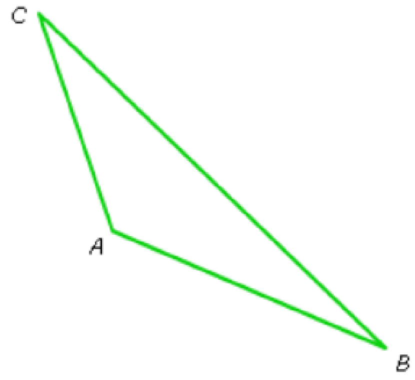
Kennisbankjes H4

Driehoeken

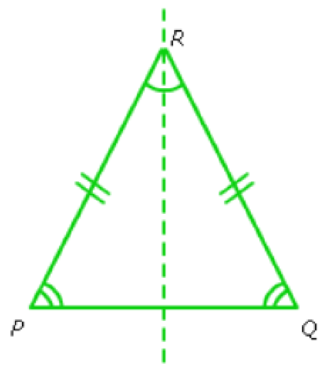


Een **driehoek** is een vlak figuur met drie hoeken en drie zijden.
Je ziet driehoek *ABC*.
In plaats van driehoek *ABC* schrijf je ook wel $\triangle ABC$.
De zijden van de driehoek zijn AB, BC en AC.
De hoeken van de driehoek zijn $\angle A$, $\angle B$ en $\angle C$.

In iedere driehoek geldt dat de drie hoeken **samen** 180° zijn.

Voorbeeld
Van de driehoek ABC is $\angle A = 132^\circ$ en $\angle B = 20^\circ$.
Hoe groot is $\angle C$?
$\angle C = 180^\circ - 132^\circ - 20^\circ = 28^\circ$

Gelijkbenige driehoek



Een **gelijkbenige driehoek** is een driehoek met:

- twee gelijke zijden
- twee gelijke hoeken
- één symmetrieas

De symmetrieas gaat door de **tophoek**.

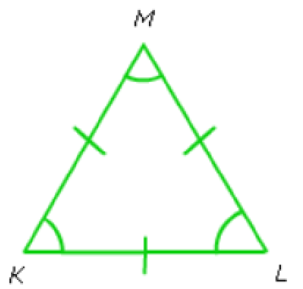
Voorbeeld
Driehoek PQR is een gelijkbenige driehoek.
De tophoek $\angle R = 52^\circ$.
Bereken $\angle P$ en $\angle Q$.

$\angle P$ en $\angle Q$ zijn samen $180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$
Driehoek PQR is een gelijkbenige driehoek, dus $\angle P = \angle Q$.
$\angle P = \angle Q = 128^\circ : 2 = 64^\circ$

Gelijkzijdige driehoek en rechthoekige driehoek

Een **gelijkzijdige driehoek** is een bijzondere gelijkbenige driehoek. Een gelijkzijdige driehoek heeft:

- drie gelijke zijden
- drie gelijke hoeken
- drie symmetrieassen



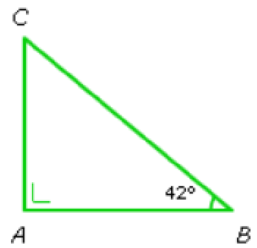
De drie hoeken van een gelijkzijdige driehoek zijn $180^\circ : 3 = 60^\circ$

Een **rechthoekige driehoek** is een driehoek waarvan één van de hoeken 90° is.

Voorbeeld

Driehoek ABC is een rechthoekige driehoek met $\angle A = 90^\circ$ en $\angle B = 42^\circ$.
Hoe groot is $\angle C$?

$$\angle C = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

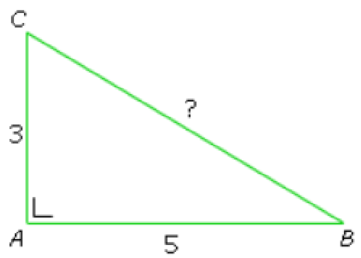


Stelling van Pythagoras

In iedere rechthoekige driehoek geldt de **stelling van Pythagoras**.

Voorbeeld

$\triangle ABC$ is een rechthoekige driehoek met $\angle A = 90^\circ$
en $AB = 5$ en $AC = 3$.
Bereken de lengte van zijde BC.



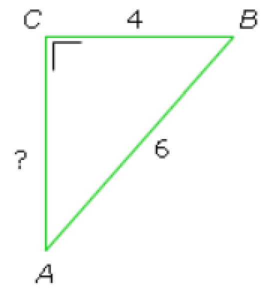
- Maak een schema met de rechthoekszijden (rhz) en de schuine zijde (sz).
- Vul de lengte van de rechthoekszijden in.
- Vul de kwadraten in.
- Tel de kwadraten bij elkaar op.
- Bereken de lengte van BC.

	zijde	zijde²	
rhz = AB	5	25	
rhz = AC	3	9	+
sz = BC	√34	34	

$$BC = \sqrt{34} \approx 5{,}8$$

Rechthoekzijde berekenen

Soms moet je één van de rechthoekzijden uitrekenen.



Voorbeeld

$\triangle ABC$ is een rechthoekige driehoek met $\angle C = 90^\circ$ en $AB = 6$ en $BC = 4$.

Bereken de lengte van zijde *AC*.

- Maak een schema met de rechthoekszijden (rhz) en de schuine zijde (sz).
- Vul de lengte van de rechthoekszijden in.
- Vul de kwadraten in.
- Trek de kwadraten van elkaar af.
- Bereken de lengte van AC.

$$AC = \sqrt{20} \approx 4,5$$

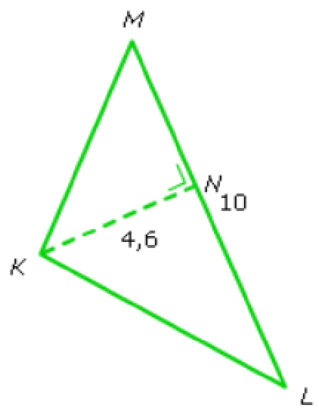
	zijde	vierkant
rhz	4 →	16
rhz	√20 ←	20
lz	6 →	36 +

Oppervlakte driehoek

Voor de oppervlakte van een driehoek geldt:

- ***oppervlakte driehoek*** $= {}^1/_2 \times$ ***zijde*** $\times$ ***hoogte***

Let op: de ***hoogte*** staat altijd loodrecht op de ***zijde***.



Hiernaast zie je driehoek KLM met $LM = 10$.

In de driehoek is een hoogtelijn KN op LM getekend; $KN = 4,6$.

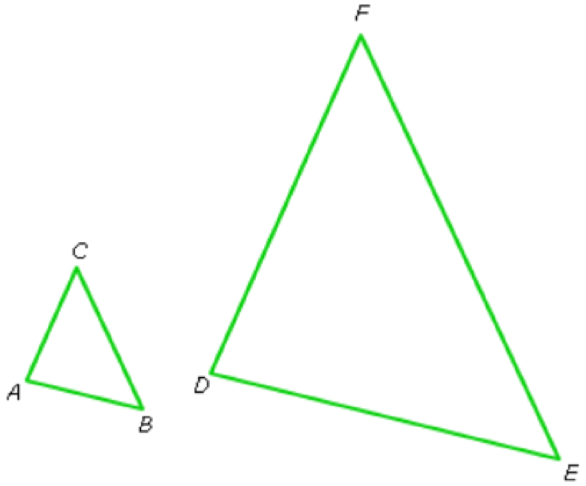
Bereken de oppervlakte van de driehoek KLM.

- ***oppervlakte*** $\triangle KLM = {}^1/_2 \times$ ***zijde*** $\times$ ***hoogte***
- ***oppervlakte*** $\triangle KLM = {}^1/_2 \times 10 \times 4,6$
- ***oppervlakte*** $\triangle KLM = 23$

Vergroten en verkleinen

Bij een vergroting of een verkleining van een figuur worden alle lengtes van de figuur met hetzelfde getal vermenigvuldigd.
Dat getal noem je de **vermenigvuldigingsfactor**.
Bij een vergroting of een verkleining van een figuur veranderen de grootte van de hoeken van de figuur niet.

Voorbeeld
Je ziet $\triangle\ ABC$ en $\triangle\ DEF$.
Alle zijden van $\triangle\ DEF$ zijn $3\ \times$ zo groot dan de zijden van $\triangle\ ABC$.
De vermenigvuldigingsfactor is dus 3.
De hoeken van $\triangle\ ABC$ zijn gelijk aan de hoeken van $\triangle\ DEF$.

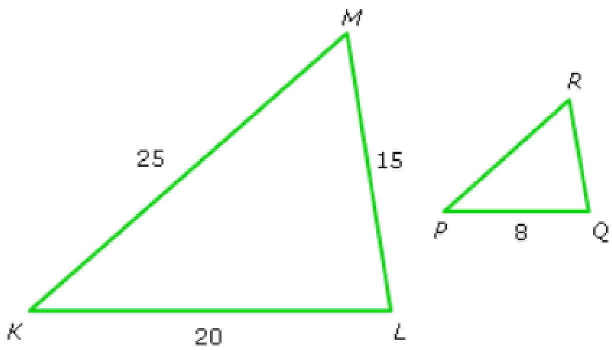


Rekenen met de vergrotingsfactor

Voorbeeld
$\triangle\ PQR$ is een verkleining van $\triangle\ KLM$.
Bij de figuren staan de lengten van enkele zijden.

Bereken de 'vergrotings'factor en bereken de lengte van PR en QR.

- De vergrotingsfactor $= 8 : 20 = 0,4$
- $PR = 0,4 \times 25 = 10$
- $QR = 0,4 \times 15 = 6$

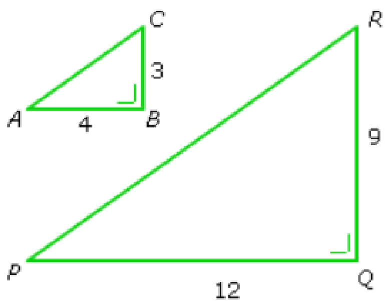


Oppervlakte met de vergrotingsfactor

Bij een vergroting van een figuur met een factor wordt de oppervlakte van de figuur factor^2 keer zo groot.

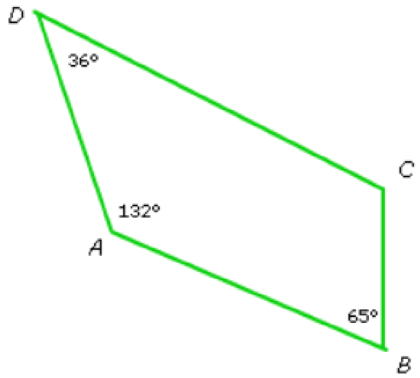
Voorbeeld
De rechthoekige $\triangle\ ABC$ heeft een oppervlakte van 6.
De driehoek wordt vermenigvuldigd met een factor 3.
Bereken de oppervlakte van $\triangle\ PQR$.

- vergrotingsfactor $= 3$
- opp $\triangle\ PQR = 3^2 \times$ opp $\triangle\ ABC$
  opp $\triangle\ PQR = 9 \times 6 = 54$



Vierhoeken

Een **vierhoek** is een vlak figuur met vier hoeken en vier zijden.
Je ziet vierhoek $ABCD$.
De zijden van de vierhoek zijn AB, BC, CD en AD.



In iedere vierhoek geldt dat de vier hoeken **samen** $360°$ zijn.

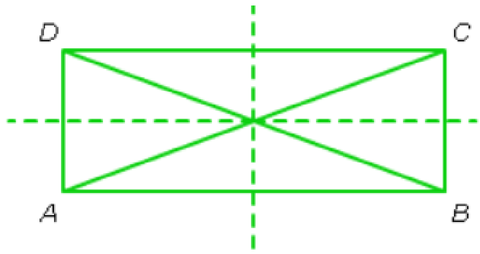
Voorbeeld
Van vierhoek $ABCD$ is gegeven dat
$\angle A = 132°$, $\angle B = 65°$ en $\angle D = 36°$.
Bereken $\angle C$.

$$\angle C = 360° - 132° - 65° - 36° = 127°$$

Vierkant en rechthoek

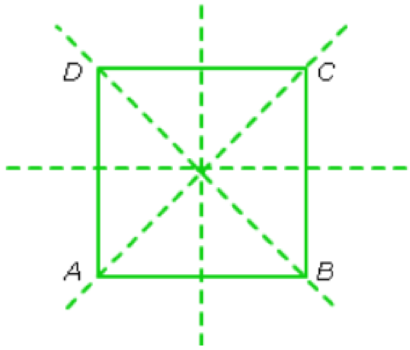
Een **rechthoek** is een vierhoek:

- met vier rechte hoeken,
- waarvan de zijden die tegenover elkaar liggen even lang zijn,
- waarvan de twee diagonalen even lang zijn,
- met twee symmetrieassen,
- die draaisymmetrisch is; draaihoek is $180°$.



Een **vierkant** is een bijzondere rechthoek.
Een vierkant is een vierhoek:

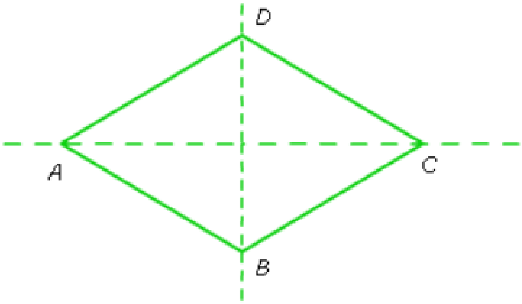
- met vier rechte hoeken,
- met vier gelijke zijden,
- waarvan de twee diagonalen even lang zijn,
- met vier symmetrieassen,
- die draaisymmetrisch is; draaihoek is $90°$.



Ruit en parallellogram

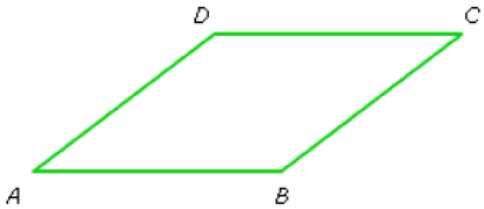
Een **ruit** is een vierhoek:

- met vier gelijke zijden,
- waarvan de hoeken die tegenover elkaar liggen even groot zijn,
- waarvan de twee diagonalen loodrecht op elkaar staan,
- met twee symmetrieassen.
- die draaisymmetrisch is; draaihoek is 180°.



Een **parallellogram** is een vierhoek:

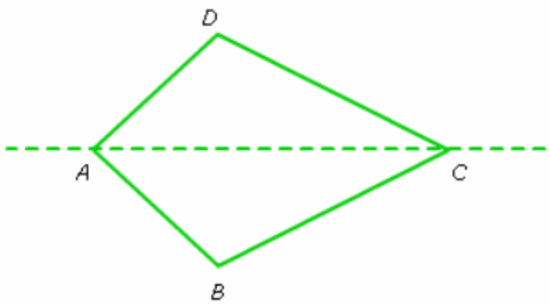
- waarvan de zijden die tegenover elkaar liggen even lang zijn,
- waarvan de zijden die tegenover elkaar liggen evenwijdig zijn,
- waarvan de hoeken die tegenover elkaar liggen even groot zijn,
- die draaisymmetrisch is; draaihoek is 180°.



Vlieger

Vierhoek $ABCD$ is een **vlieger**.
Vlieger $ABCD$ is een vierhoek:

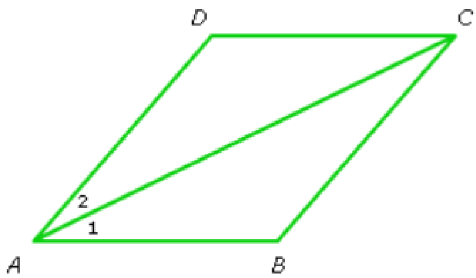
- met $AB = AD$ en $BC = CD$
- met $\angle B = \angle D$
- waarvan de diagonalen loodrecht op elkaar staan,
- met één symmetrieas.



Naamgeving hoeken

Is er bij een punt meerdere hoeken zijn, gebruik je meestal cijfertjes om de hoeken van elkaar te onderscheiden.

In parallellogram $ABCD$ is diagonaal AC getekend.
De diagonaal deelt $\angle A$ in twee stukken.
Met behulp van cijfers wordt aangegeven welke hoek je bedoelt.
Er geldt: $\angle A = \angle A_1 + \angle A_2 = \angle A_{12}$



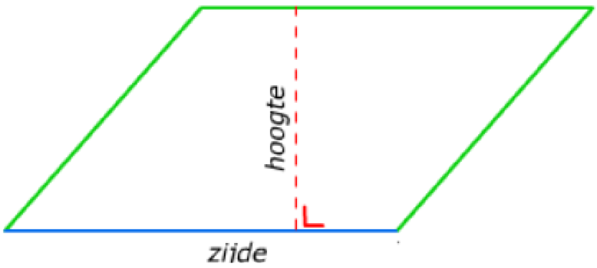
Je kunt een hoek ook met drie letter aangeven.
In plaats van $\angle A_1$ schrijf je dan $\angle BAC$.
De middelste letter staat bij het hoekpunt.
Dus in plaats van $\angle A_2$ schrijf je dan $\angle DAC$ of $\angle CAD$.

Oppervlakte parallellogram

Voor de oppervlakte van een parallellogram geldt:

- ***oppervlakte parallellogram*** $=$ ***zijde*** $\times$ ***hoogte***

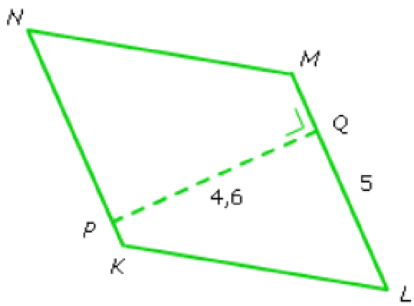
Let op: de ***hoogte*** staat altijd loodrecht op de ***zijde***.



Voorbeeld
Hiernaast zie je parallellogram $KLMN$ met $LM = 5$.
In $KLMN$ is een hoogtelijn PQ op LM getekend.
$PQ = 4,6$

Bereken de oppervlakte van parallellogram $KLMN$.

- ***oppervlakte*** $KLMN =$ ***zijde*** $\times$ ***hoogte***
- ***oppervlakte*** $KLMN = LM \times PQ$
- ***oppervlakte*** $KLMN = 5 \times 4,6$
- ***oppervlakte*** $KLMN = 23$

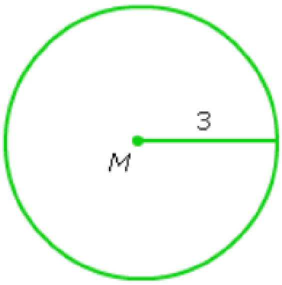


Omtrek cirkel

Voor de **omtrek** van een cirkel geldt:

omtrek cirkel $= \pi \times$ ***diameter*** of
omtrek cirkel $= 2 \times \pi \times$ ***straal***

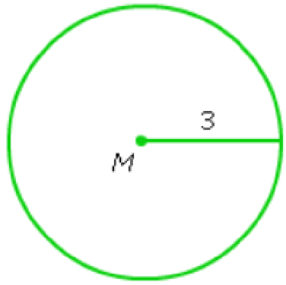
π is een Griekse letter. Spreek uit: **pie**
π is ongeveer $3,14$



Voorbeeld
Van een cirkel met middelpunt M is de straal 3 cm.
Bereken de omtrek van cirkel.

- ***omtrek cirkel*** $= 2 \times \pi \times$ ***straal***
- ***omtrek cirkel*** $= 2 \times \pi \times 3$ cm
- ***omtrek cirkel*** $\approx 2 \times 3,14 \times 3$ cm
- ***omtrek cirkel*** $\approx 18,84$ cm

Oppervlakte cirkel



Voor de **oppervlakte** van een cirkel geldt:

$\textit{oppervlakte cirkel} = \pi \times \textit{straal}^2$ of

$\textit{oppervlakte cirkel} = {}^1/_4 \times \pi \times \textit{diameter}^2$

Voorbeeld

Van een cirkel met middelpunt M is de straal 3 cm.

Bereken de oppervlakte van de cirkel.

- $\textit{oppervlakte cirkel} = \pi \times \textit{straal}^2$
- $\textit{oppervlakte cirkel} = \pi \times 3^2$
- $\textit{oppervlakte cirkel} \approx 3,14 \times 9$
- $\textit{oppervlakte cirkel} \approx 28,26$ cm^2

Afstanden en cirkels

Voorbeeld

Je ziet een kaart met daarop de punten M, A, B en C.
Op de kaart is een cirkel getekend met middelpunt M en met een straal van 2 km.

- Punt A ligt op de cirkel.
  De afstand tussen de punten M en A is 2 km.
- Punt B ligt binnen de cirkel.
  De afstand tussen de punten M en A is kleiner dan 2 km.
- Punt C ligt buiten de cirkel.
  De afstand tussen de punten M en C is groter dan 2 km.

Gebieden en cirkels

Voorbeeld

Om snel medische hulp te kunnen bieden staan in een aantal plaatsen in Nederland speciale helikopters klaar.
Op het kaartje is voor drie van die plaatsen met cirkels aangegeven in welk gebied de helikopters ingezet kunnen worden.

Er geldt dat:

- de gele gebieden door één van de helikopters bereikt kunnen worden.
- het blauwe gebied door twee helikopters bereikt kan worden.
- de delen die buiten de cirkels vallen kunnen niet door één van deze drie helikopters bereikt kunnen worden.