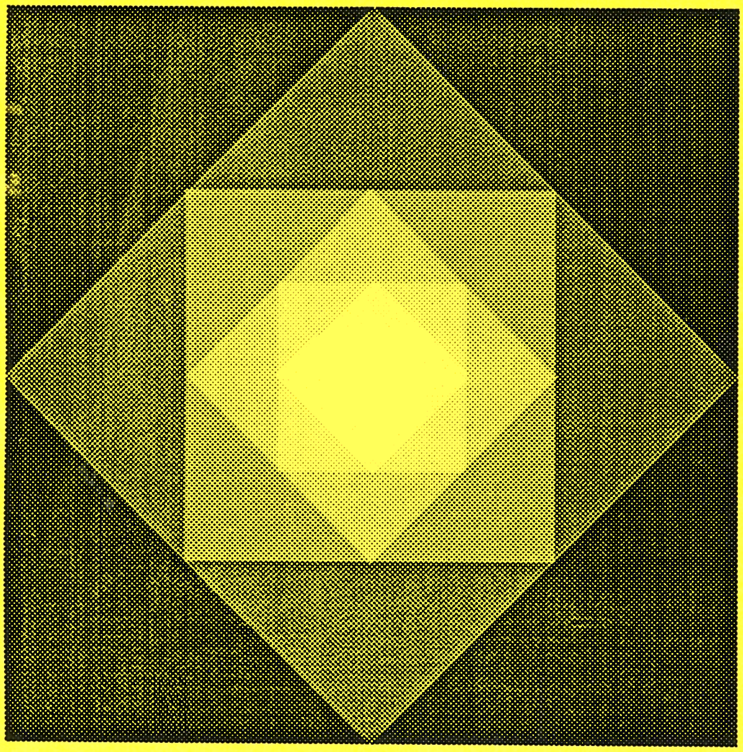
juli 1992

experimentele versie

Verschil in groei b

Leerlingentekst
klas 3 havo/vwo



Publikatie van het team W12-16
onder verantwoordelijkheid van de
Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs

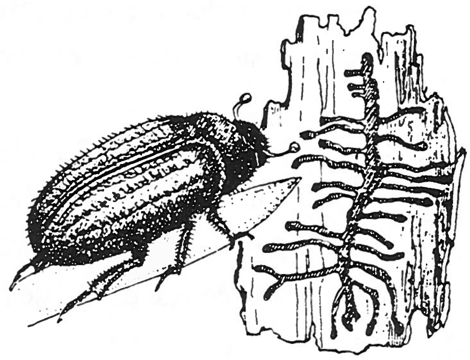
Ontwerp: Juul ten Hove en Martinus Riemersma
met medewerking van: Koeno Gravemeijer en Martin Kindt.

Inhoud

1. Exponentiële groei

Dennenscheerders

3> De dennenscheerder is een torretje dat erg schadelijk is voor dennen. Volgens Staatsbosbeheer is het aantal dennenscheerders het afgelopen jaar toegenomen van 200 (per km^2 bos) tot 220.



Dennescheerder

De vrees van elke bosbeheerder. Hij vreet aan de jonge takken van dennebomen. De stroom van voedingsstoffen door de tak wordt daardoor onderbroken. De tak sterft af en op den duur is de hele boom niet meer te redden.

Twee deskundigen hebben verschil van mening over de ontwikkeling van dit schadelijk beestje in de toekomst. Boswachter Woudstra gelooft in een gelijkmatige groei voor de komende jaren:

$200 \longrightarrow 220 \longrightarrow 240 \longrightarrow \ldots$

Maar zijn collega Bosma zegt: er komt elk jaar 10% bij van wat er al is. En dat zal de komende jaren ook zo blijven.

a In plaats van te zeggen 'er komt 10% bij' kun je ook zeggen dat er een bepaald **deel** bij komt van wat er al is. Welk deel is dat?

b Zet in de volgende tabel de voorspellingen volgens de heren Woudstra en Bosma.

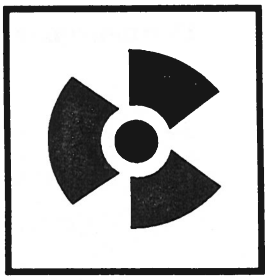
jaar	Woudstra	Bosma
1991	200	200
1992	220	220
1993	..	..
1994	..	..
1995	..	..

c Welke soorten groei herken je in de kolommen van de tabel?

d Leg uit waarom steeds 10% erbij een snellere groei geeft, dan steeds 20 erbij.

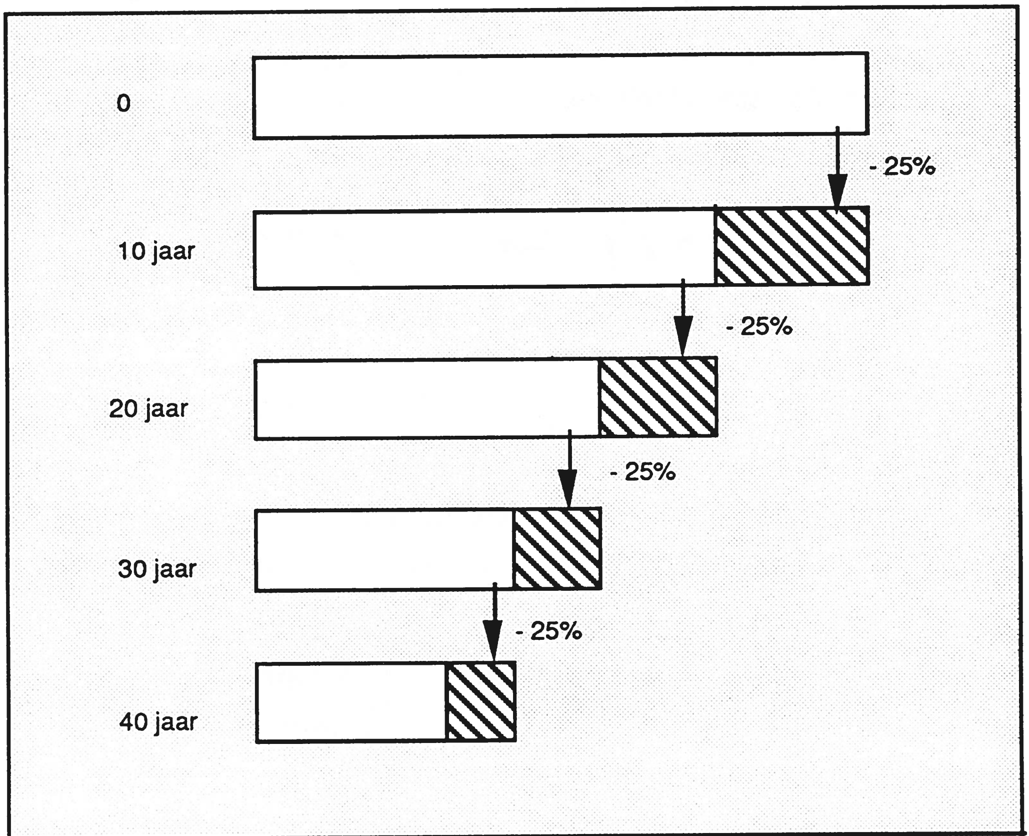
Radioactiviteit

2> Na een ongeluk in een kerncentrale is de omgeving ernstig besmet met een radioactieve stof. Nu heeft radioactieve stof de eigenschap uiteen te vallen. Daardoor wordt na verloop van tijd de uitstraling steeds minder. Deze eigenschap noemt men **radioactief verval**. Van de stof waar het hier over gaat vervalt in elke tien jaar 25%.



a Een verval van 25% komt overeen met steeds eenzelfde deel eraf. Welk deel is dat? Welk deel blijft er na elke tien jaar nog over?

b Een vooraanstaand politicus beweert dat er na 40 jaar niets meer over zal zijn van de stof die bij de ramp is vrijgekomen. Hoe heeft hij geredeneerd, denk je?



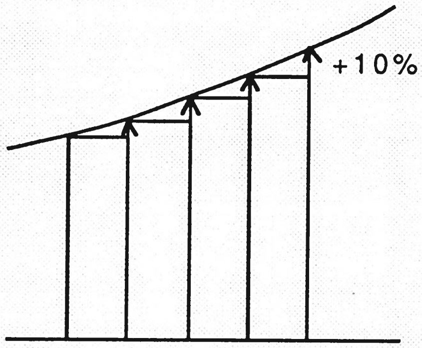
radioactief verval in 40 jaar

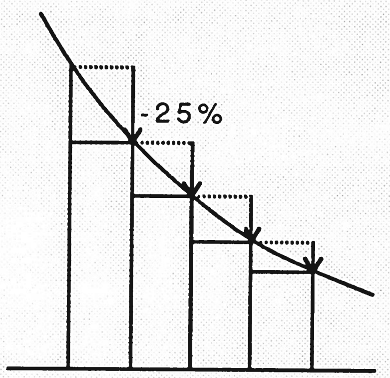
c Het radioactieve verval is in een schema weergegeven. Bekijk dit schema eens goed. Leg uit waarom deze politicus ongelijk heeft.

d Hoeveel procent, schat je, is er na 40 jaar nog van de gevaarlijke stof over?

De laatste twee voorbeelden in de grafieken vergeleken:

dennenscheerder volgens Bosma	radioactiviteit
'echte groei'	'negatieve groei'





Kenmerkend voor de groei in deze voorbeelden is dat er bij elke stap steeds hetzelfde deel bij komt (of af gaat) van wat er al is. Als er veel is, dan is de verandering groot. Als er weinig is, dan is de verandering klein.

Bij gelijkmatige groei is dat anders. Daar komt bij elke stap steeds dezelfde hoeveelheid er bij (of gaat er van af). En het doet er niet toe hoeveel er op het moment al was.

3> Bij 'echte groei' is er sprake van sterker wordende groei. Is dat bij 'negatieve groei' ook nog zo? Leg dat uit.

Exponentiële groei op stroken

4>a Dit is een getallenpuzzeltje. Hieronder staan vier stroken, je moet bij alle vier de volgende drie getallen invullen.

A	1	2	4	7	11	..	..	..
B	1	2	3	5	8	..	..	..
C	1	3	5	7	9	..	..	..
D	1	3	7	15	31	..	..	..

b Bij welke stroken is sprake van sterker wordende groei?

c Op welke strook groeien de getallen het sterkst?

5> De getallen op de stroken S en T vertonen sterker wordende groei:

S	1	3	9	27	81	..	..	..
T	1	4	9	16	25	..	..	..

a Waaraan kun je snel zien dat bij deze stroken de groei niet gelijkmatig is?

b Vul in beide stroken de volgende drie getallen in.

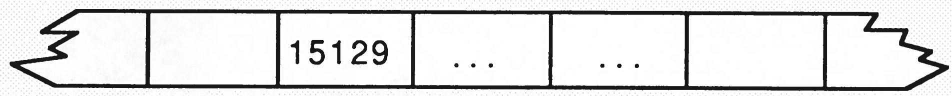
c Hieronder zie je een stukje van strook S, maar dan een heel eind verderop.

S		19683	...	...	

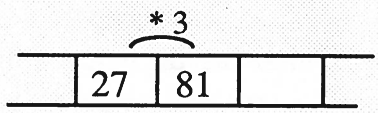
Vul de volgende twee getallen in. Spreek deze getallen ook eens uit.

d Nu hetzelfde voor strook T. Vul ook hier de volgende twee getallen in.

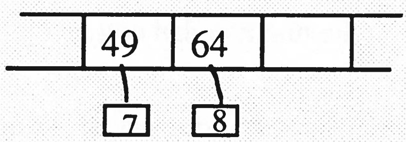
T



Bij beide stroken is er een sterker wordende groei. Maar toch is er een belangrijk verschil tussen beide stroken, dat zul je gemerkt hebben:
Bij strook S kun je, als je een getal weet, heel snel het daarop volgende getal berekenen:



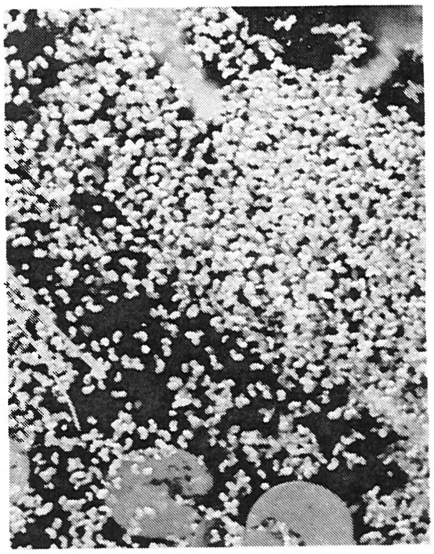
Bij strook T moet je wat meer werk doen, je kunt hier niet in één stap de opvolger berekenen. Je moet eerst weten welk bordje er onder het getal hangt:



Over groei, zoals op strook S gaat het in dit boekje.

2. Groeifactor

Eendekroos



1> In een grote vijver groeit eendekroos. Dat gaat heel erg snel. Zó snel dat er elke dag net zoveel bij komt als dat er al was. Als hier niets aan wordt gedaan, dan is de vijver na 15 dagen helemaal vol gegroeid. Dat zou slecht zijn voor de planten die op de bodem van de vijver groeien, want het kroos houdt veel licht tegen. Gelukkig is er een tuinman die in kan grijpen. De man is echter een beetje lui, want hij komt pas in actie als de helft van de vijver bedekt is.

a Hoeveel dagen heeft die tuinman dan nog de tijd om te voorkomen dat de vijver helemaal vol groeit?

b Aan het begin van een bepaalde dag was er 1 dm^2 kroos. Geef deze dag het nummer 0. Hoeveel was er dan aan het begin van dag 1?

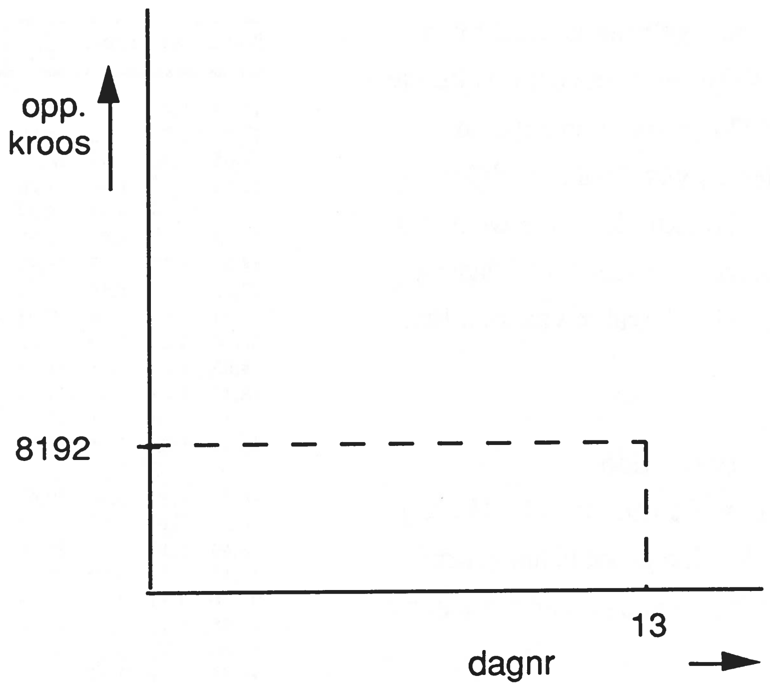
c Maak de volgende tabel af:

dag	opp.kroos (dm2)	dag	opp.kroos (dm2)
0	1	8	.
1	2	9	.
2	4	10	.
3	.	11	.
4	.	12	.
5	.	13	.
6	.	14	.
7	.	15	.

d Hebben we hier te maken met een grote vijver?

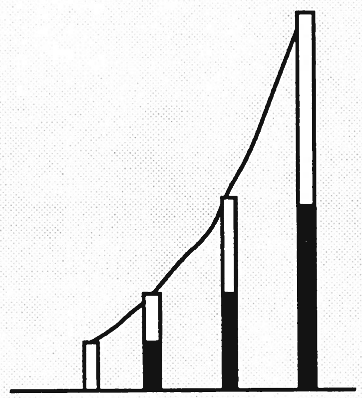
e Stel je voor dat in een heel grote vijver op een bepaald moment 8388608 dm^2 kroos is. Bereken met je rekenmachine hoeveel er de dag daarna zal zijn. Doe dit zó dat je zo weinig mogelijk toetsen hoeft in te drukken.

2> Dat het kroos heel snel groeit, kun je ook goed duidelijk maken met een grafiek.



In deze grafiek is het punt getekend, dat hoort bij dagnr. 13. Toen was er 8192 dm^2 kroos. Maak een schaalverdeling op de assen en teken ook de andere punten in.

Je zult aan de grafiek duidelijk kunnen zien dat er sprake is van sterker wordende groei. Voor elk moment geldt: wat er al is bepaalt wat erbij komt. Daarom gaat het hier steeds harder!



3> Elke volgende stap komt er evenveel bij als dat er al was. Je kunt ook zeggen: bij elke stap vermenigvuldig je met .... .

Een kwestie van procenten

4> In winkels wordt vaak gebruik gemaakt van zogenaamde BTW-lijsten. Met zo'n lijst kun je aflezen hoeveel BTW je voor een bepaald artikel moet betalen en wat de uiteindelijke prijs is geworden. Ook kun je, als je weet wat je hebt betaald, aflezen hoeveel BTW daarbij zit. Hiernaast is een klein stukje van zo'n lijst afgedrukt.

PRIJS	6%	20%	INCL. 6%	INCL. 20%
17,55	1,05	3,51	18,60	21,06
17,60	1,06	3,52	18,66	21,12
17,65	1,06	3,53	18,71	21,18
17,70	1,06	3,54	18,76	21,24
17,75	1,07	3,55	18,82	21,30
17,80	1,07	3,56	18,87	21,36
17,85	1,07	3,57	18,92	21,42
17,90	1,07	3,58	18,97	21,48
17,95	1,08	3,59	19,03	21,54
18,00	1,08	3,60	19,08	21,60
18,05	1,08	3,61	19,13	21,66
18,10	1,09	3,62	19,19	21,72
18,15	1,09	3,63	19,24	21,78
18,20	1,09	3,64	19,29	21,84
18,25	1,10	3,65	19,35	21,90
18,30	1,10	3,66	19,40	21,96
18,35	1,10	3,67	19,45	22,02
18,40	1,10	3,68	19,50	22,08
18,45	1,11	3,69	19,56	22,14
18,50	1,11	3,70	19,61	22,20
18,55	1,11	3,71	19,66	22,26
18,60	1,12	3,72	19,72	22,32
18,65	1,12	3,73	19,77	22,38
18,70	1,12	3,74	19,82	22,44
18,75	1,13	3,75	19,88	22,50

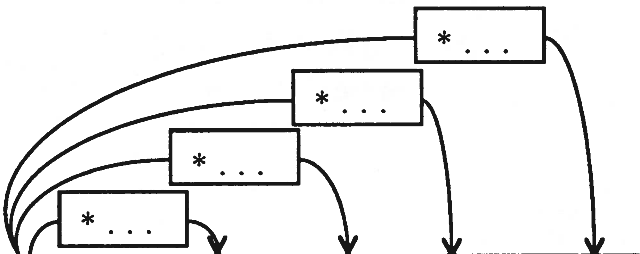
a Joop heeft voor een doos cassettebandjes *f* 27.90 betaald. Hierbij zit 20% BTW. Hoe groot is het bedrag van de BTW? En wat is de prijs zonder BTW?

b Leila heeft een boutique.
Voor kleding moet ze 20% BTW berekenen.
Ze heeft geen BTW-lijst, maar ze gebruikt haar rekenmachine. Voor een T-shirt van *f* 23.- toetst ze in:

[23] [*] [1.2] [=] [. . .]

Wat is haar uitkomst? Klopt die met de tabel?

5> Je kunt elke kolom uit de BTW-lijst krijgen door de eerste kolom met een bepaald getal te vermenigvuldigen.
Zet bij elke kolom het getal dat er bij hoort.



PRIJS	6%	20%	INCL. 6%	INCL. 20%
22,55	1,35	4,51	23,90	27,06
22,60	1,36	4,52	23,96	27,12
22,65	1,36	4,53	24,01	27,18
22,70	1,36	4,54	24,12	27,24
22,75	1,37	4,55	24,17	27,30

> Bij het eendekroos kon je in plaats van 'hetzelfde erbij doen' net zo goed zeggen 'vermenigvuldigen met 2'. Hier, bij de BTW, heb je gezien dat '20% erbij' op hetzelfde neerkomt als 'vermenigvuldigen met 1.2'.
> Het getal waarmee je vermenigvuldigt noemen we de **factor.**

6> a Zoek de factor bij de volgende voorbeelden:

- de helft erbij	is hetzelfde als	vermenigvuldigen met ...
- een kwart erbij	„	vermenigvuldigen met ...
- een tiende erbij	„	vermenigvuldigen met ...
- een achtste erbij	„	vermenigvuldigen met ...

Kies zelf bij elk van deze voorbeelden een getal en maak sommetjes om te controleren of je antwoord goed is.

b Soms moet je, in plaats van erbij tellen, een bepaald gedeelte **aftrekken.** Ook dan kun je dat uitrekenen met een vermenigvuldiging. Probeer ook in de volgende voorbeelden de factor te vinden:

- de helft eraf	is hetzelfde als	vermenigvuldigen met ...
- een kwart eraf	„	vermenigvuldigen met ...
- een tiende eraf	„	vermenigvuldigen met ...
- een achtste eraf	„	vermenigvuldigen met ...

Kies ook hier weer getallen en maak daar sommetjes mee ter controle.

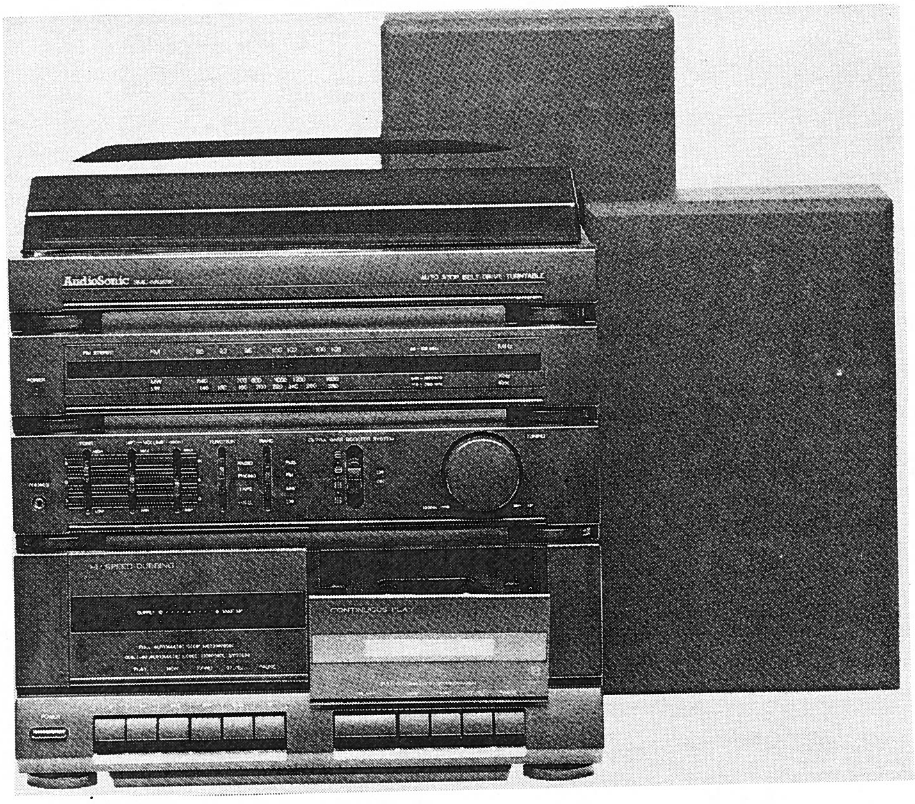
7> Nu nog wat sommen door elkaar, als oefening. Vul in wat er op de stippeltjes moet staan.

erbij of eraf	**is hetzelfde als**	erbij of eraf	**is hetzelfde als**	vermenigvuldigen met
20% erbij		1/5 deel erbij		. . .. .
10% eraf		1/10 deel eraf		.1.120
. . % . .		. . . .		.80.
. . % . .		. . . .		.1.05
. . . . . .		. . . .		. . . .
18.5% erbij		. . . .		

8> Het omzetten van een '**optelsom**' in een '**vermenigvuldigingssom**' is wel eens handig. Zoals bijvoorbeeld in het volgend verhaaltje:

Arie gaat een stereoinstallatie kopen in een winkel waar hij 10% korting krijgt. De winkelier trekt eerst de korting eraf en berekent vervolgens over de rest nog 20% BTW. Thuis gekomen denkt Arie: 'Ik had liever gehad dat hij eerst de BTW erbij opgeteld had en pas daarna de korting er af getrokken. Dan was ik voordeliger uit geweest!'

Heeft Arie gelijk? Leg dat eens uit.



Rente op rente

9> De Postbank geeft tegenwoordig Benjamin Spaarbewijzen uit. Bij het postkantoor kun je een folder daarover krijgen. Een paar stukjes uit die folder zie je hieronder:

Het Benjamin Spaarbewijs.

Het eerste bezoek aan uw kleinkind, neefje, nichtje of aan het pasgeboren kindje van vrienden: op het postkantoor ligt nu het Benjamin Spaarbewijs, het leukste cadeau om op zo'n moment te geven.

Wat is het Benjamin Spaarbewijs?

Met het Benjamin Spaarbewijs kunt u op naam van het kind eenmalig een bedrag storten. De hoogte van het bedrag kunt u zelf bepalen. Er is wel een minimum van f 100,– vastgesteld. Het bedrag blijft vaststaan tot na de vijfde verjaardag van het kind. Tegen die tijd is het bedrag flink gegroeid omdat er een fikse rente bij gekomen is.

Het ontvangen van de rente.

De rente wordt na het verstrijken van de looptijd in één keer uitbetaald. Bedraagt de looptijd bijvoorbeeld 5 jaar, dan ontvangt het kind na 5 jaar de inleg èn de totaal opgebouwde rente over die periode. De totaal opgebouwde rente wordt berekend op basis van samengestelde interest (rente op rente).

Een voorbeeld van rente-ontvangst.

looptijd	1 jaar	2 jaar	3 jaar	4 jaar	5 jaar
Inleg f 250,- + 5,5% rente	f 263,75	f 278,26	f 293,56	f 309,70	f 326,74
Inleg f 1.000,- + 7,5% rente	f 1.075,-	f 1.155,63	f 1.242,30	f 1.335,47	f 1.435,63

a Kijk eens naar de inleg van f 1000.- Daarover wordt volgens de tabel 7.5% rente uitgekeerd. Zet in de volgende tabel de rente die er in elk jaar bij komt:

b Verklaar de uitdrukking 'rente op rente', waar ze het in de folder over hebben.

c Wat voor soort groei heeft de rente?

jaarnr.	bijgeschreven rente
1	....
2	....
3	....
4	....
5	

10> De ouders van Sylvia hebben een andere bank gevonden, waar ze ook een erg aantrekkelijk spaarplan aanbieden. Deze bank geeft na elke vijf jaar 50% rente op het gespaarde bedrag. Direct na de geboorte van Sylvia hebben ze een rekening geopend en daar *f* 1000.- op gezet.Na haar twintigste verjaardag mag Sylvia het bedrag van haar rekening opnemen.

a Met een tabel kun je handig uitrekenen hoeveel Sylvia op haar twintigste heeft. Vul de bedragen in de tabel in.

0 jaar	5 jaar	10 jaar	15 jaar	20 jaar
f 1000.-				

b Als Sylvia wacht tot haar 65e verjaardag, hoeveel geld kan ze dan opnemen?

Oei! Dat was een gereken! Het zou toch wel handig zijn als dit in één keer zou kunnen. En dat kan! Kijk nog maar eens goed naar wat er precies gebeurt. Op deze manier sparen betekent dat je elke vijf jaar vermenigvuldigt met 1.5:

$$1000 \xrightarrow{*\ 1.5} 1000 \xrightarrow{*\ 1.5} 1000 \xrightarrow{*\ 1.5} 1000 \xrightarrow{*\ 1.5} 1000$$

Iets anders opgeschreven:

na de eerste stap 1000 * 1.5
na de tweede stap 1000 * 1.5 * 1.5
na de derde stap 1000 * 1.5 * 1.5 * 1.5
enzovoorts.

11> Lees het bovenstaande goed door.

a Bij de berekening werk je van links naar rechts. Het kan ook andersom: van rechts naar links:

$$1000 * (1.5 * (1.5 * 1.5))$$

Komt er iets anders uit als als je aan de andere kant begint te rekenen?

b De laatste regel kunnen we nog korter opschrijven, namelijk met **machten**:

na de eerste stap 1000 * 1.5
na de tweede stap $1000 * 1.5^2$
na de derde stap $1000 * 1.5^3$ enzovoorts.

Welke stap hoort bij de 65e verjaardag van Sylvia? Schrijf met een macht over welk bedrag zij dan kan beschikken.

12> a Het schrijven met machten is vooral zo makkelijk, omdat er op je rekenmachine een knop zit, waarmee je machten kunt uitrekenen.

Toets maar eens in: $\boxed{1000}$ $\boxed{*}$ $\boxed{1.5}$ $\boxed{x^y}$ $\boxed{4}$ $\boxed{=}$

(let op! jouw machine heeft voor $\boxed{x^y}$ misschien een andere toets)

Je vindt dan het bedrag dat je hebt na 4 stappen (20 jaar dus).

b Reken maar eens achter elkaar uit: 1000 * 1.5 * 1.5 * 1.5 * 1.5 = ...

c Controleer nu je uitkomsten van de vragen 15 a en b.

d De methode in a wordt wel eens de **sneltreinmethode** genoemd en die in b de **stoptreinmethode**. Hoe verklaar je deze namen?

Rente op rente is een typisch voorbeeld van 'exponentiële groei'.
Het kenmerk hiervan is:
elke volgende hoeveelheid krijg je uit de vorige door vermenigvuldiging met een vast getal

bijvoorbeeld:

$$1000 \xrightarrow{*\,1.5} 1500 \xrightarrow{*\,1.5} 2250 \xrightarrow{*\,1.5} \ldots$$

Dat vaste getal, in het voorbeeld dus 1.5, heet de **groeifactor.**

Het resultaat na n stappen kun je heel handig schrijven met een macht:

$$\mathbf{1000 * 1.5^n}$$

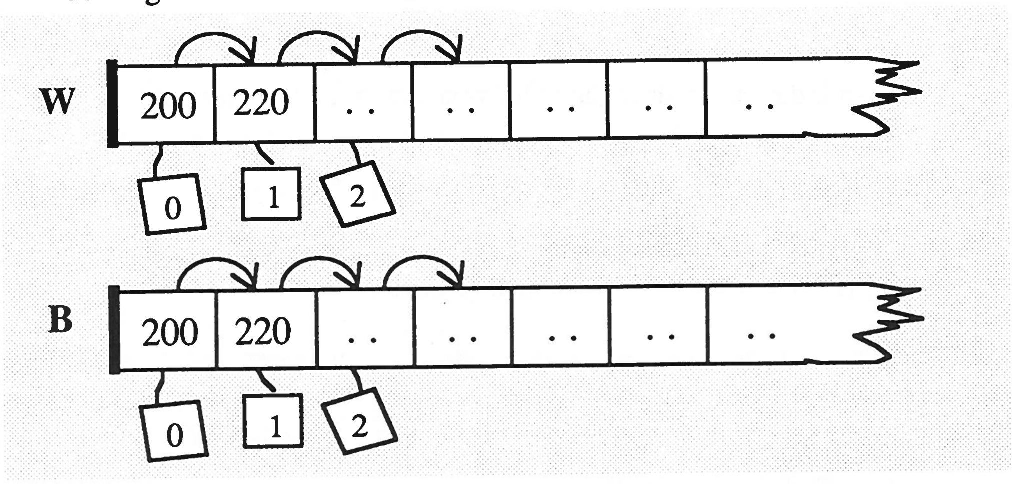
Dit is een formule, die past bij exponentiële groei.
In deze formule is 1000 het begingetal,
het grondgetal 1.5 is de groeifactor,
en de exponent n geeft de verstreken tijd aan.

13> Bij het eendekroos is er ook sprake van exponentiële groei. Waarom?
Maak een formule waarmee je de hoeveelheid kroos (in dm^2) na **n** dagen kunt berekenen.

3. Groei onderzoeken

Terug naar de stroken

1> a Zet de voorspellingen van de heren Woudstra en Bosma over de dennenscheerders in de volgende stroken:



b Wat moet er bij de pijltjes in strook W komen te staan? En wat in strook B?

c Bij strook W is er gelijkmatige groei. Waar kun je dat aan zien?

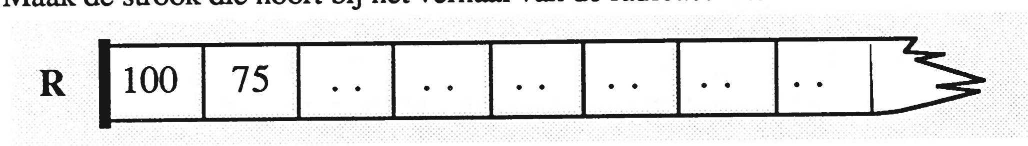
d Wat zijn hier begingetal en verschil per stap?

e Welke formule hoort bij strook W?

2> a Bij strook B is er sprake van exponentiële groei. Waaraan kun je dat zien?

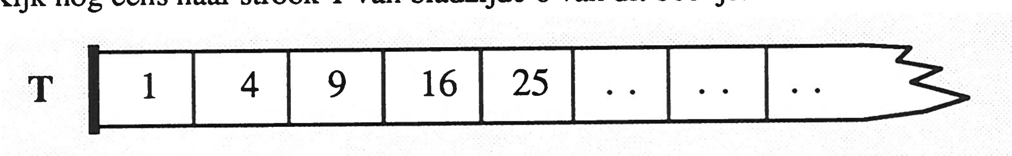
b Kun je bij strook B een formule opstellen waarin een macht voorkomt?

3> a Maak de strook die hoort bij het verhaal van de radioactiviteit.

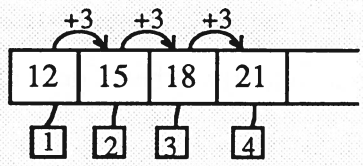
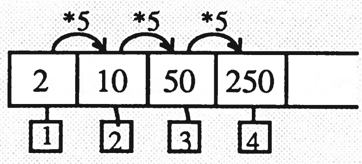


b Maak ook een formule waarmee je snel kunt uitrekenen hoeveel procent, van wat er oorpronkelijk was, na n jaar nog over is.

4> Kijk nog eens naar strook T van bladzijde 6 van dit boekje.



Is de groei hier exponentieel? Waarom?

gelijkmatige groei	exponentiële groei
	
12 heet **begingetal**	2 heet **begingetal**
de bordjes geven het **stapnummer** aan	de bordjes geven het **stapnummer** aan
bij elke volgende stap wordt een vast getal **opgeteld**	bij elke volgende stap wordt met een vast getal **vermenigvuldigd**
het vaste getal heet **verschil**	het vaste getal heet **groeifactor**
een formule voor de hoeveelheid bij de n-de stap: **begingetal + n * verschil**	een formule voor de hoeveelheid bij de n-de stap: **begingetal * groeifactor**$^{\mathbf{n}}$

5> Dit vraagstuk gaat nog eens een keer over de radioactiviteit. Elke tien jaar vervalt er 25% van de stof.

a Hoeveel procent van de nu aanwezige stof is er nog over 100 jaar?

b De tijd die het duurt tot nog maar de helft van de stof over is noemen de deskundigen de **halveringstijd**. Is de halveringstijd bij deze stof meer of minder dan 20 jaar?

6> De spaarbank, waar Sylvia's ouders een rekening hadden geopend, gaf elke vijf jaar een rente van 50%. Er is ook een andere bank in de buurt, deze geeft een rente van 8.5% per jaar.

a Vertel in eigen woorden welke verschillen je zou merken op je spaarbankboekje als je bij de eerste of bij de tweede bank zou gaan sparen.

De volgende drie vragen gaan over de tweede bank, die van 8.5% rente per jaar.

b Wat is de groeifactor van deze bank als je **per jaar** kijkt?

c Als je naar de groei van het bedrag kijkt in **stappen van vijf jaar**, dan is er ook weer exponentiële groei. Leg dat eens uit, bijvoorbeeld door een lange strook erbij te maken.

d Wat is bij deze bank de groeifactor bij **stappen van vijf jaar**?

In de volgende vraag moet je beide banken met elkaar vergelijken.

e Welke van deze twee banken is voor Sylvia het voordeligst? (Ga er maar van uit dat ze op haar twintigste het spaargeld opneemt)

7> Hans heeft van één van de zonnebloemen in zijn tuintje af en toe de lengte op gemeten. De resultaten heeft hij in een tabel gezet:

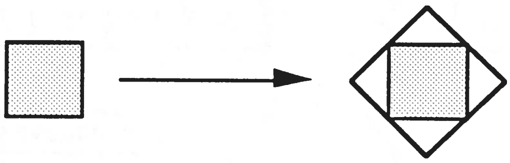
datum	**hoogte (in cm)**
1 juni	18
10 juni	36
1 juli	72
26 juli	144

'Ah ' zegt Hans, 'is dat even mooi! In deze weken is mijn zonnebloem exponentieel gegroeid.' Heeft Hans gelijk? Waarom?

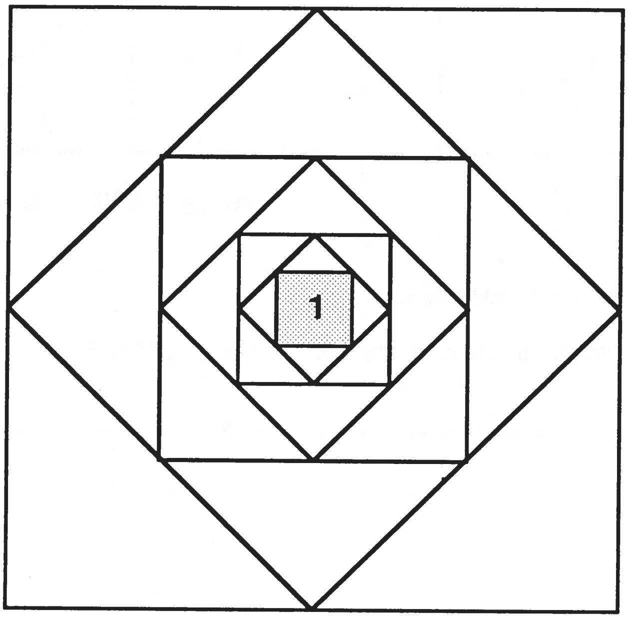
Om iets te kunnen zeggen over de soort groei is het heel belangrijk dat je gelijke stappen neemt. In de voorbeelden die tot nu toe aan de orde zijn geweest waren die stappen altijd tijdsintervallen (1 jaar, 10 jaar, 1 dag, ...). Maar net als bij gelijkmatige groei, zijn er ook hier wel situaties waarbij dat anders is. Op de volgende bladzijde komt er één.

Vierkanten

8> Een vierkant kun je vergroten door er een schuin vierkant omheen te tekenen.



Als je dit een aantal keren achter elkaar doet, komt er een leuke tekening:



Het kleinste vierkant heeft een oppervlakte van 1 cm^2.

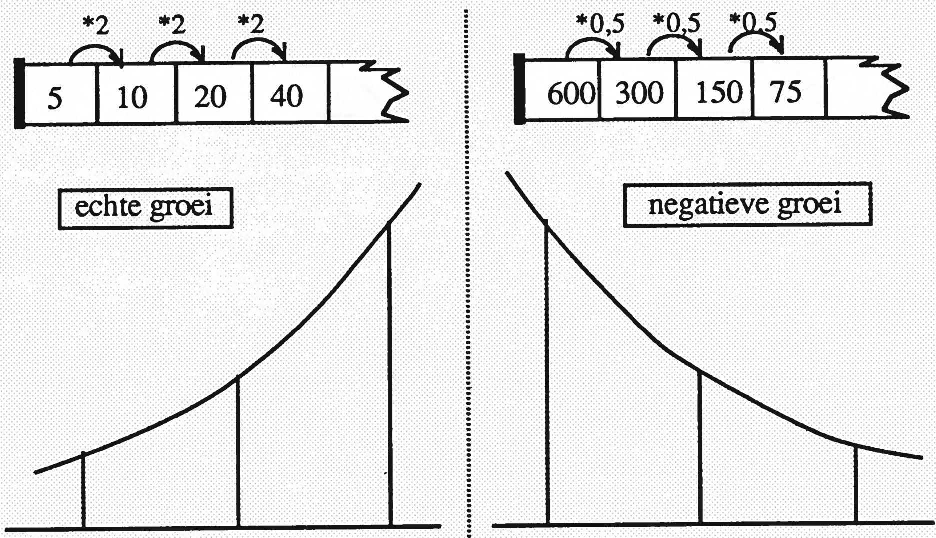
Laat zien dat de oppervlaktes in dit plaatje een exponentiële groei vertonen.

9> Welke formule hoort bij de oppervlakte van het vierkant dat je na n stappen krijgt?

10> De groei van deze vierkanten kun je in verband brengen met de groei van het eendekroos in de vijver. Leg dat eens uit.

11> Hoe groeien de **zijden** van de vierkanten in het plaatje? Welke formule hoort hier bij?

Voorbeelden van exponentiële groei



Formule: $5 * 2^n$

Formule: $600 * 0{,}5^n$

Kenmerkend voor exponentiële groei:

Bij gelijke stappen horen gelijke groeifactoren

Van alles doorelkaar

Dit boekje ging over **exponentiële** groei. Het vorige ging over **gelijkmatige** groei.

12> Schrijf nog eens in eigen woorden op hoe je kunt ontdekken of je met één van deze twee soorten van groei te maken hebt.

Behalve gelijkmatige en exponentiële groei zijn er nog veel meer soorten. In de volgende opgave staat van alles doorelkaar.

13> Onderzoek bij elk van de volgende stroken of je te maken hebt met: **gelijkmatige** groei of met **exponentiële** groei of met nog een **ander soort** groei. Vul, als je dat kunt, ook het volgend getal in elk van de stroken in.

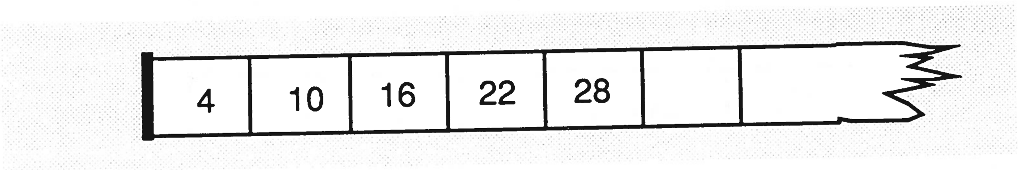
A	236	232	228	224	...	....
B	180	188	198	210	...	....
C	64	96	144	216	...	....
D	211	211	211	211	...	....
E	188	213	260	304	...	....
F	512	384	288	216	...	....
G	49	64	81	100	...	....
H	206	213	220	227	...	....

Overeenkomsten en verschillen tussen gelijkmatige en exponentiële groei

> Voor het zelf bedenken van een strook met gelijkmatig groeiende getallen kun je het volgend 'recept' nemen:
>
> - Neem een **begingetal**
> - Doe telkens PLUS een vast getal, het **verschil**
>
> Uit dit recept kun je omgekeerd een 'test' halen om uit te zoeken of een bepaalde strook gelijkmatige groei vertoont:
>
> - Neem steeds twee *opeenvolgende* getallen
> - TREK die van elkaar AF
> - De uitkomst moet steeds dezelfde zijn

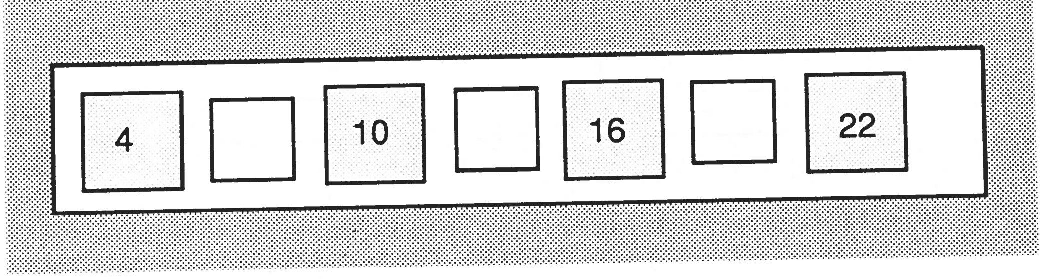
Eigenlijk heb je deze test in het vorige boekje al verschillende keren uitgevoerd. Nu komen nog wat nieuwe vragen.

14> Eerst over deze strook:



a Welke formule hoort hierbij?

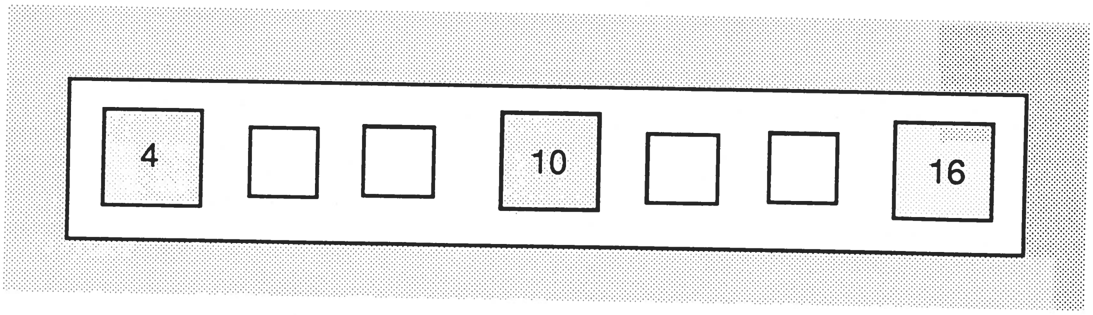
b Anton knipt de hokjes van deze strook los en plakt ze daarna met een tussenruimte op een nieuwe strook.



Welke getallen moet hij in de hokjes zetten om weer een gelijkmatig groeiende strook te krijgen?

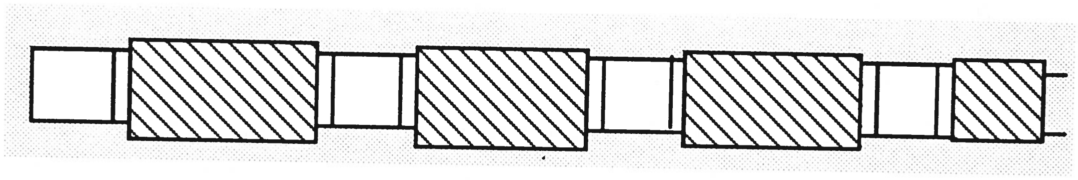
c Welke formule hoort bij de nieuwe strook?

d Doe hetzelfde nog eens, maar nu met **twee** hokjes ertussen:



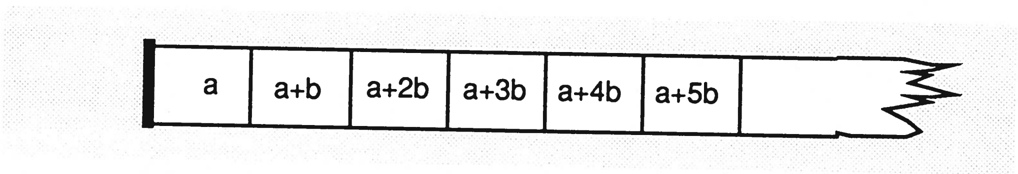
e Welke formule hoort hierbij?

15> Maak eens een strook met gelijkmatig groeiende getallen, teken minstens 20 hokjes. Bedek nu steeds drietallen opeenvolgende hokjes:



a Vertoont het deel van de strook, dat nog zichtbaar blijft, ook weer een gelijkmatige groei? Waarom?

b Ellen legt dit uit door in de hokjes het volgende in te vullen:



Begrijp je wat ze hiermee bedoelt?

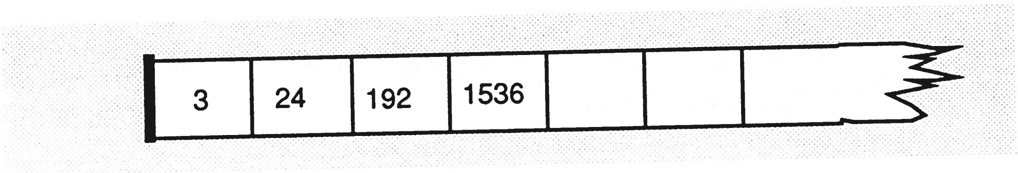
c Welke formule hoort bij de nieuwe strook van Ellen?

16> a Lees nog eens het 'recept' door voor het maken van **gelijkmatig** groeiende stroken.

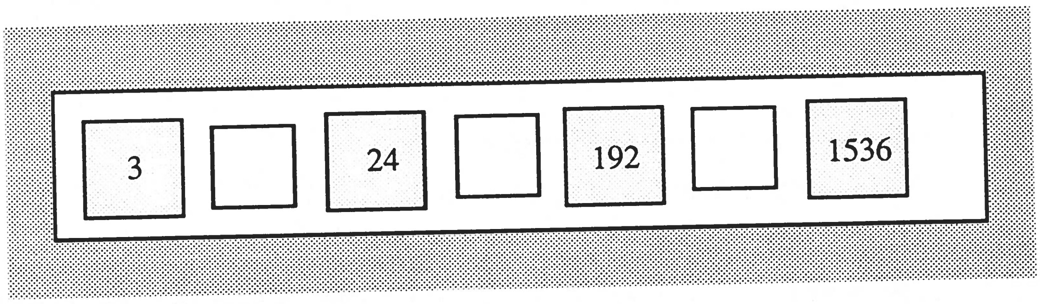
b Maak zelf een soortgelijk 'recept' voor het maken van **exponentieel** groeiende stroken c Leid uit dit recept zelf een 'test' af, waarmee je kunt onderzoeken of een strook getallen exponentieel groeit.

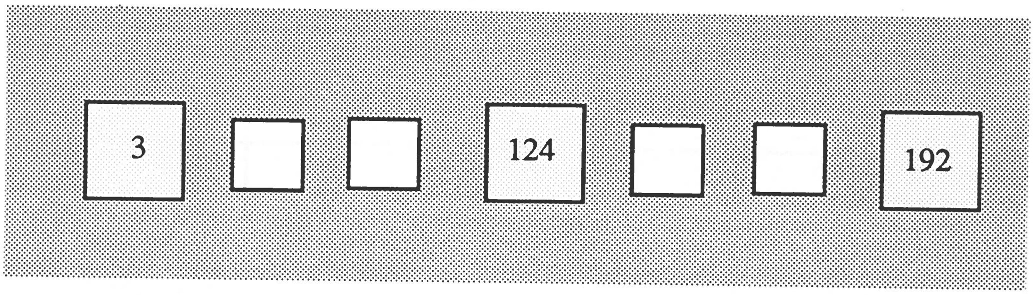
d Schrijf wat je hebt gevonden netjes op binnen het kadertje:

37> Beantwoord dezelfde vragen als bij opgave 31 nu ook eens voor de strook:

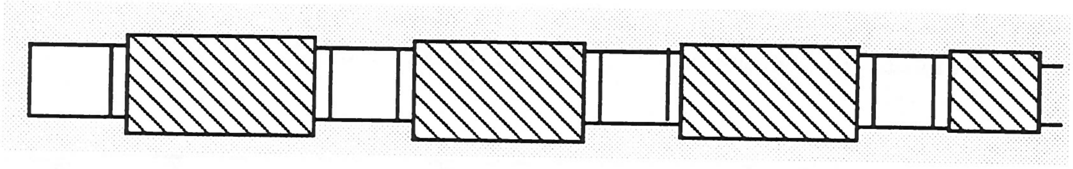


Gebruik daarbij de volgende stroken om in te vullen.

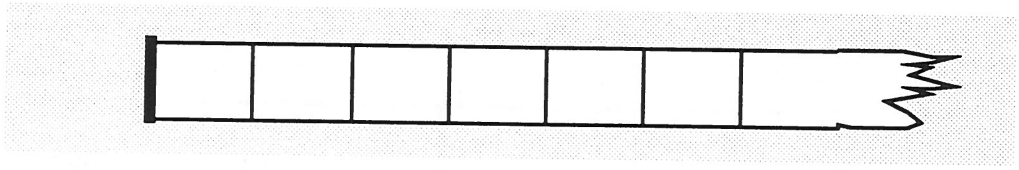




18> Maak dezelfde opgave als opgave 32, maar nu voor exponentieel groeiende stroken.

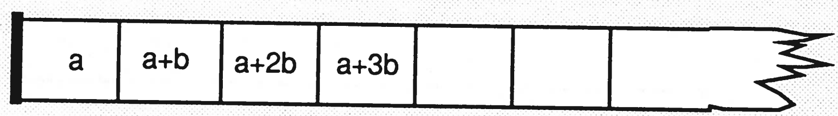


Welke strook zou Ellen in dit geval maken?

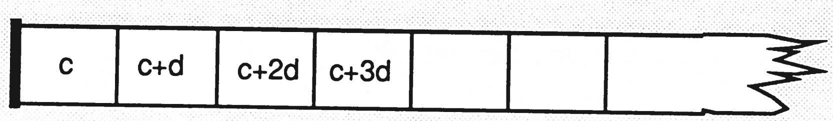


19> Twee gelijkmatig groeiende stroken:

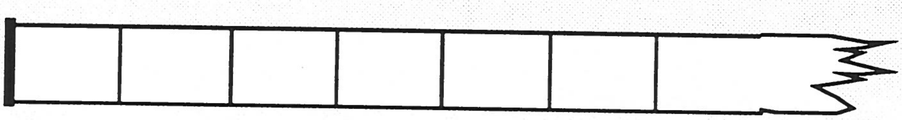
S



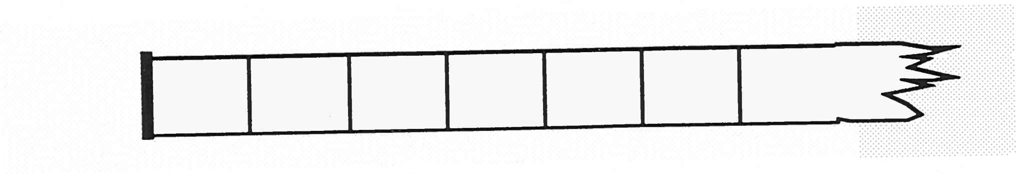
T



Maak de strook S + T. Vul de hokjes in de nieuwe strook zo in, dat je meteen kunt zien dat je weer met een gelijkmatig groeiende strook te maken hebt.

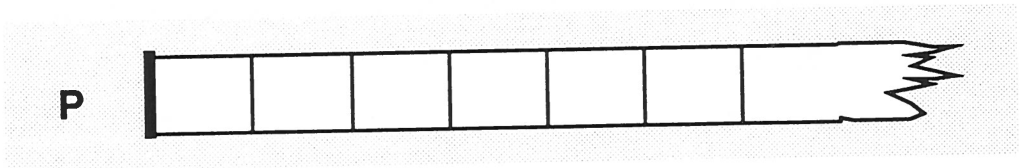


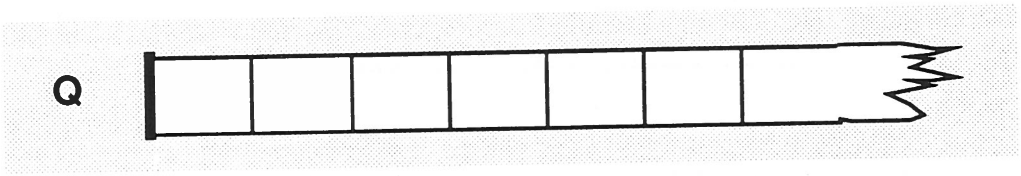
20> S is weer de strook uit opgave 19. Maak de strook die hoort bij 3*S.



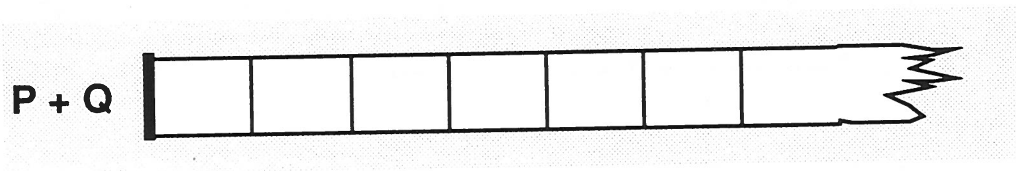
Hoe kun je aan de nieuwe strook snel zien dat je weer met een gelijkmatig groei te doen hebt?

21> Maak zelf twee exponentieel groeiende stroken P en Q.

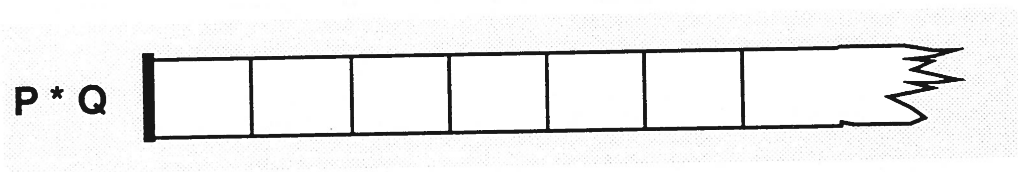




a Onderzoek of P + Q ook weer een exponentiële strook is.

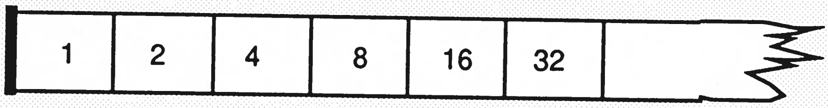


b Is P * Q ook weer exponentieel?



c En de strook 10 * P ?

22> a Je kent de strook voor 2^n.



Iemand vraagt je welke waarde van n je moet kiezen om te zorgen dat **$6 * 2^n$** gelijk wordt aan 192. Kun je dat met deze strook uitzoeken?

b **$14 * 3^n = 91854$**. Wat is ***n***?