enerzijds zijn de zelfstandige werkopgaven zo gekozen dat ze na de korte instructie zonder al te veel problemen zelfstandig gemaakt kunnen worden. Anderzijds bieden ze ruimte voor verschillende oplossingen, die door de docent positief gewaardeerd kunnen worden. Eenzelfde functie is ook de eigen produkties in de puzzelsommen toebedacht, terwijl het werken met losse

werkbladen de leerlingen steeds een gevoel kan geven van: 'zo dat is af'.

De inhoudelijke kern wordt gevormd door het werken met verhoudingstabellen. We willen de leerlingen hiermee een middel in handen geven *om praktische situaties te doorzien*. Veel praktische rekenproblemen hebben een 'zoveel-per-zoveel'-structuur die zich goed laat beschrijven met verhoudingstabellen (benzineverbruik, snelheden, enz.). De opgaven zijn zo gekozen worden dat ook enige *maatkennis* aan de orde komt. Daarnaast kan de verhoudingstabel het *handig rekenen ondersteunen* en biedt deze een hulpmiddel bij uitstek voor het *expliciet maken van oplossingsmethoden*. In het oefenen met de verhoudingstabellen willen we het rekenen met 5,10,15, 20 en 25 centraal stellen. De leerlingen krijgen zo een repertoire aan *referentiepunten* beschikbaar dat bij het globaal rekenen ingezet kan worden. Het globaal rekenen wordt in deze lessen voorbereid met vleksommen en multiple-choice sommen, waarin het gaat om de *orde van grootte* van de uitkomst. De puzzelsommen tenslotte oriënteren op de *relaties tussen de bewerkingen*.

De tweede lessenserie willen we meer toespitsen op de integratie van het afronden en het gebruik van de verhoudingstabel, terwijl ook een relatie gelegd zal worden tussen verhoudingen en breuken.

verwachtingen

De voorliggende werkbladen vormen een derde versie. Na de eerste ervaringen in twee parallelklassen is een bijgestelde versie in de derde parallelklas uitgetoetst en daarna weer bijgesteld. We hebben gezorgd voor duidelijkheid over de status van de lessen.

De eerste keer werden de lessen te veel opgevat als een hobby van de ontwikkelaars en niet iets dat de leerlingen aanging. Nu werd er duidelijk gemaakt dat het serieus was en dat er een cijfer voor gegeven zou worden. Om dat de klasseleerkracht ziek was besloten we hier, in tegenstelling tot de eerste proef, volledige lessen te vullen.

Duidelijk was ook dat er veel moeite gedaan zou moeten worden om de leerlingen bij de les te houden. Nanda, die de lessen gaf, heeft van begin af aan eisen gesteld, leerlingen gemotiveerd en steeds alle leerlingen erbij gehouden. Dit leidde tot een beter verloop van de lessen en tot betere resultaten.

De bruikbaarheid van de lessenserie staat of valt naar ons idee met de inzet van de docent.

Op basis van onze ervaringen verwachten we dat de volgende kenmerken bijdragen aan de werking van deze lessenserie:

- de opbouw en de moeilijkheidsgraad van de opgaven; de leerlingen worden niet voor onoplosbare problemen geplaatst, terwijl de opgaven voor hen toch niet triviaal zijn;
- doordat de verhoudingstabellen tal van oplossingsmanieren toelaten, krijgen alle leerlingen volop gelegenheid tot een eigen inbreng in de vorm van eigen oplossingen, wat vooral gunstig uitpakt als al deze oplossingen door de docent gehonoreerd worden;
- door de puzzelsommen worden de leerlingen op hun eigen niveau uitgedaagd tot eigen produkties en eigen ontdekkingen, waarbij ook de betere leerlingen aan hun trekken komen.

Van belang lijkt ons tenslotte dat de docent de leerlingen er bij herhaling op wijst dat er op de diverse basisscholen verschillend reken-wiskundeonderwijs gegeven wordt en dat dus niet iedereen hetzelfde geleerd heeft. Voor een aantal wordt het zo acceptabel deze 'lagere-school-sommen' nog eens te doen, voor anderen is het zo gelegitimeerd deze sommen moeilijk te vinden maar toch te proberen.

DE GROTE LIJN

Het praktisch rekenen is erop gericht de leerlingen in staat te stellen de rekenkennis waar ze (wel) over beschikken zo effectief mogelijk in te zetten bij het oplossen van praktische problemen. In het dagelijks leven rekenen we meestal niet zo precies. Het gaat erom, of je genoeg geld bij je hebt, of je nog moet tanken, wat goedkoper is, etc. In veel gevallen beschik je niet over precieze gegevens en moet je een schatting maken op basis van globale 'maatkennis'. Dit type problemen kan heel goed de klas in gehaald worden met eenvoudige tekst opgaven. Bijvoorbeeld:

In een reclame voor wasmachines lees ik dat deze dure machine lang meegaat:

'Zeer lange levensduur, gebouwd voor 5.000 wasbeurten'.

>> Is dat veel : 5.000 wasbeurten?

Onno (een brugklasleerling) die zichzelf deze vraag stelde, gaf na enig nadenken het volgende antwoord: 'Als je hem één keer per dag gebruikt gaat hij meer dan 10 jaar mee.'

Niet alle leerlingen kunnen echter direct met dit type opgaven uit de voeten. Wanneer je in een praktische toepassingssituatie handig wilt kunnen rekenen, moet een aantal voorwaarden vervuld zijn, je moet:

1. de structuur van de situatie doorzien,

'... keer per dag is ... keer per jaar, is 5000 keer in ... jaar'

2. de getallen die je nodig hebt kunnen (en durven) afronden,

$$365 \approx 500$$

3. beschikken over handige referentiepunten in de getallenwereld,

$$10 \times 500 = 5000$$

4. beschikken over handige referentiepunten in de realiteit, over 'maatkennis',

'een jaar is 365 dagen'.

De lessen 'Praktisch Rekenen' richten zich op deze voorwaarden. We onderscheiden een zestal hoofdlijnen die in het tweede deel van de serie geïntegreerd worden:

1. het ontwikkelen van handige (hoofd)rekenstrategieën aan de hand van het werken met verhoudingstabellen;
2. het structureren van eenvoudige redactieopgaven (van het type 'zoveel per zoveel': snelheid, prijs, gewicht, ...) met behulp van verhoudingstabellen;
3. het ontwikkelen van maatkennis op het gebied van afstand en snelheid;
4. afronden, c.q. bepalen van de orde van grootte;
5. opbouwen van een getalrelatienet met handige referentiepunten in de tafels van 5, 10, 15, 20, 25 e.d.;
6. het bewust maken van de relaties tussen de bewerkingen (inverse bewerkingen: herhaald optellen en aftrekken).

opbouw verhoudingstabellen

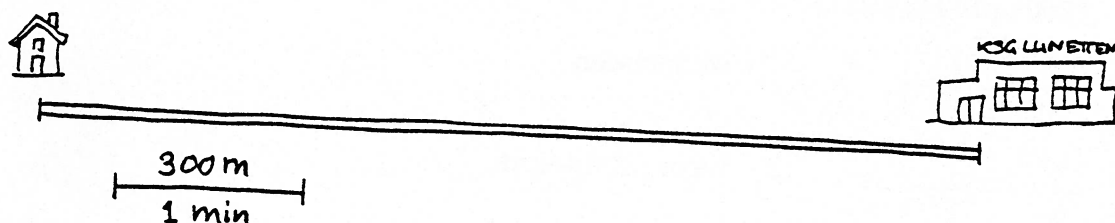
De algemene structuur van verhoudingstabellen wordt geïntroduceerd met een tabel voor het inwisselen van guldens in kwartjes:

<u>guldens</u>		1		2		3		4	
kwartjes		4		8					

De context ondersteunt daar de twee belangrijkste principes:

1. de vaste verhouding tussen onder en boven de streep; het aantal kwartjes is altijd 4x zo groot als het aantal guldens;
2. de additieve structuur: 1 gulden erbij betekent 4 kwartjes erbij, nog 1 gulden, nog 4 kwartjes, enz.

Diezelfde additieve structuur wordt bij snelheid zichtbaar gemaakt in het afpassen van een visuele schaal:



Hier wordt de vaste basisverhouding - die bij snelheid niet voor alle leerlingen vanzelfsprekend is - als het ware afgeleid uit het herhaald optellen: 300 meter, 1 minuut; nog 300 meter, nog 1 minuut, enz., steeds 300x zoveel meters als minuten.

Pas wanneer de leerlingen enige greep hebben op verhoudingstabellen, worden handige maniertjes aan de orde gesteld. Niet in de vorm van 'dat moet je zo doen', maar door bij ingevulde tabellen te vragen: 'hoe denk je dat hij/zij gerekend heeft?' Het zal duidelijk zijn dat dit alleen zin heeft als de leerlingen zich inmiddels de inhoudelijke basis van de verhoudingstabellen eigen gemaakt hebben.

Als eerste maniertjes komen 'één erbij doen', 'verdubbelen' en 'samennemen' aan bod.

Later worden deze maniertjes uitgebreid tot:

$\begin{array}{ c c c } \hline 10 & 4 & 14 \\ \hline 250 & 100 & 350 \\ \hline \end{array}$	samennemen
$\begin{array}{ c c } \hline 7 & 14 \\ \hline 105 & 210 \\ \hline \end{array}$	verdubbelen
$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 15 \\ \hline 5 & 75 \\ \hline \end{array}$	vermenigvuldigen.
$\begin{array}{ c c } \hline 50 & 25 \\ \hline 1000 & 500 \\ \hline \end{array}$	halveren
$\begin{array}{ c c c } \hline 20 & 3 & 17 \\ \hline 300 & 45 & 255 \\ \hline \end{array}$	erafhalen

Van belang is dat al deze maniertjes ook een naam krijgen, zodat de oplossingswijze ook benoemd kan worden.

In de hierna volgende oefeningen staan de getallen 5, 10, 15, 20, en 25 centraal. Ook worden hier voor het eerst tabellen geïntroduceerd, die niet op 1 genormeerd zijn. Dus tabellen als:

3 haringen voor 5 gulden.

haringen	3				
gulden	5				

Deze opgave vormt tevens een goede aanleiding, de context bewust te maken:

>> Hoeveel kost één haring denk je?

Eén haring kost waarschijnlijk, want

En passant leren de leerlingen de verhoudingstabel ook kennen als een hulpmiddel voor het structureren van eenvoudige redactieopgaven. In de variatie in opgaven worden voorbeelden van mogelijke toepassingen gegeven. Ter voorbereiding op de toets wordt de leerlingen gevraagd zelf verhoudingstabel-opgaven te ontwerpen. Daarmee worden de toepassingsmogelijkheden nog eens bewust gemaakt.

Er wordt veel aandacht besteed aan het gebruik van de verhoudingstabel bij het omrekenen van snelheden. De (bovengenoemde) introductie van een visuele schaal vormt de eerste stap. Wanneer de verhoudingstabel hier geïntroduceerd is, kan deze benut worden voor het omrekenen van '... meter per sec.' naar '... meter per minuut' en naar '... meter, resp. kilometer per uur':

$$\frac{60 \text{ m}}{7 \text{ sec.}} \quad | \quad | \quad | \quad | \quad 1 \text{ min.}$$

Hoeveel wordt dat per uur?

$$\frac{\dots \text{ m}}{1 \text{ min.}} \quad | \quad | \quad | \quad | \quad |$$

maatkennis

De opgaven die gebruikt worden om het werken met de verhoudingstabellen voor te bereiden, worden ook benut om enige maatkennis te ontwikkelen. Hiertoe kunnen de afstanden, en de wandel- en fietstijden, aan de omgeving van de school gerelateerd worden.

Het eerste plattegrondje in deze lessenserie stelt de omgeving van de eerste proefschool voor. De afstand van de school naar het station (≈ 500 m.) kon daar een vast referentiepunt gaan vormen. Hopelijk onthouden de leerlingen ook dat je lopend ongeveer 100 meter per minuut aflegt en fietsend ongeveer 300 meter. Via het omrekenen wordt dit weer verbonden met 6 km/u en 18 km/u. Iets waar je de snelheden van Nelli Cooman en Elly Verhulst weer mee kunt vergelijken.

afronden/schatten

Veel leerlingen hebben de neiging het antwoord precies te willen uitrekenen, ook als dat in een bepaalde situatie niet nuttig of zinvol is. Dit is te wijten aan een algoritmische instelling; de leerlingen houden vast aan één bepaalde manier van rekenen. Door het introduceren van multiple-choice-sommen - waar de winst van het schattend rekenen direct duidelijk is, en door het aanbieden van vleksommen - waar het antwoord niet eens bepaald kan worden, wordt het schattend rekenen toch uitgelokt. De ervaring leerde dat de meeste leerlingen dit type opgaven al snel als een soort puzzeltje gaan opvatten. Wat betekent dat ze zich gaan richten op de oplossingswijze in plaats van op het juiste antwoord. En dat is natuurlijk precies wat er beoogd wordt.

In de opgaven van deze serie gaat het vrijwel altijd om de orde van grootte, waarbij de plaatswaarde een grote rol speelt.

opbouwen relatiernet

Voor het praktisch rekenen lijken ons de tafels van bijvoorbeeld 5, 10, 15, 20, 25, e.d. belangrijker dan bijvoorbeeld de tafel van 7, of 9. Uiteraard is het, ook voor de wiskunde in het voortgezet onderwijs, wenselijk dat de leerlingen de tafels kennen. Alleen voor de leerlingen die daar toch steeds weer fouten in maken lijkt het zinniger tafelprodukten te leren met een grote praktische relevantie.

Referentiepunten als $4 \times 25 = 100$, $5 \times 20 = 100$, $5 \times 15 = 75$ en $2 \times 75 = 150$ kunnen bij het praktisch rekenen steeds ingezet worden (èn ze kunnen aan het geldrekenen gekoppeld worden). In deze lessenserie komen deze tafels met name in de oefenstof voor, maar het zou ook een geschikt onderwerp voor huiswerkopdrachten kunnen zijn.

relaties tussen bewerkingen

Bij het maken van de puzzelsommen kunnen de volgende eigenschappen en relaties ingezet worden:

$$a + b = c \Leftrightarrow b + a = c \wedge c - a = b \wedge c - b = a;$$

$$a \times b = c \Leftrightarrow b \times a = c \wedge c : a = b \wedge c : b = a;$$

$$a \times b = c \Leftrightarrow b + b + \dots + b = c \text{ (a keer + b)} \wedge c : b = a \Leftrightarrow c - b - b - \dots - b = 0 \text{ (a keer -b)};$$

$$a + a - a = a; a + a - a + a - a = a, \text{ etc.};$$

$$a + b > a + c \wedge b - a > c - a \wedge a \times b > a \times c \wedge b : a > c : a, \text{ als } b > c$$

$$\text{maar } a - b < a - c \wedge a : b < a : c, \text{ als } b > c.$$

perspectief

De in deze lessenserie aangeboden kennis kan direct benut worden bij het oplossen van eenvoudige redactieopgave van het type 'zoveel per zoveel'. Het schattend en handig rekenen en het gebruik van maatkennis kan hierbij geïntegreerd worden.

Tevens wordt een basis gelegd voor het rekenen met breuken en verhoudingen.

De tabel staat in wezen model voor het principe van gelijkwaardigheid ($3/4 = 6/8 = 9/12$ etc.).

Daarmee kan de tabel ook ingezet worden voor het vergelijken van verhoudingen:

Wat gunstiger is, 13 flessen voor 45 gulden, of 9 flessen voor 30 gulden, kan gevonden worden via:

flessen		13		26		39		52	
gulden		45		90		135		180	

flessen		9		18		27		36	
gulden		30		60		90		120	

In het ene geval krijg je 26 flessen voor 90 gulden, in het andere 27.

Tenslotte biedt de verhoudingstabel een goede ingang voor het procentrekenen.

Percentages kunnen opgevat worden als een normering op honderd; bijvoorbeeld:

deel		75		3		60	
geheel		125		5		100	
							60%

Het percentage kan zo opgevat worden als een kengetal voor verhoudingen/verhoudingstabellen.

(Normering op één: $75 : 125 = 0,6$.) Dit kan weer gelden als ingang voor het percentage als operator; 60% van $125 = 0,60 \times 125 = 75$.

LESBESCHRIJVINGEN

Onderstroom-leerlingen zijn niet alleen zwak in rekenen, er is nog meer aan de hand. Ze willen ook niet rekenen. Of beter gezegd, er zijn motivatie- en concentratieproblemen. Wat opvalt is dat de prestaties van de leerlingen zo variëren. Het maakt nogal wat uit, onder welke condities ze aan de slag gaan. De hierna volgende lesbeschrijvingen vormen daarom maar een deel van het verhaal. De wijze waarop er lesgegeven wordt, bepaalt het effect. Ook zwakke rekenenaars zijn naar onze ervaring te motiveren voor dit rekenwerk. De opbouw is steeds zo gekozen dat de leerlingen niet tegen onoverkomenlijke problemen aan lopen, terwijl de ruimte voor eigen oplossingen alle leerlingen het gevoel kan geven iets te presteren.

Daarvoor is het wel noodzakelijk dat de leerlingen gestimuleerd worden het te proberen, geprezen worden wanneer ze iets 'gevonden' hebben, en erbij gehaald worden als ze afhaken. Dit vergt vakmanschap en een intensieve manier van lesgeven. Maar het is de investering waard!

De lessen kennen de volgende opbouw:

De les start met een 'terugblik': één of meer opgaven van de vorige rekenles passeren nog even de revue.

Daarna volgt een korte interactieve 'instructie': nieuwe stof wordt gezamenlijk verkend.

Aansluitend volgt de 'verwerking': dat wat net in de instructie is aangezet wordt uitgebouwd en aangevuld. De opgaven zijn in het algemeen zo gekozen dat iedereen ze kan maken.

Tot slot krijgen de leerlingen 'puzzelsommen': opgaven met iets extra's, vaak gaat het om eigen produkties; het zelf bedenken van sommen.

De lesbeschrijvingen geven het mogelijke lesverloop weer. Aangevuld met cursief gedrukte aanwijzingen voor de docent. Soms komt dit misschien wat betuttelend over, maar we gaan ervan uit dat u zich toch door ons de wet niet laat voorschrijven, terwijl we zo wel te kennen kunnen geven wat ons voor ogen staat.

We hebben geen huiswerkopdrachten opgenomen bij de lessen. Dit heeft te maken met de eerder gesignaleerde motivatie- en concentratie-problemen, waardoor de prestaties nogal fluctueren. Zolang zich nog geen routine gevormd heeft lijkt het ons het beste als de leerlingen alleen onder begeleiding van de docent oefenen. Anders bestaat het gevaar dat de leerlingen in allerlei fouten verstrikt raken. In principe kan er wel huiswerk gegeven worden met een meer routinematig karakter, bijvoorbeeld gericht op het ontwikkelen van de beoogde getalrelaties. De oefenstof die na de toets is opgenomen kan ook als huiswerk gegeven worden. Het werken met de verhoudingstabellen is de leerlingen dan voldoende vertrouwd.

LES 1

introductie

De docent houdt een inleidend verhaaltje met de volgende strekking:

Voor de meeste leerlingen geldt dat ze sommige dingen met rekenen wel, en andere, niet kunnen. Het maakt ook uit op welke basisschool je gezeten hebt, niet iedereen heeft hetzelfde onderwijs gehad. Met deze rekenlessen wordt geleerd hoe je de rekenkennis waar je over beschikt zo handig mogelijk kunt gebruiken. Het is niet moeilijk, iedereen die goed meedoet kan een goed cijfer halen. Maar er moet wel serieus gewerkt worden: het is belangrijk en je krijgt er een cijfer voor.

instructie

De opgaven 1 t/m 4 worden ingeleid met enkele soortgelijke opgaven, bijvoorbeeld:

$$123,25 + 2,63 = \quad 123,88 \quad 125,88 \quad 368,25$$

$$8 \times 5,23 = \quad 418,4 \quad 4,184 \quad 41,84$$

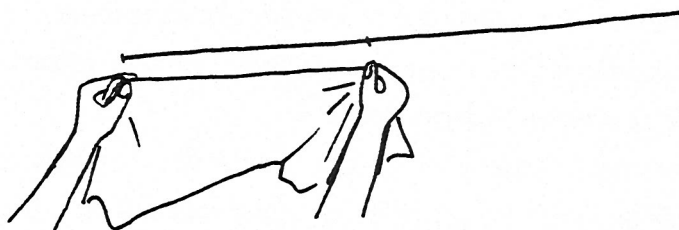
De leerlingen laten door het opsteken van een vinger zien welk antwoord ze het juiste achten; 'Wie kiest voor'

Op deze wijze worden alle leerlingen bij de instructie betrokken.

En dan wordt enkele leerlingen gevraagd hun keuze te verantwoorden. Aan de hand van deze reacties laat de docent zien dat het voldoende is om te kijken hoe groot het antwoord ongeveer moet worden.

De visuele schaal (som 5) wordt voorbereid met een bordtekening. De docent trekt een lijntje op het bord en zegt dat dit stuk voor 50 meter telt. Daaronder komt een lijn die enkele malen langer is en gevraagd wordt hoe lang dit stuk dan is. Om te vinden wat het ongeveer moet zijn wordt het eerste stuk als maat gebruikt.

In de proefsituatie werd een stofdoek gebruikt als intermediair, zo werd meteen duidelijk dat je geen liniaal nodig hebt en dus ook niet van centimeters naar meters hoeft om te rekenen o.i.d.



Vervolgens wordt de uitkomst aan de lengte van een aan iedereen bekende straat gerelateerd, om wat betekenis aan het meetwerk te geven.
(Bijvoorbeeld: 'zou dit de ... straat voor kunnen stellen?')

U kunt de aangegeven lengte ook laten vergelijken met de lengte van een gang in de school.

De lengte van de gang kan weer ingeschat worden door er, in gedachten, klaslokalen op af te passen.

Wanneer u goede leerlingen in uw klas heeft, kunt u ook starten met een onjuiste lengte voor de genoemde straat en de leerlingen vervolgens te vragen de schaal zo aan te passen dat de tekening wel klopt.

verwerking

De leerlingen werken in groepjes van twee aan de opgaven 1 t/m 5 en 6, die ze nu zonder hulp kunnen maken. De docent loopt rond en springt bij waar dat nodig is. Nu eens om leerlingen verder te helpen, dan weer om een leerling die afhaakt erbij te halen, of juist om een leerling die zelf iets gevonden heeft te stimuleren.

Opgave 6 vormt de eerste introductie van verhoudingstabellen. Het is de bedoeling dat de context 'één gulden vier kwartjes' het invullen stuurt. Het is in principe niet nodig uitleg te geven. Ook is het niet de bedoeling de leerlingen direct op handige strategieën te wijzen. Dan bestaat het gevaar dat ze oplossingen aangeboden krijgen voor problemen die ze nog niet ontmoet hebben; oplossingsmethoden die ze dan klakkeloos overnemen.

Ze moeten eerst, al doende, door krijgen hoe de tabel in elkaar zit. De strategieën komen in volgende lessen uitgebreid aan de orde. 'Bedenk er nu zelf een paar,' vraagt de leerlingen op de structuur van de tabel te reflecteren. Uit de antwoorden kan opgemaakt worden, of de leerlingen het gebruik van de nul, het eraf halen, of het verdubbelen opgemerkt hebben.

puzzelsommen

Wanneer een leerling de sommen 1 t/m 6 af heeft kan som 7 gemaakt worden.

Hoewel er in principe geen hulp nodig is kan het nuttig zijn de leerlingen individueel op weg te helpen bij het formuleren van de uitleg.

Het is het beste als u het werk zelf nakijkt. Leerlingen die rare fouten maken kunt u dan tijdig hulp bieden. En leerlingen die er met de pet naar gooien kunt u direct in de kladden grijpen. Wanneer u bij de volgende lessen laat merken dat u alles bekeken heeft, door wat van het werk van deze en gene te zeggen, krijgen de leerlingen

*ook het gevoel dat u deze rekenlessen serieus neemt.
Er is geen antwoordenboekje opgenomen. De sommen zijn zo
eenvoudig, dat dit gemakkelijk zelf te maken is. Dit heeft als
voordeel dat u toch nog even op een andere manier tegen de
sommen aankijkt. Kleinigheden (toevalligheden, of
onduidelijkheden in de vraagstelling)
worden zo opgemerkt, waardoor de leerlingen weer beter
geholpen kunnen worden.*

naam:

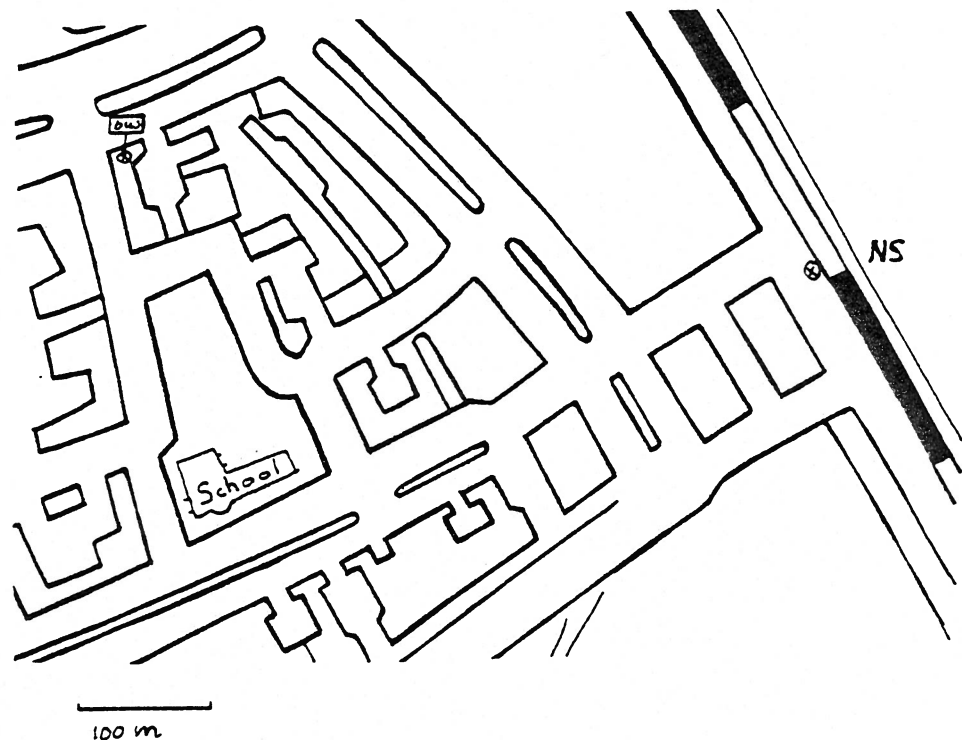
1. $47,38 + 1,65 = \dots$
>> Welk antwoord zal het goede zijn?
47,93 49,03 54,33

2. $0,58 + 0,44 = \dots$
>> Welk antwoord zal het goede zijn?
0,14 1,02 10,20

3. $5 \times 4,21 = \dots$
>> Welk antwoord zal het goede zijn?
2,105 21,05 210,5

4. $35 \times 4,1 = \dots$
>> Welk antwoord zal het goede zijn?
0,1435 14,350 143,5

5.



>> Hoe ver is het ongeveer van de school naar de bushalte?

..... m.

>> Hoe ver is het ongeveer van de school naar het station?

..... m.

6. Voor één gulden krijg je 4 kwartjes.
 Voor twee gulden krijg je 8 kwartjes.
 >> Vul de tabellen verder in.

guldens	1	2	3	4	
kwartjes	4	8			

guldens	7	11	100	
kwartjes				

guldens	10	20	30	40	
kwartjes	40				

guldens	40	39	38	
kwartjes	160			

guldens	6	12	24	
kwartjes	24			

- >> Bedenk er nu zelf een paar.

guldens				
kwartjes				

7. Is de uitkomst meer of minder dan 100? Leg uit hoe je dat ziet.

	meer	minder	waarom?
$273 : 2 =$			
$630 : 5 =$			
$73 : 4 =$			
$765 : 8 =$			
$599 : 6 =$			

Maak zelf nog drie van zulke sommen.

	meer	minder	waarom?

LES 2

terugblik

Enkele somtypen uit de vorige rekenles worden gezamenlijk besproken. Eerst komt het delen (som 7, de puzzelsom) aan bod: **$765 : 7 = \dots$ meer, of minder dan 100?** De leerlingen vertellen hoe ze het gedaan hebben. Elke aanpak wordt positief gewaardeerd.

Vertel dat een leerling bij $765 : 8$ keek wanneer er precies 100 uitkwam:

$$800 : 8 = 100,$$

$800 > 765$, dus $765 : 8$ is minder dan 100.

Deze methode wordt nog even op enkele nieuwe opgaven geoefend, via het opsteken van vingers:

'Wie zegt meer, wie zegt minder

En er wordt een nieuw type geïntroduceerd:

'Wanneer krijg je meer, als je 875 met z'n achten verdeelt, of wanneer je het met z'n negenen verdeelt ?'

Van de verhoudingstabel wordt maar één opgave besproken:

<u>guldens</u>	40	39	
kwartjes	100		

Eén gulden minder, dus vier kwartjes minder.

instructie

Opgave 1 wordt kort toegelicht en dan door de leerlingen gemaakt. Vervolgens worden de antwoorden en de gevolgde procedure kort besproken. Pas als alle

leerlingen begrepen hebben waar het om gaat, wordt overgegaan naar som 2.

Met het herhaald afpassen wordt hier een vaste verhouding tussen tijd en afstand opgebouwd. Dit principe werkt door in de tijd-afstandtabel.

verwerking

In opgave 2 zijn de stukken van 300 meter al afgepasst. De leerlingen maken deze opgaven in groepjes van twee. De docent loopt weer rond en springt bij waar dat nodig is.

(Dezelfde werkwijze als bij de verwerking in les 1).

Bij sommige vragen hoeft er niet opnieuw geteld en gerekend te worden. Dan is het maar één stukje meer dan de vraag ervoor. Verder zit de relatie 3000 meter = 3 kilometer in de opdrachten verwerkt. En verder is het de vraag of de leerlingen de verschillende opgaven wel aan elkaar koppelen: halverwege heeft Kees 3 km afgelegd, waar hij 10 minuten over gefietst heeft. De vraag hoe lang hij dan nog moet fietsen, is dan een vraag waarvan je het antwoord al weet.

Ook opgave 3 kan zonder hulp gemaakt worden.

Laat de leerlingen het zoveel mogelijk zelf uitzoeken. Ze kunnen op allerlei manieren aan de antwoorden komen: vermenigvuldigen, optellen, afkijken, verdubbelen, nul erachter. Voorlopig is elke manier goed, met een beetje moeite vindt iedereen zo wel een oplossing. De laatste tabel is het lastigst. N.B. Het op één na laatste vakje hoeft hier niet ingevuld te worden. Dit vakje is toegevoegd omdat er in feite twee sprongen tegelijk gemaakt worden, namelijk van 18000 m naar 18 km en van 60 min. naar 1 uur. De leerlingen kunnen dit vakje gebruiken om deze overgang in twee stappen uiteen te leggen.

puzzelsommen

De leerlingen die opgave 2 en 3 af hebben krijgen de 'wedstrijdsom' (4). De groepjes die aan deze opdracht werken, krijgen per groep aanwijzingen.

Het blad met de puzzelsommen wordt apart uitgedeeld om het idee van een extraatje te accentueren. Vraag de leerlingen die precies acht oplossingen gevonden hebben eerst op te schrijven, waarom ze denken dat er niet meer mogelijkheden zijn. Daarna kunt u ze nog wijzen op $8+8+8=24$, en vragen of ze er nog meer weten. Hetzelfde kan nog eens met $8+8-8+8-8=8$. Deze oplossingen staan overigens aan het begin van de volgende les centraal, waarbij de hele klas er kennis mee kan maken. Tenslotte, omdat de sommen van opgave 2 funderend zijn voor het vervolg, is het nodig deze na te kijken voor les 3 gegeven wordt. Leerlingen die hier (nog) problemen mee hebben, verdienen extra aandacht.

naam:

>> Hoever is het van het huis naar de kerk?

..... m.

>> Hoeveel minuten fietst Kees daarover?

..... minuten

>> Hoever is het van het huis naar de camping?

..... m.

>> Hoever is het van de kerk naar de boerderij?

..... m.

>> Hoever is het van het huis naar de boerderij?

..... m.

>> Hoever is het van het huis naar de vijver?

..... m.

>> Hoever is het van het huis naar de bushalte?

..... m.

>> Hoever is het van het huis naar het station?

..... m.

>> De boerderij staat dichterbij de bushalte dan het station, ja of nee?

>> Hoever is het van de boerderij naar de kerk?

..... m.

>> Hoeveel minuten fietst Kees daarover?

..... minuten

>> Hoeveel minuten fietst Kees over 3 kilometer?

..... minuten

Kees fietst van huis naar het station.

>> Wanneer is hij halverwege?

bij

>> Hoeveel meter heeft hij dan gefietst?

..... m.

>> Hoelang moet hij dan nog fietsen?

..... minuten

3. Vul de tabellen in.

afstand	300 m				
tijd	1 min.	2 min.	3 min.	4 min.	5 min.

afstand	300 m				
tijd	1 min.	2 min.	4 min.	8 min.	16 min.

afstand	300 m				 km
tijd	1 min.	6 min.	60 min.		1 uur

naam:

4.

Bij deze opdracht mag je de getallen 3, 8, 11 en 24 gebruiken.
Probeer verschillende sommen te maken, waar alléén deze getallen in voorkomen.
Ook voor de antwoorden mag je geen andere getallen gebruiken.
Dus $3+8=11$ mag wel, $8+11=19$ niet.

Er geldt de volgende puntentelling:

een optelling:	10 punten
een vermenigvuldiging:	20 punten
een aftreksom:	30 punten
een deelsom:	40 punten.

>> Maak zoveel mogelijk verschillende sommen.

LES 3

terugblik

De docent presenteert verschillende oplossingen van de 'wedstrijdsom', als oplossingen van Martien, Eelco, Mieke en Sandra. De oplossing van Martien staat op het werkblad. Hij had erbij geschreven 'meer zijn er niet'. De docent vraagt of dat klopt.

Het is niet de bedoeling dat er een sluitende redenering gevonden wordt. Het gaat erom dat de leerlingen er even over nadenken.

Dan wordt een oplossing van Eelco gepresenteerd. Die had ook nog $8 : 24 = 3$. Gezamenlijk wordt de fout ontmaskerd.

Daarna komt Mieke, die deed $8 + 8 + 8 = 24$. Er wordt even gediscussieerd over de vraag of dat wel mag. Vervolgens vraagt de docent of er nog meer van deze oplossingen te bedenken zijn als dit ook mag. Dit leidt al gauw tot $24 - 8 - 8 = 8$ en $24 - 8 = 8 + 8$.

Maar dan komt de docent met een oplossing van Sandra: $8 + 8 - 8 + 8 - 8 = 8$; hoeveel oplossingen zijn er dan?

instructie

De eerste drie opgaven van som 2 worden één voor één gemaakt en besproken. Dat wil zeggen dat de leerlingen steeds eerst een keuze maken en een argumentatie noteren, voor het antwoord besproken wordt.

Aan $195,63 - 136,85 = \dots$ kan duidelijk gemaakt worden dat het niet om het aantal cijfers vóór, of achter de komma gaat, maar om hoe groot het ongeveer wordt.

De vermenigvuldiging $99,4 \times 5,5 = \dots$ is nog een beter voorbeeld voor het niet opgaan van de regel van het aantal cijfers achter de komma. Het juiste antwoord is 546,70 of te wel 546,7. N.B. Dit is

het soort antwoorden wat een zakrekenmachientje ons ook voorschotelt. Schattend kan het antwoord gevonden worden via $100 \times 5,5$.

Bij $58,6 + 1,4 = \dots$ komen er zelfs helemaal geen cijfers meer achter de komma, maar het vergt niet zoveel inventiviteit om te bedenken dat er ongeveer 60 uit moet komen.

Van de leerlingen worden redeneringen verwacht in de trant van: '6,01 kan nooit, dat is veel te klein'; '69,1 is teveel want er komt maar heel weinig bij'.

verwerking

De leerlingen maken de som 2, 3 en 4 verder weer in groepjes van twee. De docent loopt rond en springt bij waar dat nodig is. (Om leerlingen verder te helpen, etc.)

In een aantal opgaven van som 2 wordt teruggegrepen op de eerste puzzelsommen, de delingen met een uitkomst meer, of minder dan 100. Dit betreft $792,4 : 7 = \dots$; $600 : 7 = \dots$ en $\dots : 9$. Nieuw zijn de vleksommen die echter voor zichzelf spreken. In een enkel geval moeten de leerlingen erop gewezen worden dat de getallen natuurlijk netjes recht onder elkaar stonden. Bij de lange optelling is het tenslotte voor sommige leerlingen al een hele vondst dat je losse vermenigvuldigingen kunt maken: 4×200 en 4×40 en nog 4×9 . Honoreer ook dat soort oplossingen!

Som 3 is een vervolg op de vorige les. De leerlingen zouden hier nu weinig moeite mee moeten hebben. Houdt wel even in het oog of ze een beetje behoorlijk meten.

Van som 4 is het tweede deel wat lastiger, maar het is niet erg als de leerlingen er niet helemaal uitkomen. Deze opgave komt de volgende rekenles weer terug.

puzzelsommen

De leerlingen die klaar zijn met 2 t/m 4 krijgen som 5: 'Sommen zonder uitkomst'.

Leerlingen die deze sommen te flauw vinden kunt u uitdagen met de opdracht zelf hele moeilijke te bedenken. Het gaat hier natuurlijk om de eigen produkties. Van belang is hier daarom ook weer het nakijken. Breiden de leerlingen de opgaven ook uit met vermenigvuldigen en delen, welke redeneringen gebruiken ze om twee sommen met dezelfde uitkomst te vinden? Wanneer de leerlingen ernstige fouten maken is het zaak deze leerlingen even apart te nemen en de fouten door te spreken.

naam:.....

1.

Martien	$3+8=11$	$11-8=3$	$8 \times 3=24$	$24 : 8=3$
	$8+3=11$	$11-3=8$	$3 \times 8=24$	$24 : 3=8$

Eelco

Mieke

Sandra

2. Maak een verstandige keuze zonder het precies uit te rekenen.
Licht je antwoord toe.

$195,63 - 136,85 = \dots$

>> Welk antwoord zal het goede zijn?
58,78 5,78 168,78

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

$99,4 \times 5,5 = \dots$

>> Welk antwoord zal het goede zijn?
54,67 546,7 5,467

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

$58,6 + 1,4 = \dots$

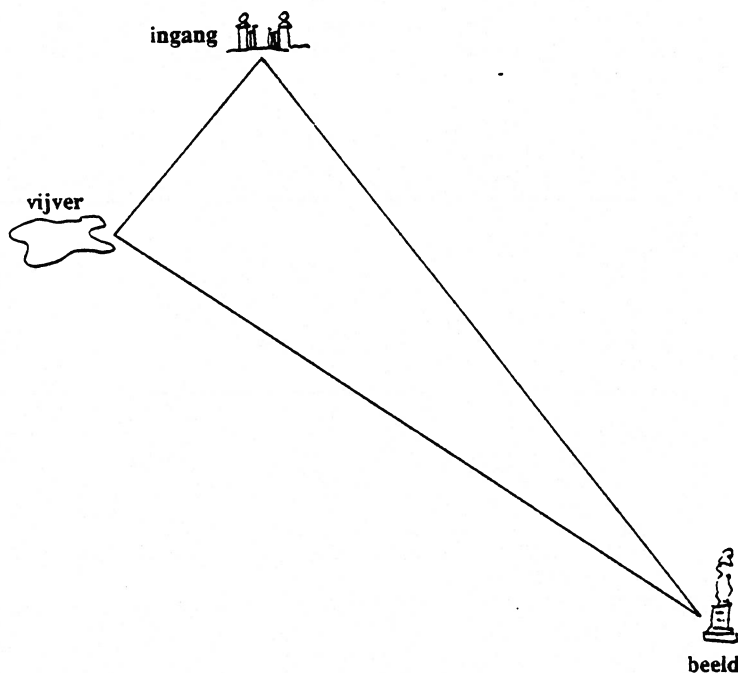
>> Welk antwoord zal het goede zijn?
69,1 6,01 60

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

naam:

3. Parkwandeling



Op de plattegrond is een wandeling in het park geschetst. Van de ingang tot de vijver is ongeveer 600 m.

- >> Hoeveel meter is het stuk van de vijver naar het beeld dan denk je? m.
- >> En hoeveel meter is het laatste stuk van het beeld naar de ingang? m.
- >> Hoe lang zal de hele wandeling ongeveer zijn? m.
- >> Hoe lang zou de hele wandeling ongeveer duren? minuten

Michelle weet dat ze ongeveer 100 meter in per minuut loopt als ze flink doorstapt.

- >> Hoeveel minuten doet ze over het eerste stuk van de wandeling, van de ingang naar de vijver? minuten
- >> Hoe lang loopt ze over het stuk van de vijver naar het beeld? minuten
- >> En hoe lang van het beeld naar de ingang? minuten
- >> Hoe lang doet ze over de hele wandeling? minuten

$$792,4 : 7 = \dots$$

>> Welk antwoord zal het goede zijn?
11,2 99,9 113,2

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

$$\begin{array}{r} 37 \cdot \\ 2 \times \\ \hline \end{array}$$

>> Welk antwoord zal het goede zijn?
999 600 74

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

$$600 : 7 = \dots$$

>> Welk antwoord zal het goede zijn?
100 114,4 85,7

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

$$\begin{array}{r} 249 \\ 249 \\ 249 \\ \hline 249 + \\ \hline \end{array}$$

>> Welk antwoord zal het goede zijn?
996 836 1036

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

..... : 9

>> Kies een getal zodat de uitkomst van deze deling *groter* dan 100 is.

Je kunt zien dat dit een goed getal is, omdat

.....

$$\begin{array}{r} 1004 \\ 9 \times \\ \hline \end{array}$$

>> Welk antwoord zal het goede zijn?
106 44 3

Het antwoord kan geen 106 zijn want $1004 \text{ min } 900$ -en-nog-wat is hoogstens 104.
Het antwoord kan wel 44 zijn want dat is minder dan 104.
Het antwoord kan geen 3 zijn want $1004 \text{ min } 999$ is al 5.

4. Michelle loopt 100 meter in 1 minuut.

>> Vul de tabel in om te bepalen hoeveel kilometer ze in 1 uur loopt.

afstand	100 m				 km	
tijd	1 min.	6 min.	60 min.		1 uur	

Michelle loopt ongeveer km per uur.

Elly van Hulst liep de 3000 m in bijna 9 minuten.

>> Maak deze tabel verder af.

3000 m					 km	
9 min.		3 min.			1 uur	

Elly liep ongeveer km per uur.

naam:

5. Sommen zonder uitkomst

 $6 + 6 = 10 + 2$ is dat waar? $3 + 5 = 2 + 4$ is dat waar? $17 + 5 = 5 + 17$ is dat waar? $25 + 5 = 20 + 10$ is dat waar?>> Bedenk zelf vier van zulke 'sommen' die waar zijn. $10 + 8 = 20 - 2$ is dat waar? $13 - 8 = 7 + 7$ is dat waar? $9 + 5 = 10 - 4$ is dat waar? $30 - 5 = 20 + 5$ is dat waar?

>> Wat is er bij deze sommen anders dan bij de sommen bovenaan de bladzijde?

>> Bedenk zelf nog vier van zulke 'sommen' die waar zijn.

>> Bedenk nog flink wat van zulke 'sommen' die waar zijn.

Voor elke som krijg je 5 punten.

Je mag ook keer-sommen en deel-sommen maken.

LES 4

terugblik

Aan het begin van deze les wordt nog een keer teruggekomen op het omrekenen van snelheden in meters per minuut naar kilometers per uur. De laatste opgave van de vorige rekenles staat nogmaals op een werkblad, maar nu met wat meer steunpunten. De opgave wordt gezamenlijk gemaakt. De tijden die als tussenstap gebruikt kunnen worden zijn al ingevuld; van 9 min. kom je via 3 min., 6 en 60 min. vanzelf op een uur.

Aansluitend wordt de volgende opgave gemaakt, waar de leerlingen zelf de tussenstappen moeten kiezen om van de snelheid per seconde naar de snelheid per minuut en daarna naar de snelheid per uur te komen. Gezamenlijk wordt geconcludeerd dat je 60 meter in ruim 7 seconden, wel af kunt ronden op 8 meter per seconde, wat leidt tot 480 meter voor 60 seconden.

Een van de leerlingen in de proefklas vond als oplossing:

60 m	120 m	240 m	480 m
7 sec.	14 sec.	28 sec.	56 sec.

Op de vraag, wie nu het meest precies was concludeerde de klas unaniem dat dat deze leerling was. Door af te ronden vind je hier echter ook 480 meter voor 60 seconden. Zelf was deze leerling echter nog niet tevreden, even later kwam ze nog met een aanvulling voor de ontbrekende 4 seconden.

Overigens zou ook nog de weg gevolgd kunnen worden van:

60 m	3600 m	$3600:7=514 \text{ (m)}$
7 sec.	420 sec.	60 sec.

In beide gevallen komen we zo echter tot een precisie die niet

overeenstemt met de gegeven tijd van ruim 7 seconden.

Door de laatste vraag, 'Waarom zouden ze Nelli Cooman de 3000 m niet laten lopen?', wordt de uitkomst van het rekenwerk weer in het juiste perspectief geplaatst.

instructie

Vervolgens worden som 2 a,b en c gemaakt en besproken. De leerlingen schrijven steeds eerst op hoe zij denken dat er gerekend is, voordat de discussie gestart wordt.

Er is uitgegaan van de volgende manieren:

- Els doet er steeds één bij.*
 - Ed rekent de opgave uit door steeds te verdubbelen.*
 - Evelien doet 2 zakjes en 4 zakjes is samen 6 zakjes dus voor de prijs van 6 zakjes kun je de prijzen van 2 en 4 zakjes samennemen, zo vindt ze ook 10 uit 6 & 4, en 16 uit 10 & 6.*
- De leerlingen zijn nu zo vertrouwd met de verhoudingstabel, dat ze weinig moeite zullen hebben deze oplossingsmethoden te achterhalen. Ook al zullen ze zeker ook andere mogelijkheden zien. Het gaat er echter om dat de methode van Ed en die van Evelien geëxpliciteerd worden, zodat ze hierna toegepast kunnen worden.*

verwerking

De leerlingen maken de opgaven 3,4 en 5 in groepjes van twee.

puzzelsommen

Als som 3,4 en 5 klaar zijn krijgen de leerlingen som 6.

puzzelsommen

Som 6 is isomorf met de puzzelsom van les 2 die in les 3 uitgebreid besproken is. Wanneer de leerlingen deze isomorfie zien, zijn ze al een heel eind. Maar ze moeten de verschillende mogelijke interpretatie nog wel even uitwerken.

naam:

1. Elly van Hulst liep de 3000 m in bijna 9 minuten.
 >> Maak deze tabel verder af.

3000 m.						km.	
9 min.		3 min.		6 min.		60 min.	1 uur

Elly liep ongeveer km per uur.

- Nelli Cooman liep de 60 m in ruim 7 seconden.
 >> Reken met de tabel uit hoeveel dat ongeveer is in 1 minuut.
 (Probeer een handige manier te bedenken.)

60 m.							
7 sec.						1 min.	

Het was 60 meter in ruim 7 seconden.
 Als je de snelheid per minuut afrondt op een **mooi** getal,
 Hoeveel meter loopt Nelli dan in 1 minuut?

Nelli loopt ongeveer meter per minuut.

Hoeveel wordt dat per uur?

..... m.							
1 min.							

Nelli loopt ongeveer km per uur.

- >> Waarom zouden ze Nelli Cooman de 3000 m niet laten lopen?

.....

naam:

2. Een klas kreeg deze som:

Hoeveel moet je betalen voor 16 zakjes patat van f 1,25 ?

Gebruik een verhoudingstabel.

a. Els deed het zo:

zakjes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
prijs	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50	13,75	15,00	16,25	17,50	18,75	20,00

> Hoe heeft zij gerekend?

.....

b. Ed lost de opgave zo op:

zakjes	1	2	4	8	16
prijs	1,25	2,50	5,00	10,00	20,00

> Hoe heeft hij gerekend?

.....

c. Evelien lost de opgave zo op:

zakjes	1	2	4	6	10	16
prijs	1,25	2,50	5,00	7,50	12,50	20,00

> In het begin deed Evelien het net zo als Ed.

De prijs van 6 zakjes heeft ze handig berekend. Hoe deed ze dat, denk je?

.....

> Hoe heeft ze de prijs van 10 zakjes berekend denk je?

.....

> Ze weet dat de prijs van 6 zakjes f 7,50 is en dat de prijs van 10 zakjes f 12,50 is.
Hoe bereken je dan de prijs van 16 zakjes?

.....

- > Maak de opgave eens op de manier van Ed 'dubbel-dubbel':

3b. Eén cassettebandje kost f 7,50.
Hoeveel moet je betalen voor 16 cassettebandjes?

- > Maak de opgave nu op de manier van Evelien 'handig samennemen':

3c. Eén cassettebandje kost f 7,50.
Hoeveel moet je betalen voor 16 cassettebandjes?

Je kunt deze opgave ook nog op andere manieren uitrekenen.
Weet je nog een manier?

- > Schrijf deze manier hieronder.

4. Gordijnstof kost f 15,- per meter
Hoeveel moet je betalen voor 16 meter ?

- > Maak de opgave eens op de manier van Ed 'dubbel-dubbel':

meter					
prijs					

5. Benzine kost f 1,50 per liter.
Hoeveel moet je betalen voor 12 liter?

> Maak deze opgave op de manier van Evelien 'handig samen nemen'.

liter							
prijs							

naam:

6. Bij deze opdracht mag je de getallen 7, 8, 15 en 56 gebruiken.
Probeer verschillende sommen te maken, waar alléén deze getallen in voorkomen.
Ook voor de antwoorden mag je geen andere getallen gebruiken.
Dus $7+8=15$ mag wel, $15+8=23$ niet.

Er geldt de volgende puntentelling:

een optelling:	10 punten
een vermenigvuldiging:	20 punten
een aftreksom:	30 punten
een deelsom:	40 punten.

- > Maak zoveel mogelijk verschillende sommen.

- > Hoeveel sommen zou je wel kunnen vinden als je een uur bleef zoeken?

LES 5

terugblik

De terugblik beperkt zich in deze les tot een enkele opmerking over de voortgang; in het algemeen over de maniertjes die ontdekt zijn, en enkele persoonlijke opmerkingen over het werk van de vorige keer dat inmiddels nagekeken is.

instructie

Het aantal maniertjes dat je kunt gebruiken bij verhoudingstabellen wordt verder uitgebreid met de opgaven van som 1. De procedure is weer: eerst zelf kijken, dan opschrijven en dan klassikaal bespreken.

Bij 1a t/m e bedenken de leerlingen soms oplossingen die wel correct zijn maar niet passen bij de manier waarop de tabel ingevuld is. Reken dat wel goed!

Het gaat tenslotte om het stimuleren van eigen ideeën. U kunt zeggen dat het zo wel gedaan zou kunnen zijn, maar dat je dat aan de tabel niet kunt zien.

De beoogde maniertjes worden samengevat aan de hand van het overzichtje:

MANIERTJES:

$\begin{array}{ c c c } \hline 10 & 4 & 14 \\ \hline 250 & 100 & 350 \\ \hline \end{array}$	samennemen
$\begin{array}{ c c } \hline 7 & 14 \\ \hline 105 & 210 \\ \hline \end{array}$	verdubbelen
$\begin{array}{ c c } \hline 1 & 15 \\ \hline 5 & 75 \\ \hline \end{array}$	vermenigvuldigen.
$\begin{array}{ c c } \hline 50 & 25 \\ \hline 1000 & 500 \\ \hline \end{array}$	halveren
$\begin{array}{ c c c } \hline 20 & 3 & 17 \\ \hline 300 & 45 & 255 \\ \hline \end{array}$	erafhalen

verwerking

De maniertjes worden nu teruggezocht in som 2.

Deze sommen hoeven in principe niet uitgerekend te worden; de vraag is: hoe zou je ze uit kunnen rekenen? Het verdient weer de voorkeur de leerlingen in groepjes van twee te laten werken, zodat ze de verschillende mogelijkheden met elkaar kunnen bespreken. Er zijn verschillende mogelijkheden. Het is niet nodig dat de meest efficiënte manier gevonden wordt. De verschillende oplossingswijzen bieden juist ruimte voor het werken op het eigen niveau.

Aansluitend oefenen de leerlingen het werken met verhoudingstabellen nog even met som 3 en 4, en ontwerpen ze een viertal nieuwe opgaven voor de komende toets.

Het oefenen heeft ook als functie de leerlingen te inspireren door nog even te oriënteren op de verschillende toepassingsmogelijkheden van de verhoudingstabel. In de proefklassen hebben we ook echt opgaven van leerlingen in de toets opgenomen. Opvallend was dat de leerlingen toen al spontaan met opgaven van het type '3 op 5' kwamen, hoewel er in die versies géén oefenopgaven opgenomen waren.

puzzelsommen

De leerlingen die vier tabelsommen geproduceerd hebben krijgen nog som 6 en 7.

Dit is een extraatje, dat niet zo goed bij de rest lijkt te passen. Deze opgaven passen echter wel in de serie, omdat we in het tweede deel een expliciete relatie willen leggen tussen de breuken en de verhoudingstabellen. Dit type opgaven geeft alvast een andere kijk op breuken. Niet vanuit het rekenen met een formele notatie, maar vanuit een praktische verdeelsituatie die ook praktisch opgelost wordt. De enige vraag is: 'Is het eerlijk?'

Voor sommige leerlingen moet er wel bij gezegd worden dat in de tekeningetjes alleen is aangegeven hoe de kaassoufflés gesneden zijn. Zij moeten zelf bedenken wat er verder beoogd is. En dus, hoe de stukken in de drie voorbeelden over de zes liefhebbers verdeeld moeten worden.

naam:.....

1. Hoe zijn de laatste antwoorden berekend?

a. Jansens verkoopt sinasappels voor 25 cent per stuk.

sinasappels	1	10	4	14	
prijs	25	250	100	350	

Hoeveel kosten 14 sinasappels?

Berekeningswijze:.....

b. De auto van Mevr. Pieters rijdt 15 km. op 1 liter benzine.

liters	1	3	4	7	14	
km.	15	45	60	105	210	

Hoeveel kilometer rijdt zij op 14 liter benzine?

Berekeningswijze:.....

c. Adelheid schenkt 5 glazen limonade uit één fles.

flessen	1	15	
glazen	5	75	

Hoeveel glazen schenkt ze uit 15 flessen?

Berekeningswijze:.....

d. Eén koekje weegt 20 gram.

koekjes	1	5	50	25	
gram	20	100	1000	500	

Hoeveel wegen 25 koekjes?

Berekeningswijze:.....

e. Op elk pak koffie zitten 15 waardepunten.

pakken koffie	1	2	20	3	17	
waardepunten	15	30	300	45	255	

Hoeveel punten zitten er op 17 pakken koffie?

Berekeningswijze:.....

MANIERTJES:

$$\begin{array}{r|l|l|l} 10 & 4 & 14 & \\ \hline 250 & 100 & 350 & \end{array}$$

samennemen

$$\begin{array}{r|l|l} 7 & 14 & \\ \hline 105 & 210 & \end{array}$$

verdubbelen

$$\begin{array}{r|l|l} 1 & 15 & \\ \hline 5 & 75 & \end{array}$$

vermenigvuldigen.

$$\begin{array}{r|l|l} 50 & 25 & \\ \hline 1000 & 500 & \end{array}$$

halveren

$$\begin{array}{r|l|l|l} 20 & 3 & 17 & \\ \hline 300 & 45 & 255 & \end{array}$$

erafhalen

2. Bedenk hoe je het ontbrekende getal in de volgende sommen uit zou kunnen rekenen.

Omcirkel het maniertje dat je gebruikt,
en omcirkel de getallen die je nodig hebt.

a. Bij de kraam van Dries kost het ribflueel 21 gulden per meter.

Hoeveel betaal je voor 12 m ?

$$\begin{array}{r|l|l|l|l|l|l} \text{meter} & 1 & 4 & 6 & 8 & 12 & \\ \hline \text{gulden} & 21 & 84 & 126 & 168 & & \end{array}$$

samennemen / verdubbelen / vermenigvuldigen / halveren / erafhalen.

b. Het huren van een zeilboot kost 13 gulden per uur.

Hoeveel betaal je voor 6 uur zeilen?

$$\begin{array}{r|l|l|l|l|l|l} \text{uur} & 1 & 4 & 8 & 12 & 6 & \\ \hline \text{gulden} & 13 & 52 & 104 & 156 & & \end{array}$$

samennemen / verdubbelen / vermenigvuldigen / halveren / erafhalen.

c. Anton verdient in zijn vakantiebaan 18 gulden per dag.

Hoeveel verdient hij in 8 dagen?

$$\begin{array}{r|l|l|l|l|l|l} \text{dagen} & 1 & 2 & 4 & 6 & 8 & \\ \hline \text{gulden} & 18 & 36 & 72 & 108 & & \end{array}$$

samennemen / verdubbelen / vermenigvuldigen / halveren / erafhalen.

d. In één kratje zitten 12 flessen.

Hoeveel flesjes zitten er in 9 kratjes?

$$\begin{array}{r|l|l|l|l|l|l} \text{kratjes} & 1 & 4 & 5 & 10 & 9 & \\ \hline \text{flesjes} & 12 & 48 & 60 & 120 & & \end{array}$$

samennemen / verdubbelen / vermenigvuldigen / halveren / erafhalen.

3. Marieke koopt stickers van 75 cent.
 >> Hoeveel stickers kan ze kopen voor 3 gulden?

stickers	_____		1		_____		_____		_____		_____	
cent			75									

- Een blikje Spa bevat 0,25 liter.
 >> Hoeveel liter zit er in 9 blikjes?

blikjes	_____		1		_____		_____		_____		_____	
liter Spa			0,25									

- In één luciferdoosje zitten ongeveer 50 lucifers.
 Iefke heeft 1500 lucifers nodig voor een miniatuur blokhut.
 >> Hoeveel doosjes lucifers heeft ze nodig?

doosjes	_____		1		_____		_____		_____		_____	
lucifers			50									

4. Eén persoon weegt ongeveer 80 kilo.
 >> Hoeveel personen mogen er in een lift die 1000 kilo kan dragen?

personen	_____		1		_____		_____		_____		_____	
gewicht			80 kg.									

- Bij de haringkar krijg je 3 haringen voor 5 gulden.
 >> Hoeveel moet je betalen voor 36 haringen?

haringen	_____		3		_____		_____		_____		_____	
gulden			5									

- >> Hoeveel kost één haring denk je?

Eén haring kost waarschijnlijk, want

Binnenkort krijgen jullie een toets om te kijken, of jullie nu met tabellen kunnen werken. Deze toets wordt samengesteld uit opgaven die jullie zelf bedenken. Wij geven een voorbeeld.

Carlo rijdt elke dag 75 kilometer.

Hoeveel kilometer rijdt hij in 8 dagen?

dagen		1		2		4		8	
kilometers		75							

5. Bedenk een paar tabelsommen voor de komende toets.

.....

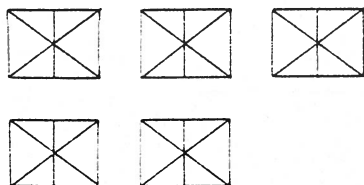
.....

.....

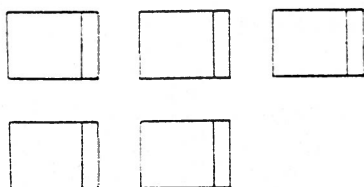
.....

naam:

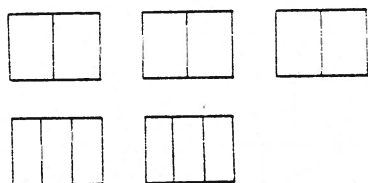
6. Zes kinderen verdelen vijf kaassoufflés.
Is er steeds eerlijk verdeeld?



Eerlijk gedeeld? Waarom? Want.....

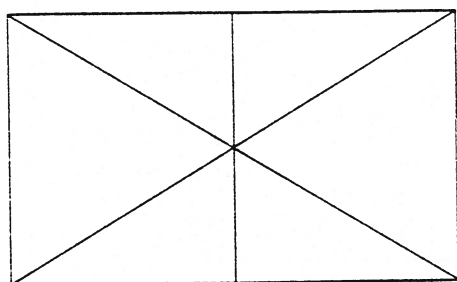


Eerlijk gedeeld? Waarom? Want.....



Eerlijk gedeeld? Waarom? Want.....

7. Een koek wordt in zessen gedeeld.
Welk stuk zou jij kiezen?



Waarom? Want.....

LES 6

toets

De toets bestaat uit vijf onderdelen:

- het werken van visuele schaal en wat maatkennis;
- eenvoudige tabellen (guldens -> kwartjes);
- door de leerlingen zelf ontworpen tabelsommen;
- afronden (schatten);
- bedenk een moeilijke som.

De sommen zijn op zich goed te maken voor alle leerlingen. Toch kan het nodig zijn, tijdens de afname leerlingen toe te spreken die toch weer bang zijn dat ze het niet kunnen.

In opgave 3 zijn de 'zelf ontworpen tabelsommen' van de proefklas als voorbeeld opgenomen. Het is natuurlijk de bedoeling dat deze sommen vervangen worden door opgaven die door leerlingen van uw eigen klas bedacht zijn.

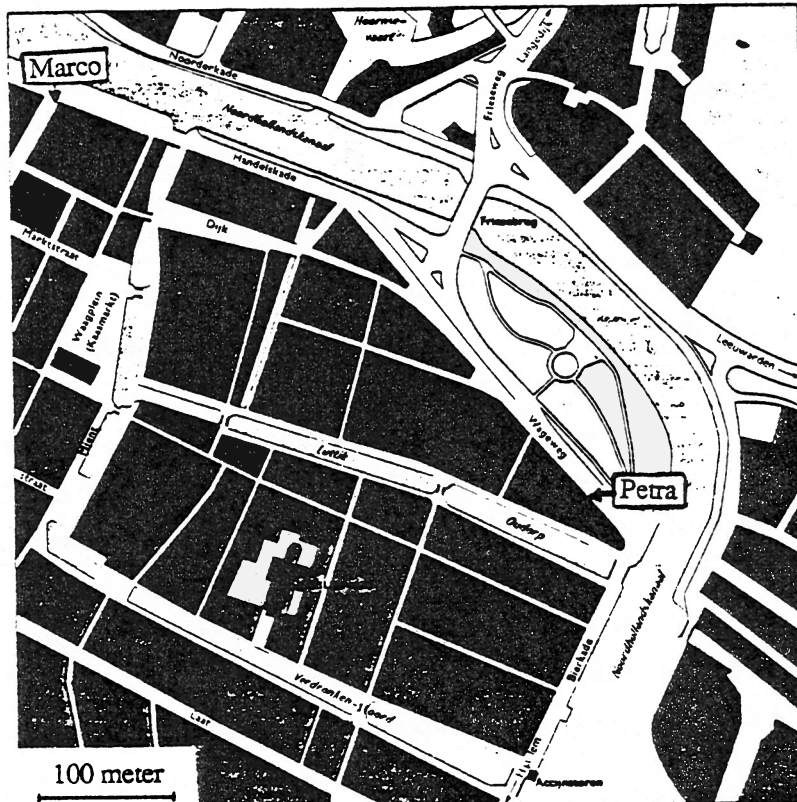
De resultaten in de proefklas (brugklas leao/mavo) waren als volgt: Tweederde van de leerlingen had het eerste deel van opgave 1 goed. Een deel van de leerlingen werkt toch met een willekeurige standaard als '1 cm is 100 m'. Bij de tweede vraag van som 1 blijkt ongeveer de helft van de klas onthouden te hebben dat je ongeveer 100 m in een minuut loopt.

De verhoudingstabellen zijn in het algemeen zeer goed gemaakt. De meeste fouten hadden het karakter van reken-of concentratiefouten. Soms wordt er wel een regelmaat gebruikt maar dan is de regelmaat boven de streep anders dan die onder de streep.

De sommen 4a en 6 geven nauwelijks problemen. Bij 4c wordt het vergelijken van $120 : 9$ en $120 : 10$ nogal eens fout gedaan (1/3 deel van de leerlingen).

naam:

1. Dit is een plattegrond van de wijk waar Marco en Petra wonen.



- >> Hoever is het van Marco naar Petra? meter.
- >> Hoe lang loop je daarover, denk je? minuten.

naam:

2. Voor een gulden krijg je 4 kwartjes.
Voor twee gulden krijg je 8 kwartjes.

>> Vul de tabellen verder in.

guldens	1	2	3	4	
kwartjes	4				

guldens	10	20	30	40	
kwartjes					

>> Hoe kwam je bij deze tabel aan de uitkomsten?

.....

guldens	40	39	38	
kwartjes				

>> Hoe kwam je nu aan de uitkomsten?

.....

guldens	1	10	100	99	
kwartjes	4				

>> Hoe kwam je aan de *laatste* uitkomst?

.....

guldens	1	3	30	33	
kwartjes	4				

>> Hoe kwam je aan de *laatste* uitkomst?

.....

guldens	1	5	50	25	
kwartjes	4				

>> Hoe kwam je aan de *laatste* uitkomst?

.....

naam:

4. Nu nog de andere sommen die we ook gedaan hebben.

4a. Hier staat een som met drie antwoorden.

Maak een verstandige keuze zonder het precies uit te rekenen.

Zet een kring om het goede antwoord.

Licht je antwoord toe.

$$47,93 + 1,65 = \qquad \gg \text{ Welk antwoord zal het goede zijn?}$$

47,58 49,58 54,58

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

4b. Op deze som zit een vlek. Je kunt de som niet helemaal meer zien.

Toch kun je wel uitvinden welk antwoord bij de som hoort.

Zet een kring om het goede antwoord.

$$\begin{array}{r} 5\blacksquare 8 \\ 1234 - \end{array}$$

$$\gg \text{ Welk antwoord zal het goede zijn?}$$

4444 444 44

Je kunt zien dat dit het goede antwoord is, omdat

.....

4c. Vul in 'meer' of 'minder'.

202 : 2 is dan 200 : 2

120 : 9 is dan 120 : 10

47 x 18 is dan 50 x 20

5. Bedenk nu zelf een hele moeilijke som voor mij!

.....

.....

.....

.....

OEFENSTOF

De sommen 1 t/m 5 zijn bedoeld om de tabel-vaardigheden te onderhouden en wat getalrelaties te oefenen. Ze kunnen als huiswerk opgegeven worden, of in de les gemaakt worden. Enige spreiding, of herhaling met hetzelfde type opgaven lijkt gewenst.

naam:

1. De Peugeot van Jan Ten Kate rijdt 15 kilometer op 1 liter benzine.
 >> Vul de tabellen verder in.

liter	1	10	20	100	80
kilometer	15				

liter	1	4	5	9	8
kilometer	15				

liter	1				
kilometer	15	30	60	90	120

liter	1				
kilometer	15	75	150	225	300

2. Marieke koopt postzegels van 45 cent.
 >> Vul de tabellen in.

postzegels	1	2	4	6	8
cent	45				

postzegels	1	2	3	5	10
cent	45				

postzegels	1	4	10	20	16
cent	45				

postzegels	1				
cent	45	90	180	270	360

3. Capilux heeft Compact Disks in de aanbieding. Normaal kost 1 CD daar 20 gulden.
 Nu krijg je 3 CD's voor 45 gulden.

>> Vul de tabel in.

Compact Disks	3	6	9		
gulden	45			180	450

>> Hoeveel moet je betalen voor 4 CD's? gulden.

>> Hoeveel CD's kun je kopen voor 180 gulden? CD's.

>> Hoeveel CD's kun je kopen voor 85 gulden? CD's.

4. De Gamma verkoopt zakken zand van 20 liter.

>> Vul de tabellen in.

zakken	1	2	4	5	25
liter zand	20				

zakken	1	5	20	15	35
liter zand	20				

zakken	1				
liter zand	20	40	60	100	400

zakken	1				
liter zand	20	100	300	500	1000

>> Eén kubieke meter (m^3) is 1000 liter.

>> Hoeveel zakken zand is dat?zakken.

5. Marlies telefoneert vanuit haar hotelkamer naar haar vriendinnen.
Het hotel rekent 1 gulden voor elke 5 minuten.

>> Vul in de tabellen in hoeveel Marlies moet betalen.

minuten	5	15	25	75	125
gulden	1				

minuten	5	40	60	80	100
gulden	1				

minuten	5				
gulden	1	2	12	14	26

minuten	5	70	90	120	1000
gulden	1				

>> Hoeveel stuivers gaan er in een gulden? stuivers.

>> Hoeveel vijfjes (munten van 5 gulden) kun je krijgen voor een briefje van duizend?

archief FI

02.01.02

Praktisch Rekenen

Docentenboek

Gravemeijer, K. , N. Querelle