

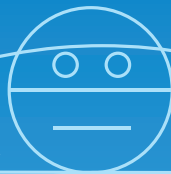


**vtb** PROFESSIONAL

Professionalisering  
Wetenschap & Techniek  
in het basisonderwijs



# TalenteKracht Module combinaties en kansen





# TalentenKracht Module combinaties en kansen



## Colofon

**Auteurs:** Els Feijs, Fokke Munk, Willem  
Uittenbogaard (Fisme, Universiteit Utrecht)

**Redactie:** Jacqueline Kuijpers, MareCom, Breda

**Coördinatie:** Anneleen Post

**Vormgeving:** PlanB Amsterdam, Bert van Zutphen

**Foto's:** Team TalentenKracht satelliet Utrecht

**Druk:** Kaldenbach producties



## Voorwoord

Kinderen gaan van nature op onderzoek uit, om te ontdekken hoe hun wereld in elkaar zit en hoe zij deze vorm kunnen geven. Het is belangrijk dat zij hiervoor de ruimte krijgen van ouders en leraren. Op de basisschool geven leraren vorm aan deze nieuwsgierigheid, aan het onderzoeken, uitproberen en ontdekken binnen het domein wetenschap en techniek. Aandacht voor wetenschap en techniek op de basisschool betekent niet alleen een verrijking van de leeromgeving, maar ook het leggen van verbindingen tussen vakken als taal en rekenen en de wereld om ons heen.

Wetenschap en techniek zijn ook van belang voor de toekomstige plaats van kinderen in de samenleving. Daarom stimuleert het programma VTB-Pro dat leraren zich hierin verder verdiepen door zelf te onderzoeken, te ontwerpen en te ontwikkelen. Want enthousiaste leraren brengen een positieve houding ten aanzien van wetenschap en techniek op hun leerlingen over. Om dit tot stand te brengen, ontwikkelen Kenniscentra Wetenschap en Techniek binnen VTB-Pro scholingsarrangementen voor leraren en pabostudenten. Professionalisering is een van de activiteiten van VTB-Pro om de kwaliteit van het onderwijs in wetenschap en techniek op zowel de basisschool als op de pabo te verhogen. Daarnaast vindt in het kader van VTB-Pro wetenschappelijk onderzoek plaats naar de meest effectieve aanpak voor leraren. Voor het eerst ontstaat zo een kennisbasis wetenschap en techniek, gebouwd op ervaringen uit de praktijk én uit onderzoek. Vele ontwikkelaars en wetenschappers uit diverse disciplines zien het belang hiervan in en werken eraan mee om dit op een vernieuwende en inspirerende manier vorm te geven.

Voor u ligt een van de modules voor groep 1 tot en met 8, ontwikkeld door het Expertisecentrum TalentenKracht Groningen/Utrecht. TalentenKracht is een onderzoeksprogramma gericht op de natuurlijke nieuwsgierigheid, het 'bètalent' en de onderzoekende en ontdekkende houding van jonge kinderen. Het programma wil deze talenten in kaart brengen (zie [www.talentenkracht.nl](http://www.talentenkracht.nl)). In deze modules is veel aandacht voor de analyse van videobeelden en voor het 'kijken met andere ogen' naar de talenten van kinderen. Naast kennis over wetenschap en techniek, komen ook pedagogische vaardigheden aan bod.

Wij zijn heel trots op de totstandkoming van deze modules, als resultaat van de samenwerking tussen wetenschappelijk onderzoek en de onderwijspraktijk. Wij hopen dat deze module van TalentenKracht u nieuwe inzichten geeft en u enthousiasmeert om met andere ogen te kijken naar wetenschap en techniek, zodat u én uw leerlingen hiervan kunnen profiteren. Veel plezier en inspiratie gewenst!

Sylvia Peters, procesmanager VTB-Pro,

Den Haag, juli 2009

## Inhoudsopgave

<b>Achtergrond en verantwoording</b> .....	9
Wat is TalentenKracht? .....	9
TalentenKracht en VTB-Pro .....	10
TalentenKracht modulen .....	11
Verantwoording .....	12
Ten slotte .....	13
<b>Combinaties en kansen in Framework VTB-Pro</b> .....	15
<b>Combinaties en kansen - een inleiding</b> .....	16
<b>Bijeenkomst 1 : Heb ik ze allemaal?</b> .....	17
1 - Opdrachten op eigen niveau .....	17
2 - Kijken naar kinderen (1) .....	19
3 - Op weg naar een goede activiteit .....	20
4 - Kijken naar kinderen (2) .....	21
5 - Suggesties voor de praktijk .....	25
6 - Inhoudelijke verdieping .....	24
<b>Bijeenkomst 2 : Eerlijk of niet eerlijk?</b> .....	28
1 - Reflectie .....	28
2 - Opdrachten op eigen niveau .....	29
3 - Kijken naar kinderen .....	33
4 - Didactische implicaties .....	35
5 - Suggesties voor de praktijk .....	37
<b>Literatuur en bronnen</b> .....	38

## Achtergrond en verantwoording

Deze module is het resultaat van de samenwerking tussen twee projecten: VTB-Pro en TalentenKracht. Beide projecten zijn ondergebracht bij het Platform Bèta Techniek, en meer in het bijzonder bij de afdeling VTB. VTB staat voor Verbreding van Techniek in het Basisonderwijs. In de loop der tijden is dit verbreed tot Wetenschap en Techniek in het Basisonderwijs. Deze verbreding vormt de aanleiding tot deze module. Waar het immers om draait is kinderen een onderzoekende en ontdekkende houding mee te geven. Maar hoe pak je dat in de klas aan? De ervaringen opgedaan bij het onderzoeksprogramma TalentenKracht kunnen hiervoor als wegwijzer en inspiratiebron dienen. Hieronder schetsen wij kort de inhoud van het programma TalentenKracht en de relevantie hiervan voor u in uw lespraktijk.

### Wat is TalentenKracht?

TalentenKracht is een onderzoeks- en ontwikkelprogramma dat probeert een beeld te krijgen van de vele talenten van jonge kinderen van 3 tot en met 5 jaar op het gebied van wiskunde, science en techniek. Daarbij staan wetenschappelijk denken, probleemoplossen en redeneren binnen het brede domein van wetenschap en techniek centraal.

TalentenKracht heeft drie doelstellingen:

- 1) het in kaart brengen van talenten van jonge kinderen;
- 2) inzicht krijgen in de wijze waarop deze talenten verder ontwikkeld kunnen worden;
- 3) leraren, pedagogisch medewerkers en ouders 'ogen' geven om deze talenten beter te herkennen en de ontwikkeling ervan te stimuleren.

Uniek aan het programma TalentenKracht is dat het wordt uitgevoerd door een brede groep wetenschappers met zeer verschillende achtergronden. Wiskundigen en ontwikkelingspsychologen, hersenwetenschappers en natuurkundigen, taalkundigen en (neuro)pedagogen: zes groepen bij zes universiteiten (Amsterdam, Groningen, Leiden, Maastricht, Nijmegen en Utrecht) voeren het onderzoek uit, ieder vanuit hun eigen ervaring maar in nauwe samenwerking met elkaar.

#### **Wat is talent?**

*Talent is een vermogen van een kind tot hoge ontwikkeling op een specifiek gebied met als kenmerken:*

1. een hoog leerpotentieel op het betreffende gebied,  
samenhangend met:
2. het vermogen aan de sociale en materiële omgeving een hoge kwaliteit van ondersteuning en hulp te ontlokken,
3. een grote diepte-van-verwerking,
4. originaliteit,

5. een hoge waargenomen (leer)competentie bij het kind (de overtuiging in staat te zijn ook moeilijke talentspecifieke vaardigheden te kunnen leren),
  6. een sterke drijfveer en positieve waardering voor het talentgebied (zich onder andere uitend in nieuwsgierigheid, doorzettingsvermogen, en plezier).
- (Van Geert en Steenbeek, 2007)

*Talent komt tot uitdrukking in een bepaalde manier van waarnemen, handelen en redeneren in concrete taaksituaties. Talent duidt op een proces dat te zien is in de concrete interactie tussen het kind, de taakobjecten en de volwassene (en eventueel ook een ander kind). Voorwaarde voor het optreden van dit proces zijn de volgende kenmerken van de situatie en taak: voldoende talentontlokkend, open en tegelijk ondersteunend. Talent is ook een kenmerk van een persoon. Dus er moet sprake zijn van een proces op de korte termijn van een concrete taaksituatie, maar ook op de lange termijn van het behoud en de verdere ontwikkeling van deze vorm van probleemoplossend gedrag (talent is dus geen eenmalig 'succes', niet eenmalig de talentkenmerken laten zien in een taakje).*

## TalenteKracht en VTB-Pro

TalenteKracht laat zien dat jonge kinderen van nature een diepe interesse hebben in Wetenschap en Techniek: ze borrelen over van nieuwsgierigheid naar de wereld rondom hen. Ofwel: ze sprankelen. Eenmaal op school verdwijnt die sprankeling. Daarmee gaat veel talent verloren. Inmiddels beseffen overheid en onderwijs dat dit anders kan en anders moet. Een belangrijke stap hierin is de bijscholing van (aspirant)leraren basisonderwijs in VTB-Pro. Dit landelijke scholingstraject streeft ernaar de kennis van leraren op het gebied van Wetenschap en Techniek te vergroten en hun attitude op dit vlak te verbeteren. Zodat zij in de klas de ruimte (durven) geven aan de natuurwetenschappelijke interesse van hun leerlingen en hun onderzoekende en ontdekkende houding kunnen stimuleren.

In deze modules van TalenteKracht kunt u inspiratie opdoen voor onderwijs dat een onderzoekende en ontdekkende houding stimuleert: u leert kijken naar kinderen die actief - fysiek en mentaal - bezig zijn met uiteenlopende wetenschappelijke activiteiten. De videoclips met de 'academische' gesprekken tussen onderzoeker en kind vormen de basis van de modules. U krijgt inzicht in hoe kinderen redeneren en hoe de onderzoekers daar bij aansluiten om de kinderen nét even een stapje verder te helpen. U verkrijgt inzicht in welke materialen kinderen aanzetten tot creatief denken. Het gaat er dus niet om getalenteerde kinderen te leren spotten, maar de talenten bij alle kinderen in uw klas te stimuleren door hen 'talentontlokkend' materiaal te bieden en de juiste vragen te stellen.

## TalenteKracht modules

### Achtergrond

De TalenteKracht modules zijn ontwikkeld door de onderzoeksgroep Utrecht, of specifieker, onderzoekers verbonden aan het Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen. Zij zijn sinds januari 2006 bezig met het in kaart brengen van de talenten van jonge kinderen. Voor deze zoektocht hebben de onderzoekers spelactiviteiten ontwikkeld die zij jonge kinderen laten uitvoeren. Zij gebruiken daarvoor materiaal (speelgoed) waarvan verwacht mag worden dat het 'talentontlokkend' is. In de ontmoeting tussen onderzoeker en kind staat het handelen en redeneren van de kinderen centraal. De onderzoekers fungeren als coach; zij voeren gesprekken met de kinderen om inzicht te krijgen in hun redeneerwijze en proberen door middel van interventies meer van het aanwezige talent te ontlokken. Al deze gesprekken zijn vastgelegd op video. Samen met de vakgroep ontwikkelingspsychologie van de Rijksuniversiteit Groningen worden de video's geanalyseerd, zowel op gedrags- als op inhoudelijke aspecten. De gevonden talenten moeten uiteindelijk op een samenhangende manier gepresenteerd worden. Dit zou moeten resulteren in een 'TalenteKaart', die ouders en leerkrachten c.q. begeleiders inzicht geeft in de wetenschappelijke talenten die jonge kinderen kunnen laten zien en de wijze waarop deze gestimuleerd kunnen worden.

### Plaats

Het actief bezig zijn met het onderzoeksproces van het kind, met de interventies door de volwassene en met de rol van het materiaal vormen het hart van iedere module. VTB-Pro heeft nadrukkelijk aangegeven dat de 'nieuwsgierigheid', als kenmerk van echte wetenschappers en jonge kinderen, als attitude gestimuleerd moet worden. Daarnaast spelen kennisontwikkeling en het verkennen van de mogelijkheden voor een ver-taalslag naar de praktijk een belangrijke rol. Samen vormen dit de drie pijlers van het scholingsarrangement VTB-Pro (zie de VTB-brochure *Wetenschap & techniek: een ontdekkingsreis naar kennis*):

**Pijler 1: Kennis en vaardigheden met betrekking tot wetenschap en techniek**

**Pijler 2: Attitude ten opzichte van wetenschap en techniek**

**Pijler 3: Pedagogisch-didactische vaardigheden, met name op het gebied van onderzoekend en ontwerpend leren**

De kapstok waaraan de modules zijn opgehangen is het Framework ontwikkeld door VTB-Pro (zie pag. 15 en 16). Iedere module sluit aan bij één van de vijf systemen waarin het domein Wetenschap en Techniek is onderverdeeld.

### Opzet

Iedere module bestaat uit een aantal bijeenkomsten met (huiswerk)opdrachten. We starten met opdrachten op eigen niveau met betrekking tot het onderwerp van de module, bekijken en analyseren vervolgens gesprekken met kinderen in videoclips en werken zo toe naar ideeën voor implementatie binnen de eigen groep.

In de modules wordt u om te beginnen steeds in de rol van onderzoeker geplaatst. U start met problemen en opdrachten op uw eigen niveau,

om lol te krijgen in het zelf uitzoeken, het gevoel van nieuwsgierigheid beleven, maar ook om te oefenen met de systematiek van onderzoeken en de activering van het denken. Als begeleider van de jonge onderzoeker in de klas heeft u immers zelf ook een wetenschappelijke houding nodig, een gezonde honger naar 'willen weten hoe het zit'. Kenmerken van een wetenschappelijke houding zijn cognitief/kritisch zijn, nieuwsgierig zijn, onderzoekend of vragend zijn, niet snel tevreden zijn met een antwoord. Dit ontwikkelen is een belangrijk doel van deze modules; een doel dat boven de inhoud uitstijgt.

Het gekozen onderwerp van iedere module is slechts exemplarisch voor een van de domeinen van wetenschap en techniek. De informatie over het onderwerp is bedoeld als basis voor verdere verkenning. Belangrijker is de zoektocht naar hoe belangstelling gewekt wordt en hoe nieuwsgierigheid te voeden is door vragen te stellen, met behulp van voorbeelden van kinderen in proefsituaties. Het doel is om te zien en te ervaren dat vragen naar de bekende weg tot het bezoeken van onbekende gebieden kan leiden.

Dat vragen belangrijker zijn dan antwoorden is een uitgangspunt dat in de wetenschappelijke wereld tot vele nieuwe ontdekkingen heeft geleid. De geschiedenis van de zwaartekracht is hier een mooi voorbeeld van: van de verwondering over het feit dat een appel uit de boom rechtstreeks naar de aarde valt, naar de verklaring van de baan van een gegooid voorwerp, naar de worsteling met vragen over de plaats van de aarde en andere planeten in het zonnestelsel. Steeds opnieuw bleek het nodig om theorieën te herzien, steeds kwamen er barsten in een bestaand wereldbeeld.

De zoektocht van de mens begint met vragen en blijft vragen opleveren. De nieuwe generatie zal weer met nieuwe vragen worstelen. Om zo ver te komen, geven de 'oude' vragen de richting aan van het onderzoek en krijgt het kind de kans zich via experiment en met sturing van de volwassene een plaats als onderzoeker te verwerven.

## Verantwoording

Bij deze keuze om vanuit het TalentenKracht-onderzoek modules te ontwikkelen die passen of aansluiten bij de domeinbeschrijving in vijf systemen kunnen kanttekeningen geplaatst worden. In de eerste plaats is de domeinbeschrijving een voorlopige. In de tweede plaats is het heel lastig, en wellicht hier en daar geforceerd, om de concepten waarvan de leerling aangeeft begrip te hebben, op verantwoorde wijze toe te delen aan een specifiek systeem.

In de modules wordt de 'vaktaal' vaak niet (correct) gebruikt. Net als in de gesprekken met de kinderen ligt de focus op het achterhalen van (pre-)concepten die aanwezig lijken te zijn zonder daarbij nadruk te leggen op de vaktaal. De kinderen spreken hun kindertaal. Volwassenen moeten niet te snel de vaktaal als enig communicatie-instrument willen zien: het gaat er in de scholing primair om de gedachten, de redenering achter bepaalde verschijnselen te achterhalen en ter discussie te stellen. Daarom vermijden we vaktaal waar mogelijk.

Het gebruik van de TalentenKracht videoclips is een centraal punt. Belangrijk is dat de gesprekken tussen kinderen en onderzoeker gericht zijn op het laten zien van talenten en dat het geen onderwijsleergesprekken zijn. In het lesmateriaal worden observatievragen gesteld om de deelnemers gericht te laten kijken naar de videoclips.

De nascholing richt zich op het hele team van de basisschool. Dit betekent dat er niet alleen gesprekken met jonge kinderen uit de doelgroep van het onderzoek van TalentenKracht zijn gevoerd maar ook met oudere leerlingen van de basisschool. Ook daarvan zijn videoclips in de modules opgenomen.

## Ten slotte

De modules zijn in zoverre open van karakter dat de trainer zelf ook andere keuzen kan maken in de opdrachten. Ook de organisatievorm van de bijeenkomsten kan volgens eigen inzichten worden ingevuld.

De gesprekken met de kinderen laten vooral onderzoeksactiviteiten zien en nauwelijks ontwerpactiviteiten. In wetenschap en techniek is onderzoeken en ontwerpen meestal een cyclisch proces. Onderzoek leidt tot een nieuw ontwerp dat weer leidt tot onderzoek, et cetera. In de vertaalslag van de activiteiten naar het niveau van de klas zal nadrukkelijk aandacht gegeven moeten worden aan het ontwerpen als volgende fase.

De natuurlijke sprankeling die van de kinderen afstraalt in de vele gesprekken die door het Utrechtse onderzoeksteam van TalentenKracht zijn gevoerd, krijgt hopelijk via deze modules een vervolg. Als de (aspirant)leraar gaat sprankelen dan kunnen de kinderen nog veel beleven!

Janneke Corvers

Els Feijs

Fokke Munk

Willem Uittenbogaard

## 'Combinaties en kansen' in Framework VTB-Pro

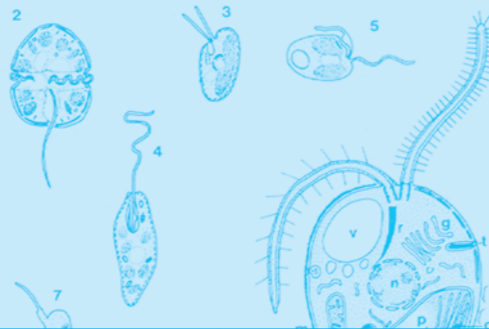
### Natuurkundige systemen

- (a) eigenschappen en kenmerken van objecten (hetzij natuurlijke, dan wel geconstrueerde);
- (b) plaats en beweging van een object in ruimte en tijd;
- (c) kracht en beweging;
- (d) energie: het vermogen om verandering te veroorzaken;
- (e) omzetting van energie: zwaartekracht veroorzaakt bewegingsenergie, warmte beïnvloedt aggregatietoestand;
- (f) straling: licht, warmte, geluid, radiostraling, röntgenstraling;
- (g) elektriciteit en magnetisme.



### Levende systemen

- (a) cel, orgaan en organisme;
- (b) mens, plant en dier;
- (c) ademhaling, bloedsomloop en spijsvertering;
- (d) levenscyclus en voortplanting;
- (e) populatie: soorten, diversiteit en uitsterven;
- (f) ecosysteem, voedselketen, landbouw;
- (g) biosfeer: duurzame ontwikkeling.



### Aarde en ruimte systemen

- (a) de structuur van lithosfeer (gesteenten, zand en modder), hydrosfeer (water) en atmosfeer (lucht, dampkring);
- (b) gesteenten: bodem, gebergten, gelaagdheid, verandering (verwerking) en tektoniek;
- (c) water: oceaan, zee, meren, rivieren, kanalen, getijde;
- (d) lucht: atmosfeer, stratosfeer;
- (e) klimaat en weer: ook als interactie tussen gesteenten, water en atmosfeer;
- (f) geschiedenis: fossielen;
- (g) aarde *in* de ruimte: structuur ruimte, met name aarde, maan, zon, sterren;
- (h) zwaartekracht.



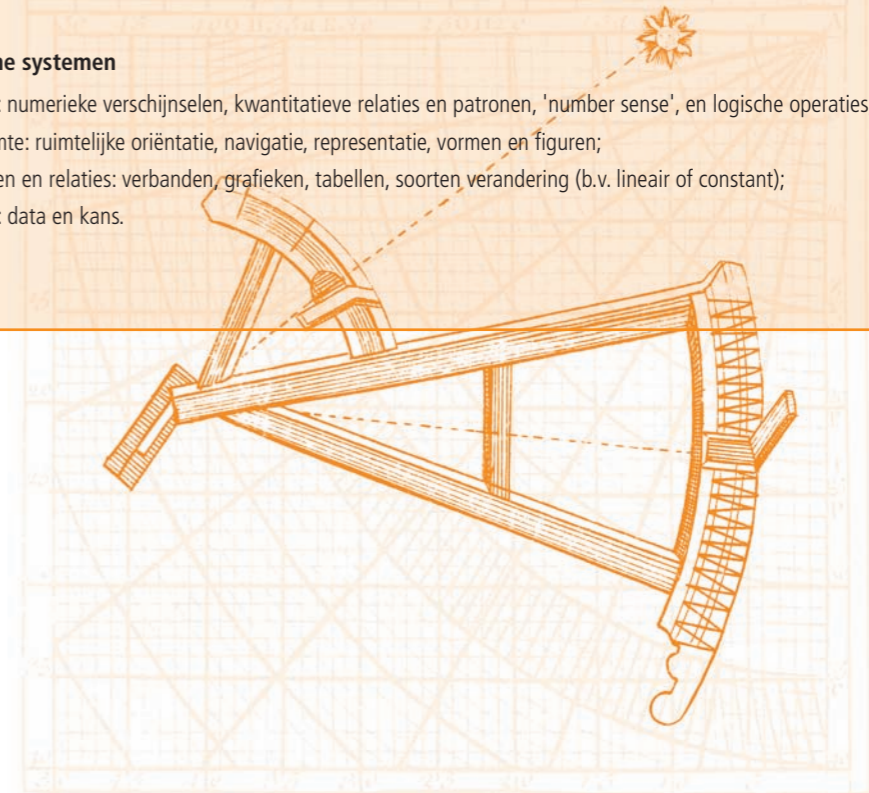
### Techniek systemen

- (a) de rol van techniek (ontwerpen, construeren, faciliteren van vooruitgang);
- (b) ontwerpen: criteria, beperkingen, innovatie, uitvinding, probleemoplossend;
- (c) construeren: bewerken, energieomzetting, functie, materiaal, systeem, vormgeving;
- (d) faciliteren van een 'beter leven' en vooruitgang der wetenschap: informatietechnologie, mobiele telefoons, games, medische systemen, verkeersveiligheidssystemen, navigatie-instrumenten en tools, etc.



### Mathematische systemen

- (a) hoeveelheid: numerieke verschijnselen, kwantitatieve relaties en patronen, 'number sense', en logische operaties;
- (b) vorm en ruimte: ruimtelijke oriëntatie, navigatie, representatie, vormen en figuren;
- (c) veranderingen en relaties: verbanden, grafieken, tabellen, soorten verandering (b.v. lineair of constant);
- (d) onzekerheid: data en kans.





## Combinaties en kansen - een inleiding

Deze module neemt u mee in de spannende onderzoekswereld van de combinatoriek (het systematisch tellen van mogelijke combinaties) en kansrekening. Een onderzoekswereld waarin u en uw leerlingen uitgedaagd worden om bezig te zijn met speciale telproblemen en na te denken over de volledigheid van de antwoorden. Deze telproblemen bereiden voor op de wereld van statistiek en kansrekening uit het dagelijks leven, zoals de kans op een prijs bij een loterij en het gebruik van het begrip waarschijnlijkheid in het verzekeringswezen.

Bij het zoeken naar oplossingen van telproblemen wordt een appel gedaan op een wiskundige attitude. Deze attitude kenmerkt zich door activiteiten als ordenen, systematiseren, redeneren en modelleren. Dit lijkt niet iets voor jonge kinderen, maar niets is minder waar. Al op heel jonge leeftijd wordt het wiskundig denken op gang gebracht. Kinderen onderzoeken de hun omringende werkelijkheid op eigen wijze; alle zintuigen worden open gezet. Opvattingen over het hoe en waarom van fenomenen krijgen eerste invullingen. Het representeren van dat denken in taal en op schrift is een ander probleem. Dat gebeurt niet vanzelf maar in het algemeen in interactie met een volwassene en met andere kinderen. De jonge onderzoeker wordt aan het denken gezet door een motiverende probleemsituatie en door gerichte vragen. Het leren stellen van gerichte of productieve vragen en het op zoek gaan naar geschikte representaties van de probleemsituatie zijn belangrijke doelen van deze module.

De module bestaat uit twee bijeenkomsten en opdrachten in de praktijk. In de eerste bijeenkomst wordt ingegaan op het onderdeel combinatoriek. In de tweede bijeenkomst staat kansrekening centraal.

## Bijeenkomst 1: Heb ik ze allemaal?

### 1 - Opdrachten op eigen niveau

#### *Kop of munt?!*

Een muntstuk heeft twee kanten, kop en munt genoemd. Als je gooit met een muntstuk komt of kop of munt boven te liggen. Intuïtief wordt ervan uitgegaan dat de kans op kop boven even groot is als de kans op munt boven. Bij situaties waarin keuze uit twee gelijke mogelijkheden nodig is om een beslissing te nemen wordt vaak een muntstuk gebruikt. Bijvoorbeeld in een voetbalwedstrijd. De scheidsrechter moet bepalen welk elftal aan welke kant van het veld speelt. Hiervoor wordt een toss georganiseerd. Men vindt dat een eerlijke manier om iets te beslissen.

Als er meerdere muntstukken tegelijk opgegooid worden krijg je als uitkomst meer dan twee mogelijkheden. In de volgende opdracht wordt de situatie 'met drie muntstukken gooien' nader onderzocht.

#### Opdracht 1

1. **Voorspel** de uitkomsten van het tegelijk opgooien van drie muntstukken.
  - a. Welke mogelijke uitkomsten kunt u verwachten? (Alle uitkomsten samen worden wel de uitkomstenruimte van het experiment genoemd.)
  - b. Komt elke uitkomst even vaak voor? Hoe kunt u dat onderzoeken?
2. **Voer het experiment** met de drie muntstukken uit.
  - a. Hoe zou u kunnen uitzoeken welke uitkomsten mogelijk zijn? Voer dit uit.
  - b. Hoe zou u kunnen uitzoeken of alle genoemde uitkomsten ongeveer even vaak voorkomen als u gooit met drie muntstukken? Voer dit uit.
  - c. Kloppen uw voorspellingen? Kunt u aangeven hoe nauwkeurig uw resultaten zijn?
  - d. Is het mogelijk om uw onderzoek nauwkeuriger te maken? Zo ja, hoe?
3. **Trek conclusies** uit het experiment.
4. Wissel uw gegevens uit met een medecursist en bespreek elkaars werkwijze, argumentatie en conclusies.
5. **Vergelijk en bediscussieer** elkaars werkwijze, argumentatie en conclusies in de hele cursusgroep.
  - a. Hoe heeft iedereen het aangepakt?
  - b. Heeft iedereen de gegevens op papier genoteerd? En hoe dan?
  - c. Wat heeft de discussie u opgeleverd (verschillende aanpakken, grafische representaties, onderzoeksvragen)?

## Het dierenboek

Het prentenboekje getiteld 'Een Bond en andere dieren' bevat vijf pagina's. Elke pagina is horizontaal in tweeën gedeeld en bevat een tekening van een dier. De tekeningen zijn zo gemaakt dat elke bovenkant aansluit op elke onderkant. Op deze manier kunnen kinderen zelf nieuwe dieren maken, bijvoorbeeld een schaap met een poezenkop of een poes met een schapenkop.



### Opdracht 2

**Beantwoord** de volgende vragen met het bovenbeschreven prentenboek in gedachten:

1. Hoeveel mogelijke dieren zijn er te maken?
2. Hoe zou u de dieren willen noemen? Of symboliseren?
3. Hoe weet u zeker of u ze allemaal heeft?
4. Hoe kunt u de uitkomsten op papier vastleggen?
5. Hoe kunt u de volledigheid van uw uitkomsten beredeneren?



Nu u het probleem van het dierenboek op eigen niveau heeft aangepakt vragen wij u de vertaalslag naar het niveau van jonge kinderen te maken.

### Opdracht 3

**Vorbereiding:**

1. Hoe zou u de kinderen het probleem voorleggen?

**Voorspellingen:**

1. Hoe denkt u dat kinderen met de vraag aan de slag gaan?
2. Tegen welke problemen lopen de kinderen aan, in het onderzoek naar het aantal verschillende dieren?
3. Met welke oplossingen komen ze?

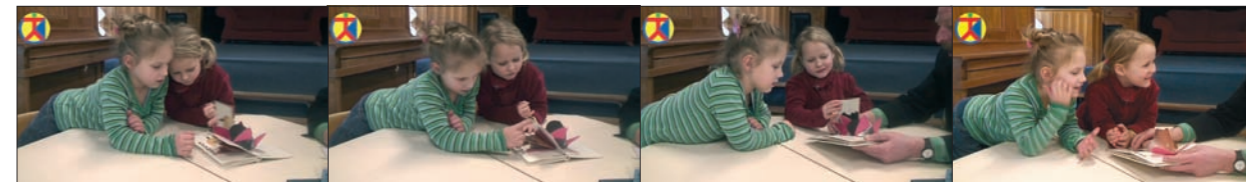


## 2 - Kijken naar kinderen (1)

### Het dierenboek

In de eerste videoclip kunt u zien hoe kinderen het probleem van het dierenboek aanpakken.

Videoclip: Marijn (5;9 jaar) en Naomi (6;1 jaar) en het dierenboek



### Opdracht 4

**Bekijk** de videoclip vier keer. Een eerste keer om de situatie in z'n geheel te bekijken, daarna vanuit verschillende perspectieven: eerst vanuit het kind, dan gericht op het gebruikte materiaal en ten slotte als begeleider.

#### 1. Kijken vanuit de kinderen:

- a. Analyseer het denken van Marijn en Naomi.  
Hoe is hun gedachtengang? Hoe zijn ze bezig met de vraag?
- b. Wat zou Marijn bedoelen met de opmerking dat ze nog meer dieren zou kunnen maken als ze nog zo'n boek had?

#### 2. Kijken vanuit het materiaal:

- a. Maakt het materiaal (het boekje) de vraagstelling uitdagend?
- b. Biedt het materiaal de kinderen genoeg mogelijkheden om het onderzoek naar de dieren goed uit te voeren?
- c. Biedt het materiaal de kinderen mogelijkheden om oplossingen te representeren?
- d. Wat zijn de eventuele beperkingen van het materiaal?

#### 3. Kijken vanuit de interviewer (begeleider):

- a. Welke vragen stelt hij om het probleem te introduceren?
- b. Biedt hij de kinderen de ruimte om op onderzoek te gaan?
- c. Welke dieren benoemen de kinderen?

- d. Wat vindt u van de opbrengst van het gesprek?
- e. Ziet u kansen om er meer uit te halen bij een vervolggesprek? Zo ja, welke nieuwe vragen zou u willen stellen aan de kinderen?

#### 4. Groepsdiscussie

Welke inzichten heeft het onderzoek naar het denken en redeneren van kinderen in bovengenoemde activiteit met het dierenboek opgeleverd?

### 3 - Op weg naar een goede activiteit

In beide activiteiten, de muntstukken en het dierenboek, wordt de vraag naar de mogelijke combinaties gesteld. Naast het dierenboek hebben de onderzoekers van TalentenKracht ook andere activiteiten ontwikkeld vanuit dezelfde problematiek van het aantal mogelijke combinaties. Het gaat om de volgende drie activiteiten:



1. De poppetjes. Een poppetje wordt in puzzelstukjes gepresenteerd. Het poppetje bestaat uit drie stukjes: kop, romp en benen. Elk stuk kent twee varianten. De onderzoeksvraag is hoeveel verschillende poppetjes er gemaakt kunnen worden.



2. De bloemetjes. Bloemen zijn samen te stellen uit blaadjes en hartjes. Er zijn drie kleuren bloemblaadjes (aan elkaar vast in een rondje) en drie kleuren hartjes. De onderzoeksvraag is hoeveel verschillende bloemen er samen te stellen zijn.



3. De smileys. Een smiley wordt samengesteld uit een bovenkant met keuze uit drie soorten ogen en een onderkant met keuze uit drie soorten monden. De onderzoeksvraag luidt hoeveel verschillende smileys er te maken zijn.

Deze activiteiten weerspiegelen de zoektocht van de onderzoekers naar essentiële elementen voor een goede activiteit. Onder een goede activiteit verstaan we: 'een activiteit waarin een kind uitgedaagd wordt tot onderzoeken en waarbij het materiaal ondersteunend is en geen belemmeringen in zich heeft voor het vinden van oplossingen.'

De onderzoekers hebben bij het ontwikkelen van de activiteiten onder andere geëxperimenteerd met de materialen die een kind ter beschikking kreeg om de vraag te onderzoeken. Zo kunt u het muntstukkenprobleem (zie: 1 - Opdrachten op eigen niveau) met drie losse muntstukken aanbieden, maar ook met een abstracte versie, waarin uitkomsten als Kop, Kop, Munt (KKM) als combinatie worden weergegeven in een combinatieboekje, zoals dat van de dieren. De vraag is hoe dat boekje eruit zou moeten zien.

#### Opdracht 5

1. **Ontwerp** een boekje waarmee u de combinaties van drie muntstukken kunt weergeven.
2. **Bespreek** de diverse ontwerpen in de groep
  - a. Hoe zien de ontwerpen eruit?
  - b. Kunt u met de ontwerpen alle combinaties laten zien?
  - c. Hoe verliep uw denk- en ontwerpproces?



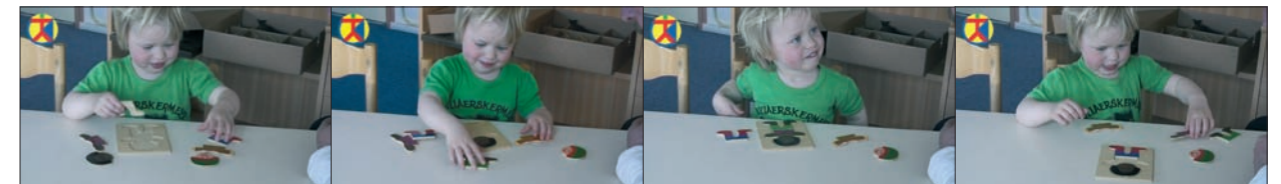
### 4 - Kijken naar kinderen (2)

#### Poppetjes, bloemetjes en smileys

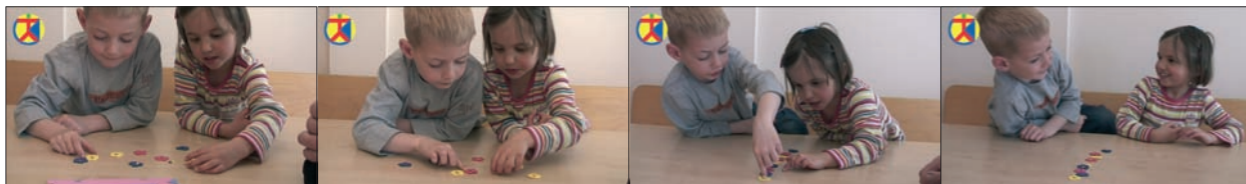
Naast de kwaliteit van de activiteit vormen ook de manier van aanbieden en het begeleidingsgesprek over de uitvoering belangrijke elementen voor het succes ervan. Het vraagt van een begeleider onder andere kennis van het doel van de activiteit, van mogelijke aanpakken, maar ook de vaardigheid om aan te sluiten bij het taalniveau van een kind.

De uitvoering van de activiteiten 'poppetjes', 'bloemetjes' en 'smileys' en de gesprekken erover worden in drie videoclips getoond. In de gesprekken staat het onderzoek naar alle mogelijke combinaties centraal. Elke activiteit biedt op eigen wijze ondersteuning aan de leerling wat betreft het komen tot een systematiek bij het bepalen van het aantal combinaties.

Videoclip: Flox (3;2 jaar) en de poppetjes



Videoclip: Daan (5;6 jaar) en Loes (4;5 jaar) en de bloemetjes



Videoclip: Anna (5;4 jaar) en de smileys



## Opdracht 6

1. **Bekijk** en analyseer individueel de drie videoclips op de volgende vier aspecten:

- de activiteit
- het gebruikte materiaal
- de vragen van de interviewer
- de taal van de leerling tijdens het beredeneren van volledigheid

Probeer u voor te stellen hoe u als kind deze activiteit zou kunnen aanpakken. Het doel van deze opdracht is dat u zicht krijgt op mogelijke vraagstellingen voor de eigen praktijk, en op de essentiële elementen van de activiteit en het gesprek.

2. **Vergelijk** uw bevindingen met die van een medecursist. Probeer samen te komen tot preciezere antwoorden en tot vragen voor een groepsdiscussie. Hierbij kunt u de volgende vragen gebruiken:

- Ziet u verschillen in de manier waarop de onderzoeker de activiteit introduceert?
- Welke mogelijkheden en/of beperkingen biedt het materiaal om de activiteit uit te voeren?
- Welke mogelijkheden en/of beperkingen biedt het materiaal om de vraag naar de volledigheid van de oplossingen te kunnen beantwoorden?

- Biedt de activiteit aanzetten om tot representeren over te gaan?
- Welke verschillen tussen de activiteiten heeft u waargenomen?
- Welke verschillen in vraagstelling heeft u waargenomen?
- Welke verschillen in redeneren heeft u waargenomen?

3. **Bespreek** al uw bevindingen in de groep en **noteer** uw conclusies betreffende onderstaande kwesties:

- Wat kunt u zeggen over de wetenschappelijke attitude die de kinderen bij het uitvoeren van de activiteit hebben laten zien?
- Welke ontwikkelingsmogelijkheden voor kinderen bieden bovengenoemde activiteiten?
- Aan welke voorwaarden lijkt het materiaal te moeten voldoen om de kinderen te ondersteunen bij het uitvoeren van de activiteit?
- Welke rol kan de begeleider bij dergelijke activiteiten spelen in het stimuleren van het zoeken naar volledigheid?

## 5 - Suggesties voor de praktijk

Het onderwerp combinatorisch tellen heeft een eerste invulling gekregen vanuit de vijf in deze module uitgewerkte voorbeelden. Het kenmerkende is het vormen van mogelijke combinaties uit deelverzamelingen. Als echte wetenschappers gaan de kinderen door de eerste 'rommelfase' naar een meer systematische aanpak. De rommelfase is heel belangrijk: eerst maar eens wat doen, een paar combinaties maken, om vervolgens te komen tot een onderzoeksfase waarin de vraag aan de orde is of er nog meer combinaties te maken zijn. Dit onderzoek krijgt ten slotte een afronding vanuit de kernvragen: 'Heb ik ze nu allemaal? En hoe weet ik dat zeker?' Deze kernvragen leiden tot wiskundige activiteiten als systematiseren, ordenen en indien nodig tot visualiseren of representeren.

Wanneer u een activiteit voor de kinderen in uw eigen groep gaat ontwikkelen, verdienen de volgende aspecten uw aandacht:

- vraagstelling (uitdagend, betekenisvol, doet een beroep op nieuwsgierigheid);
- materiaal (laat verschillende niveaus van handelen toe, geeft mogelijkheden voor visualiseren of representeren, is makkelijk manipuleerbaar, uitdagend en betekenisvol);
- taal (welke vragen stel je als begeleider, hoe sluit je aan bij het taalniveau van het kind?).

Vervolgens doorloopt u eenzelfde cyclus als in deze eerste bijeenkomst is gevolgd:

- maak een eerste opzet van een activiteit;
- leg deze ter beoordeling voor aan een collega van uw school en bespreek het samen;
- werk de activiteit uit in materiaal en doe een eerste try-out met een kind uit de doelgroep 3-8 jaar;
- verwerk de ervaringen uit de try-out: scherp de vraagstelling aan, pas het materiaal aan, stel de activiteit bij.

## Opdracht 7

- 1. Bedenk een activiteit** waarin een combinatorisch telprobleem aan de orde komt voor een kind in de leeftijdsgroep 3-8 jaar.
- 2. Ontwerp zelf materiaal** waarmee het kind het probleem betekenis kan geven en de vraag naar volledigheid kan oplossen.
- 3. Voer een gesprek** met een kind in bovengenoemde leeftijdsgroep **en maak hier video-opnamen van**. In dit deel van de opdracht gaat het vooral om uw eigen vaardigheid op het gebied van gespreksvoering met kinderen. Het is verstandig van tevoren goed te bedenken hoe het gesprek zou kunnen verlopen.
- 4. Analyseer** het door u gevoerde gesprek op de kwesties die tijdens de bijeenkomst aan de orde zijn geweest.  
**Formuleer antwoorden** op onderstaande vragen:
  - a. Hoe introduceer ik het probleem bij het kind?
  - b. Kan het kind aan de slag om het probleem aan te pakken? Zo nee, waarom niet?
  - c. Welke vragen stel ik om het onderzoek van het kind te ondersteunen?
  - d. Welke vragen blijken effectief en welke niet?
  - e. Is het materiaal in praktische zin hanteerbaar?
  - f. Is het materiaal ondersteunend voor het denken en redeneren?

## 6 - Inhoudelijke verdieping

Het tellen van het aantal mogelijkheden bij kans of toevalsexperimenten is een rijk onderzoeksgebied. Het succes van vele quizspelletjes, lotto en loterijen laat zien dat veel mensen graag een gokje wagen. Maar wat is een gokje wagen? Sommige deelnemers aan loterijen zoals de staatsloterij of de lotto gokken met een eigen gekozen strategie en geven zich daarmee meer kans op een prijs. Voorbeelden van zulke eigen strategieën zijn:

- het telkens weer kiezen van hetzelfde getal (vanuit de verwachting dat de kans groter wordt als het lot nog niet op het gekozen getal is gevallen);
- het bijhouden van de lottogetallen en op basis van deze gegevens een keuze maken voor de getallen die het minst zijn voorgekomen (vanuit de verwachting dat de kans groter wordt als een getal lang niet is voorgekomen).

Vaak is de honger naar een prijs een krachtige voedingsbron voor geloof in eigen denkbrouwsels. Kritische analyse van eigen denken door middel van het ontwerpen van kleine modelexperimenten zou betere resultaten opleveren.

In de kinderwereld worden veel spelletjes gespeeld. Bij veel spellen is de kans om te winnen gelijk. Voorbeelden zijn mens-erger-je-niet, ganzenbord, kwartetten en pesten. Als de kans om te winnen niet gelijk is ontstaat al snel de vraag of het spel dan wel eerlijk is. Dit geeft kinderen te denken. Eerlijk wordt geïnterpreteerd als gelijke kans om te winnen. Een dobbelsteen gooien is eerlijk: elk getal heeft gelijke kans om boven te liggen (regelmatig veelvlak).

Om uitkomsten en kansen op die uitkomsten in beeld te krijgen, met het doel er meer greep op te krijgen, hebben in de loop van de geschiedenis allerlei wetenschappers onderzoek gedaan binnen het gebied van telproblemen. Wiskundige begrippen als permutatie (rangschikking) en combinatie zijn voorbeelden van opbrengsten van dit soort onderzoek.

Om het denken over en analyseren van telproblemen in beeld te brengen werken we hieronder een paar voorbeeldexperimenten uit. Deze voorbeelden laten wiskundige activiteiten zien als ordenen, systematiseren en modelleren. De achtergrondkennis die u nodig heeft om met kinderen van de basisschool dit onderzoeksterrein te betreden geven we zeer beknopt weer.

### Op weg naar een systematische aanpak van telproblemen

Wanneer we een spel spelen met één dobbelsteen zijn de mogelijke uitkomsten  $\{1,2,3,4,5,6\}$ . Elk getal (aantal ogen) heeft in theorie een gelijke kans op voorkomen. Maar in een reeks van bijvoorbeeld 40 keer werpen komt niet elk getal evenveel voor. Gelijk wil in dit geval zeggen, in theorie, en ongeveer voorkomend bij een heel groot aantal worpen. De kans op een 4 is dus in theorie  $\frac{1}{6}$ .

Spelen we met twee dobbelstenen dan wordt het al ingewikkelder. De uitkomsten zijn makkelijk vast te stellen, het gaat om  $\{2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$ . Elf mogelijke uitkomsten, maar komen ze ook evenveel voor? Hier kan het ordenen van de mogelijke worpen uitkomst brengen. Van  $(1,1)$ ;  $(2,1)$ ;  $(3,1)$ ; .... naar ....  $(6,4)$ ;  $(6,5)$ ;  $(6,6)$ . In totaal zijn er 36 mogelijke worpen.

In tabel in beeld gebracht ziet dit er zo uit:

Kijkend naar de uitkomsten van de worpen ontstaat daarmee het onderstaand beeld:

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)				
3	(3,1)					
4						(4,6)
5						(5,6)
6	(6,1)			(6,4)	(6,5)	(6,6)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Hier brengt systematisering orde in het geheel. Vanuit deze tabel kunnen we antwoorden geven op vragen als 'is de kans op een 4 even groot als de kans op een 7?' Uit de tabel is af te leiden dat van de 36 uitkomsten drie keer een 4 en zes keer een 7 voorkomt. In kanstaal betekent dit dat er een kleinere kans op uitkomst 4 ( $\frac{3}{36}$ ) is dan op de uitkomst 7 ( $\frac{6}{36}$ ).

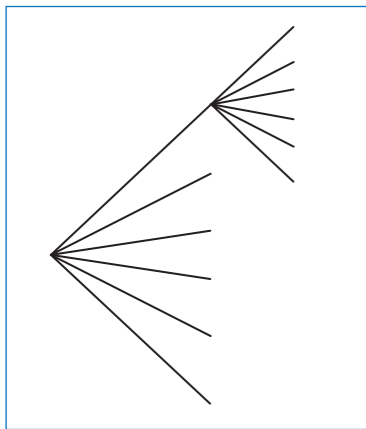
Om over een kans te kunnen spreken heb je dus alle mogelijke uitkomsten nodig. Om te onderzoeken welke mogelijkheden er zijn, is het aanbrengen van systematiek in het tellen een eerste stap.

### Representatie

Het gebruik van een tabel als representatie is een van de mogelijkheden om de uitkomsten van het gooien met twee dobbelstenen systematisch in beeld te brengen. De tabel is bij twee variabelen goed bruikbaar als representatie, maar als er meer variabelen zijn moet we op zoek naar een representatie met meer mogelijkheden. De belangrijkste is het zogenaamde boomdiagram.

Het woord 'boom' in boomdiagram geeft aan dat we te maken hebben met takken die zich weer kunnen vertakken. Onderstaand diagram geeft een stukje weer van het hele diagram dat het gooien met twee dobbelstenen representeert. Als aan elke tak zes vervolgtakjes getekend zouden worden dan ontstaat het hele diagram met 36 uiteinden.

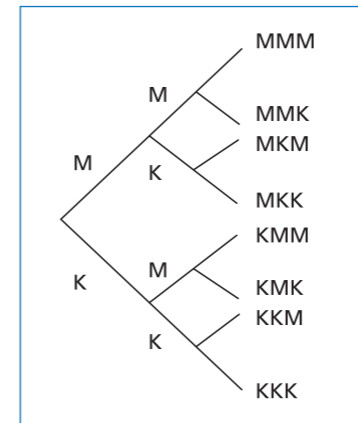
Boomdiagram (deel):



De kracht van zo'n representatie (model) is gelegen in:

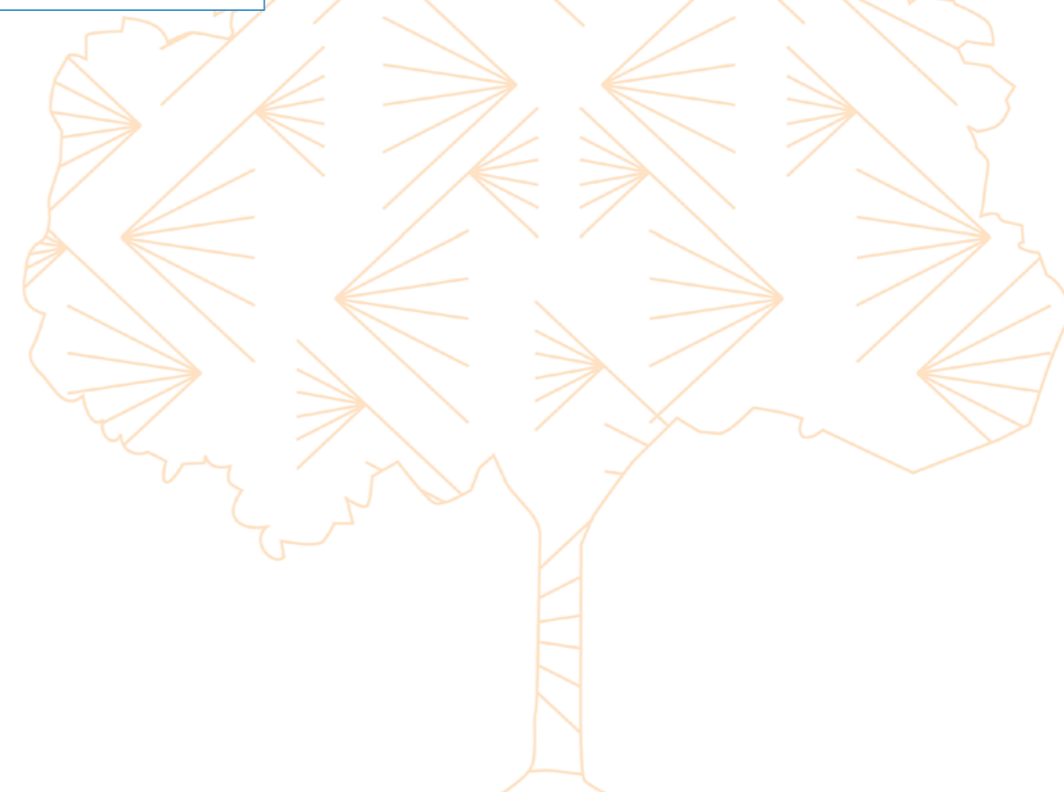
- de eenvoud van beschrijven;
- de onafhankelijkheid van het gebruikte materiaal (dobbelsteen, vaas met balletjes, etc.);
- de mogelijkheid om schijnbaar niet-vergelijkbare problemen te kunnen vergelijken en daarmee de interne structuur van het probleem bloot te leggen.

In feite wordt een probleemsituatie van alle niet-essentiële contextfactoren ontdaan en ontstaat een visuele representatie van het echte probleem. Kortom, een tabel of een boomdiagram kan de uitkomsten van het gooien met twee dobbelstenen systematisch weergeven, zonder dat de dobbelstenen nog zichtbaar zijn: het kan ook over iets anders gaan waarvan de uitkomstenstructuur vergelijkbaar is aan die van twee dobbelstenen.



Als voorbeeld hiervan kan het beginprobleem van de drie muntstukken dienen. De uitkomsten van het gooien met drie muntstukken zijn met een boomdiagram goed in beeld te brengen. Het eerste muntstuk geeft de meest linkse takken (M of K). Elke tak vertakt zich op dezelfde wijze als het tweede muntstuk gegooid is. Als laatste volgt de vertakking van het derde muntstuk. Er ontstaan op die manier  $2 \times 2 \times 2 = 8$  takken.

De boom laat zien dat acht mogelijke uitkomsten in gelijke mate kunnen voorkomen. Als de volgorde van MMK, MKM en KMM voor de uitkomst niet belangrijk is, geeft de boom aan dat van de acht mogelijke uitkomsten er een is met drie keer M, er een is met geen M (drie keer K), er drie zijn met twee keer M en drie met een keer M. Vanuit deze telling zijn ook kansen te berekenen op deze uitkomsten.



## Bijeenkomst 2: Eerlijk of niet eerlijk?

In de eerste bijeenkomst van deze module heeft u kennis gemaakt met onderzoeksvragen rondom combinatorisch tellen. Met name het greep krijgen op de volledigheid van de oplossing geeft aanleiding om na te denken over de systematiek en de representatie van de systematiek. De vraag naar volledigheid is voor jonge kinderen een moeilijke vraag. Het is de kunst om kinderen hun redeneringen hierover naar voren te laten brengen. Dat doen we door met zinvolle activiteiten betekenis te geven aan de vraag. Kinderen gaan hiermee aan de slag, zetten al denkend en doende een redenering op en leren hierbij de geschikte taal en eventuele representaties te gebruiken. In de eerste bijeenkomst heeft u daar in videoclips voorbeelden van kunnen zien.

De rol van de leraar in dit proces is het ontwikkelen en aanbieden van aantrekkelijke en uitdagende activiteiten en kinderen in hun onderzoeksproces te begeleiden. De ruimte die het kind voelt om exploratief aan de gang te gaan hangt vooral af van de kwaliteit van de activiteit en de interactie met de begeleider of de leraar. Als u kijkt naar het onderzoeksproces van het kind dan is, net als in de wetenschap, de eerste fase van brede verkenning nodig om duidelijk te krijgen wat precies de vragen zijn die ertoe doen. Deze fase vraagt ruimte voor open vragen in plaats van gerichte, gesloten vragen.

In deze tweede bijeenkomst gaan we verder in op het stimuleren van de wetenschappelijke attitude van de leraar en het kind. Het onderwerp combinatorisch tellen wordt doorgetrokken naar het begrip kans. Op de basisschool wordt nauwelijks aandacht geschonken aan het kansbegrip. Toch komen kinderen op intuïtieve wijze vaak in aanraking met het begrip kans, vooral vanuit de vraag of iets eerlijk is. Eerlijk betekent dan zoets als 'voor iedereen evenveel kans of mogelijkheid'. Een loterij is eerlijk als iedereen evenveel kans heeft op een prijs. Een ronddraaiend rad met getallen waarbij na draaiing bij toeval een getal wordt aangewezen als winnend, is daar in de kinderwereld een voorbeeld van. Ook een bordspel waarin met een dobbelsteen wordt bepaald hoeveel vakjes je verder mag, ervaren kinderen als eerlijk aangezien de kans op elk van de uitkomsten even groot is.

De koppeling van het intuïtieve gevoel 'eerlijk' met het kansbegrip vormt een rijk onderzoeksterrein.

### 1 - Reflectie

Als suggestie voor de praktijk eindigde de eerste bijeenkomst met opdracht 7, waarin u gevraagd werd een activiteit te ontwerpen, uit te voeren en te analyseren. Onderstaande opdracht stelt u in de gelegenheid om samen met anderen te reflecteren op uw bevindingen.

### Opdracht 1

Bespreek in kleine groepjes de ontworpen activiteiten en de ervaringen met de uitvoering daarvan aan de hand van de volgende punten:

#### 1. Het ontwerp van de activiteit:

- Neem per persoon enkele minuten om het proces van ruwe schets naar ontwerp van de activiteit te vertellen.
- Geef daarbij aan welke problemen u bent tegengekomen en hoe u die heeft opgelost.

#### 2. De uitvoering van de activiteit:

- Voorspel voor elk van de ontworpen activiteiten hoe de kinderen ingaan op de probleemsituatie. Bespreek vervolgens hoe dat in werkelijkheid is gegaan.
- Maak een overzicht van de vragen die effectief bleken.
- Maak een overzicht van wat de opdracht voor de eigen praktijk heeft opgeleverd. Videobeelden, materialen en beschrijvingen van de activiteiten kunnen deel uitmaken van dit overzicht.

Bespreek in de gehele cursusgroep de gemaakte overzichten, resulterend in (een aanzet tot) aanbevelingen voor het ontwerpen van 'goede' activiteiten en de daarbij te stellen vragen. Met 'goed' wordt bedoeld dat het ontwikkelen van een wetenschappelijke attitude wordt gestimuleerd.

## 2 - Opdrachten op eigen niveau

### Punaise

Als we een punaise op een vlak oppervlak gooien, landt de punaise ofwel op z'n kop met de punt omhoog, ofwel met de punt en een zijkant van z'n kop op het oppervlak. Is er een uitspraak te doen over de kans op een van beide mogelijkheden?

### Opdracht 2

- Onderzoek de kans op elk van beide mogelijke liggingen bij het gooien van een punaise.
- Ga na hoe nauwkeurig uw onderzoek is.

### Zweetkansen en weetkansen

Het onderzoek naar de vraag 'Wat is de kans op een van beide mogelijkheden?' is een voorbeeld van een kansexperiment waarin de kans experimenteel kan worden vastgesteld. Op basis van een aantal herhalingen van het experiment kunnen we een uitspraak doen over de verhouding van de uitkomsten. Vanuit die verhouding wordt een kansuitspraak geformuleerd. Zo kan het gooien van een munt, met de twee mogelijkheden 'Kop' en 'Munt' als uitkomsten, bij voldoende herhaling de uitspraak 'kans op Kop is  $\frac{1}{2}$ ' ondersteunen.

Een kans die op basis van een grote verzameling herhaalde experimenten wordt vastgesteld wordt een 'zweetkans' genoemd. 'Zweetkansen' worden maatschappelijk veel gebruikt in informatie over voorspellingen. Voorbeelden zijn kans op een jongen/meisje bij geboorte, kans op regen, kans op overlijden, et cetera.

Hiertegenover staat de zogenoemde 'weetkans', waaraan een redenering ten grondslag ligt. Zo is het bij de muntstukken aannemelijk dat elk muntstuk gelijke kanten heeft, en dus ook dat de kans op K(op) even groot is als de kans op M(unt). Een ander voorbeeld van een 'weetkans' is de kans op een 3 bij het gooien van een dobbelsteen. De kans op een 3 is  $\frac{1}{6}$ , aangezien er 6 uitkomsten zijn met gelijke mogelijkheden, beredeneerd op basis van de symmetrie van de kubus (dobbelsteen).

### Opdracht 3

In bijeenkomst 1 bent u bezig geweest met de vraag naar de uitkomsten bij het experiment 'gooien met drie muntstukken' (opdracht 1).

1. Geef aan welke 'zweetkansen' u heeft gevonden voor de verschillende uitkomsten.
2. Beredeneer welke 'weetkansen' bij dit experiment horen.

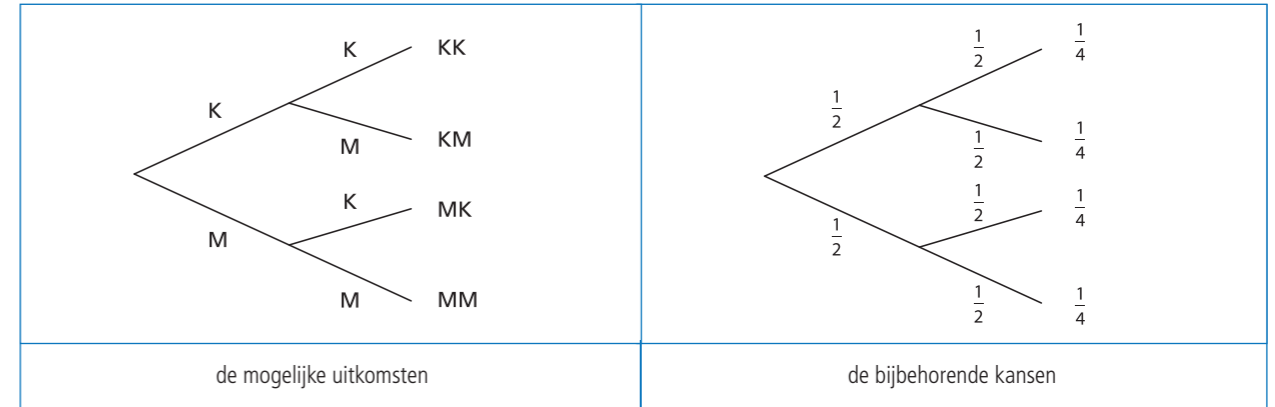
De basis van het kansbegrip is gelegen in de verhouding tussen een bepaalde uitkomst en alle mogelijke uitkomsten van een experiment.

Bijvoorbeeld:

Het experiment 'het gooien met 2 muntstukken' heeft de volgende mogelijke uitkomsten [(KK); (MK); (KM); MM]. Ervan uitgaande dat we te maken hebben met een symmetrisch muntstuk, is de aanname dat elk van de vier mogelijkheden gelijk voorkomt als er vaak genoeg gegooid wordt. Dit betekent voor de kans op elke uitkomst het onderstaand beeld:

1. De kans op KK betekent een van de vier mogelijke uitkomsten, dus de kans is  $\frac{1}{4}$ .
2. De kans op MM betekent een van de vier mogelijke uitkomsten, dus de kans is  $\frac{1}{4}$ .
3. De kans op een kop en een munt, uitkomsten KM en MK, betekent twee van de vier mogelijke uitkomsten, dus de kans is  $\frac{1}{2}$ .
4. Soms is het belangrijk om onderscheid te maken voor de volgorde KM en MK, bijvoorbeeld als de twee muntstukken achtereenvolgens gegooid worden. In dat geval moet er gesproken worden over de kans op  $KM = \frac{1}{4}$ , en de kans op  $MK = \frac{1}{4}$ .

In een zogenoemd boomdiagram gerepresenteerd ziet het experiment er als volgt uit:



### Opdracht 4

Maak op basis van bovenstaande informatie een boomdiagram voor het experiment 'gooien met een punaise'.

Om het onderzoeksterrein in beeld te brengen, gaat u een aantal situaties op eigen niveau onderzoeken vanuit de vraag: 'is het eerlijk?'. Vervolgens kunt u videoclips bekijken van gesprekken over dezelfde problematiek met kinderen van groep 5 en 7. Dit geeft u informatie over hoe u met kinderen het onderzoeksterrein kunt betreden.

### Loterij

Hieronder worden vier situaties over het trekken van lootjes beschreven. In alle vier de gevallen draait het om de vraag: 'is dit eerlijk?'. Deze vraag kan ook anders gesteld worden in termen van kansen: heeft elke deelnemer aan de loterij evenveel kans op een prijs?

*Situatie 1:* Vier mensen trekken een lootje uit een hoge hoed met vier lootjes erin. Ieder maakt tegelijk het lootje open. Op elk lootje staat een getal (1 tot en met 4). Geen lootje is gelijk. Het winnende getal wordt getoond. Een van de vier is winnaar.

*Situatie 2:* De spelleider geeft vooraf het winnende getal. Vervolgens trekken de vier deelnemers een lot uit de hoed en openen dit tegelijk op teken van de spelleider.

*Situatie 3:* De spelleider geeft vooraf het winnende getal. Een van de deelnemers mag een lot trekken en openen. Als het geen winnend lot is mag een volgende deelnemer een lot trekken en openen. Zodra het winnend lot is geopend hoeven de anderen de lootjes niet meer te trekken en te openen.



*Situatie 4:* De spel leider geeft vooraf het winnende getal. Een van de deelnemers mag een lot trekken en openen. Is er sprake van het winnende lot dan is de loterij afgelopen. Is het getrokken lot geen winnend lot dan vouwt de deelnemer z'n lot weer dicht en gooit het terug in de hoed. De spel leider schudt opnieuw en de volgende deelnemer mag een lot trekken. Het trekken gaat net zo lang door totdat het winnende lot is getrokken.

### Opdracht 5

1. **Bespreek** in tweetallen de vier gegeven situaties en ga in op de volgende punten:
  - a. Vergelijk intuïtie en redenering in elke situatie met betrekking tot de kansen van de deelnemers.
  - b. Probeer elke situatie in een boomdiagram te representeren.
  - c. Inventariseer vragen voor een groepsdiscussie.
2. **Bespreek** in de hele cursusgroep de vier situaties en de gemaakte representaties.
3. **Beantwoord** de volgende vragen:
  - a. Zullen de kinderen van groep 5 en 7 de loterij eerlijk of oneerlijk vinden?
  - b. Wat levert de bespreking (onder 2) voor u op?

Het vergelijken van de vier situaties vanuit de vraag 'eerlijk of niet eerlijk?' is het vergelijken van de kans voor elke deelnemer aan het begin van de loterij om de hoofdprijs te winnen. Het gaat er niet om welke kans een deelnemer heeft op het moment dat er al twee lootjes getrokken zijn zonder dat het winnende is getrokken. De vraag naar eerlijk of niet eerlijk betekent het beschouwen van de kansen vanuit de totale gebeurtenis gezien.

Als deelnemer 1 een lootje heeft getrokken (kans op winnend lot is  $\frac{1}{4}$ ) en het lootje is niet het winnende lot, dan blijft er voor de overige drie deelnemers een nieuw kansenveld over. De volgende deelnemer heeft op dat moment een kans van een op drie ( $\frac{1}{3}$ ) op het winnende lot. Kijkend naar de kans op een winnend lot vanaf het begin van de loterij betekent dat we moeten meewegen dat deelnemer 1 ook het winnende lot kan trekken. In het geval dat deelnemer 1 het winnende lot trekt dan is de kans op een winnend lot van de overige deelnemers meteen tot 0 teruggebracht. Het is juist deze opstapeling van kansen die het vergelijken van de vier situaties voor elke deelnemer mogelijk en zinvol maakt. Er is sprake van een afhankelijkheid van de ene gebeurtenis met de vorige.

Voor deelnemer 1 is de kans op een winnend lot  $\frac{1}{4}$ . Voor deelnemer 2 wordt de kans op een winnend lot bepaald door de gebeurtenissen: deelnemer 1 trekt niet het winnende lot (kans is  $\frac{3}{4}$ ) en deelnemer 2 trekt vervolgens het winnende lot (kans is  $\frac{1}{3}$ ). Dat wil zeggen een kans van:  $\frac{1}{3}$  van  $\frac{3}{4}$  (schrijf  $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$ ), geeft een kans van  $\frac{1}{4}$ . De kans lijkt dus gelijk ( $\frac{1}{4}$ ) te blijven.

In het geval het getrokken lootje weer terug wordt gedaan (situatie 4), krijg je een verandering die al zichtbaar wordt bij deelnemer 2. Er geldt voor deelnemer 1 een kans van  $\frac{1}{4}$  op het winnende lot. Voor deelnemer 2 wordt de kans bepaald door de gebeurtenissen deelnemer 1 trekt niet het winnende lot (kans van  $\frac{3}{4}$ ) en deelnemer 2 trekt vervolgens wel het winnende lot (kans is  $\frac{1}{4}$ ). Dat wil zeggen een kans van:  $\frac{1}{4}$  van  $\frac{3}{4}$  (schrijf  $\frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$ ). Dit geeft een kans van  $\frac{3}{16}$ . Daarmee lijkt de kans af te nemen.

### Opdracht 6

1. **Onderzoek** in situatie 4 de kansen voor deelnemer 3 en 4 op een winnend lot. Wat valt u op?
2. In deze situatie hoeft het winnende lot niet te vallen na een ronde lootjes trekken. **Kunt u nagaan** hoe groot de kans is dat deelnemer 1 het winnende lot trekt in de tweede ronde?

## 3 - Kijken naar kinderen

### Loterij

Er is met twee groepjes van vier kinderen gesproken over de eerlijkheid van de loterij. Eerst met een groepje kinderen van groep 5 en vervolgens met een groepje kinderen van groep 7. In het gesprek worden bovengenoemde alternatieve situaties 1 t/m 4 met de kinderen gespeeld en besproken. Telkens is de vraag: is het voor iedereen eerlijk?

*videoclip: Sydney, Rianne, Emile en Alexandra (groep 5) en de loterij*



*videoclip: Anelore, Bob, Stijn en Jente (groep 7) en de loterij*



## Opdracht 7

Bekijk de videoclips over de eerlijkheid van de loterij met onderstaande vragen in het achterhoofd:

- Welk(e) concept(en) over eerlijk tonen de kinderen?
- Welk(e) kenmerk(en) van een onderzoekende houding ziet u terug bij de kinderen?
- Ziet u verschil (in ontwikkeling) in en tussen beide groepen?
- Welke vragen zou u willen stellen aan de kinderen?

## De valse dobbelsteen

Het gooien met een dobbelsteen is voor de meeste kinderen intuïtief een eerlijke manier om een spel te spelen, een beslissing te nemen of uit te maken wie 'm is. Er zijn echter valse dobbelstenen te koop bij goochel- en feestwinkels. Het spelen van het spelletje 'wie het eerst 10 x een zes gooit' levert een wisselend resultaat op bij symmetrische dobbelstenen. In het geval je het opneemt tegen iemand met een valse steen, wordt winst wel erg moeilijk. Het onderzoeken van dit verschijnsel betekent voor de kinderen de confrontatie met een cognitief en wellicht normatief conflict. Cognitief in de zin van 'dat kan toch niet?' en normatief in de zin van 'je gaat er niet vanuit dat iemand vals speelt, zeker een volwassene niet'. Maar hoe lang blijf je geloven in eerlijk spel?

Er is met twee groepjes van vier kinderen gedobbeld met een valse dobbelsteen.

videoclip: Sydney, Rianne, Emile en Alexandra (groep 5) en de dobbelsteen



videoclip: Anelore, Bob, Stijn en Jente (groep 7) en de dobbelsteen?



## Opdracht 8

Bekijk de videoclips met onderstaande vragen in het achterhoofd:

- Welk(e) kenmerk(en) van een onderzoekende houding ziet u bij de kinderen?
- Stimuleert de gespreksleider de onderzoekende houding van de kinderen? Waaruit blijkt dat?
- Zou u zelf vragen aan de kinderen willen stellen? Zo ja, welke vragen?

## 4 - Didactische implicaties

### Inleiding

In deze module hebben we een richting aangegeven om het onderzoeksterrein 'combinatorisch tellen en kans' met kinderen te betreden. Het doel is om kinderen van de basisschool met een onderzoekende houding een nieuw domein van de wiskunde te laten ontdekken. Door systematisch te handelen en te redeneren kunnen zij in dit domein nieuwe begrippen en verbanden leren kennen. Kortom: het kind is op weg een wetenschappelijke houding te ontwikkelen. Daarbij is goede begeleiding cruciaal. Van u, als begeleider, wordt gevraagd dat u:

- uitdagende activiteiten kunt ontwikkelen, die kunnen leiden naar redeneringen en ontdekkingen;
- het denkproces van het kind kritisch volgt;
- op het juiste moment een productieve interventie pleegt;
- aanmoedigt in plaats van afremt of het overneemt;
- uitgaat van en zich verplaatst in een onderzoekende houding.

In de afsluiting van deze module wordt aandacht geschonken aan deze didactische eisen.

### Het onderzoeksterrein

Het doel van deze module is te laten zien en ervaren dat onderzoeksmatig bezig zijn binnen een specifiek terrein zoals combinatoriek en kansrekening kan bijdragen tot een wetenschappelijke attitude bij kinderen. Deze attitude kenmerkt zich door gedreven nieuwsgierigheid, door een onderzoekende en vragende houding en door de drang om te willen weten en begrijpen.

Op basis van een aantal specifieke activiteiten hebben de kinderen getoond dat het bezig zijn met telproblemen uit de combinatoriek kan leiden tot wiskundige activiteiten. Zo hebben we de kinderen zien ordenen en systematiseren en hebben we hen horen redeneren. Met name de vraag naar alle mogelijkheden leent zich op alle niveaus voor het uitlokken van een wiskundige attitude.

De overstap van combinatoriek naar kans ligt voor het oprapen. Het kansbegrip is intuïtief bij veel kinderen aanwezig. Het verschil tussen een 'weetkans' en een 'zweetkans' is een belangrijk beginpunt. Het leren redeneren in de context van het begrip 'eerlijk' geeft vervolgens mooie aanknopingspunten om de kansberekening binnen te gaan. Hierin gaat het vooral om het ontwikkelen van een visualisatie of een representatie van de redenering.

### Verschillen tussen kinderen

Uitgaande van de definitie van 'talent' in de inleiding (pagina 9-10) kunnen we graduele verschillen onderscheiden in het handelen en taalgebruik van de kinderen in de videoclips behorend bij deze module.

- verschil in het al dan niet gebruik maken van en afhankelijk zijn van de aangereikte concrete materialen;
- verschil in de systematiek van het doen en van het redeneren;
- verschil in het ongeveer of precies willen weten;
- verschil in het gebruik van taal om redeneringen onder woorden te brengen;
- verschil in het ondersteunen van redeneringen door vormen van representaties.

Om meer zicht te krijgen op deze verschillen is het opdoen van ervaring met onderzoekend leren nodig en gewenst. Binnen het wiskundig terrein van deze module liggen nieuwe taken voor het oprapen. Het is zeker niet de bedoeling om een leerlijn combinatoriek en kansrekening in de basisschool te gaan promoten. Wel biedt de module voldoende mogelijke onderzoeksvragen om vanaf de voorschoolse periode tot aan het einde van de basisschool combinatoriek en kansrekening aan de orde te stellen. Dit zou kunnen volgens onderstaande fasering:

Fase 1: Een aantal combinatorische telproblemen wordt verkend. Door middel van tastbaar materiaal onderzoekt het kind zoveel mogelijk oplossingen. (leeftijd vanaf ongeveer 3 jaar)

Fase 2: Een aantal combinatorische telproblemen wordt verkend. De vraag naar volledigheid ligt op tafel. Met behulp van materiaal en eventueel op papier zoekt de leerling naar de volledige oplossing. (leeftijd vanaf ongeveer 6 jaar)

Fase 3: Een aantal toevalsexperimenten wordt onderzocht. De mogelijkheden worden systematisch in kaart gebracht. Visualiseren en representeren als ondersteuning van het redeneren worden gestimuleerd. (leeftijd vanaf ongeveer 8 jaar)

Fase 4: Het begrip kans krijgt in een aantal specifieke contexten een betekenis. (leeftijd vanaf ongeveer 10 jaar)

### De rol van de begeleider/leraar

In alle fasen die hierboven omschreven worden is uw rol essentieel:

- stel vragen die aansluiten bij het oplossingsproces van de leerling, zodat deze verder kan denken;
- vul of pas naar eigen inzicht het materiaal aan dat op tafel ligt om aan te sluiten bij het denken van een leerling;
- lok een volgende denkstap uit;
- stimuleer kinderen tot verwoorden, redeneren, experimenteren, conclusies trekken, hypothesen opstellen en toetsen, et cetera.

Om dit goed te kunnen doen is het noodzakelijk dat u inzicht heeft in de verschillende fasen van het onderzoeksproces: op basis van handelen met materiaal, via het meer systematisch representeren op papier naar het herkennen van verbanden en patronen. Bij elke fase horen verschillende vragen om bepaalde denkstapjes te stimuleren: de stap van doen naar meer systematisch doen, de stap van doen naar vertellen wat je doet en waarom, de stap naar het trekken van beredeneerde (onderbouwde) conclusies.

### Opdracht 9

**Kies** als groep een van de vier videoclips uit bijeenkomst 1 en bekijk deze met in het achterhoofd de bovengenoemde kenmerken van de begeleider.

**Beantwoord** de volgende vragen.

- Welke kenmerken van de begeleider ziet u terug in het gesprek?
- Welk vervolg zou u willen geven aan het gesprek om een eventueel ontbrekend kenmerk aan de orde te stellen?

## 5 - Suggesties voor de praktijk

### Opdracht 10

**Speel** met een groepje van drie kinderen van groep 5-8 ganzenbord. Een van de kinderen mag telkens vier vooruit, de rest gooit met een dobbelsteen. **Voer een gesprek** met kinderen of dit spel eerlijk of niet eerlijk is. Daarbij kunt u van de volgende vragen gebruik maken.

- Hoe zou je kunnen onderzoeken of het spel eerlijk of niet eerlijk is?
- Wanneer zou je kunnen zeggen dat je uitspraak betrouwbaar is?
- Kun je beredeneren of moet je 'zweten' door het telkens te spelen?

## Literatuur en bronnen

### TalenteKracht

1. *TalenteKracht en VTB-Pro: Sprankelen in de praktijk*. Den Haag: Programma VTB-Pro.
2. Steenbeek, H., & Uittenbogaard, W. (2008). TalenteKracht brengt talent voor wetenschap en techniek van jonge kinderen in kaart. In H. van Keulen & J. Walma van der Molen (red), *Onderzoek naar wetenschap en techniek in het Nederlandse basisonderwijs*. Den Haag: Programma VTB-Pro.
3. *Curious Minds, an innovative interface between scientific disciplines and children's development* (2008). Den Haag: Programma TalenteKracht.

### Wetenschap en techniek

1. Kuijpers, J., & Walma van der Molen, J. (2007). *Wetenschap & techniek: Een rijke leeromgeving*. Den Haag: Programma VTB-Pro.
2. Dijkgraaf, R. e.a. (red). (2008). *De bètacanon*. Amsterdam: Meulenhoff.
3. Graft, M. van, & Kemmers, P. (2007). *Onderzoekend en Ontwerpend Leren bij Natuur en Techniek*. Den Haag: Stichting Platform Bèta Techniek. Basisdocument vanuit het project 'Leren Onderzoekend en Ontwerpend Leren (2007)', ontwikkeld door de SLO en het Amstel Instituut van de Universiteit van Amsterdam. Hierin is voor het schoolvak natuur en techniek lesmateriaal ontwikkeld vanuit een didactiek gericht op het leren onderzoeken en ontwerpen van begrippen en concepten uit natuur en techniek.

### Wiskunde, combinaties en kansen

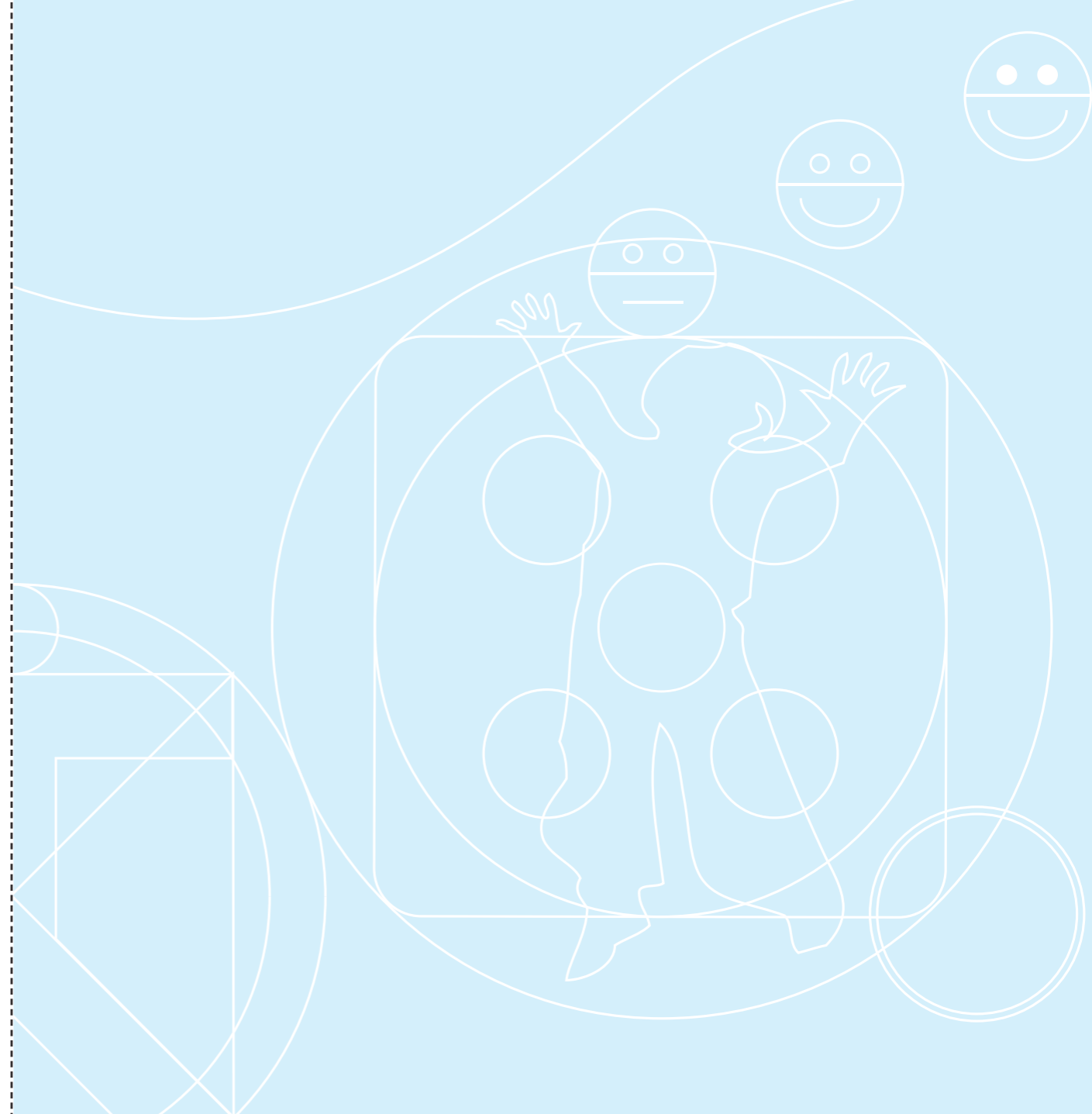
1. Schuurman, W., & Kluiver, H. de (2001). *Kop of munt, kansrekening in het dagelijks leven*. Amsterdam: Bert Bakker.
2. Crilly, T. (2009). *50 inzichten wiskunde*. Diemen: Veen Magazines.
3. *Volgens Bartjens*, tijdschrift voor rekenen-wiskunde. Assen: Van Gorcum.

### Internet

1. [www.vtbpro.nl](http://www.vtbpro.nl)
2. [www.talenteKracht.nl](http://www.talenteKracht.nl)
3. [nl.wikipedia.org/wiki/kansrekening](http://nl.wikipedia.org/wiki/kansrekening)
4. [www.rekenweb.nl](http://www.rekenweb.nl)
5. [www.volgens-bartjens.nl](http://www.volgens-bartjens.nl)

### Materialen

Moerbeek, K. (1988). *Een bond en andere dieren*. Het Mix-en-Maak Beestenspel. Utrecht: Van Reemst.



VTB-Pro is een programma dat aansluit bij de aandacht voor wetenschap en techniek in het basisonderwijs. Het gaat om een brede kijk op wetenschap en techniek, die erop gericht is scholen handvatten te bieden om wetenschap en techniek in het basisonderwijs in te passen.

TalenteKracht is een onderzoeksprogramma gericht op de natuurlijke nieuwsgierigheid, het 'bètalent' en de onderzoekende en ontdekkende houding van jonge kinderen. Voor VTB-Pro zijn ervaringen uit het onderzoek van TalenteKracht verwerkt in (na)scholingsmodulen om (aspirant-)leerkrachten vanuit bètawetenschappelijk perspectief te leren kijken naar hun leerlingen en de eigen lespraktijk. Voor u ligt een van deze modulen.



In de TalenteKracht-modulen is veel aandacht voor het 'kijken met andere ogen' naar kinderen, door bijvoorbeeld analyse van videobeelden. Naast kennis over wetenschap en techniek, krijgt u ook inzicht in materialen die kinderen aanzetten tot creatief denken en passende pedagogische vaardigheden. De modulen bieden hiermee handvatten om de talenten bij alle kinderen in uw klas te ontdekken, te stimuleren en te ontwikkelen.