

Kennisbankjes H8

Kwadratisch verband

In een formule kan een variabele in het kwadraat voorkomen. Je spreekt dan van een **kwadratisch verband**.

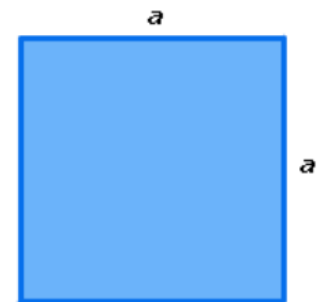
Voorbeeld

Een vierkant heeft zijden van a cm.

De oppervlakte van het vierkant is $a \cdot a = a^2$

Met de formule **$opp = a^2$** kun je de volgende tabel invullen:

a (cm)	0	1	2	3	4
opp (cm ²)	0	1	4	9	16



Omdat er in de formule een variabele in het kwadraat voorkomt, spreek je van een **kwadratisch verband**.

Kwadratisch verband

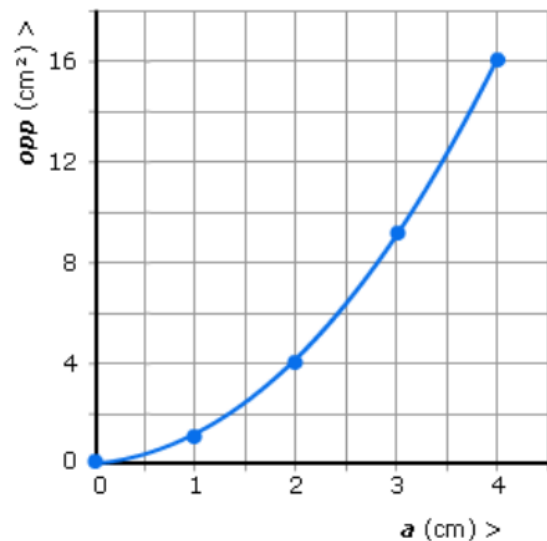
Een kwadratisch verband is geen lineair verband. De grafiek van een kwadratisch verband is geen rechte lijn.

Voorbeeld

Bij de formule **$opp = a^2$** is een tabel en een grafiek gemaakt.

a (cm)	0	1	2	3	4
opp (cm ²)	0	1	4	9	16

De grafiek van een kwadratisch verband is een vloeiende gebogen lijn.



Kwadratisch verband en rekenschema

Bij een kwadratisch verband kun je vaak een rekenschema maken.
Let goed op de rekenvolgorde.

Voorbeeld

Bekijk de formule $u = 2 \cdot g^2 + 3$

Bij de formule hoort het volgende rekenschema:

$g \rightarrow \dots^2 \rightarrow \times 2 \rightarrow + 3 \rightarrow \text{uitkomst}$

Met het rekenschema kun je de tabel invullen:

g	-1	0	1	2	3	4
u	5	0	5	11	21	35

Kwadratisch verband

Soms komt een variabele in een formule meerdere keren voor.
Let dan bij het invullen op dat je de variabele meerdere keren invult.
En let ook nu goed op de rekenvolgorde.

Bekijk de formule $u = 2 \cdot g^2 + 3 \cdot g$

Als $g = 1$, krijg je als uitkomst:

$$u = 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1$$

$$u = 2 \cdot 1 + 3$$

$$u = 2 + 3$$

$$u = 5$$

Als $g = -2$, krijg je als uitkomst;

$$u = 2 \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2)$$

$$u = 2 \cdot 4 + -6$$

$$u = 8 - 6$$

$$u = 2$$

Parabool

De grafiek van een kwadratisch verband is geen rechte lijn.

De grafiek is een vloeiende gebogen lijn.

De grafiek wordt een **parabool** genoemd.

Voorbeeld

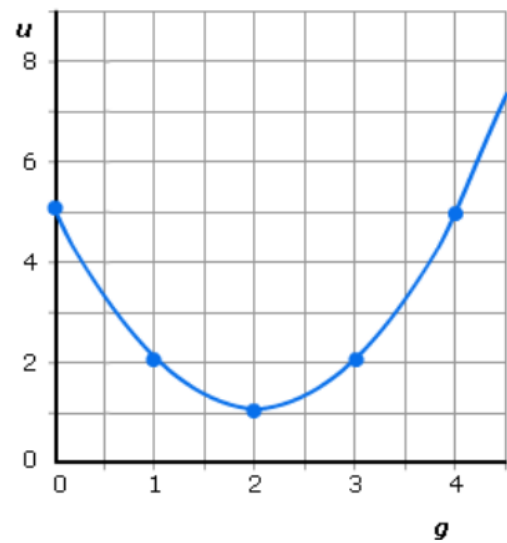
Bekijk de formule: $u = g^2 - 4 \cdot g + 5$

Bij de formule kun je de volgende tabel maken.

<i>g</i>	0	1	2	3	4	5
<i>u</i>	5	2	1	2	5	10

Bij de tabel is een grafiek getekend.

De grafiek is een **dalparabool**.



Bergparabool

Voorbeeld

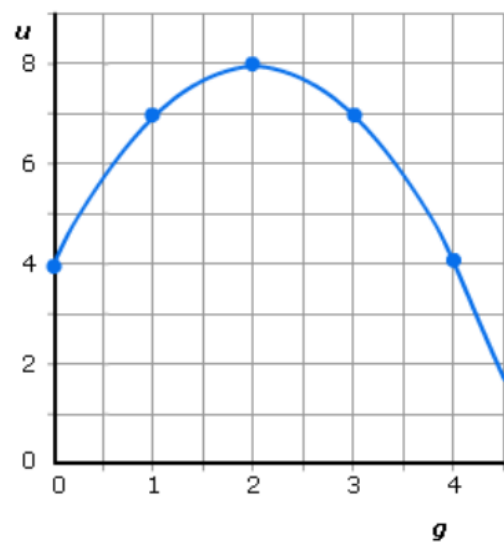
Bekijk de formule: $u = -(g - 2)^2 + 8$

Bij de formule kun je de volgende tabel maken.

<i>g</i>	0	1	2	3	4	5
<i>u</i>	4	7	8	7	4	-1

Bij de tabel is een grafiek getekend.

De grafiek is een **bergparabool**.



Eigenschappen parabool

Voorbeeld

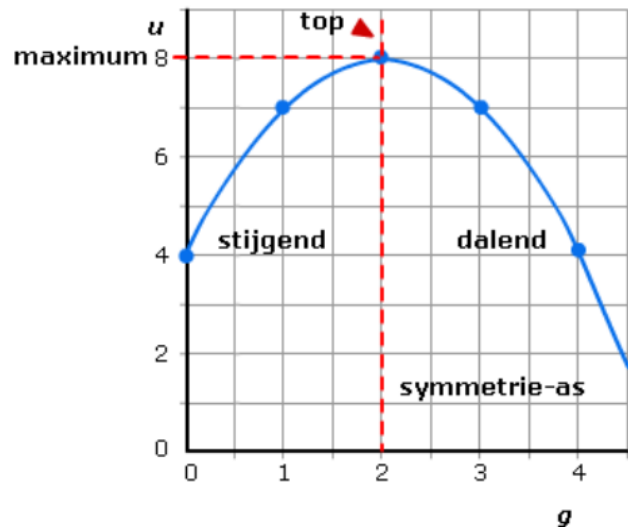
Bij de formule $u = -(g - 2)^2 + 8$ is een grafiek getekend.

De grafiek is een bergparabool.

Links van de lijn $g = 2$ is de grafiek stijgend.
Rechts van de lijn $g = 2$ is de grafiek dalend.

Het punt $(2, 8)$ is het hoogste punt.
Je noemt dat punt de **top** van de parabool.
In de top heeft u de grootste waarde $u = 8$.
Je zegt het **maximum** van de grafiek is 8.

Een parabool is **symmetrisch**.
De symmetrie-as is een verticale as door de top van de parabool.



Eigenschappen dalparabool

Voorbeeld

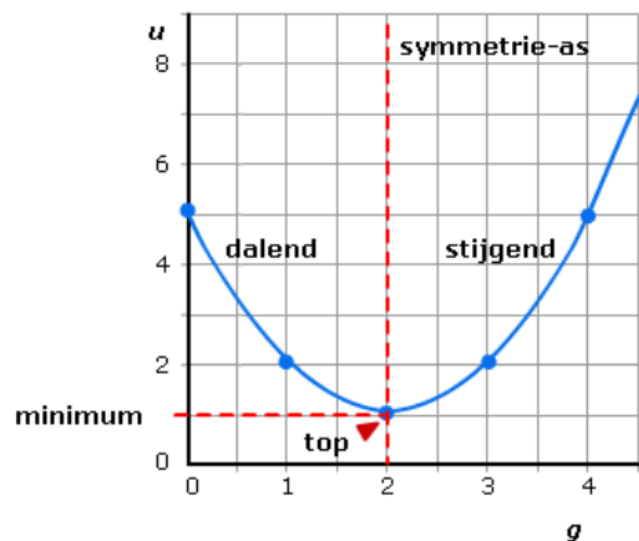
Bij de formule $u = g^2 - 4 \cdot g + 5$ is een grafiek getekend.

De grafiek is een dalparabool.

Links van de lijn $g = 2$ is de grafiek dalend.
Rechts van $g = 2$ is de grafiek stijgend.

Het punt $(2, 1)$ is het laagste punt.
Je noemt dat punt de **'top'** van de parabool.
In de top heeft u de kleinste waarde $u = 1$.
Je zegt het **minimum** van de grafiek is 1.

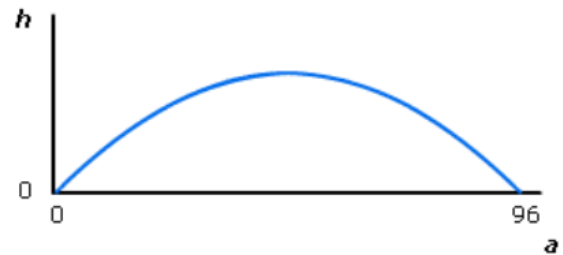
Een parabool is **symmetrisch**.
De symmetrie-as is een verticale as door de top van de parabool.



Eigenschappen gebruiken

Bij de baan van een golfbal hoort de volgende formule: $h = -0,012a^2 + 1,152a$

In de formule is h de hoogte van de bal boven de grond in meters en a de horizontale afstand in meters.



Bij de formule is ook de grafiek getekend. De grafiek is (een deel van) een parabool.

Je ziet dat de bal na 96 m ($a = 96$) weer op de grond komt.

Dat kun je controleren met de formule:

$$h = -0,012 \times 96^2 + 1,152 \times 96 = -110,592 + 110,592 = 0 \quad \text{Klopt!}$$

De baan van de bal is een deel van een parabool. De baan is symmetrisch.

De symmetrie-as gaat door het hoogste punt.

De bal bereikt het hoogste punt na 48 m ($a = 48$).

De maximale hoogte is: $0,012 \times 48^2 + 1,152 \times 48 = 27,648 \text{ m} \approx 27,6 \text{ m}$

Oplossing zoeken kwadratisch verband

Een vierkant heeft zijden van a cm.

Voor de oppervlakte van het vierkant geldt: $opp = a^2$

Je wilt weten bij welke lengte van de zijde de oppervlakte 64 cm^2 is.

Je vult de oppervlakte in.

Je krijgt de **kwadratische vergelijking** $a^2 = 64$

Een oplossing van de vergelijking is $a = 8$, want $8^2 = 64$

Je wilt weten bij welke lengte van de zijde de oppervlakte 20 cm^2 is.

Je vult de oppervlakte in.

Je krijgt de vergelijking $a^2 = 20$

Voor de lengte van de zijde geldt $a^2 = \sqrt{20} \approx 4,47$

