Computerondersteund modelleren
natuurkunde

Een sportieve beweging

3e editie

Universiteit Utrecht
Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen
Ontwikkelgroep Dynamisch Modelleren

Voorwoord

Dit lesmateriaal is onderdeel van de reeks *Computerondersteund modelleren* voor de vakken natuurkunde, scheikunde en biologie. In deze onderwijsreeks leer je hoe je het computerprogramma *Powersim* kunt gebruiken voor het *modelleren* van *dynamische verschijnselen*. Met 'modelleren' wordt bedoeld: het ontwerpen, bouwen en testen van een computermodel. En 'dynamische verschijnselen' zijn situaties waarin verschillende grootheden in de loop van de tijd veranderen, maar daarbij ook elkaar beïnvloeden.

In deze module – voor het vak *natuurkunde* – gaat het om *kracht en beweging* in de *sport*. Bij veel sporten is sprake van situaties waarin krachten een beweging veroorzaken. Denk aan schaatsen, wielrennen, parachutespringen, atletiek enzovoort. Kracht en beweging zijn dynamische verschijnselen: krachten veroorzaken een beweging – een verandering van snelheid en afgelegde afstand. Maar tegelijkertijd kan die beweging een verandering van een of meer krachten veroorzaken – en welke invloed heeft dat dan weer op die beweging?

Naast dit lesmateriaal is er ook nog een *basishandleiding* voor het gebruik van het computerprogramma Powersim. Deze handleiding geeft een overzicht van de basishandelingen waarmee je in de computer modellen bouwt.

Aanvullende informatie over de reeks Computerondersteund modelleren vind je op www.cdbeta.uu.nl/model. Daar vind je ook de benodigde software en de modellen waarnaar in de tekst verwezen wordt.

In het lesmateriaal kom je de volgende symbolen tegen:

- opgaven waar je de computer bij nodig hebt
- verwijzingen naar de basishandleiding
- extra opgaven

De Ontwikkelgroep Dynamisch Modelleren bestaat uit:
Rob Burer
Kees Hooyman
Frans Huijsmans
Koos Kortland
John Meyer
Ad Mooldijk
Gjalt Prins
Elwin Savelsbergh
Marijke Thijssen
Joop van Well
René Westra
Robert Wielinga

De homepage van de ontwikkelgroep: http://www.cdbeta.uu.nl/model

Centrum voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen
Universiteit Utrecht
Postbus 80.000
3508 TA Utrecht

Computerondersteund modelleren, Natuurkunde: Sportieve Beweging, 3e editie
Koos Kortland, Kees Hooyman, Elwin Savelsbergh en de Ontwikkelgroep Dynamisch Modelleren

Dit onderwijsmateriaal kwam tot stand met financiële ondersteuning van het Ministerie van OC&W.

Inhoud

Inleiding **1**

Kracht en beweging **3**
Praktijkproblemen 4
Schaatsen 5
Computermodel 8

Praktijkprobleem schaatsen **9**
Schaatsmodel 1: glijwrijvingskracht 9
Schaatsmodel 2: glij- en luchtwrijvingskracht 11
Modelrekenen 12
Schaatsmodel 3: afstand 14

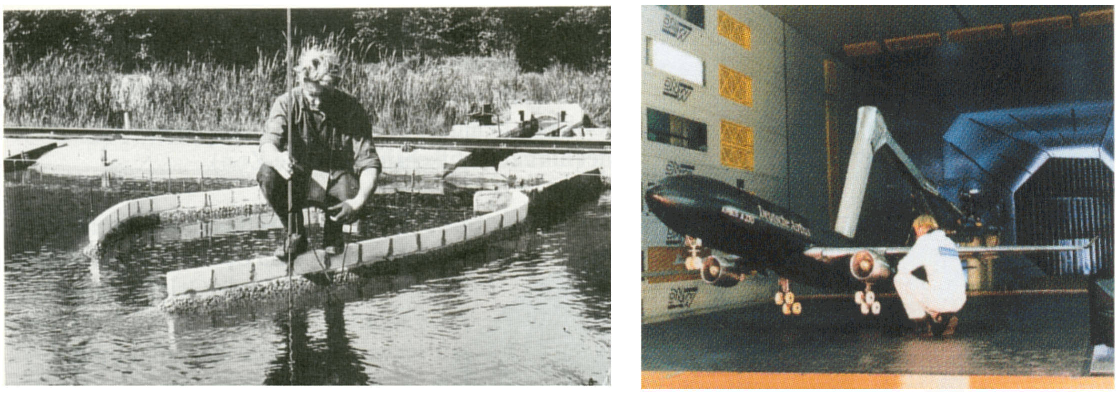
Praktijkprobleem wielrennen **19**
Fietsmodel: zwaartekracht, rol- en luchtwrijvingskracht 21

Computermodel voor kracht en beweging **24**
Algemeen model 25
Dynamische verschijnselen 27

Keuze-onderwerpen **30**
1 Schaatsen op laag- en hooglandbanen 31
2 Parachutesprong 31
3 Valbeweging 32
4 Afdalende wielrenner 32
5 Vrije val door de geluidsbarrière 33
6 Trillingen 33
7 Resonantie 34

Inleiding

De natuurkunde probeert verschijnselen te *beschrijven* en te *verklaren*. Het beschrijven van verschijnselen krijgt vaak de vorm van regels of *wetten*. Voorbeelden van dergelijke wetten zijn de *wet van Ohm* voor spanning en stroomsterkte in een stroomkring, de *wet van Snellius* voor lichtbreking en de *wetten van Newton* voor kracht en beweging. Deze wetten zijn bruikbaar om vrij eenvoudige situaties direct te verklaren. Maar in meer ingewikkelde situaties wordt dat lastiger. Dan gebruikt men *modellen* als hulpmiddel, zoals in figuur 1.

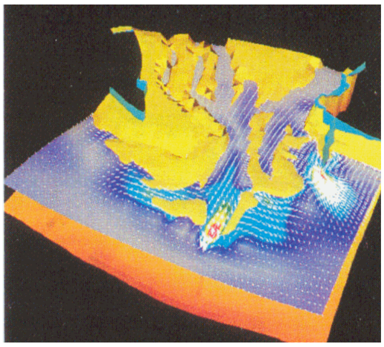


Figuur 1 – Een schaalmodel van een havenmonding (links) en van een vliegtuig in een windtunnel (rechts). Deze modellen zijn een hulpmiddel bij onderzoek. In deze modellen wordt de werkelijkheid weergegeven voor zover die voor het onderzoek van belang is.

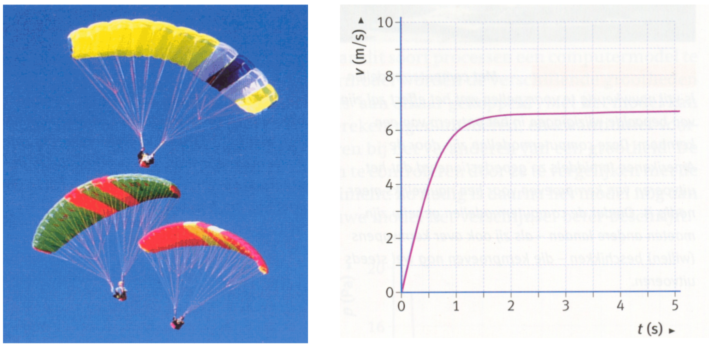
Bij de modellen in figuur 1 gaat het om *schaalmodellen*: verkleinde ‘kopieën’ van de werkelijkheid. Met zulke schaalmodellen is het stromingspatroon van het water bij een nieuw aan te leggen havenmonding te voorspellen, of de krachten op een nieuw type vliegtuig. Onderzoek aan zo’n schaalmodel kan leiden tot verbeteringen in het ontwerp. Voor het testen van zo’n verbeterd ontwerp is dan weer een nieuw schaalmodel nodig.

In de praktijk worden de schaalmodellen steeds vaker vervangen door *rekenmodellen*. Het schaalmodel wordt dan als het ware virtueel in de computer gebouwd. Daardoor is zo’n schaalmodel vrij gemakkelijk te wijzigen, en is snel na te gaan welk effect die wijziging heeft. Deze rekenmodellen beschrijven vooral verschijnselen waarbij grootheden in de tijd veranderen en/of elkaar beïnvloeden. In deze rekenmodellen wordt gebruik gemaakt van bekende wetten en van gegevens die in het verleden verzameld zijn. De berekeningen die hiermee worden uitgevoerd zijn vaak ingewikkeld. Bovendien gaat het meestal om een zeer groot aantal berekeningen. Maar een computer klaagt niet.

Rekenmodellen in de computer zijn onder andere bruikbaar voor het beschrijven en onderzoeken van bewegingen. Bijvoorbeeld bewegingen in de sport: de 100 m sprint, een marathon, een wielerkoers of een schaatswedstrijd. Daarbij verandert de snelheid: na de start neemt de snelheid toe, daarna is de snelheid vrijwel constant en na de finish neemt de snelheid af. Die verschillende bewegingen worden veroorzaakt door krachten, zoals de spierkracht, zwaartekracht en luchtwrijvingskracht. Sommige krachten zijn constant, zoals de zwaartekracht op een wielrenner tijdens het klimmen



Figuur 2 – Een rekenmodel van de Waddenzee op het beeldscherm van een computer. Dit model berekent de richting en sterkte van waterstromen.



Figuur 3 – De valbeweging van een parachutist is een verschijnsel waarbij grootheden elkaar beïnvloeden en in de tijd veranderen. Met een rekenmodel is na te gaan hoe bijvoorbeeld de snelheid v verandert in de loop van de tijd t.

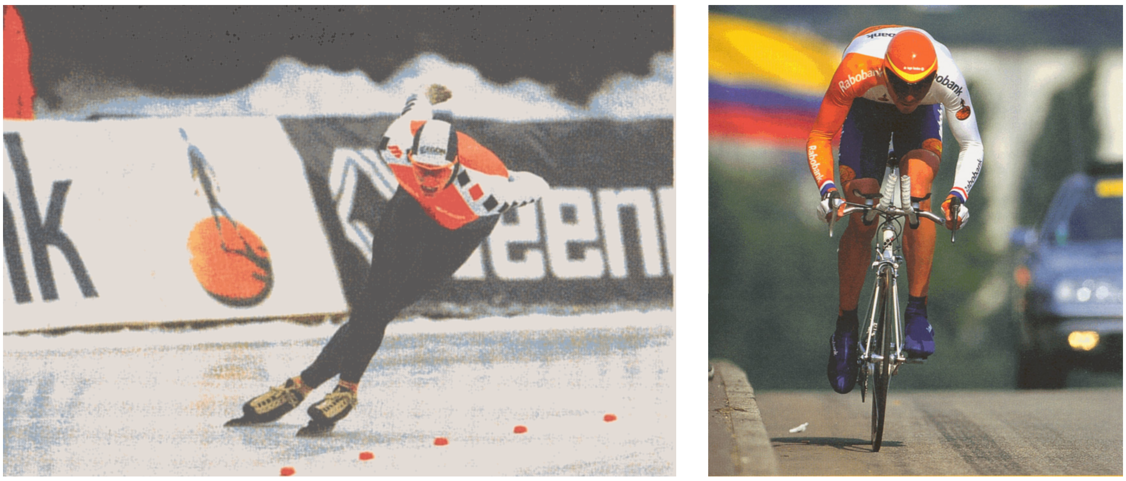
of afdalen in een bergetappe. Andere krachten zijn afhankelijk van de omstandigheden, zoals de luchtwrijvingskracht op een schaatser in een hoog- of laaggelegen ijsstadion.

Al deze verschillende krachten en bewegingen zijn onder te brengen in één rekenmodel in de computer. Dat computermodel maakt zichtbaar hoe de krachten, de snelheid en de afgelegde afstand in de loop van de tijd veranderen. Zo'n computermodel heeft twee belangrijke voordelen. In de eerste plaats kun je er dingen mee uitrekenen die met een gewone formule niet te berekenen zijn, zoals de valsnelheid van een parachutist uit figuur 3. In de tweede plaats kun je met een computermodel snel de invloed van verschillende factoren onderzoeken, zoals het effect van een wat grotere of kleinere parachute op de valsnelheid.

In deze module zoek je antwoord op de volgende *centrale vraag*:

- Met welk algemeen computermodel zijn verschillende bewegingen onder invloed van krachten te beschrijven?

Bij het zoeken naar een antwoord op deze vraag leer je hoe je een computermodel kunt gebruiken voor het oplossen van praktijkproblemen. Maar ook hoe je een computermodel ontwerpt, bouwt en test.



Figuur 4 – Kracht en beweging in de sport.

Kracht en beweging

Om een computermodel te maken voor kracht en beweging heb je wat kennis van de *mechanica* nodig. In de volgende opdrachten zet je eerst die kennis op een rij.

1 Een deel van de mechanica – de *kinematica* – beschrijft bewegingen met behulp van de volgende drie grootheden: de afstand s tot een (willekeurig) startpunt, de snelheid v en de versnelling of vertraging a. Deze drie grootheden hangen met elkaar samen.

a Geef de definitie van de grootheid snelheid in woorden en in symbolen (dus: in de vorm van een formule). Gebruik voor het woord 'verandering' (of toename of afname) het symbool Δ (de Griekse hoofdletter delta).

b Geef op dezelfde manier de definitie van de grootheid versnelling of vertraging.

2 Een ander deel van de mechanica – de *dynamica* – beschrijft de oorzaak van bewegingen met behulp van de volgende drie grootheden: de kracht F, de massa m en de versnelling of vertraging a.

a Wat wordt bedoeld met de resultante van de krachten (of: de netto-kracht) F_r op een voorwerp?

b Welk verband is er tussen de netto-kracht F_r op een voorwerp, de massa m van dat voorwerp en de versnelling of vertraging a die het voorwerp daardoor krijgt?

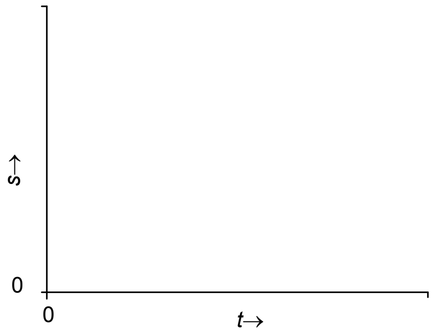
c Hieronder staan de drie standaard-bewegingen uit de mechanica. Geef voor elk van deze bewegingen antwoord op de volgende vraag: welke eigenschappen (grootte en richting) heeft de netto-kracht F_r op het voorwerp?

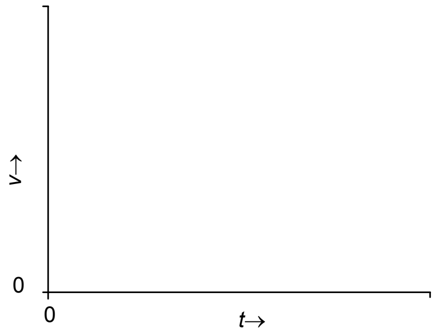
1. Eenparige beweging (snelheid v constant)

2. Eenparig versnelde beweging (versnelling a constant)

3. Eenparig vertraagde beweging (vertraging a constant)

d Schets in het volgende s,t-diagram voor elk van deze drie standaard-bewegingen de afgelegde afstand als functie van de tijd. Doe hetzelfde in een v,t-diagram voor de snelheid als functie van de tijd.





e Bij de drie standaard-bewegingen zijn de afgelegde afstand s en de snelheid v van een voorwerp te berekenen. Leg uit of laat zien hoe.

3 De krachten op een bewegend voorwerp zijn meestal afhankelijk van één of meer andere grootheden.

a Hieronder staan drie krachten. Geef voor elk van deze krachten antwoord op de volgende vraag: met welke formule bereken je de grootte van die kracht?

Zwaartekracht $F_z =$

Rolwrijvingskracht $F_{w,r} =$

Luchtwrijvingskracht $F_{w,l} =$

b Geef van elk symbool in die drie formules de betekenis.

Met deze kennis van de mechanica ga je twee praktijkproblemen bekijken: *schaatsen* en *wielrennen*.

Praktijkproblemen

Het eerste praktijkprobleem gaat over *schaatsen*. Het ijsstadion van Calgary in Canada is een zogenaamde ‘hooglandbaan’. Door de grote hoogte waarop de baan ligt, is de luchtwrijvingskracht op een schaatser er relatief klein. Topsprinters beweren dat je in Calgary na de sprint wel een volle ronde van 400 m kunt doorglijden. Klopt die bewering? Het tweede praktijkprobleem gaat over *wielrennen*. Een peloton wielrenners tijdens de afdaling in een bergetappe... Een helling zo steil dat ze niet hoeven te trappen. Wie gaat er dan in die afdaling sneller naar beneden: een zware of een lichte wielrenner?

Schaatsen

Eerst het probleem van de uitglijdende schaatser. De twee krachten op een uitglijdende schaatser zijn de glijwrijvingskracht $F_{w,g}$ (tussen de schaatsen en het ijs) en de luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$ (op het lichaam).

De glijwrijvingskracht $F_{w,g}$ op de schaatser wordt gegeven door de volgende formule:

$$F_{w,g} = c_g \cdot F_n = c_g \cdot m \cdot g.$$

Hierin is c_g de glijwrijvingscoëfficiënt, F_n de normaalkracht (van het ijs op de schaatser), m de massa van de schaatser, en g de zwaartekrachtconstante (9,8 N/kg). Uit deze formule blijkt dat de glijwrijvingskracht tijdens het uitglijden constant is. Als dit tijdens het uitglijden de enige kracht op de schaatser zou zijn, kun je het praktijkprobleem met je mechanicakennis oplossen.

4 We houden alleen rekening met de vertraging die ontstaat door de constante glijwrijvingskracht. Om het praktijkprobleem te kunnen oplossen zijn nog wel een paar gegevens nodig. Ten eerste moet je weten met welke snelheid de schaatser de finishlijn passeert. Het onderstaande krantenartikel kan je helpen daarvan een schatting te maken.

Snelste rondje aller tijden

Jeremy Wotherspoon verbeterde het afgelopen weekeinde in Salt Lake City het meest onderschatte schaatswereldrecord: dat van de snelste volle ronde van 400 meter. Tijdens zijn wereldrecordrace over 1000 meter (1.07,72) legde de Canadees op de ijsbaan waarop in februari om de olympische medailles zal worden gestreden de afstand tussen 200 en 600 meter af in 24,71 seconden. Het oude record (24,79) dateerde van begin maart dit jaar en was eveneens in handen van Wotherspoon. Hij is langzaam maar zeker op weg een oude belofte in te lossen: dat hij een rondje in 24 seconden zal afraffelen.

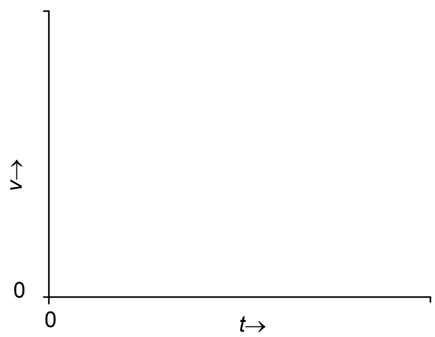
bron: *de Volkskrant*, 3 december 2001

a Geef op basis van het artikel een redelijke schatting van de snelheid van een topschaatser bij het passeren van de finishlijn.

b De andere benodigde gegevens zijn de glijwrijvingscoëfficiënt c_g en de massa m van de schaatser: $c_g = 0{,}0034$ en $m = 75$ kg. Laat eerst met een berekening zien dat de schaatser na het passeren van de finishlijn een vertraging a van 0,033 m/s^2 heeft.

c Een vertraging a van 0,033 m/s^2 betekent dat de snelheid van de uitglijdende schaatser elke seconde met 0,033 m/s afneemt. Bereken hiermee het tijdstip waarop de schaatser tot stilstand is gekomen. Ga er daarbij van uit dat de schaatser op het tijdstip $t = 0$ s de finishlijn passeert.

d Geef in een *v,t*-diagram weer hoe bij deze beweging de snelheid v van de schaatser verandert als functie van de tijd t.



e Bereken of bepaal met behulp van het getekende *v,t*-diagram welke afstand s de schaatser na het passeren van de finishlijn tijdens het uitglijden tot stilstand aflegt.

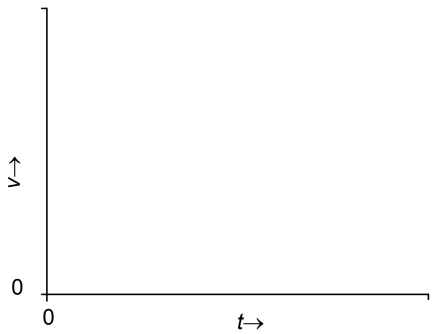
Het praktijkprobleem van de uitglijdende schaatser is dus met je mechanicakennis op te lossen. Maar... er is nog een tweede kracht op de schaatser: de luchtwrijvingskracht. De luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$ op de schaatser wordt gegeven door de volgende formule:

$$F_{w,l} = \tfrac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2.$$

Hierin is c_w de luchtwrijvingscoëfficiënt, A het frontaal oppervlak van de schaatser, ρ de dichtheid van de lucht, en v de snelheid van de schaatser. Uit deze formule blijkt dat de luchtwrijvingskracht tijdens het uitglijden afhangt van de snelheid van de schaatser. De vraag is nu of je ook in dit geval het praktijkprobleem met je mechanicakennis kunt oplossen.

5 Bij het praktijkprobleem heb je te maken met twee krachten op de uitglijdende schaatser: een constante glijwrijvingskracht $F_{w,g}$ en een snelheidsafhankelijke luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$. De gegevens voor het berekenen van de glijwrijvingskracht zijn al bekend uit opdracht 4. Voor de luchtwrijvingskracht gaat het daarbij om de luchtwrijvingscoëfficiënt c_w en het frontaal oppervlak A van de schaatser, en om de dichtheid ρ van de lucht: $c_w = 0{,}70$, $A = 0{,}60\ \text{m}^2$ en $\rho = 1{,}02\ \text{kg/m}^3$.

a In opdracht 4 had je te maken met de beweging van de schaatser onder invloed van alleen de glijwrijvingskracht. Nu komt daar de luchtwrijvingskracht bij. Hoe verwacht je dat door deze extra kracht de snelheid v van de schaatser als functie van de tijd t verandert? Probeer dit snelheidsverloop weer te geven in een v,t-diagram. Laat daarbij duidelijk zien hoe dit verschilt van het snelheidsverloop in het v,t-diagram van opdracht 4d.



b Leg uit tegen welk probleem je nu aanloopt bij het berekenen of met het v,t-diagram bepalen van de afstand s die de schaatser na het passeren van de finishlijn tijdens het uitglijden tot stilstand aflegt. Welke kracht op de schaatser is de oorzaak van dat probleem? Waarom juist die kracht?

c Bedenk een manier om de uitglijafstand s zo nauwkeurig mogelijk te schatten. Maak – als dat nodig is – gebruik van de aanwijzingen in het kader op de volgende bladzijde.

Aanwijzingen

- Bedenk dat de snelheid van de uitglijdende schaatser in een korte periode van bijvoorbeeld 1 s niet zo heel erg veel verandert. Hoe groot is dan de (constante) snelheid in de eerste seconde na het passeren van de finishlijn? En hoe groot is dan de afstand die de schaatser in die eerste seconde aflegt?
- Bedenk dat de snelheid tijdens die eerste seconde niet erg veel, maar wel iets afneemt onder invloed van de glij- en luchtwrijvingskracht. Hoe groot zijn die twee krachten aan het begin van die eerste seconde? Hoe groot is dan de vertraging die ze veroorzaken? En hoe groot is dan de snelheid aan het eind van die eerste seconde? Welke 'vereenvoudiging' pas je bij het berekenen van die snelheid toe?
- Je hebt nu een zo goed mogelijke schatting gemaakt van de afstand die de schaatser in de eerste seconde aflegt, en van zijn snelheid aan het eind van die eerste seconde. Bedenk hoe je nu verder gaat met het doorrekenen van de beweging van de schaatser in de tweede seconde na het passeren van de finishlijn.

d Leg uit wat het nadeel is van de door jou bedachte manier van zo nauwkeurig mogelijk schatten.

Computermodel

Het probleem uit opdracht 5 is op te lossen door de beweging te laten doorrekenen door een computermodel. Dat computermodel gaat er van uit dat de snelheid van de uitglijdende schaatser in een korte tijdsduur Δt (of 'tijdstap') constant is. In de eerste tijdstap rekent het computermodel dus met de snelheid v waarmee de schaatser de finish passeert. Daarmee berekent het achtereenvolgens de glijwrijvingskracht $F_{w,g}$, de luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$, de vertraging a (met $a = (F_{w,g} + F_{w,l})/m$) en de snelheidsafname Δv (met $\Delta v = a \cdot \Delta t$) in die eerste tijdstap (dit alles natuurlijk met behulp van gegeven waarden voor c_g, m, c_w, A en ρ). In de tweede tijdstap doet het computermodel precies hetzelfde, maar nu met een nieuwe, kleinere snelheid $v - \Delta v$. En dat herhaalt zich bij elke volgende tijdstap keer op keer op keer... Op deze manier levert het computermodel een zo nauwkeurig mogelijke schatting van de snelheid v als functie van de tijd t, die het kan weergeven in bijvoorbeeld de vorm van een v,t-diagram. Maar het computermodel doet nog iets meer: het berekent in iedere tijdstap ook de verplaatsing Δs als gevolg van de berekende snelheid v in die tijdstap (met $\Delta s = v \cdot \Delta t$). Het optellen van al die verplaatsingen per tijdstap levert de afstand die de schaatser heeft afgelegd na het passeren van de finishlijn. Daarmee levert het computermodel ook een zo nauwkeurig mogelijke schatting van de afstand s als functie van de tijd t, bijvoorbeeld in de vorm van een s,t-diagram.

6 Bij het doorrekenen van de beweging van de uitglijdende schaatser moet het computermodel voor een groot aantal tijdstappen veel berekeningen uitvoeren. Maar dat is voor een computer geen probleem...

a Het resultaat van dat rekenwerk is echter niet meer dan een benadering van de beweging in werkelijkheid. Leg uit waarom.

b Leg uit hoe die benadering zo goed mogelijk gemaakt kan worden. Wat is daarvan het nadeel? En waarom is dat nadeel voor een computer geen probleem?

Dan wordt het nu tijd om de computer maar eens aan het werk te zetten, te beginnen met het praktijkprobleem van de uitglijdende schaatser.

Praktijkprobleem schaatsen

Het praktijkprobleem van de uitglijdende schaatser is op te lossen met een computermodel van de beweging. Maar hoe ziet dat computermodel er uit? Je ontwerpt, bouwt en test dat computermodel in drie stappen. Eerst maak je een model van de beweging onder invloed van alleen de (constante) glijwrijvingskracht. Die beweging heb je zelf in opdracht 4 al doorgerekend. Je weet dus welk resultaat het computermodel moet geven voor de snelheid v van de schaatser als functie van de tijd t. Daarmee kun je controleren of het model goed is. Daarna maak je in de tweede stap een computermodel waarin ook de luchtwrijvingskracht is opgenomen. Dan ben je dus bezig met het probleem dat je in opdracht 5 niet met je mechanicakennis kon oplossen. Ten slotte maak je in de derde stap het computermodel af door er ook de afstand die de schaatser aflegt tijdens het uitglijden aan toe te voegen. Daarmee is dan het praktijkprobleem van de uitglijdende schaatser opgelost.

Schaatsmodel 1: glijwrijvingskracht

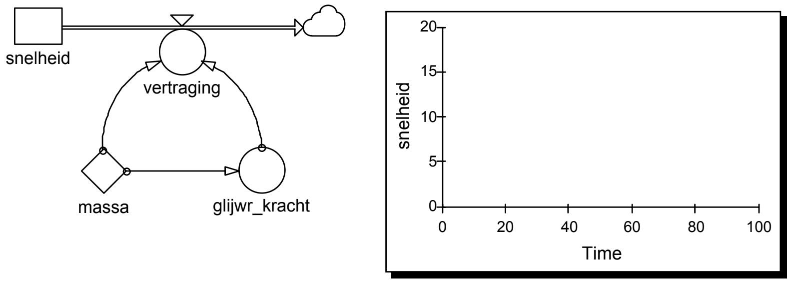
In dit eerste model voor de snelheid van de uitglijdende schaatser houden we alleen rekening met de vertraging die ontstaat door de glijwrijvingskracht. Dus: dezelfde situatie als in opdracht 4. De formule voor deze glijwrijvingskracht is al eerder genoemd:

$$F_{w,g} = c_g \cdot F_n = c_g \cdot m \cdot g.$$

En ook de overige gegevens – de snelheid v waarmee de schaatser de finishlijn passeert (zie opdracht 4), de glijwrijvingscoëfficiënt c_g en de massa m van de schaatser – zijn bekend:

- v = 16 m/s
- c_g = 0,0034
- m = 75 kg

Het computermodel van de beweging onder invloed van alleen de glijwrijvingskracht is weergegeven in figuur 5. Daarin zie je uit het blok snelheid een pijl ‘wegstromen’. Die uitstroom is de snelheidsafname. Deze snelheidsafname wordt bepaald door de vertraging, die op zijn beurt weer afhangt van de glijwrijvingskracht en de massa van de schaatser. In het model van figuur 5 zie je ook een leeg *v,t*-diagram, waarin de computer het resultaat van het rekenwerk kan weergeven: de snelheid v van de schaatser als functie van de tijd t.



Figuur 5 – Het model *glijdn_1* van een uitglijdende schaatser onder invloed van alleen de glijwrijvingskracht.

7 Start Powersim en open het model *glijdn_1* (p. 4, Model openen)[1].

a In het model op het beeldscherm zie je een aantal vraagtekens staan. Dat betekent dat het model nog niet helemaal af is: de startwaarde van de snelheid, de waarde van de massa, de formule voor de glijwrijvingskracht en de formule voor de vertraging ontbreken nog. Voer de juiste waarden en formules voor deze grootheden in het model in (p. 19, Waarden en formules invullen).

b Laat het model de beweging doorrekenen met een klik op de startknop in de bovenste rij van de taakbalk (p. 8, Model starten). Controleer hiermee het resultaat van je rekenwerk uit opdracht 4: de snelheid v als functie van de tijd t. Geeft het model hetzelfde resultaat?

c Sla het afgemaakte model op diskette op onder de naam glijdn_1 (p. 4, Model opslaan).

E1 Het model *glijdn_1* van figuur 5 berekent de beweging van een uitglijdende schaatser onder invloed van alleen de glijwrijvingskracht. Voorspel hoe bij deze beweging het verloop van de snelheid v in de tijd t verandert als je de massa m en/of de glijwrijvingscoëfficiënt c_g groter of kleiner maakt. Doe dat met een schets van de verschillende bewegingen in één *v,t*-diagram. Controleer je voorspelling(en) met behulp van het computermodel.

[1] Alle modellen die in dit boekje genoemd worden zijn beschikbaar via www.cdbeta.uu.nl/model

Schaatsmodel 2: glij- en luchtwrijvingskracht

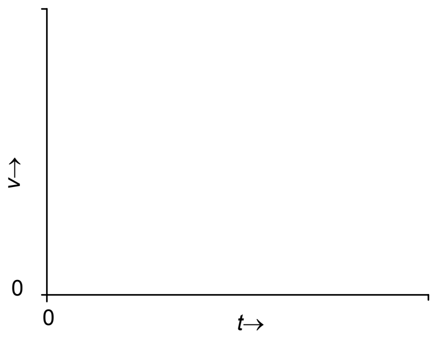
In het tweede schaatsmodel houden we niet alleen rekening met de glijwrijvingskracht, maar ook met de luchtwrijvingskracht. De formule voor deze luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$ is al eerder genoemd: $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$. De voor het maken van een computermodel benodigde gegevens zijn de luchtwrijvingscoëfficiënt c_w, het frontaal oppervlak A, de dichtheid ρ van de lucht en de massa m van de schaatser:

- $c_w = 0{,}70$
- $A = 0{,}60\ m^2$
- $\rho = 1{,}02\ kg/m^3$
- $m = 75\ kg$

8 Het model *glijdn_1* van figuur 5 geeft de beweging van de uitglijdende schaatser onder invloed van alleen de glijwrijvingskracht weer.

a Bedenk hoe het model *glijdn_1* moet worden uitgebreid, zodat het nieuwe model een beweging onder invloed van de glijwrijvingskracht *en* de luchtwrijvingskracht weergeeft. Schets het nieuwe model.

b Voorspel hoe bij deze beweging de snelheid v van de schaatser verandert als functie van de tijd t. Doe dat met een schets in een v,t-diagram. Laat daarbij duidelijk zien hoe dit moet verschillen van de resultaten bij het model *glijdn_1*.



9 Open het model *glijdn_1*. Je gaat dit model nu uitbreiden met de luchtwrijvingskracht.

a Maak een uitbreiding van dit model door de luchtwrijvingskracht er aan toe te voegen volgens je ontwerp van opdracht 8 (p. 17, Grootheid plaatsen; p. 18, Relatiepijlen tekenen; p. 19, Waarden en formules invullen).

b Laat het nieuwe model de beweging doorrekenen. Controleer hiermee je voorspelling over de snelheid v als functie van de tijd t uit opdracht 8. Het kan zijn dat je in hetzelfde diagram verschillende resultaten van het model (bijvoorbeeld met alleen de glijwrijvingskracht of met alleen de luchtwrijvingskracht of met de combinatie van deze twee krachten) zichtbaar wilt maken (p. 14, Oude en nieuwe resultaten in een grafiek).

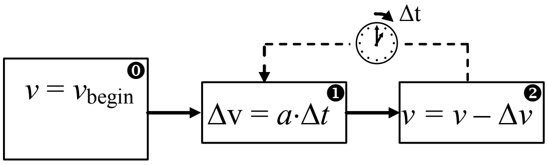
c Sla het nieuwe model op diskette op onder de naam *glijdn_2*. (p. 4, Model opslaan).

Modelrekenen

In het model *glijdn_2* komen verschillende symbolen voor: een rechthoek, een cirkel en een ruit. Elk van deze symbolen staat voor een bepaald soort grootheid. Voor het (straks) zelf verder uitbreiden van dit model is het onderscheid tussen deze drie grootheden van belang. En verder is het daarbij nodig om te begrijpen hoe het model met die grootheden rekent.

Voorraadgrootheid – De grootheid *snelheid* in het model is een voorbeeld van een *voorraadgrootheid* (tekensymbool: rechthoek). In deze voorraadgrootheid zit in het begin een ‘voorraadje snelheid’. Van die voorraad kan wat af gaan (bij vertraging), of er kan wat bij komen (bij versnelling). De grootte van dat ‘voorraadje snelheid’ in het begin noemen we de *startwaarde*: de schaatser komt met een bepaalde snelheid v de finishlijn over. Daarna gaat die snelheid afnemen. In het model is dat zichtbaar als een *uitstroompijl*: de pijl die vanuit de grootheid *snelheid* wegloopt (naar het wolkje) betekent dat er in de loop van de tijd snelheid ‘verdwijnt’. Of, natuurkundig gezegd: dat de grootheid *snelheid* in de loop van de tijd afneemt. Maar hoe die snelheid afneemt hangt af van de grootheid *vertraging* in het model.

Uitstroomgrootheid – De grootheid *vertraging* is een onderdeel van de uitstroompijl in het model. We noemen deze grootheid dan ook een *uitstroomgrootheid* (tekensymbool: cirkel aan uitstroompijl). Bij zo’n uitstroomgrootheid gaat het model als volgt te werk. De snelheid v op $t = 0$ is bekend. Om het verloop van de snelheid in de loop van de tijd te berekenen deelt het model de tijd op in tijdstappen. Voor zo’n tijdstap gebruiken we het symbool Δt. De snelheidsafname Δv tijdens zo’n tijdstap Δt volgt uit de definitie van de vertraging a: $a = \Delta v/\Delta t \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t$. Bij elke tijdstap rekent het model zo de snelheidsafname uit. Daarvoor hoeft het model alleen maar de vertraging a te weten. Het vermenigvuldigen van a met Δt doet het model ‘uit zichzelf’ – dat zit in het computerprogramma ‘ingebakken’. Daarna trekt het model de berekende snelheidsafname Δv af van de snelheid v, en berekent zo de nieuwe snelheid voor gebruik in de volgende tijdstap. En dat herhaalt zich bij alle volgende tijdstappen. Deze manier van rekenen per tijdstap is schematisch weergegeven in figuur 6 (zie ook: p. 30, Hoe Powersim rekent). Het enige wat het model daarbij nu nog moet weten is de waarde van de grootheid *vertraging*.

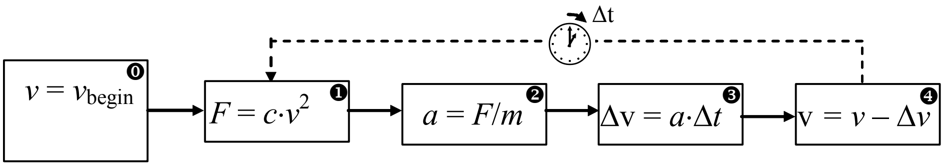


Figuur 6 – De rekenstappen die het computermodel voor iedere tijdstap opnieuw uitvoert om de snelheid te berekenen.

Rekengrootheid – De uitstroomgrootheid *vertraging* is in het model tegelijkertijd ook een *rekengrootheid* (tekensymbool: cirkel), die via relatiepijlen in het model wordt bepaald door de grootheden *glijwrijvingskracht*, *luchtwrijvingskracht* en *massa*. Voor het verband tussen deze drie grootheden geldt: $F_{w,g} + F_{w,l} = m \cdot a \rightarrow a = (F_{w,g} + F_{w,l})/m$. Hierin is de grootheid *massa* een constante (tekensymbool: ruit) met een bepaalde waarde. En de grootheden *glijwrijvingskracht* en *luchtwrijvingskracht* zijn weer rekengrootheden die afhangen van grootheden als massa, glij- en luchtwrijvings-coëfficiënt enzovoort. Maar bij de grootheid *luchtwrijvingskracht* is iets bijzonders aan de hand...

Terugkoppeling – De luchtwrijvingskracht hangt af van een aantal constanten, maar daarnaast ook van de snelheid. Hoe lager de snelheid wordt, hoe kleiner de luchtwrijving, hoe kleiner dus ook de afremming wordt. De verandering van de snelheid hangt dus af van de snelheid zelf. Dit noemen we een terugkoppeling. Ingewikkeld?

Laten we maar weer eens kijken hoe het model nu rekent. Bij elke tijdstap kijkt het model eerst naar de snelheid v, daarmee berekent het achtereenvolgens de luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$, de vertraging a en de snelheidsafname Δv, en ten slotte berekent het daarmee de nieuwe snelheid. Dan begint de volgende tijdstap met een lagere snelheid, en dus een kleinere luchtwrijvingskracht enzovoort. Deze manier van rekenen per tijdstap is schematisch weergegeven in figuur 7.



Figuur 7 – De rekenstappen die het computermodel voor iedere tijdstap opnieuw uitvoert om de snelheid te berekenen bij aanwezigheid van een snelheidsafhankelijke kracht.

De mogelijkheid om zo'n terugkoppeling aan te brengen is nu net de reden voor het gebruik van het computermodel: als je zelf op deze manier elke tijdstap moet gaan doorrekenen ben je een paar dagen bezig, ook als je onderweg geen rekenfouten maakt. De computer voert dit 'rekenen in een lus' razendsnel uit.

10 Geef in je eigen woorden de betekenis van de volgende drie begrippen: *voorraadgrootheid*, *uitstroomgrootheid*, *rekengrootheid*. Beschrijf daarbij ook hoe die drie begrippen in een computermodel met elkaar in verband staan.

11 In het model *glijdn_2* is de tijdstap ingesteld op 1 s, en de looptijd op 100 s. Deze verhouding van 1:100 geeft over het algemeen redelijke resultaten. Laat het model *glijdn_2* de beweging doorrekenen bij een tijdstap van 1 s en bij een tijdstap van 10 s (p. 9, Tijdstap veranderen). Maak de verschillende resultaten zichtbaar in één diagram. En probeer het verschil tussen die twee resultaten te verklaren.

12 In het model *glijdn_2* is de afstand die de schaatser aflegt na het passeren van de finishlijn nog niet opgenomen. Leg uit waarom deze *afstand* in het model een voorraadgrootheid zal zijn, en of er daarbij sprake is van een instroom of een uitstroom. En wat zal dan de in- of uitstroomgrootheid zijn? Bedenk bij het beantwoorden van deze vragen hoe het model rekent met een voorraadgrootheid en een in- of uitstroomgrootheid (zoals schematisch weergegeven in figuur 6).

Schaatsmodel 3: afstand

Om het probleem van de uitglijdende schaatser op te lossen, moeten we de door de schaatser afgelegde afstand s vanaf de finishlijn berekenen. Dat vraagt om een laatste uitbreiding van het model. En daarvoor moeten we eerst weer terug naar de mechanica en naar de manier waarop het model rekent.

De door de schaatser afgelegde *afstand* is een grootheid waar elke tijdstap iets bij komt. In het model is die afstand dus een voorraadgrootheid met een instroom. Hoeveel er elke tijdstap bij die afstand bijkomt wordt bepaald door de instroomgrootheid *verplaatsing*. Deze verplaatsing Δs volgt in de mechanica uit de definitie van de snelheid v: $v = \Delta s / \Delta t \rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t$. Voor het berekenen van de verplaatsing Δs in een tijdstap gebruikt het model dus de snelheid v op dat moment.

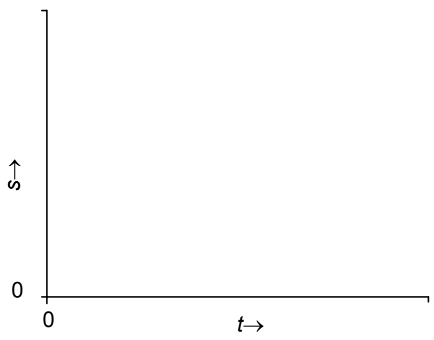
En ook nu ‘weet’ het model dat het zelf die snelheid v moet vermenigvuldigen met de tijdstap Δt.

13 Het model *glijdn_2* geeft de beweging van de uitglijdende schaatser onder invloed van de glijwrijvingskracht en de luchtwrijvingskracht weer.

a Bedenk een uitbreiding van je model *glijdn_2*, zodat het model ook de door de schaatser afgelegde afstand s in de loop van de tijd t kan berekenen. Schets het nieuwe model.

b Bedenk hoe in dit nieuwe model de instroomgrootheid *verplaatsing* moet worden gedefinieerd. En bedenk welke startwaarde de voorraadgrootheid *afstand* moet krijgen.

c Voorspel hoe bij deze beweging de afstand s van de schaatser verandert als functie van de tijd t. Doe dat met een schets in een s,t-diagram.



14 Open je model *glijdn_2*. Je gaat dit model nu uitbreiden met de afgelegde afstand na het passeren van de finishlijn.

a Maak een uitbreiding van dit model door de afstand er aan toe te voegen volgens je ontwerp van opdracht 13 (p. 17-19, Grootheid plaatsen; Relatiepijl tekenen; Waarden en formules invullen). Plaats in het model ook een extra diagram om de afstand als functie van de tijd zichtbaar te maken (p. 12, Nieuwe grafiek invoegen).

b Laat het nieuwe model de beweging doorrekenen. Controleer hiermee je voorspelling over de afstand *s* als functie van de tijd *t* uit opdracht 13.

c Los met het model het probleem van de uitglijdende schaatser op: klopt de bewering van topsprinters dat je in Calgary na de sprint wel een volle ronde van 400 m kunt doorglijden? Het kan zijn dat je in het model de tijd langer wilt laten doorlopen dan de ingestelde 100 s (p. 8, Eindtijd veranderen).

d Sla het nieuwe model op diskette op onder de naam *glijdn_3*.

15 Het model *glijdn_3* beschrijft de beweging van een uitglijdende schaatser na het passeren van de finishlijn. Het resultaat is zichtbaar in een *v*,*t*-diagram en een *s*,*t*-diagram.

a Leg uit waarom deze beschrijving alleen lukt door het gebruik van een computermodel. Of, met andere woorden: waardoor komt het dat je deze beweging niet zelf kunt doorrekenen?

b Voor welke andere situaties is dit computermodel ook bruikbaar? Geef minstens twee voorbeelden.

16 Het model *glijdn_3* is goed bruikbaar om het probleem van de uitglijdende schaatser op te lossen. Maar het model is nog niet volmaakt. De vraag is: waar gaat het model de mist in, vergeleken met de werkelijke beweging van een uitglijdende schaatser? En hoe zou je het model op dit punt kunnen verbeteren?

a Laat het model de beweging nog eens doorrekenen. Zorg er nu voor dat in de beide diagrammen zichtbaar is wat er verder met de snelheid en de afstand gebeurt nadat de snelheid nul is geworden (p. 8, Eindtijd veranderen). Lees in het *v*,*t*-diagram af op welk tijdstip de snelheid nul wordt. Bekijk nu het *v*,*t*-diagram en het *s*,*t*-diagram: hoe verandert de snelheid en hoe verandert de afstand vanaf dat tijdstip (waarop de snelheid nul is geworden)? Welke beweging voert de schaatser vanaf dat tijdstip dus volgens het model uit? Klopt dat met de werkelijkheid? Leg uit waarom wel of niet. Welke grootheid in het model is de oorzaak van dit probleem?

b Verbeter het model *glijdn_3* door ook de glijwrijvingskracht snelheidsafhankelijk te maken. De formule $F_{w,g} = c_g \cdot m \cdot g$ geeft namelijk de glijwrijvingskracht op een *bewegende* schaatser. Maar als die schaatser tot *stilstand* is gekomen – dus: als zijn snelheid nul is geworden – wordt de glijwrijvingskracht gegeven door $F_{w,g} = 0$. Dit kun je in het model verwerken door voor de glijwrijvingskracht in te vullen:

```
IF(snelheid>0, 0.0034*massa*9.8, 0)
```

Leg in je eigen woorden uit wat deze definitie betekent (p. 23, Overzicht functies en formules). Voer deze definitie in het model in, en controleer of het model de werkelijkheid nu beter weergeeft.

c Sla het nieuwe model op diskette op onder de naam *glijdn_4*.

17 Het model *glijdn_4* geeft een goede benadering van de beweging van een uitglijdende schaatser. En het model lijkt bovendien ook voor andere bewegingen bruikbaar.

a Kijk eerst even terug: in welke (vier) stappen was het ontwerpen van het schaatsmodel *glijdn_4* opgedeeld? Welk voordeel heeft het opdelen van het ontwerp-proces in dat soort stappen?

b Probeer nu even vooruit te denken: wat zal nu – denk je – de volgende stap zijn op weg naar een algemeen computermodel voor kracht en beweging?

E2 De modellen *glijdn_3* en *glijdn_4* berekenen de afstand s en de snelheid v van een uitglijdende schaatser onder invloed van de glij- en luchtwrijvingskracht. Voorspel hoe de v,t- en s,t-grafiek veranderen als je de massa m en/of de glijwrijvingscoëfficiënt c_g groter of kleiner maakt. En wat gebeurt er als je de luchtwrijvingscoëfficiënt c_w, het frontaal oppervlak A en/of de dichtheid ρ van de lucht groter of kleiner maakt? Schets de verschillende bewegingen in één s,t-diagram en één v,t-diagram.

Of beantwoord een paar meer praktijkgerichte vragen: hoe hangt die uitglijafstand af van de massa van de schaatser? Of van de lichaamshouding tijdens het uitglijden? Of van de ligging van de baan – zoals de ‘laaglandbaan’ in ijsstadion Thialf in Heerenveen?

Controleer je voorspelling(en) met behulp van het computermodel. Geef daarbij de gewijzigde grootheden (zoals de waarde van de massa, het frontaal oppervlak en/of de luchtdichtheid) en het resultaat daarvan (de waarde van de uitglijafstand) overzichtelijk weer in een tabel.

E3 De modellen *glijdn_3* en *glijdn_4* berekenen de glij- en luchtwrijvingskracht met formules waarin een aantal constanten in de vorm van getallen voorkomen. Je kunt deze constanten in de krachtformules in het model ook als grootheden invoeren. Een voorbeeld. Voor de glijwrijvingskracht kun je invullen:

```
glijwr_coeff * massa * zwkr_constante
```

En dan neem je die drie constanten als aparte grootheden in het model op. Dat maakt het veranderen van constanten in het model makkelijker en overzichtelijker. Voer deze aanpassing uit voor zowel de glij- als de luchtwrijvingskracht, en controleer of het model nog steeds dezelfde resultaten geeft. Sla het nieuwe model op diskette op onder de naam *glijdn_5*.

E4 De modellen *glijdn_3* en *glijdn_4* berekenen de afstand en de snelheid van een uitglijdende schaatser onder invloed van de glij- en luchtwrijvingskracht. De symbolen en relatiepijlen op het beeldscherm worden door het computerprogramma vertaald in rekenregels. Die rekenregels kun je zichtbaar maken (p. 6, Modelspecificaties bekijken). Ga op deze manier na hoe het rekenprogramma is opgebouwd, en hoe je daarin de eerder beschreven techniek van het modelrekenen herkent. Voer daarna zelf (op papier) eens de eerste twee rekenstappen voor dit model uit, bijvoorbeeld met een tijdstap Δt = 0,5 s.

Praktijkprobleem wielrennen

Een wielrenner tijdens de afdaling in een bergetappe... In het zaterdagse sportkatern van *de Volkskrant* stond enige tijd geleden in de rubriek *het Schavot* de volgende vraag over afdalende wielrenners: Wie gaat er in een afdaling sneller: een zware of een lichte wielrenner?

Het antwoord op deze vraag kwam een paar weken later in de vorm van het hieronder weergegeven artikel.

De afdaling

Dalen zware renners nu wel of niet sneller? Het antwoord komt van fysicus Taco Nieuwenhuis. Houd u vast. Boven op een berg wordt potentiële energie ($m \cdot g \cdot h$: massa × zwaartekrachtversnelling × hoogte) omgezet in kinetische energie ($\frac{1}{2}m \cdot v^2$: v is snelheid in meters per seconde). Stellen we m en v aan elkaar gelijk, zodat de potentiële energie onderaan is omgezet in kinetische energie, dan valt de massa uit de vergelijking. Uit $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}m \cdot v^2$ volgt: $v = \sqrt{2g \cdot h}$. De gewonnen snelheid staat los van de massa!

Is dat alles? Neen. Want bij hogere snelheden gaat de luchtweerstand een steeds grotere rol spelen. Wat gebeurt er? Vanuit stilstand zal de snelheid van de fietser toenemen, onafhankelijk van de massa. Tegelijkertijd wordt de wrijvingskracht groter en groter. Volgens de zoveelste wet van Newton ondervindt een grotere massa daarvan minder hinder dan een lichte. (Zwaartekracht is $m \cdot g$ en wrijvingskracht $A \cdot n \cdot v^2$, waarbij A een dimensieloze constante is en n de dichtheid van de lucht in kg/m³.) Stellen we wrijvingskracht en zwaartekracht gelijk, dan leidt dat tot de volgende formule, waaruit de maximale snelheid van een dalende renner is af te leiden:

$$v = \sqrt{\frac{m \cdot g}{n \cdot A}}$$

Bent u daar nog? Conclusie: de uiteindelijke snelheid is evenredig aan $\sqrt{m}$: hoe groter de massa, hoe hoger de daalsnelheid. [...] Zoals Het Schavot, ondanks feestpakket zonder natuurkunde, wel had verwacht.

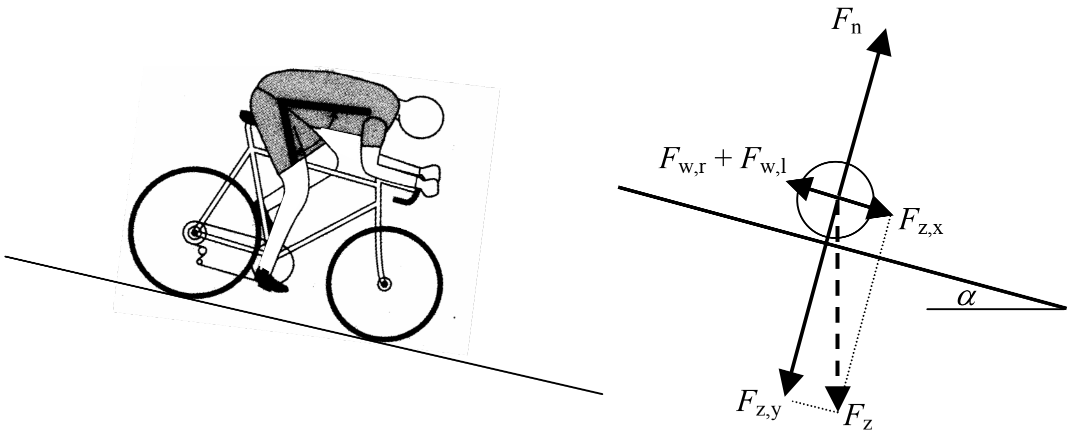
Bron: *de Volkskrant*, 17 maart 2001

In het artikel staan wat slordigheden, die we maar aan het ‘feestpakket zonder natuurkunde’ van de redacteur van *het Schavot* zullen toeschrijven. Waar het om gaat is dat verband tussen daalsnelheid en massa van de renner... Dat moet toch uit te zoeken zijn met een computermodel door het model van de uitglijdende schaatser nog wat uit te breiden...

Voor de beweging van een wielrenner op een helling moeten we rekening houden met de krachten op de wielrenner langs de helling zoals weergegeven in figuur 8: de component $F_{z,x}$ van de zwaartekracht langs de helling, de rolwrijvingskracht $F_{w,r}$ en de luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$. Voor deze drie krachten op een afdalende wielrenner gelden de volgende formules:

- $F_{z,x} = F_z \cdot \sin\ \alpha = m \cdot g \cdot \sin\ \alpha$. Hierin is F_z de zwaartekracht, m de massa van de wielrenner, g de zwaartekrachtconstante (9,8 N/kg), en α de hellingshoek.
- $F_{w,r} = c_r \cdot F_n = c_r \cdot m \cdot g \cdot \cos\ \alpha$. Hierin is c_r de rolwrijvingscoëfficiënt, F_n de normaalkracht, m de massa van de wielrenner, g de zwaartekrachtconstante (9,8 N/kg), en α de hellingshoek.

- $F_{w,l} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$. Hierin is c_w de luchtwrijvingscoëfficiënt, A het frontaal oppervlak van de wielrenner, ρ de dichtheid van de lucht, en v de snelheid van de wielrenner.

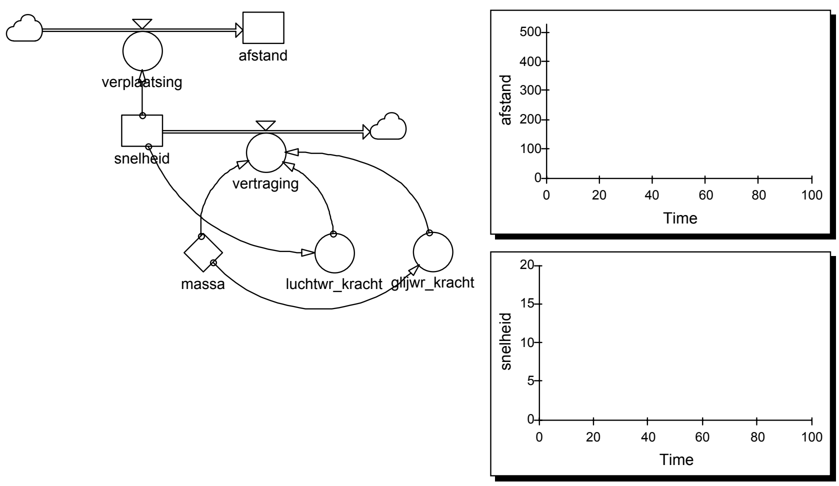


Figuur 8 – De krachten op een afdalende wielrenner.

In vergelijking met het schaatsen is er nu één kracht bijgekomen: de component van de zwaartekracht langs de helling. De luchtwrijvingskracht is dezelfde als bij het schaatsen (met dezelfde formule). En de glijwrijvingskracht is nu natuurlijk vervangen door een rolwrijvingskracht (met een iets andere formule omdat er hier sprake is van een beweging langs een helling).

De component van de zwaartekracht langs de helling en de rolwrijvingskracht zijn tijdens het afdalen constant, en de luchtwrijvingskracht hangt – net als bij het schaatsen – af van de snelheid. De twee wrijvingskrachten zorgen ook nu weer voor een vertraging. Maar de component van de zwaartekracht langs de helling zorgt voor een versnelling. Hoe maken we daar een computermodel van?

Het is nu niet nodig om het probleem in stukken op te delen. Het model van de afdalende wielrenner is namelijk niet veel anders dan het model van de uitglijdende schaatser. Dit in figuur 9 weergegeven schaatsmodel *glijdn_3* vraagt alleen nog maar om een uitbreiding met de zwaartekracht.



Figuur 9 – Het model *glijdn_3* van een uitglijdende schaatser.

Fietsmodel: zwaartekracht, rol- en luchtwrijvingskracht

In dit fietsmodel houden we direct rekening met de drie krachten op de afdalende wielrenner. We nemen aan dat de wielrenner bovenaan de helling vanuit stilstand start en onderweg niet zelf trapt.

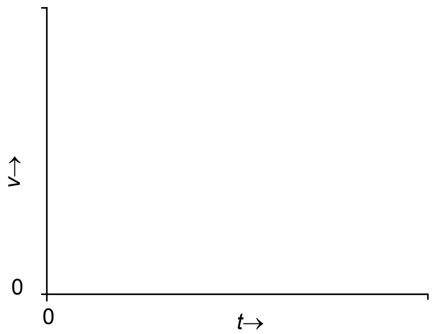
De andere benodigde gegevens zijn de massa m van de wielrenner (met racefiets), de hellingshoek α, de rolwrijvingscoëfficiënt c_r, de luchtwrijvingscoëfficiënt c_w, het frontaal oppervlak A van de wielrenner, en de dichtheid ρ van de lucht:

- $m = 80$ kg
- $\alpha = 10° = 10 \cdot \frac{2\pi}{360}$ radialen
- $c_r = 0{,}0020$
- $c_w = 0{,}80$
- $A = 0{,}40\ \mathrm{m}^2$
- $\rho = 1{,}125\ \mathrm{kg/m}^3$

18 Het model *glijdn_3* van figuur 9 geeft de beweging van de uitglijdende schaatser onder invloed van de glij- en luchtwrijvingskracht weer.

a Bedenk hoe het model *glijdn_3* moet worden veranderd en uitgebreid, zodat het nieuwe model de beweging van een afdalende wielrenner onder invloed van de zwaartekrachtcomponent langs de helling en de rol- en luchtwrijvingskracht weergeeft. Schets het nieuwe model.

b Voorspel hoe bij deze beweging de snelheid v van de wielrenner verandert als functie van de tijd t. Doe dat met een schets in een v,t-diagram.



19 Open het model *glijdn_3*. Je gaat dit model nu aanpassen en uitbreiden, zodat het de beweging van een afdalende wielrenner weergeeft.

a Maak een aanpassing en uitbreiding van dit model volgens je ontwerp van opdracht 18.

b Laat het nieuwe model de beweging doorrekenen. Controleer hiermee je voorspelling over de snelheid v als functie van de tijd t. Controleer ook de eindwaarde van de daalsnelheid: is deze realistisch?

c Los met het model het praktijkprobleem van de afdalende wielrenner op: wie gaat er in een afdaling sneller – een zware of een lichte wielrenner? Doe dat door in hetzelfde diagram de verschillende resultaten (voor wielrenners met verschillende massa m, maar dezelfde waarden voor de grootheden c_w en A) zichtbaar te maken. Noteer de waarde van de grootheden (massa m en eindsnelheid v_e) in een tabel. In dat geval is het handig om in het model een tabel te plaatsen, waarin je de waarde van de eindsnelheid kunt aflezen (p. 12, Nieuwe tabel invoegen).

d Sla het nieuwe model op diskette op onder de naam *dalen_1*.

20 Het model *dalen_1* is goed bruikbaar om het probleem van de afdalende wielrenner op te lossen. Er is vast nog wel wat aan het model te verbeteren, maar daar gaat het nu niet om. De vraag is hier: voldoet het model aan de regels van de dynamica uit opdracht 2?

a Maak een uitbreiding van het model *dalen_1* door het toevoegen van een extra rekengrootheid *netto-kracht*. Definieer deze rekengrootheid op de volgende manier: $F_r = F_{z,x} - (F_{w,r} + F_{w,l})$. Plaats in het model ook een extra diagram om deze netto-kracht F_r als functie van de tijd t zichtbaar te maken.

b Laat het nieuwe model de beweging doorrekenen. Bekijk nu eerst het F_r,t-diagram: leg uit waarom de netto-kracht na verloop van tijd nul wordt, en lees af op welk tijdstip dat gebeurt. Bekijk nu het v,t-diagram en het s,t-diagram: hoe verandert de snelheid en hoe verandert de afstand vanaf dat tijdstip (waarop de netto-kracht nul is geworden)? Welk soort beweging voert de wielrenner vanaf dat tijdstip dus uit? Klopt dat met de regels van de dynamica uit opdracht 2? Leg uit waarom wel of niet.

c Sla het nieuwe model op diskette op onder de naam *dalen_2*.

21 Rapporteer over de uitvoering van opdracht 18 t/m 20 in de vorm van een kort verslag (omvang: maximaal twee pagina's A4). In dat verslag staan de *modellen* met zo nodig een *toelichting*: welke grootheden zijn in het model verwerkt, hoe en waarom zo (p. 7, Modellen kopiëren naar Word)? In het verslag staan ook de *resultaten* van het *onderzoek* met de modellen naar de invloed van de massa op de daalsnelheid.

22 Het model *dalen_1* geeft een goede benadering van de beweging van een afdalende wielrenner.

a Kijk eerst even terug: leg uit waarom het fietsmodel *dalen_1* in vergelijking met het schaatsmodel *glijdn_3* een stap vooruit is op weg naar een algemeen computermodel voor kracht en beweging.

b Probeer nu even vooruit te denken: hoe is het fietsmodel *dalen_1* om te bouwen tot zo'n algemeen computermodel voor kracht en beweging? Maak eens een schets van zo'n algemeen model.

E5 Het model *dalen_1* berekent de afstand en de snelheid van een afdalende wielrenner onder invloed van de zwaartekrachtcomponent langs de helling en de rol- en luchtwrijvingskracht. Met dit model is de invloed van de massa van de wielrenner op de uiteindelijke daalsnelheid onderzocht.

In het krantenartikel staat een formule voor de eindsnelheid v_e van een afdalende wielrenner: $v_e = \sqrt{m \cdot g / (n \cdot A)}$. Als we geïnteresseerd zijn in de relatie tussen daalsnelheid en massa van de wielrenner dan kunnen we g, n en A als constanten beschouwen. Het verband tussen de eindsnelheid v_e en de massa m kunnen we dus schrijven als: $v_e = k\sqrt{m}$. Hierin is k een evenredigheidsconstante. In woorden: de eindsnelheid v_e is recht evenredig met de wortel uit de massa m. Controleer deze voorspelling met het model *dalen_1*. Om de eindsnelheid goed te kunnen bepalen is een tabel met de waarden van de snelheid en de tijd handig (p. 12, Nieuwe tabel invoegen). Leg uit waarom het model een (iets) ander resultaat geeft dan de voorspelling in het krantenartikel.

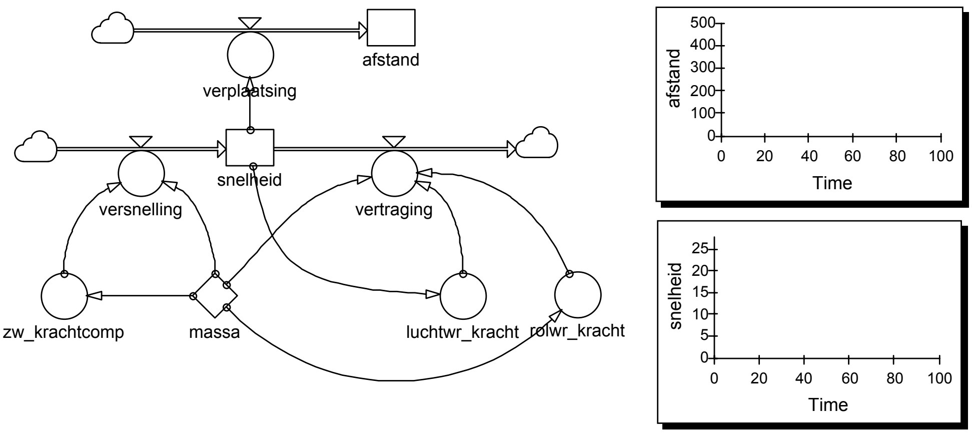
E6 Met het model van de afdalende wielrenner kun je meer dan alleen het 'massaprobleem' oplossen. Bedenk zelf minstens twee andere vragen over de beweging van een afdalende wielrenner. En zoek het antwoord met je model.

Computermodel voor kracht en beweging

Je hebt nu al aardig wat ervaring opgedaan met het ontwerpen, bouwen en testen van computermodellen van dynamische verschijnselen. Je hebt daarbij gezien dat de computermodellen voor verschillende bewegingen (schaatsen en wielrennen) voor een groot deel hetzelfde zijn. Voor zover die verschillende computermodellen met elkaar overeenkomen is er sprake van een *algemeen computermodel* voor kracht en beweging. Daarmee komen we terug op de *centrale vraag* van deze module:

- Met welk algemeen computermodel zijn verschillende bewegingen onder invloed van krachten te beschrijven?

Het zoeken naar een algemeen computermodel voor kracht en beweging start met het model van de afdalende wielrenner. Dit fietsmodel *dalen_1* is weergegeven in figuur 10.



Figuur 10 – Het model *dalen_1* van een afdalende wielrenner.

23 Het model *dalen_1* beschrijft de beweging van een *afdalende* wielrenner. Beschrijf of schets hoe dit model moet worden veranderd, zodat het nieuwe model de beweging van een *klimmende* wielrenner weergeeft. Bedenk daarna een manier om het aanbrengen van dit soort wijzigingen in een model eenvoudiger, sneller en overzichtelijker te maken. Maak daarbij gebruik van een nieuwe rekengrootheid: de *netto-kracht*. Beschrijf of schets dit nieuwe model.

24 Open het model *dalen_1*. Je gaat dit model nu ombouwen tot een algemeen computermodel voor kracht en beweging.

a Hieronder staat een beschrijving van dat algemene model. Controleer of deze beschrijving overeenkomt met je eigen ideeën bij opdracht 23.

> Het model *dalen_1* werkt met een instroom en een uitstroom bij de voorraadgrootheid *snelheid*. Dat kan eenvoudiger, waardoor het model bovendien meer algemeen toepasbaar is op nieuwe situaties. In dit nieuwe model werken we alleen met een instroomgrootheid *versnelling* bij de voorraadgrootheid *snelheid*. Die instroomgrootheid hangt af van de grootheden *netto-kracht* en *massa*. En die grootheid *netto-kracht* is dan de som van de verschillende krachten op het voorwerp. Daarbij rekenen we krachten in de bewegingsrichting positief, en krachten tegen de bewegingsrichting in negatief.

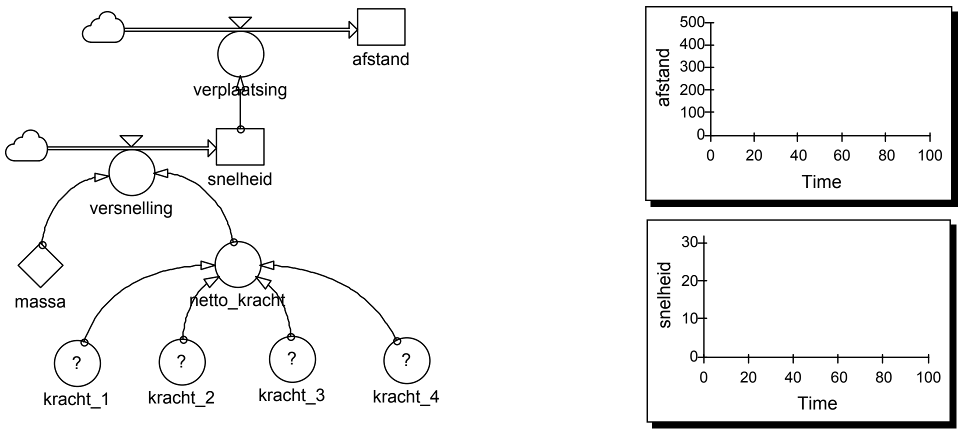
b Voer de hierboven beschreven aanpassing van het model *dalen_1* uit. Controleer of het nieuwe model nog steeds dezelfde resultaten geeft.

c Sla het nieuwe model op diskette op onder de naam *dalen_3*.

d Met het model *dalen_3* ben je al een heel eind op weg naar een algemeen computermodel voor kracht en beweging. Kijk maar even vooruit naar dat algemene model *mech_1* in figuur 11. Wat zijn de overeenkomsten tussen de modellen *dalen_3* en *mech_1*? En wat zijn de verschillen?

Algemeen model

Een algemeen computermodel voor kracht en beweging is weergegeven in figuur 11: het model *mech_1*.



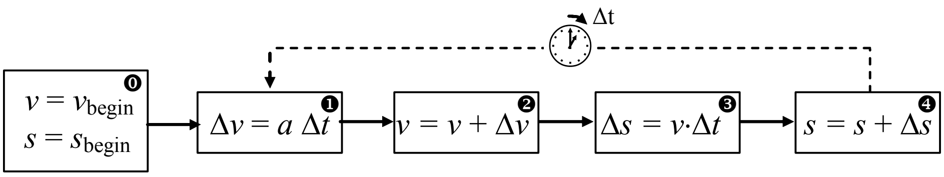
Figuur 11 – Het algemene computermodel *mech_1* voor kracht en beweging.

Er zijn twee opvallende verschillen tussen het algemene model *mech_1* en de eerder gebruikte modellen: alleen een instroomgrootheid *versnelling* voor de snelheid, en een nieuwe rekengrootheid *netto-kracht*. Maar er is ook één duidelijke overeenkomst: de voorraadgrootheden *snelheid* en *afstand*.

Versnelling – Het eerste verschil met eerder gebruikte modellen is dat de uitstroom voor de snelheid – en dus ook de uitstroomgrootheid *vertraging* – is verdwenen. Een uitstroom kunnen we namelijk ook opvatten als een negatieve instroom. Of, in natuurkundige termen: een vertraging onder invloed van een tegenwerkende kracht kunnen we opvatten als een negatieve versnelling. In dat geval rekenen we de tegenwerkende krachten negatief. In het algemene model is er dan alleen nog sprake van een *instroom* voor de snelheid, met *versnelling* als instroomgrootheid. Deze versnelling wordt bepaald door de *massa* en door de resultante van de krachten (of: de *netto-kracht*) op het voorwerp.

Netto-kracht – Ook de rekengrootheid *netto-kracht* is nieuw in het algemene model. Deze nieuwe grootheid is gedefinieerd als de som van de krachten op het voorwerp. In het algemene model zijn deze krachten opgenomen als *kracht_1*, *kracht_2*, *kracht_3* enzovoort. Hierbij kan het gaan om meewerkende krachten in de bewegingsrichting, of tegenwerkende krachten tegen de bewegingsrichting in. De definitie van deze krachten hangt af van de bewegingsituatie: de krachten op een uitglijdende schaatser zijn (voor een deel) anders dan die op een afdalende of klimmende wielrenner. Als we nu de netto-kracht opvatten als de som van de krachten op het voorwerp, moeten we de meewerkende krachten positief en de tegenwerkende krachten negatief rekenen.

Snelheid en afstand – Net als in de eerder gebruikte modellen zijn *snelheid* en *afstand* in het algemene model voorraadgrootheden. Het model berekent de snelheidsverandering (en daarmee de nieuwe snelheid) op grond van de waarde van de versnelling: $\Delta v = a \cdot \Delta t$. Daarmee is de versnelling de instroomgrootheid voor de voorraadgrootheid snelheid. Daarna berekent het model de verplaatsing (en daarmee de nieuwe afstand) op grond van de waarde van de snelheid: $\Delta s = v \cdot \Delta t$. Daarmee is de snelheid (ook) de instroomgrootheid voor de voorraadgrootheid afstand. Dit is schematisch weergegeven in figuur 12.



Figuur 12 – De rekenstappen van het computermodel per tijdstap bij het berekenen van de nieuwe snelheid en de nieuwe afstand.

25 In welk deel van het algemene model van figuur 11 herken je het onderdeel *kinematica* van de mechanica? En in welk deel herken je het onderdeel *dynamica*? Geef deze beide delen van het model aan in het algemene model (Figuur 11), en zet er op de juiste plaats de woorden kinematica en dynamica bij.

26 Open het model *mech_1*. Je gaat nu dit model aanpassen aan verschillende bewegingen.

a In dit model zit een aantal reken- en stroomgrootheden. Deze grootheden moeten worden ingevuld met een formule. Geef de definitie van de volgende drie grootheden in het model: *netto-kracht*, *versnelling*, *verplaatsing*. Controleer je antwoorden met de definities van deze grootheden in het model.

b Pas het model *mech_1* aan, zodat het achtereenvolgens de volgende drie standaard-bewegingen weergeeft: een *eenparige* beweging, een *eenparig versnelde* beweging en een *eenparig vertraagde* beweging. Controleer of het model deze bewegingen correct weergeeft in het s,t-diagram en het v,t-diagram. Doe dit door de resultaten te vergelijken met je antwoord bij opdracht 2c en d.

c Pas het model *mech_1* aan, zodat het een beweging onder invloed van een tegenwerkende snelheidsafhankelijke kracht (zoals de luchtwrijvingskracht) weergeeft. Controleer of het model deze beweging correct weergeeft in het s,t-diagram en het v,t-diagram door een vergelijking met het resultaat van eerder gebruikte schaats- en fietsmodellen.

27 Met behulp van het algemene computermodel voor kracht en beweging gaat het maken van een model voor een nieuwe bewegingsituatie eenvoudiger, sneller en overzichtelijker. Beschrijf puntsgewijs de stappen die je achtereenvolgens zet bij het ontwerpen van zo'n model met behulp van het algemene model.

Dynamische verschijnselen

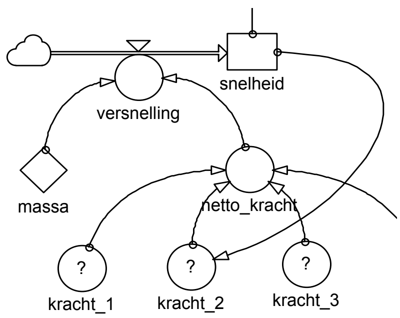
In de voorgaande lessen ben je bezig geweest met het ontwerpen van computermodellen van dynamische verschijnselen. Bij dat modelleren ben je meestal begonnen met een *gegeven* model. Je hoefde je daardoor niet al te druk te maken over de vraag welke grootheid nu een voorraadgrootheid is, welke een instroom- of rekengrootheid enzovoort. Maar als je nieuwe verschijnselen gaat modelleren – dus: andere verschijnselen dan die op het gebied van kracht en beweging – moet dat wel... Daarbij is vooral het kiezen van de *voorraadgrootheid* met zijn *in- en uitstroom* belangrijk. En verder kun je te maken krijgen met *terugkoppeling* in het model.

Voorraadgrootheid met in- en uitstroom – Een eerste kenmerk van dynamische verschijnselen is dat het gaat om grootheden die in de loop van de tijd veranderen. Daarbij heb je te maken met een voorraadgrootheid met in- en/of uitstroom. Een voorraadgrootheid is te zien als een grootheid waar in elke tijdstap (of: tijdseenheid) iets bijkomt en/of iets afgaat. Maar wat er in de ene tijdstap bijkomt of afgaat kan in de volgende tijdstap anders zijn geworden. Het *tempo* waarmee de voorraadgrootheid toe- en/of afneemt wordt gegeven door de in- en/of uitstroomgrootheid. Wiskundig geformuleerd heb je daarbij altijd te maken met een vergelijking in de volgende vorm: $\Delta y/\Delta t = z \rightarrow \Delta y = z \cdot \Delta t$. Hierin is y de voorraadgrootheid, z de in- of uitstroomgrootheid en t de tijd. In de *mechanica* wordt deze vergelijking vertaald naar de definities van snelheid en versnelling: $\Delta s/\Delta t = v \rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t$ en $\Delta v/\Delta t = a \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t$. De voorraadgrootheden zijn dan dus de afstand s en de snelheid v, met de snelheid v als instroomgrootheid voor de afstand en de versnelling a als instroomgrootheid voor de snelheid. In andere onderdelen van de natuurkunde – maar ook in de vakken scheikunde, biologie en economie – komen vergelijkbare situaties voor, die op dezelfde manier te modelleren zijn. Het computerprogramma Powersim zorgt bij een gedefinieerde voorraadgrootheid y en een gedefinieerde in-/uitstroomgrootheid z per tijdstap automatisch voor de berekening $\Delta y = z \cdot \Delta t$ en het optellen van Δy bij y.

Terugkoppeling – Een ander kenmerk van dynamische verschijnselen is het optreden van *terugkoppeling*. Een voorbeeld daarvan is luchtwrijvingskracht $F_{w,l}$ die onder andere afhangt van de snelheid v: $F_{w,l} = ½ \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$.

28 In het model van een beweging met luchtweerstand zit een terugkoppeling. Dit deel van zo'n model is hieronder weergegeven. In dit model is *kracht_2* de snelheidsafhankelijke luchtwrijvingskracht.

a Waar zit die terugkoppeling, denk je? En probeer uit te leggen waarom we dat een terugkoppeling noemen.



b Welk effect heeft die terugkoppeling op de snelheid in de loop van de tijd? Met welk woord zou je dit effect kunnen omschrijven, denk je?

In dit model zorgt de netto-kracht voor een versnelling, en daarmee voor een toename van de snelheid. Bij die grotere snelheid hoort een grotere luchtwrijvingskracht, en daarmee een kleinere netto-kracht. Die kleinere netto-kracht zorgt voor een kleinere versnelling, en een kleinere toename van de snelheid. Maar die snelheid neemt nog wel toe, de luchtwrijvingskracht neemt dus ook nog toe... en de netto-kracht neemt verder af enzovoort. Het model loopt dus als het ware in een kringetje rond: van netto-kracht naar versnelling naar snelheid naar luchtwrijvingskracht naar netto-kracht en weer verder. Of, met andere woorden: de voorraadgrootheid snelheid is via een paar tussenstappen gekoppeld aan zijn eigen instroomgrootheid. En dat noemen we *terugkoppeling*.

Een dergelijke terugkoppeling leidt uiteindelijk na verloop van tijd tot een netto-kracht *nul* en een *constante* snelheid, zoals je hebt gezien in de praktijkproblemen van de uitglijdende schaatser en de afdalende wielrenner. De snelheid van de uitglijdende schaatser kreeg uiteindelijk de constante waarde nul. En bij de afdalende wielrenner werd dat een constante waarde ongelijk aan nul. Met andere woorden: terugkoppeling leidt in deze gevallen tot een situatie van *evenwicht* of *stabiliteit*. Als je kijkt naar de krachten op het voorwerp, ontstaat na verloop van tijd een situatie van *evenwicht*: de netto-kracht is nul geworden – de krachten op het voorwerp ‘heffen elkaar op’. Als je kijkt naar de beweging van het voorwerp, ontstaat na verloop van tijd een situatie van *stabiliteit*: de snelheid verandert niet meer – de snelheid is ‘stabiel’.

In deze voorbeelden leidt terugkoppeling uiteindelijk tot evenwicht of stabiliteit. Dat komt omdat een toename of afname van de snelheid in de daarop volgende tijdstap leidt tot een *kleinere* toename of afname van de snelheid. Zo wordt de toename of afname van de snelheid stap-voor-stap steeds kleiner – tot uiteindelijk die toename of afname nul is geworden. Maar terugkoppeling kan in andere situaties ook leiden tot *exponentiële groei*...

Keuze-onderwerpen

Met de inmiddels opgedane vaardigheid in het ontwerpen, bouwen en testen van een computermodel kun je nu aan de slag met een nieuw probleem... Hieronder staat een aantal *keuze-onderwerpen*. Kies één van deze keuze-onderwerpen. Los het probleem op. Gebruik daarbij zo nodig de vier stappen van de *modelleerprocedure* voor probleemsituaties rond kracht en beweging uit het kader hieronder.

Modelleerprocedure

Het ontwerpen, bouwen en testen van een computermodel kan lastig zijn. Daarom is een *systematische aanpak* handig. Daarbij zet je achtereenvolgens vier stappen: *oriëntatie*, *planning*, *uitvoering* en *controle*.

Oriëntatie – Schets in een tekening van de situatie de krachten die een rol spelen. Zet er bij wat je over die krachten weet: van welke grootheden is elk van die krachten afhankelijk, en hoe? Schrijf kort op hoe die krachten samenwerken of tegenwerken, en wat voor beweging op grond daarvan verwacht mag worden. Doe dat laatste met een schets in een v,t-diagram en een s,t-diagram.

Planning – Maak een schematisch overzicht van de grootheden die een rol spelen en hoe die op elkaar invloed hebben. Begin met het algemene computermodel *mech_1* van figuur 11. Dat model is – de naam zegt het al – algemeen bruikbaar voor het oplossen van probleemsituaties rond kracht en beweging. Bedenk welke aanpassingen er nodig zijn voor de nieuwe probleemsituatie: welke grootheden en relaties zijn anders of nieuw? Let daarbij ook op de eventueel noodzakelijke terugkoppeling in het model. Schets het nieuwe model. Geef daarin aan welke symbolen gevuld moeten worden met formules en waarden. Welke formules zijn dat? En welke waarden zijn realistisch?

Uitvoering – Start Powersim en bouw het in de vorige stap ontworpen model. Vul waar nodig zo realistisch mogelijke waarden en de juiste formules in.

Controle – Laat het model de beweging doorrekenen, en controleer of het model doet wat je ervan verwacht. Dus: of het model de beweging oplevert die je in de stap *oriëntatie* verwacht. Als dat niet het geval is kan je verwachting onjuist zijn, maar er kan (ook) een ontwerpfout in het model zitten. En als de beweging wel volgens verwachting verloopt maar een onrealistisch resultaat oplevert, kijk dan nog eens naar de ingevulde waarden in het model. Zijn die wel realistisch genoeg? Als bij deze controlestap blijkt dat je model nog niet goed genoeg is, ga je dus terug naar de stappen *oriëntatie* en *planning*.

Ondanks deze systematische aanpak en ondanks de start met het algemene model voor kracht en beweging kan het *ontwerpen* van het model in de planningsfase toch lastig zijn – vooral als het gaat om modellen van bewegingsituaties waarin veel krachten een rol spelen. Een oplossing voor dat probleem is de manier van werken in deze module bij het ontwerpen van de schaats- en fietsmodellen: na de oriëntatie beginnen met het ontwerpen van een *eenvoudig* (dat wil zeggen: versimpeld) model (planning), dit model bouwen (uitvoering) en testen (controle). Daarna ga je terug naar de planningsfase: het eenvoudige model uitbreiden. En dan het uitgebreide model weer bouwen en testen. Dus: modelleren in een zich herhalende cyclus van *oriëntatie*, *planning*, *uitvoering* en *controle* waarbij het model in elke volgende cyclus ingewikkelder, maar ook vollediger en beter wordt.

Bedenk dat het werken aan het gekozen keuze-onderwerp wordt afgesloten met een *presentatie* van het model. Houd daarom goed bij wat je doet in elk van de vier stappen van de modelleerprocedure. Dat helpt bij het voorbereiden van de presentatie.

Presentatie

Bij de presentatie laat je het model van je keuze-onderwerp zien met behulp van een beamer. Bedenk bij de voorbereiding dat deze presentatie kort moet zijn. En dat betekent: maximaal vijf minuten. Concentreer je daarom tijdens de presentatie op het antwoord op de volgende vier vragen.

- Wat is de probleemsituatie?
- Welke aanpassingen zijn dan nodig in het model *mech_1* om dit probleem op te lossen?
- Hoe ziet het aangepaste model er uit? En waarom zo?
- Welke resultaten geeft het aangepaste model? Wat is de oplossing van de probleemsituatie?

1 Schaatsen op laag- en hooglandbanen

Het verschil tussen schaatsen op laag- en hooglandbanen is de luchtdichtheid. Op een hoog gelegen ijsbaan als in het Canadese Calgary is de luchtdichtheid kleiner dan op een laaglandbaan als het Thialf IJsstadion in Heerenveen. Dat heeft invloed op de luchtwrijvingskracht, en daarmee op de snelheid waarmee een schaatser bij gelijke inspanning op de twee banen vooruit komt.

Zoek in BINAS een realistische waarde voor de luchtdichtheid op verschillende hoogtes. Voor een schaatser in schaatshouding kun je uitgaan van een luchtwrijvings-coëfficiënt c_w van 0,70 en een frontaal oppervlak A van 0,40 m^2. Voor de andere grootheden vind je realistische waarden bij de eerdere schaatsmodellen. Onderzoek met een computermodel welke invloed dat verschil in luchtdichtheid heeft op de eindtijden op de lange afstanden (de 5 en 10 km).

2 Parachutesprong

Een parachutesprong bestaat uit twee delen: eerst een valbeweging zonder en daarna met parachute. Tijdens het tweede deel van deze beweging is het frontaal oppervlak veel groter doordat de parachute geopend is. Dat heeft invloed op de luchtwrijvings-kracht, en daarmee op de snelheid waarmee de parachutist op de grond terecht komt.

Voor een valbeweging zonder parachute kun je uitgaan van een luchtwrijvings-coëfficiënt c_w van 0,70 en een frontaal oppervlak A van 0,6 m^2. Bij een geopende parachute veranderen deze waarden in 1,0 en 35 m^2. Onderzoek met een computermodel met welke snelheid een parachutist zonder parachute op de grond terecht zou komen. Ga ook na welke invloed het openen van de parachute heeft op de daalsnelheid.

Figuur 13 – Parachutesprong: eerst een valbeweging zonder en daarna met parachute.

3 Valbeweging

Bij een valbeweging ontstaat na verloop van tijd een evenwicht tussen de zwaartekracht en de luchtwrijvingskracht op het vallende voorwerp. Vanaf dat moment is de valsnelheid van het voorwerp constant. Die valsnelheid is – net als bij de afdalende wielrenner – afhankelijk van de massa van het voorwerp. Daarbij moet echter ook rekening worden gehouden met het feit dat een voorwerp met een grotere massa ook een groter frontaal oppervlak heeft. Dit laatste heeft invloed op de luchtwrijvingskracht, en daarmee op de valsnelheid. Het verband tussen de grootheden massa en frontaal oppervlak is vrij eenvoudig na te gaan met een simpele kubus als voorwerp. Maak de ribbe van de kubus tweemaal zo groot. Hoeveel keer zo groot wordt dan het frontaal oppervlak? En hoeveel keer zo groot wordt dan het volume – en dus de massa? Dit verband tussen afmeting, oppervlak en volume (of massa) geldt voor alle voorwerpen.

Onderzoek met een computermodel welk verband er is tussen de (constante) eindsnelheid en de massa van het voorwerp bij een valbeweging. Ga ook na welke invloed het toevoegen van de massa/oppervlak-relatie heeft op de valsnelheid. Is het effect wel of niet verwaarloosbaar klein?

4 Afdalende wielrenner

In het eerdere computermodel van de afdalende wielrenner is geen rekening gehouden met het feit dat een voorwerp met een grotere massa ook een groter frontaal oppervlak heeft. Dit laatste heeft invloed op de luchtwrijvingskracht, en daarmee op de eindsnelheid. Voor het verband tussen de grootheden massa en frontaal oppervlak: zie keuze-onderwerp 3.

Onderzoek met een computermodel welke invloed het toevoegen van de massa/oppervlak-relatie heeft op de (constante) eindsnelheid. Is het effect wel of niet verwaarloosbaar klein?

5 Vrije val door de geluidsbarrière

Lees eerst het volgende krantenartikel.

Fransman wil vrije val door geluidsbarrière

Een Fransman wil binnenkort als eerste mens in vrije val de geluidsbarrière doorbreken. Hij laat zich door een weerballon op 40 kilometer hoogte boven de aarde brengen, om dan met zijn hoofd vooruit naar beneden te storten. Volgens wetenschappers bereikt de man na 37 seconden een snelheid van 1224 kilometer per uur, wat op die hoogte de snelheid van het geluid is. De Fransman wordt daarna nog sneller. Op 7000 meter hoogte wil hij zijn parachute openen. In totaal duurt de val 8,5 minuut, het opstijgen twee uur. De 54-jarige Michel Fournier trekt voor zijn recordpoging een speciaal pak aan, dat ruim honderdduizend gulden kostte. De recordpoging heeft kans van slagen omdat de lucht hoog boven de aarde uiterst dun is, waardoor de weerstand geen probleem vormt

Bron: *De Gelderlander,* 26 juli 2000

Volgens het artikel vormt 'de luchtweerstand geen probleem'. Maar betekent dat dan ook dat die luchtwrijvingskracht nul is? Controleer met een computermodel van de valbeweging zonder luchtweerstand de gegevens over de val in het artikel.

Maak ook een computermodel van deze valbeweging met luchtweerstand. In dat model moet je rekening houden met het feit dat de dichtheid van de lucht afhangt van de hoogte boven het aardoppervlak. Voor de luchtdichtheid ρ geldt dat deze halveert met elke 5,5 km stijging. Dus, in een formule: $\rho = 1{,}29\cdot(½)^{h/5500}$. In deze formule is h de hoogte (in m) boven het aardoppervlak en 1,29 de dichtheid (in kg/m^3) van de lucht bij het aardoppervlak. Controleer met dit computermodel opnieuw de gegevens over de val in dit artikel. Voor realistische waarden van de luchtwrijvingscoëfficiënt c_w en het frontaal oppervlak A: zie keuze-onderwerp 2.

6 Trillingen

Bij de meeste bewegingen heb je te maken met een snelheidsafhankelijke kracht, zoals de luchtwrijvingskracht. Er zijn echter ook bewegingen waarbij je te maken hebt met een afstandsafhankelijke kracht. Een voorbeeld is de beweging van een massa aan een veer: een op-en-neergaande beweging rond een evenwichtstand. Of korter: een *trilling*. Deze beweging van zo'n massa/veer-systeem wordt veroorzaakt door de zwaartekracht en de veerkracht op het voorwerp aan de veer. De zwaartekracht F_z op het voorwerp is constant. De veerkracht F_v op het voorwerp hangt af van de uitrekking u van de veer: $F_v = -C\cdot u$. Hierin is C de veerconstante. De veerkracht F_v op het voorwerp hangt daardoor af van de *afstand* van het voorwerp tot de evenwichtstand. Deze afstand noemen we in dit geval de *uitwijking*. De trilling van het massa/veer-systeem is het gevolg van deze afstandsafhankelijke veerkracht.

Onderzoek met een computermodel de trilling van een massa/veer-systeem: hoe verandert die trilling bij een variatie van bijvoorbeeld de beginuitwijking (amplitudo), de massa van het voorwerp en/of de veerconstante van de veer. Ga ook na hoe die trilling verandert als je in het model een snelheidsafhankelijke wrijvingskracht $F_w = c\cdot v$ opneemt.

7 Resonantie

Een voorwerp aan een veer voert een trilling uit: zie keuze-onderwerp 6. De frequentie van de trilling van zo'n massa/veer-systeem hangt af van de massa m van het voorwerp en de veerconstante C van de veer. Deze frequentie f_0 is te bepalen uit de combinatie van de volgende twee formules: $f_0 = 1/T_0$ en $T_0 = 2\pi\sqrt{m/C}$. Deze frequentie wordt de *eigenfrequentie* van het massa/veer-systeem genoemd: de frequentie waarmee het systeem 'uit zichzelf' trilt. We kunnen dit systeem echter ook een gedwongen trilling opleggen door het ophangpunt van de veer te laten trillen met een frequentie f_d en een (kleine) amplitudo. Dat betekent een extra, 'van buitenaf opgedrongen' kracht F_d op het massa/veer-systeem. Deze extra kracht F_d varieert sinusvormig in de tijd t, en wordt gegeven door de volgende formule: $F_d = A_d \cdot \sin(2\pi \cdot f_d \cdot t)$. Hierin is A_d de maximale waarde (amplitude) van de extra kracht. Door het opleggen van zo'n externe kracht kan *resonantie* optreden, waarbij de amplitudo van de trilling van het massa/veer-systeem een zeer grote waarde krijgt. Of er wel of niet resonantie optreedt, hangt af van de eigenfrequentie f_0 van het massa/veer-systeem en de frequentie f_d van de gedwongen trilling.

Onderzoek met een computermodel bij welke frequentie f_d van de gedwongen trilling resonantie optreedt bij een massa/veer-systeem met een eigenfrequentie f_0. Neem in het model een snelheidsafhankelijke wrijvingskracht $F_w = c \cdot v$ op, om te voorkomen dat de amplitudo van de trilling voortdurend blijft toenemen.