

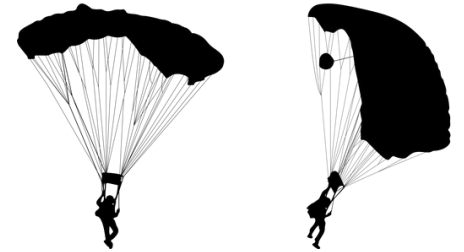
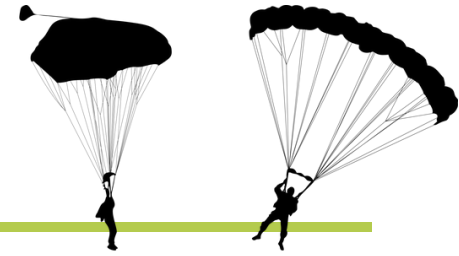
IS HET WISKUNDE? Modelleren met functies

doc. dr. sc. Matija Bašić
prof. dr. sc. Željka Milin Šipuš
Mathematics Department, Faculty of Science
University of Zagreb

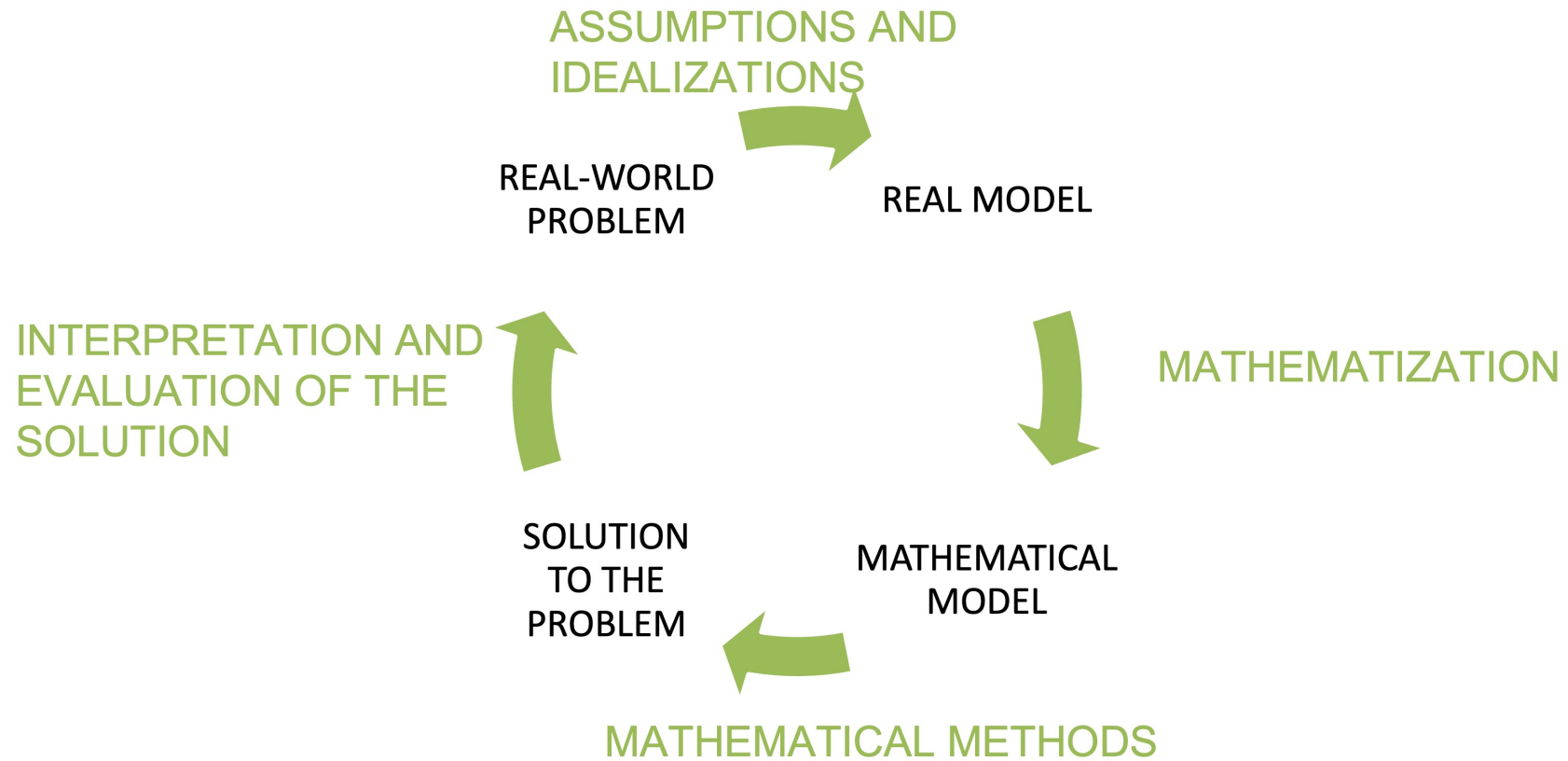
Parachutesprong

Beschouw het probleem van het modelleren van een parachutesprong.

- Wat zou de motivatie van de springer kunnen zijn? Wat is het doel?
- Als we een 'ideaal' model willen maken, welke aspecten van de sprong kunnen dan worden verwaarloosd en welke zijn belangrijk om te behouden?
- Welke aannames leiden tot de natuurkundige en wiskundige beschrijving van de situatie
- Welke afhankelijkheden kun je beschrijven in deze situatie? Kun je bijvoorbeeld het adrenalineniveau in het bloed van een springer tijdens de sprong beschrijven?



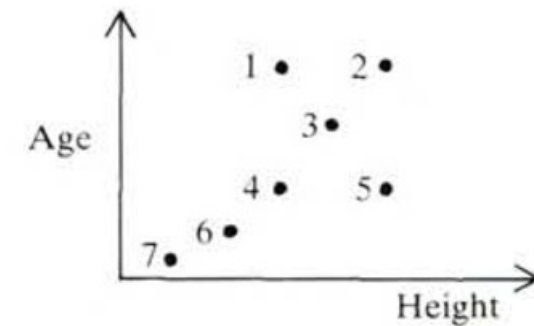
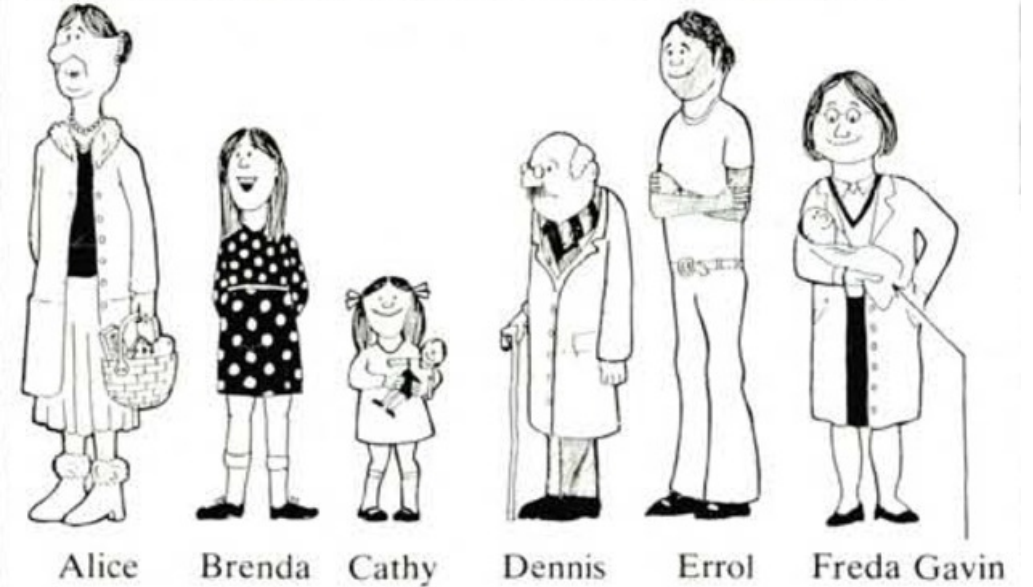
Wiskundig modelleren



Functiebegrip

- Is het een functie of een relatie?
- Of allebei?
- Zoek voorbeelden van functies in je eigen dagelijks leven

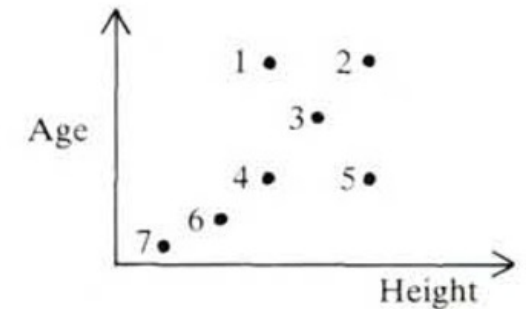
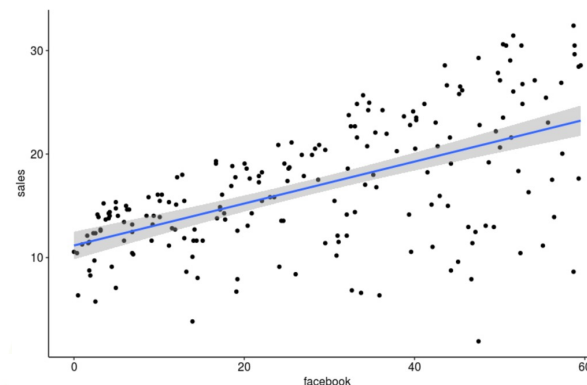
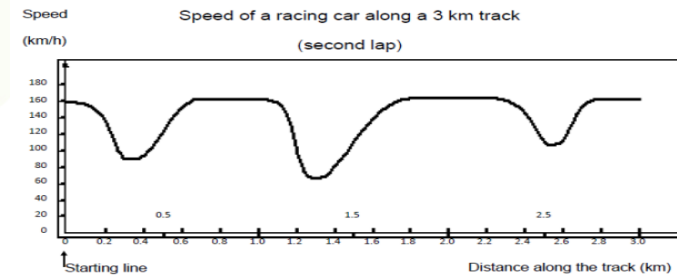
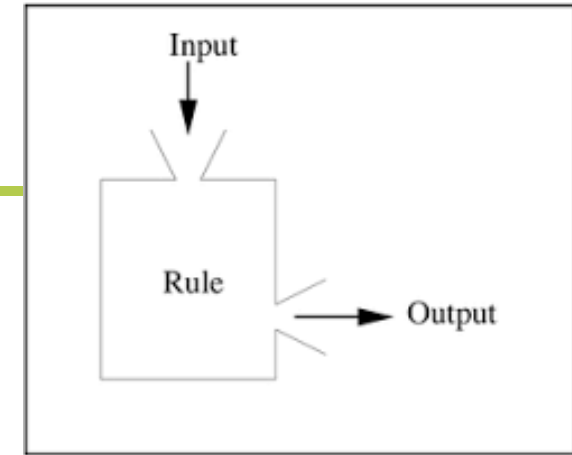
Who is represented by each point on the scattergraph, below?



Functioneel denken

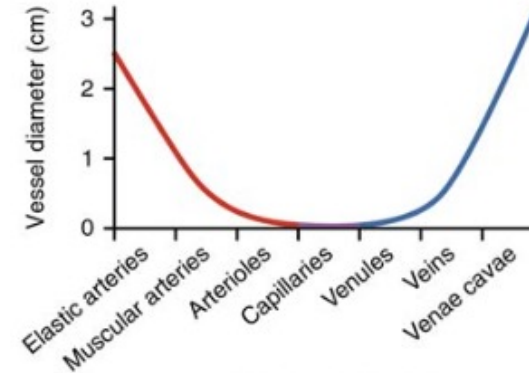
Vier stadia van het ontwikkelen van functioneel denken:

- Input-output actie
- Co-variationeel proces
- Relationele correspondentie
- Onderdeel van een structuur/schema

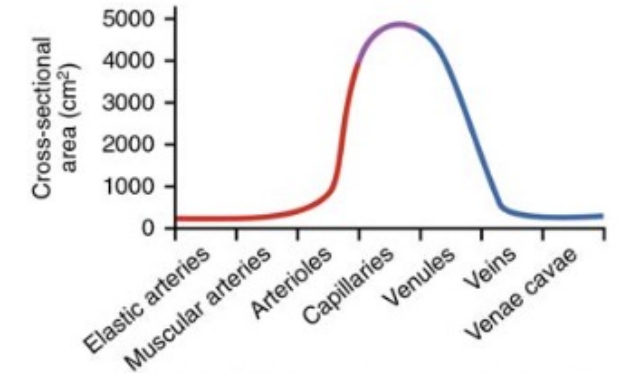


Grafieken interpreteren

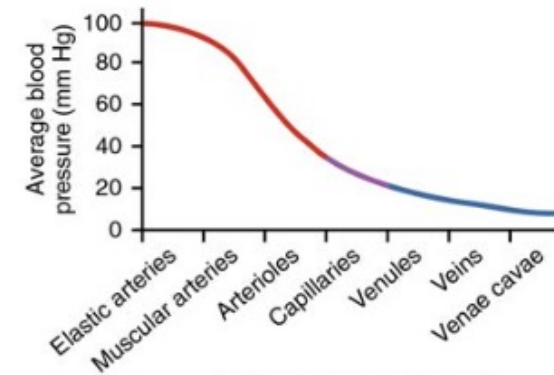
Beschrijf de grafieken in woorden.



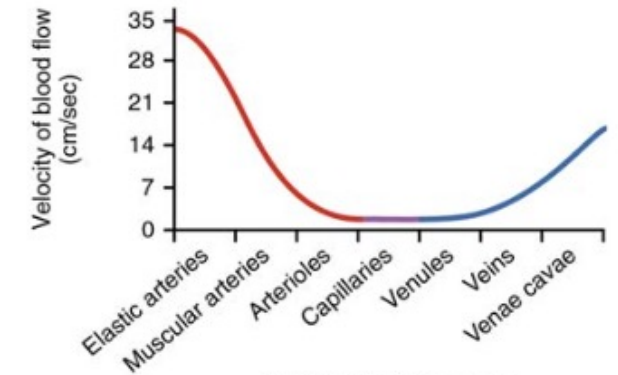
(a) Vessel diameter



(b) Total cross-sectional area of vessels



(c) Average blood pressure

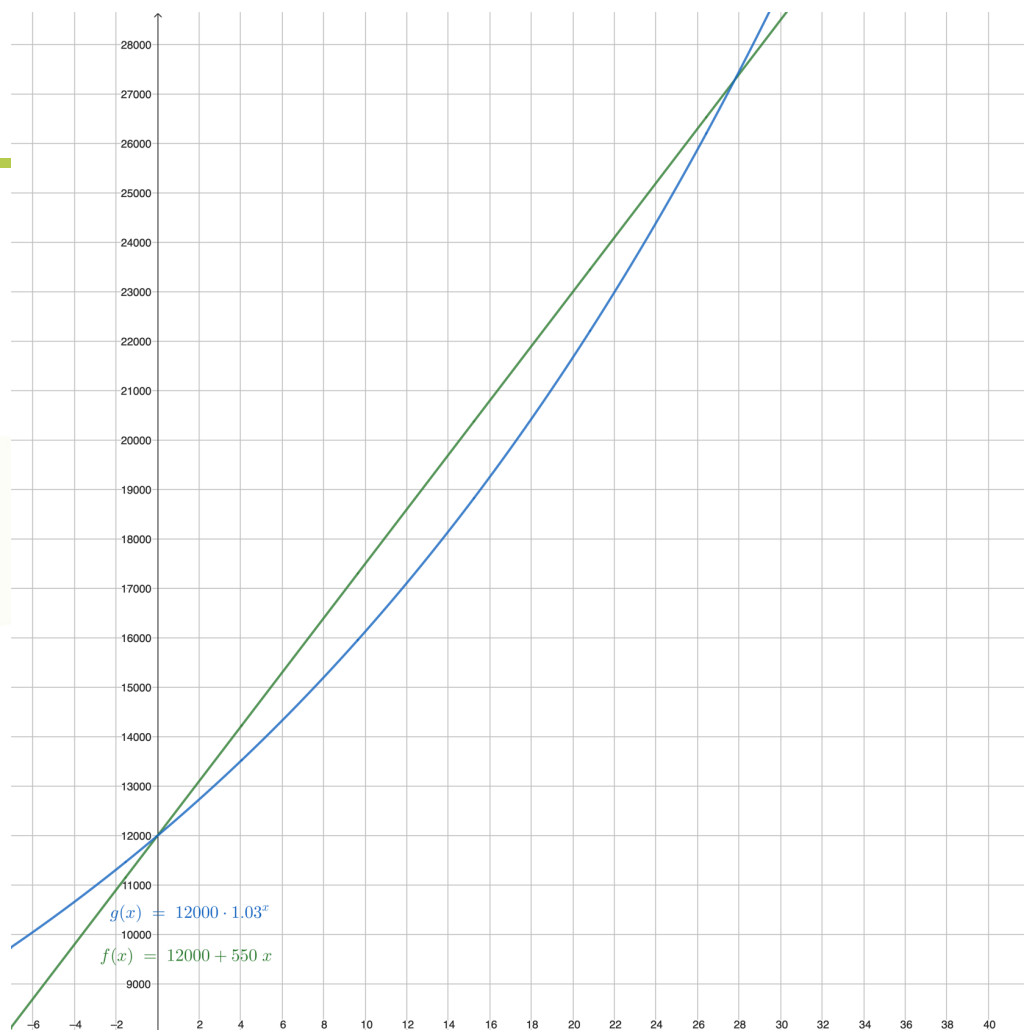


(d) Velocity of blood flow

Groei vergelijken

x	Andy (12000+550x)	Barbara (12000·1.03 ^x)
5	14 750	13 911
10	17 500	16 127
15	20 250	18 696
20	23 000	21 673
25	25 750	25 125
30	28 500	29 127

Wat kan verrassend zijn voor leer;ingen?
Was het verrassend voor jou in het begin?
Is het mogelijk om de snijpunten van de twee grafieken te berekenen?



Lineaire modellen

- Voor artsen is het volgende gemakkelijk te onthouden:

Het gewicht van een baby wordt drie keer zo groot vanaf de geboorte tot het einde van het eerste levensjaar.

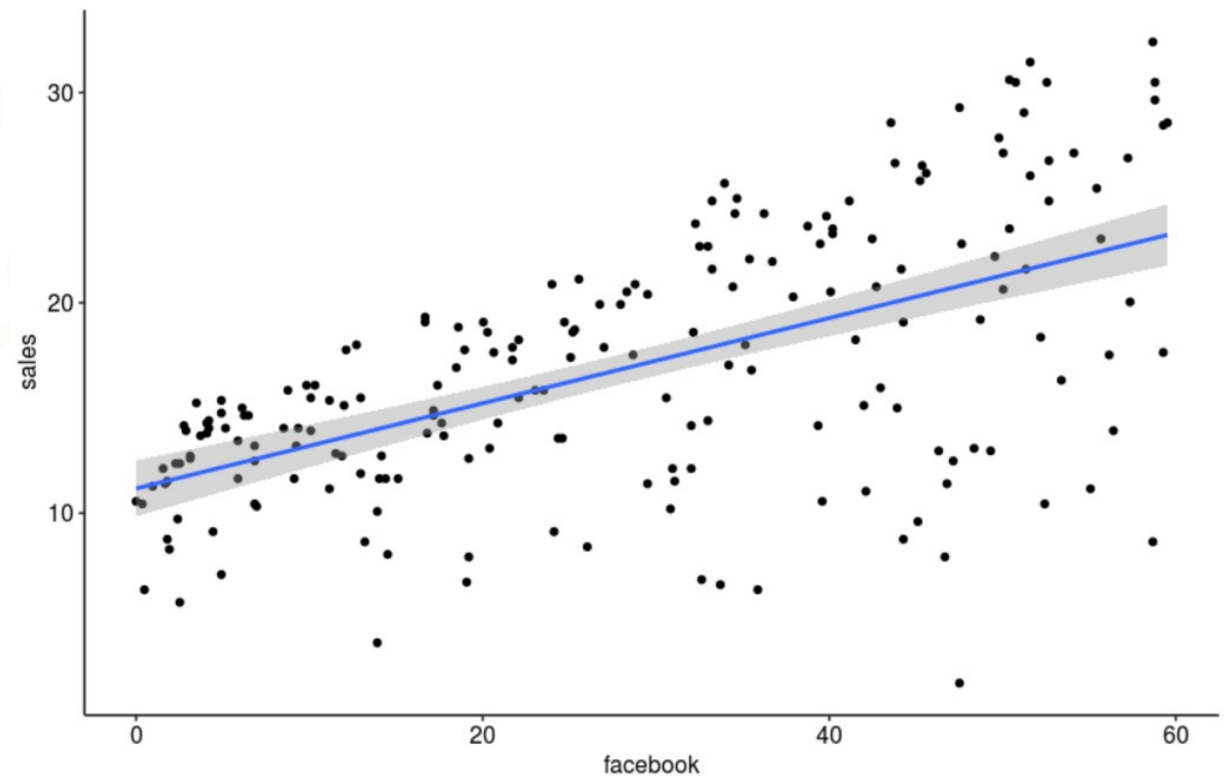
- Geldt dit ook later nog?
- Kan de lengte van een bay op deze manier worden vastgesteld?

Modellen worden gebruikt voor beoordeling, voorspelling... We hebben eenvoudige modellen nodig!

Lineaire modellen - Hoe maken we voorspellingen?

Stel je voor dat je wilt nagaan hoe de omzet van je bedrijf afhangt van de investering die je doet in reclame.

Wat is het effect van Facebook-reclame op de omzet van het bedrijf, gegeven de effecten van YouTube en advertenties in kranten?



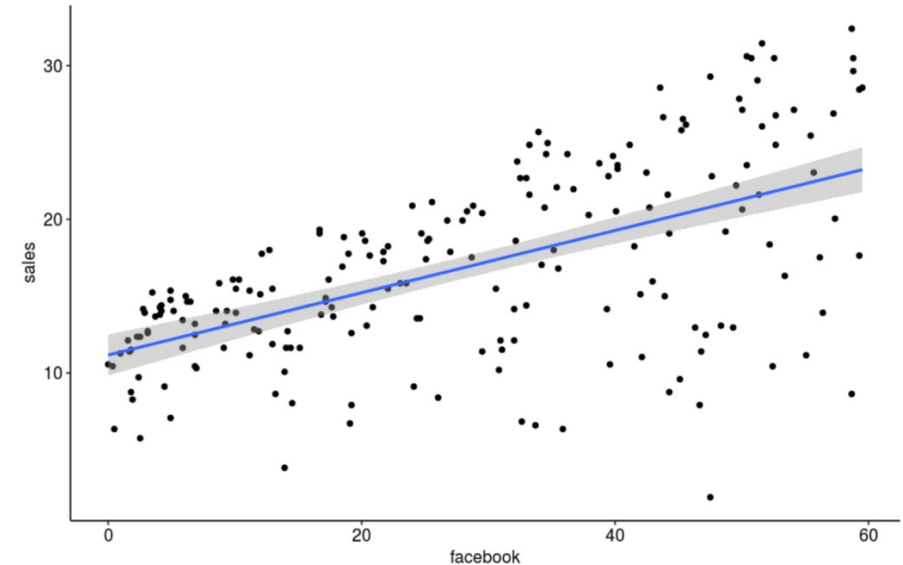
Lineaire modellen - Hoe maken we voorspellingen?

- Hoe introduceer je lineaire modellen? Beschrijf je niet-lineaire groei in woorden?
- Hoe motiveer je het probleem van voorspellingen doen met behulp van lineaire modellen?
- Hoe kom je tot het punt dat je onderstaande functie moet optimaliseren?

$$F(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2$$

En hoe voer je die optimalisatie uit?

- Behandel je de methode van de kleinste-kwadraten



Grafieken tekenen bij tabellen

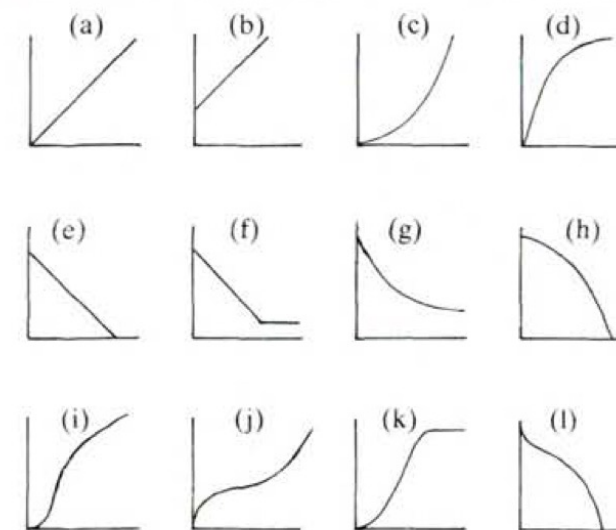
Tijd (uren)	1	2	3	4	5	6	7
Alcohol in bloed (mg/100 ml)	90	75	60	45	30	15	0

Jaar	1880	1890	1900	1910	1920	1930	1940
Vogelsoorten	0	1	5	17	30	30	30

Tijd (minuten)	0	5	10	15	20	25	30
Koffietemperatuur (°C)	90	79	70	62	55	49	44

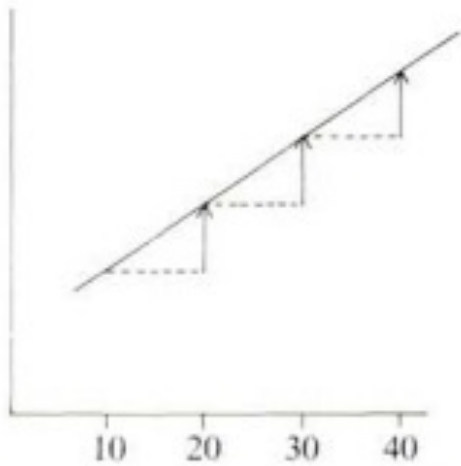
Kalkoengewicht (kg)	3	4	5	6	7	8	9
Baktijd (uren)	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5

Leeftijd (maanden)	2	3	4	5	6	7	8
Lengte foetus (cm)	4	9	16	24	30	34	38

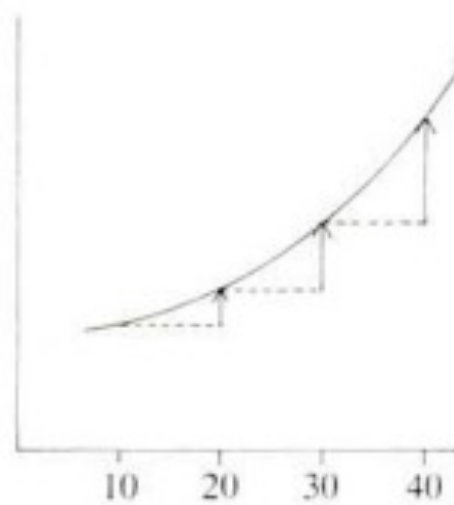


Verbind de tabellen met de overeenkomende grafiek. Leg uit hoe je hebt geredeneerd.

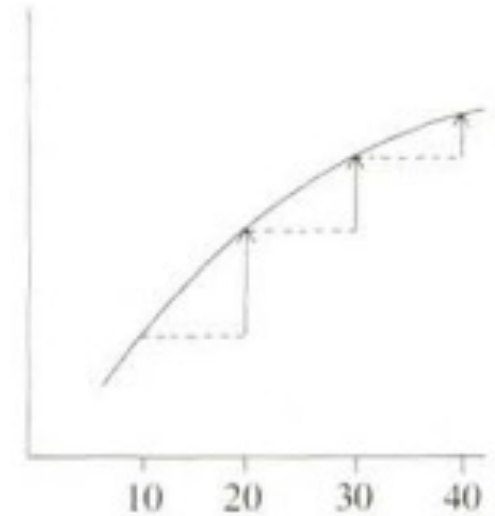
Lineaire en niet-lineaire groei



Lineaire groei



Sneller dan lineaire groei

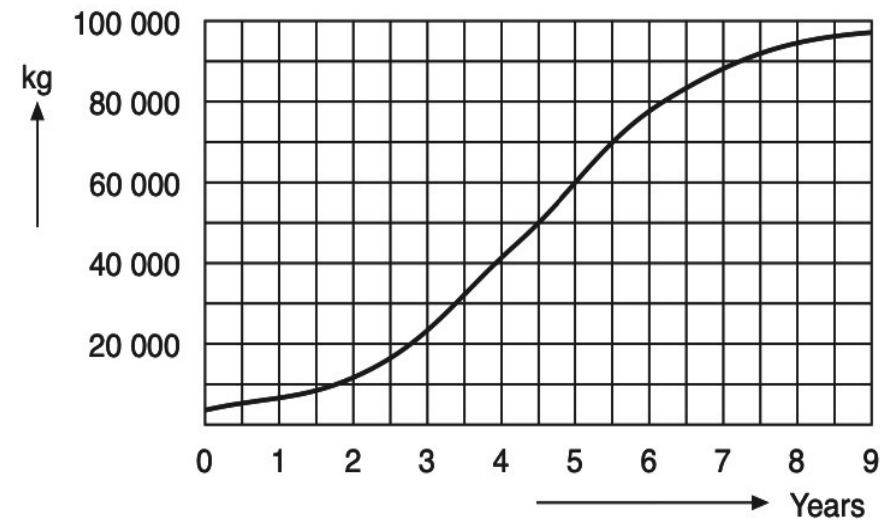


Langzamer dan lineaire groei

Populatie groei

Stel je voor dat je een visser bent die vis wil kweken in een vijver. Je weet dat het enige tijd duurt voordat de populatie groeit, dus je wacht een aantal jaren en begint dan vis te vangen in de vijver. Je zult elk jaar vis vangen, hopelijk vele jaren lang.

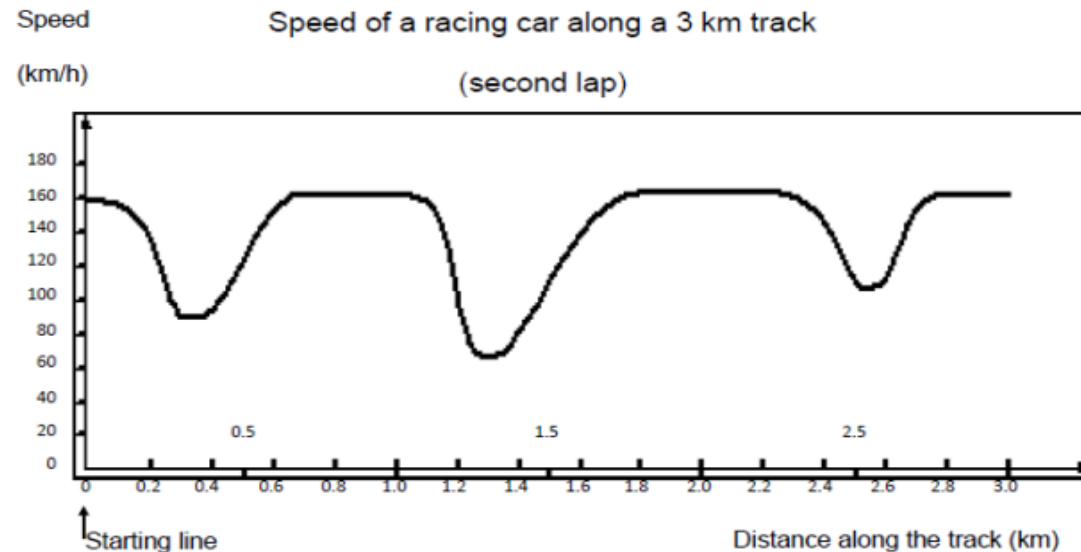
De grafiek toont een model van de groei in het totale gewicht van de vissen in de vijver. Hoeveel jaar moet de visser wachten als hij of zij het aantal gevangen vissen wil maximaliseren



Racebanen – nog meer grafieken

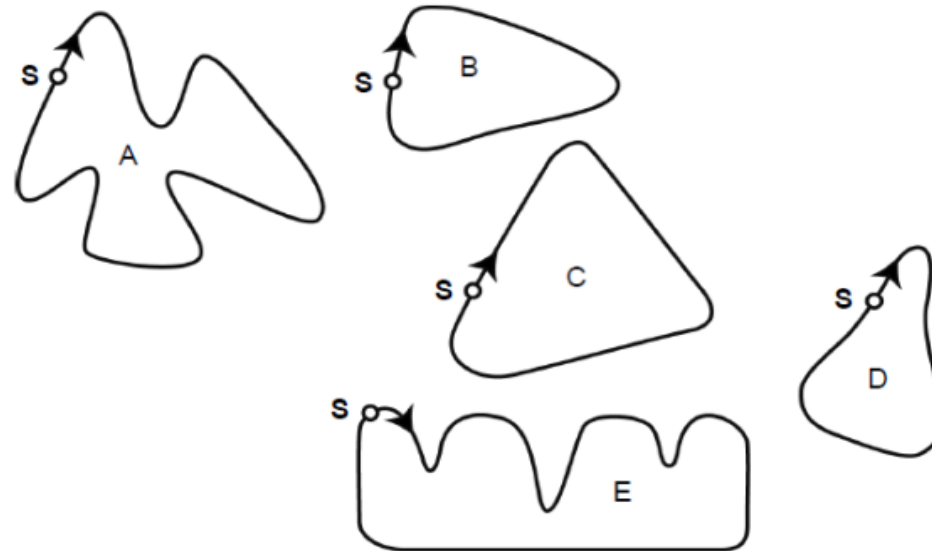
Deze grafiek laat zien hoe de snelheid van een raceauto varieert op een vlak parcours van 3 kilometertijdens zijn tweede ronde.

Wat is bij benadering de afstand van de startlijn tot het begin van het langste rechte stuk van de racebaan?



Racebanen

Hier zie je plaatjes van vijf racebanen (circuits). Op welk van deze circuits reed de auto waarbij de snelheidsgrafiek past die je eerder zag?



S: Starting point

Racebanen

Schets voor elke racebaan hieronder een passende snelheidsfariiek.

