

Bewust vaccineren



voorrunde Olympiade 16 november 2018

Colofon

De Wiskunde Olympiade is een initiatief van het Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht. De Olympiade commissie is verantwoordelijk voor de organisatie van de Olympiade en het vervaardigen van de opdracht. De commissie bestaat uit:

Tom Goris

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan

Freudenthal Instituut, Utrecht

Senta Haas

Städtisches Gymnasium Hennef, Hennef, Duitsland

Jacques Jansen

Strabrecht College, Geldrop

Kim Kaspers

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Ruud Stolwijk

CITO, Arnhem; Vrijeschool Zutphen VO, Zutphen

Monica Wijers

Freudenthal Instituut, Utrecht

Secretariaat:

Liesbeth Walther en Mariozee Wintermans

Freudenthal Instituut, Utrecht

Werkwijzer bij de voorronde opdracht van de Wiskunde Olympiade 2018/2019

Deze Wiskunde-Olympiade-opdracht bestaat uit vijf (verkenning)opdrachten en twee eindopdrachten. De eerste vijf opdrachten vormen een aanloop naar de eindopdrachten: alle verworven kennis en inzichten uit deze opdrachten kunnen worden toegepast in de eindopdracht.

Algemene adviezen bij het werken aan deze opdracht:

- Lees eerst de volledige tekst van de opgave door zodat je weet wat jullie allemaal te doen staat.
- Bewaak de tijd die jullie besteden aan de eerste vijf opdrachten, neem ruim de tijd voor de eindopdrachten, zeker wel 3 uur.
- Als je taken hebt verdeeld, bespreek dan na iedere opdracht de resultaten met elkaar.
- In een aantal vragen staat het woord 'onderzoek'. Geef bij dit soort vragen altijd nauwkeurig aan wat je onderzocht hebt, onderzoek eventueel eenvoudigere problemen, ga verder dan "alleen het antwoord op de vraag geven", onderzoek alternatieven. Op dit soort criteria wordt de kwaliteit van je uitwerking beoordeeld.
- Als je tijdens het werken aan de opdrachten bepaalde aanpakken, methodes of procedures aanpast, beschrijf in je verslag dan deze aanpassingen en geef aan waarom je ze hebt aangebracht.
- Het kan verstandig zijn om Excel of een ander rekenprogramma te gebruiken voor deze opdracht.

Inleveren:

- De twee eindopdrachten
- De opdrachten 1 t/m 5 als bijlage(n)

Als je werk wordt ingestuurd krijgt de jury een digitale kopie van jullie werk. Als er bijlagen bij het werkstuk horen, lever dan alles aan in een gezippt mapje. Vermeld de naam van de school én jullie eigen namen in de bestandsnaam.

Beoordeling:

Bij de beoordeling kan onder andere gelet worden op:

- de leesbaarheid en de duidelijkheid van de eindopdrachten;
- de volledigheid van het werk;
- het gebruik van wiskunde;
- de gebruikte argumentatie en de verantwoording van gemaakte keuzes;
- de diepgang waarmee een en ander is gedaan;
- de manier van presenteren: o.a. de vorm, leesbaarheid, structuur, gebruik en functie van bijlagen;
- De (wiskundige) creativiteit in de uitwerkingen van de opdrachten.

Veel plezier en succes gewenst!

Inleiding

Door de eeuwen heen hebben infectieziekten miljoenen doden veroorzaakt. Ook een op het oog redelijk onschuldige ziekte als de griep eiste in de twintigste eeuw nog vele slachtoffers: in 1918-1919 vielen er door de Spaanse griep - epidemie zelfs meer slachtoffers dan in de eerste wereldoorlog.

De laatste maanden zijn infectieziekten als hersenvliesontsteking (door meningokokken), mazelen en rode hond veel in het nieuws. Vaak is vaccinatie (inenting) de meest effectieve manier om een epidemie te voorkomen.

Bij vaccinatie krijg je een sterk verzwakte vorm van het betreffende virus ingespoten, waardoor je lichaam antistoffen gaat aanmaken tegen deze ziekte. Als je dan met het echte, veel sterkere virus in aanraking komt, ben je er met de aangemaakte antistoffen inmiddels immuun voor en kun je er niet ziek van worden.

Bij vaccinatie speelt echter regelmatig het probleem dat bij een onverwachte uitbraak er lang niet altijd voldoende vaccins beschikbaar zijn om de hele bevolking te vaccineren. Je moet je dan afvragen welke groepen (en welke aantallen) het best gevaccineerd kunnen worden om een zo goed (en veilig) mogelijk resultaat te verkrijgen. Deze Olympiadeopdracht gaat over het maken van deze keuzes, ofwel het toewijzen van de beschikbare vaccins.

Eerst wordt verkend hoe een griepepidemie zich kan ontwikkelen, daarna wordt onderzocht hoe door vaccineren van slechts een deel van de bevolking een epidemie voorkomen kan worden.

Het is in deze opdracht van belang om de volgende begrippen te onderscheiden:

- Iemand is **vatbaar** (V) als hij of zij door het griepvirus besmet kan worden.
- Iemand is **ziek** (Z) als hij of zij het griepvirus heeft en ook anderen kan besmetten.
- Iemand is **immuun** (I) als hij of zij niet (meer) vatbaar is voor het griepvirus; dit is het geval òf als je bent gevaccineerd òf als je griep hebt gehad.

We gaan ervanuit dat elke persoon altijd in precies één van deze categorieën valt.

Verkenningsoopdrachten - deel A

Tom maakt deel uit van een club van 25 wielervrienden die elke zondag (maar soms ook op andere dagen) een tocht rijden waarbij altijd zoveel mogelijk leden van de club meegaan. Op maandag 1 oktober wordt Tom ziek: de griep slaat toe. De dag ervoor was hij eigenlijk al ziek maar hij wilde toch gaan fietsen. Hij heeft op die zondag (30 september) gefietst met Monica, Senta en Matthias. Op donderdag 4 oktober laat Matthias aan Tom weten dat ook hij door de griep geveld is – terwijl hij de avond daarvoor – toen hij zich al niet helemaal lekker voelde - met Ruud en Jacques nog een kleine trainingsrit heeft gereden.

Op zondag 7 oktober fietsen Ruud, Jacques, Johan, Dédé en Kim samen een rit. Tom, Senta en Matthias zijn dan nog ziek, de rest van de club is aanwezig en fietst mee. Twee dagen later is Tom al weer bijna beter, maar Ruud ligt dan inmiddels met griep in bed.

De dag erna, op woensdag 10 oktober, is Tom weer helemaal de oude. Dédé en Kim besluiten die avond met iedereen die wil een extra trainingsrit te rijden. Tom en Marcel spreken samen af om die avond wat te gaan drinken. Twee dagen later blijkt Marcel geveld door de griep – net als de rest van degenen die op die woensdag mee hebben gefietst...

Zondag 14 oktober gaan Tom, Monica, Senta, Matthias en nog vier andere leden van de club een fietstocht maken. De rest van de club is dan nog door de griep uitgeschakeld. Een week later wordt er eindelijk weer eens in een flinke groep gefietst: op Eric en Liesbeth na is iedereen weer van de griep hersteld en fietst mee.

Opdracht 1

Geef bij de volgende beweringen aan of ze op grond van bovenstaand verhaal kloppen of niet, en leg uit waarom:

"In deze club was op 30 september niemand immuun."

"Als je ziek bent, hoef je je nog niet ziek te voelen."

Opdracht 2

Achteraf kun je stellen dat als Tom gevaccineerd was, de hele wielervereniging wellicht geen griep had gekregen... maar dat is wijsheid achteraf, de werkelijkheid bleek anders! Geef in een grafische weergave het werkelijke verloop van de griepgolf binnen deze wielervereniging weer.

Verkenningsoopdrachten - deel B

Hierna zie je drie schematische weergaven van situaties bij een groep van honderd personen, waarvan er twee griep hebben. Deze zijn aangegeven met 'Z'. Gevaccineerde personen – die dus immuun zijn - zijn aangegeven met 'I'. De rest van de personen (lege vakjes) is vatbaar. We nemen aan dat iedereen elke dag direct contact heeft met zijn of haar 'directe buren' – dus met maximaal vier personen per dag. **NB: deze weergaven staan ook (in drievoud) in de bijlage.**

Opdracht 3

Onderzoek bij elke weergave na hoeveel dagen alle personen ziek zullen zijn – voor zover ze ziek kunnen worden.

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|--|--|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

situatie 1

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|
| | | | I | | | | | | I |
| | I | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| I | | | | I | I | I | | | |
| | | I | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | I | |
| | | | | | | | | | |
| I | | | | | | | | | |

situatie 2

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | I | I | I | I | I | I | | I | I |
| I | | I | I | I | I | I | I | I | I |
| I | I | Z | | I | I | I | I | I | I |
| I | I | I | I | | I | I | I | I | I |
| I | I | I | | I | | I | I | I | I |
| I | I | I | I | I | Z | I | I | I | I |
| | I | I | I | I | I | I | I | | I |
| I | I | I | I | I | I | | I | I | |
| I | I | | I | I | I | I | I | I | I |
| I | | I | I | I | I | I | I | I | I |

situatie 3

Opdracht 4

Onderzoek bij welk minimale aantal gevaccineerden (I) er zo weinig mogelijk van de 100 personen uiteindelijk griep krijgen. Uiteraard gebruik je hierbij één of meer weergaven zoals hierboven.

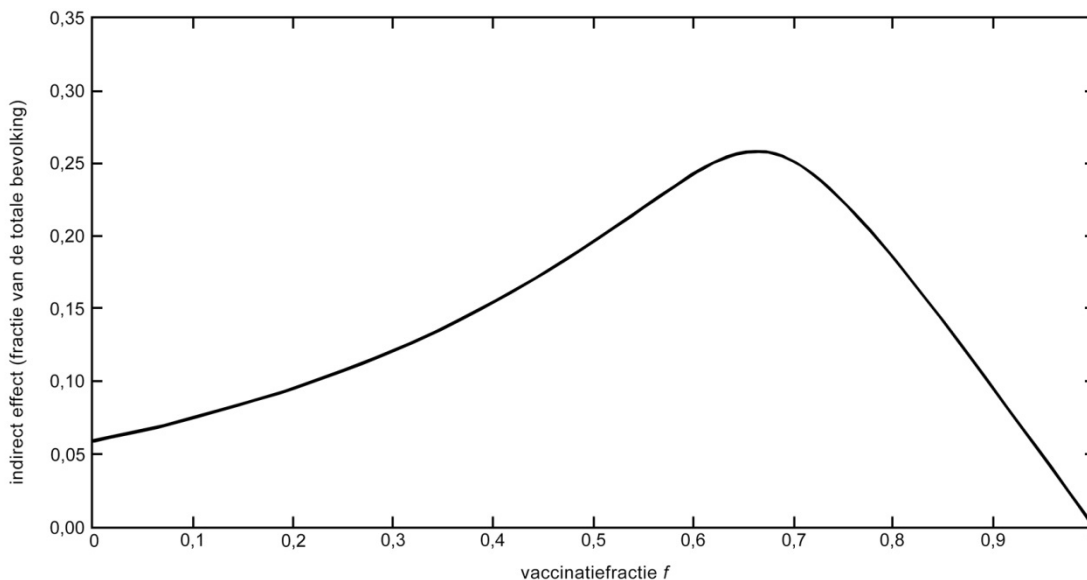
Bespreek ook de situatie waarbij de personen 'vrij bewegen' en dus ook contact hebben met anderen. Ga er bijvoorbeeld vanuit dat iedereen elke dag vier andere 'buren' kan hebben.

Middendeel - opdracht 5

In de verkenningsoopdrachten heb je gezien dat het niet nodig is om iedereen te vaccineren als je wilt dat uiteindelijk 'niet al te veel' mensen griep krijgen. Wat dan precies 'niet al te veel' is, laten we even in het midden. Wel is van belang hoeveel mensen er gevaccineerd worden.

We gaan er hier van uit dat vaccinatie tegen griep zorgt dat je geen griep krijgt, dus dat je door het vaccin **immuun** (I) wordt. Dit noemen we het **directe effect** van vaccinatie. Daarnaast heeft vaccinatie ook een **indirect effect** dat te maken heeft met het begrip groepsimmunitet. Door vaccinatie wordt het niet-gevaccineerde deel van de bevolking omringd door gevaccineerde mensen die immuun zijn. Mensen die zelf niet gevaccineerd zijn, komen dus minder snel in aanraking met besmette mensen en hebben daardoor zelf ook een lagere kans op besmetting. Dit mechanisme noemen we **groepsimmunitet**.

Uit onderzoek blijkt dat het indirecte effect afhangt van het deel van de populatie dat gevaccineerd is (de vaccinatiefractie). Dit is weergegeven in de volgende grafiek (**NB: deze grafiek staat ook vergroot in de bijlage**):



In de grafiek zie je bijvoorbeeld dat als de helft van de populatie is gevaccineerd ($f = 0,5$), dat het indirect effect dan ongeveer 0,20 is en dat dus in totaal dan bijna 70% van de populatie **beschermd** is.

Een uitspraak van een deskundige (Roel Coutinho, viroloog en directeur van het Centrum Infectieziekten): *“Door vaccinatie bescherm je niet alleen jezelf, maar ook je medemens. Als de dekking onder een kritische grens zakt, komt de hele bevolking in gevaar. Dat zie je in Engeland, waar de dekking tegen mazelen is gezakt onder de tachtig procent. Daar steekt de ziekte nu weer de kop op.”*

Je kunt op basis van bovenstaande grafiek een grafiek maken waarin het percentage beschermden binnen een populatie is weergegeven ten opzichte van de vaccinatiefractie.

Onderzoek bij welke vaccinatiefracties de **dekking** (dat is het percentage beschermden) voor griep onder de 80% komt.

Eindopdracht

Deel 1

Op drie middelbare scholen in Amherst zitten respectievelijk 1000, 2000 en 4000 leerlingen. Het bestuur waaronder deze drie scholen vallen wil de leerlingen zo goed als mogelijk tegen de griep beschermen. Er is echter slechts een beperkt aantal vaccins beschikbaar voor de scholen: in totaal 3000. Het bestuur vraagt zich af hoe ze de vaccins het beste over de scholen kan verdelen om te zorgen dat er zo weinig mogelijk leerlingen griep krijgen.

Deze vraag wordt jullie, in de rol van adviescommissie, voorgelegd. Onderzoek wat de effecten zijn van verschillende verdelingen en geef op basis hiervan een onderbouwd advies. Illustreer je bevindingen bijvoorbeeld met behulp van grafieken en tabellen.

Je mag er vanuit gaan dat binnen elke school, de leerlingen allemaal met elkaar in contact komen, maar dat er niet of nauwelijks contact is tussen leerlingen van verschillende scholen.

Deel 2

In deel 1 heb je voor een specifieke situatie onderzocht hoe een beperkt aantal vaccins het beste over de leerlingen van drie verschillende scholen verdeeld kan worden. In de opdracht werd gesproken over leerlingen die veel contact hebben met leerlingen van hun eigen school, en juist weinig contact met leerlingen van andere scholen. Dit kun je ook in algemene zin beschouwen als groepen mensen in een bevolking die veel of juist weinig contact met elkaar hebben. Dan wordt het niet een schoolbestuur, maar de gezondheidsraad die een beperkte hoeveelheid vaccins moet verdelen. Wellicht is het aantal vaccins (in verhouding) groter of kleiner dan bij deel 1. Of zijn er meer groepen te definiëren. De situatie wordt complexer en is niet meer zo 1-2-3 door te rekenen.

In dit laatste deel van de opdracht onderzoek je de invloed van dit soort zaken op de best mogelijke verdeling van de beschikbare vaccins. Verwerk je resultaten in een advies aan de gezondheidsraad voor een algemene werkwijze bij het toedelen van vaccins aan groepen.

Tip: *Varieer eerst alleen het aantal beschikbare vaccins. Onderzoek bijvoorbeeld de situatie met 1000, 2000 en 4000 vaccins (houd de groeps grootte hetzelfde als in deel 1). Onderzoek pas daarna wat er gebeurt als je andere veranderingen doorvoert.*

Bijlage bij opdracht 3 situatie 1

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|--|--|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

situatie 1

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|--|--|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

situatie 1

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|--|--|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

situatie 1

Bijlage bij opdracht 3 situatie 2

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|
| | | | I | | | | | | I |
| | I | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| I | | | | I | I | I | | | |
| | | I | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | I | |
| | | | | | | | | | |
| I | | | | | | | | | |

situatie 2

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|
| | | | I | | | | | | I |
| | I | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| I | | | | I | I | I | | | |
| | | I | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | I | |
| | | | | | | | | | |
| I | | | | | | | | | |

situatie 2

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|
| | | | I | | | | | | I |
| | I | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| I | | | | I | I | I | | | |
| | | I | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | I | |
| | | | | | | | | | |
| I | | | | | | | | | |

situatie 2

Bijlage bij opdracht 3 situatie 3

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|--|--|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

situatie 3

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|--|--|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

situatie 3

| | | | | | | | | | |
|--|--|---|--|--|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | Z | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | Z | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

situatie 3

Bijlage bij opdracht 5

