

Vraag	Piramide in piramide
Schooltype	Vwo
Type	Toetsopgave
Trefwoorden	Verhoudingen, gelijkvormigheid, inhoud piramide, vergrotingsfactoren, stelling van Pythagoras
Domein+subdomein	D
Tussendoelnummer	4, 9.1, 9.5, 10.3, 10.4, 11.1, 11.4, 11.5
Bereidt specifiek voor op	VB
Niveau	II
Status	definitief
Opmerkingen	

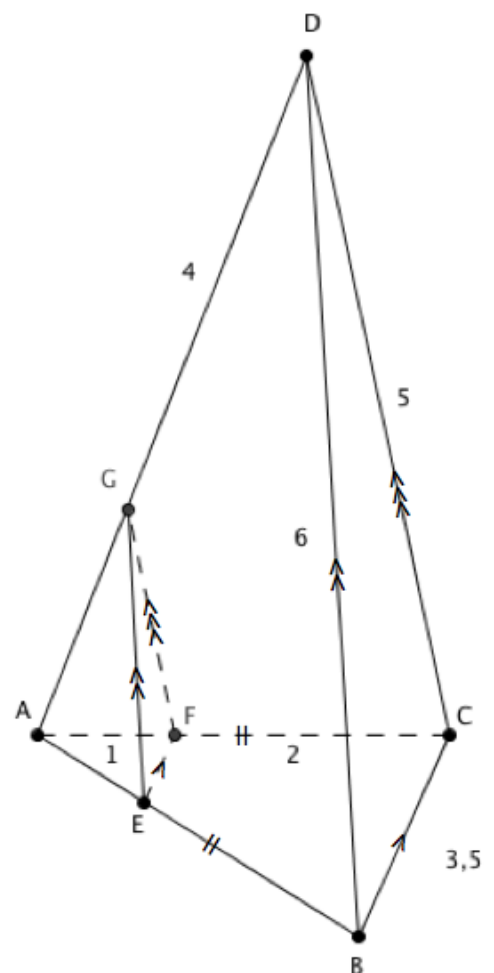
### Piramide in piramide

Gegeven is de piramide  $ABC D$  waarin een kleinere piramide  $AEF G$  zit. In deze piramides geldt dat:  $EF \parallel BC$ ,  $EG \parallel BD$  en  $FG \parallel CD$ . Daarnaast geldt:  $DG = 4$ ,  $BD = 6$ ,  $CD = 5$ ,  $BC = 3,5$ ,  $CF = 2$ ,  $AF = 1$  en  $AC = AB$ .

- Bewijs dat geldt:  $\triangle AGF \sim \triangle ADC$ .
- Bereken  $AG$ .

De inhoud van piramide  $AEF G$  is 0,185.

- Bereken de hoogte van piramide  $ABC D$  in één decimaal nauwkeurig.



Uitwerkingen piramide in piramide:

$$\text{a. } \left. \begin{array}{l} \angle GAF = \angle DAC \text{ (gelijke hoek)} \\ \angle AFG = \angle ACD \text{ (F-hoek)} \\ \angle AGF = \angle ADC \text{ (F-hoek)} \end{array} \right\} \Delta AGF \sim \Delta ADC \quad \text{Drie gelijke hoeken}$$

b.  $\Delta AGF \sim \Delta ADC$  Dus:

$$\frac{AG}{AF} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{4+x}{3}$$

$$4 + x = 3x$$

$$4 = 2x$$

$$2 = x = AG$$

c. De hoogtelijn vanuit A in  $\Delta ABC$  (*gelijkbenige driehoek*) valt op het midden van BC en is te berekenen met de stelling van Pythagoras:

$$\sqrt{3^2 - \left(\frac{3,5}{2}\right)^2} = \sqrt{5,9375}$$

$$O_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3,5 \cdot \sqrt{5,9375} \approx 4,26$$

De piramides zijn gelijkvormig, met vergrotingsfactor k:

$$k = \frac{3}{1} = 3$$

$$k^3 = 27$$

$$I_{ABCD} = 0,185 \cdot 27 \approx 5$$

$$I_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot O_{ABC} \cdot h \quad 5 = \frac{1}{3} \cdot 4,26 \cdot h$$

$$h = \frac{5}{\frac{1}{3} \cdot 4,26} \approx 3,5$$