

Vraag	Sneeuw
Schooltype	VWO
Type	Toetsopgave
Trefwoorden	Inhoud, bol
Domein/subdomein	D E
Tussendoelnummer	2.1 , 10.3 , 17.6
Bereidt specifiek voor op	
Niveau	II
Status	definitief
Opmerkingen	

Sneeuw

Hoeveel sneeuw is er nodig om een sneeuwpop te maken?

Om dit te onderzoeken gaan we uit van het meest simpele model sneeuwpop.

Het lijf is een grote bol en het hoofd is een kleine bol. Over de versiering hebben we het hier niet.

De inhoud van een bol bereken je met de formule: $I = \frac{4}{3} \pi r^3$

met $I = \text{inhoud}$ in m^3 en $r = \text{straal}$ in m .

In een tuin van 5 meter breed en 6 meter lang is overal 5 cm sneeuw gevallen. Als je van losse pasgevallen sneeuw een sneeuwbal maakt dan pers je de sneeuw samen: het volume wordt kleiner. Je mag er nu van uitgaan dat 1m^3 pasgevallen sneeuw als je het samengeperst nog maar $0,25\text{m}^3$ sneeuw voor de sneeuwpop oplevert.

Lieke wil een sneeuwpop maken met een lijf met diameter 1 m. en het hoofd moet een diameter van 0,4 m. hebben.



a. Laat met een berekening zien of er voor Lieke's sneeuwpop genoeg sneeuw is gevallen in deze tuin.

Een andere dag is er in deze tuin 20 cm sneeuw gevallen. Je kunt alle sneeuw in de tuin gebruiken en je wilt een zo groot mogelijke sneeuwpop maken (de sneeuw wordt natuurlijk samengeperst). De bol van het lijf moet een diameter hebben die 4 keer zo groot is als de diameter van het hoofd van de sneeuwpop.

b. Hoe hoog wordt jouw sneeuwpop dan? (geef je antwoord in cm nauwkeurig)

Uitwerkingen sneeuw:

a. Van $5 \times 6 \times 0,05 = 1,5 \text{ m}^3$ blijft samengeperst nog over:

$$1,5 \times 0,25 = 0,375 \text{ m}^3$$

Voor de pop is nodig: (lijf + hoofd)

$$\frac{4}{3}\pi(0,5^3 + 0,2^3) \approx 0,557 \text{ m}^3$$

Conclusie: nee dit is niet genoeg sneeuw.

Hoeveelheid sneeuw in de tuin: $0,2 \times 5 \times 6 = 6 \text{ m}^3$

samengeperst levert dit: $6 \times 0,25 = 1,5 \text{ m}^3$

voor de straal van lijf en hoofd geldt: $r_{\text{lijf}} = 4r$ en $r_{\text{hoofd}} = r$

de inhoud van de hele sneeuwpop is dan: $I = \frac{4}{3}\pi(64r^3 + r^3) = \frac{256}{3}\pi r^3$

er moet dus gelden: $\frac{256}{3}\pi r^3 = 1,5$

Hieruit volgt: $r \approx 0,1766 \text{ m}$. De hoogte van de sneeuwpop is diameter van het lijf + diameter van het hoofd, dat wordt: $10 \times 0,1766$

Conclusie: de sneeuwpop wordt 177 cm hoog.