

WISKUNDE B-DAG 2001

23 november

9.00 – 16.00 uur



Stel je voor:

Met een jeep wil je een grote woestijn door. Water, voedsel en benzine is er eindeloos op je startplek, maar onderweg is er echt helemaal niets. Je jeep kan niet genoeg voorraad meenemen om in één keer door de woestijn te komen, bij lange na niet.

Wat te doen? Kun je er toch door komen?



Deze wiskunde B-dag wordt gesponsord door **Texas Instruments**

Inleiding op de opdracht

Op de voorpagina staat eigenlijk een korte samenvatting van het probleem waar je vandaag aan gaat werken: het meenemen van voorraden die onderweg nodig zijn. We richten de aandacht alleen op de benodigde benzinevoorraad; water en voedsel laten we buiten beschouwing.

Je kunt niet op één tank door de hele woestijn rijden. Dus moeten op één of meer locaties langs de route benzinedepots worden aangelegd. Uiteindelijk wil je het wel zo voordelig mogelijk doen: de totale hoeveelheid gebruikte benzine moet zo klein mogelijk zijn.

Op deze Wiskunde B-dag ga je aan dit probleem werken en onderzoeken op welke manier je het voordeligst door de woestijn komt en ook of je elke willekeurige afstand zou kunnen overbruggen.

Een goede manier van werken is eerst eenvoudige gevallen te onderzoeken en door te rekenen, vervolgens eens na te denken of elke afstand wel overbrugd kan worden en daarna te kijken of je een plan van aanpak kunt maken dat je, bij uitvoering ervan, zo voordelig mogelijk door een grote woestijn kan helpen.

De opdracht is daarom onderverdeeld in drie stukken:

- Deel A: twee kleinere, precies geformuleerde problemen die je nauwkeurig gaat oplossen,
- Deel B: een onderzoek of je (in theorie) elke willekeurige afstand zou kunnen overbruggen,
- Deel C: het maken van een plan van aanpak en een groot, precies geformuleerd, slotprobleem.

Afbakening van het probleem

Je staat met een jeep aan de rand van de woestijn. In de hele woestijn is geen tankstation aanwezig. Op je eindbestemming is weer voldoende benzine voorhanden. Je zult dus alles wat je onderweg nodig hebt vanuit het beginpunt moeten transporteren. We maken een aantal aannames die gedurende de gehele opgave zullen gelden.

- Per gereden afstand verbruikt de jeep steeds dezelfde hoeveelheid benzine, ongeacht de belasting van de jeep of de gesteldheid van de weg.
- De jeep gaat niet stuk onderweg.
- De jeep heeft één tank. De benzine in de tank wordt verbruikt tijdens het rijden en wordt ook gebruikt voor het vullen van de depots.
- Er wordt langs één weg gereden.
- Er kunnen langs de weg op elke plek depots aangelegd worden. Hoe dat gebeurt, wordt buiten beschouwing gelaten.

Zulke aannames zijn nodig om het probleem hanteerbaar te houden.

Er zijn ook keuzes mogelijk, zoals: leg je de depots aan op onderling gelijke afstanden of laat je toe dat de onderlinge afstanden verschillend zijn.

Het kan zijn dat je gedurende deze dag nog andere aannames of keuzes maakt. Zorg dat duidelijk is welke dat zijn en leg uit waarom je ze maakt. Geef ook aan wanneer je er gebruik van maakt.

Eindopdracht

Het is de bedoeling dat je om uiterlijk 16.00 uur een werkstuk inlevert waarin het werken aan de verschillende onderdelen in samenhang wordt besproken.

Beschrijf eerst duidelijk voor welk type probleem je een plan van aanpak hebt gemaakt. Maak dit duidelijk aan de hand van voorbeelden. Geef ook aan waarom het maken van een plan van aanpak handig is.

Zorg dat het duidelijk is voor de lezers welke aannames je maakt. Geef ook aan op welk moment je er gebruik van maakt. Onderbouw waarom je deze aannames hebt gebruikt.

Laat zien waarom het plan van aanpak een zuinige oplossing geeft. Vergelijk eventueel met een eerder gemaakt plan van aanpak dat minder goed was, om de sterke punten van het definitieve plan aan te geven.

Schroom niet om ook aan te geven waar nog mogelijkheden voor verbetering in het plan van aanpak zitten. Leg uit waarom je denkt dat je ideeën tot verbetering kunnen leiden.

Zorg voor duidelijke beredeneringen en argumentaties van een oplossing en geef dus niet alleen maar eindantwoorden.

Kortom:

Beschrijf in de vorm van een zelfstandig leesbaar werkstuk jullie onderzoek en uiteindelijke plan van aanpak op een zodanige manier,

- **dat het voor de lezer duidelijk is welke aannames gemaakt zijn,**
- **dat de lezer overtuigd wordt, dat jullie aanpak de voordeligst mogelijke is,**
- **dat blijkt hoe jullie plan van aanpak in een voorbeeldsituatie uitwerkt en tot welke benodigde hoeveelheid benzine dat leidt,**
- **dat de inleidende problemen A, B en C en hun oplossingen deel uitmaken van het werkstuk als geheel, en dus niet als losse opdrachten erbij hangen.**

Een zelfstandig leesbaar werkstuk is een werkstuk dat gelezen kan worden zonder enige andere voorkennis.

Het werkstuk moet dus begrijpelijk zijn voor mensen die de opgave niet gezien hebben. Zorg dus voor een duidelijke probleemstelling en uitwerking van het probleem in je werkstuk. Je mag er wel van uit gaan dat de lezers voldoende verstand van wiskunde hebben om de wiskundige inhoud te kunnen begrijpen.

Het werkstuk moet **geprint** worden of met **zwarte pen** geschreven, in verband met het kopiëren.

In je werkstuk kun je figuren opnemen, maar deze moeten ook geprint zijn of met zwarte pen gemaakt.

Maak duidelijk door middel van goede verwijzingen bij welk deel van de tekst de figuren horen.

Beoordeling

Het werkstuk wordt beoordeeld op drie punten:

1. Wiskundige inhoud; zorg ervoor dat deze compleet en correct is.
2. Presentatie; denk aan opbouw, leesbaarheid en verzorging van het werkstuk.
3. De gevonden hoeveelheid benzine van het slotprobleem. Zorg er dus voor dat deze zo klein mogelijk is.

Werkwijzer voor de wiskunde B-dag

Deze opdracht bestaat uit drie delen en een eindopdracht. De drie delen A, B en C bestaan elk uit twee deelopdrachten. De deelopdrachten zijn bedoeld als onderdelen van de eindopdracht. Je moet bij de eindopdracht gebruiken wat je in deelopdrachten hebt onderzocht en daar helder verslag van doen. Hieronder volgt een globale tijdsindeling, die kan helpen de beschikbare tijd goed te beheren.

In deel A ga je twee precies geformuleerde problemen nauwkeurig oplossen. Besteed hieraan ca. twee uur.

In deel B onderzoek je of je elke willekeurige afstand kunt overbruggen. Besteed hieraan ca. één uur.

In deel C maak je een plan van aanpak en je lost daarmee een probleem op. Besteed hieraan ca. twee uur.

In de eindopdracht maak je een werkstuk van alles wat je gedaan hebt. Dit is veel werk! Begin hier uiterlijk om 14.00 aan.

Tips

- Lees eerst alle opdrachten door om een voorlopig overzicht van de werkzaamheden te krijgen.
- Verdeel waar mogelijk de taken.
- Maar zorg ervoor dat je vooral bij probleem B2 samen in discussie gaat; dat helpt zeker om een goede redenering te vinden en die helder op papier krijgen.
- Reserveer voldoende tijd voor de eindopdracht!

VEEL SUCCES!!

Deel A: Startproblemen

A1

Er is een afstand van 1100 kilometer te overbruggen met een jeep die in totaal 100 liter kan meenemen. De wagen rijdt 1 op 10, dat wil zeggen dat hij 1 liter verbruikt voor elke 10 kilometer die hij aflegt. Je moet dus (minstens) één depot aanleggen. Ga er voor deze opgave van uit dat je één depot aanlegt. Doe dat zo, dat de totale hoeveelheid benodigde benzine om de 1100 kilometer te overbruggen zo klein mogelijk is.

Illustreer je berekeningen en redeneringen met goede figuren.

A2

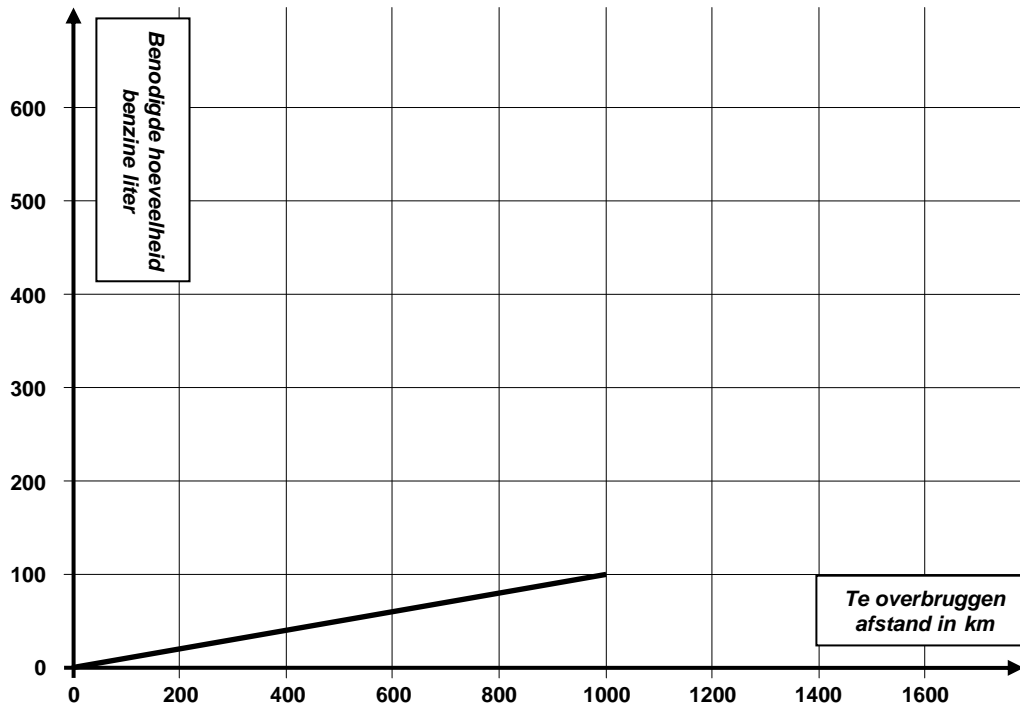
Er is een afstand van 1600 kilometer te overbruggen met een jeep die in totaal 100 liter kan meenemen. De wagen rijdt 1 op 10. Je moet misschien wel meer dan één depot aanleggen. Doe dat zo, dat de totale hoeveelheid benodigde benzine om de 1600 kilometer te overbruggen zo klein mogelijk is.

Illustreer je berekeningen en redeneringen met goede figuren.



Deel B: Is het mogelijk?

Hieronder zie je een deel van een grafiek getekend. De (minimale) hoeveelheid benzine die nodig is om de afstand af te leggen is uitgezet tegen de afstand. Het eerste deel van de grafiek, van 0 tot 1000 km, is getekend.



B1

Maak de grafiek af tot 1600 km door de waarden van de (volgens jou) minimale hoeveelheid benodigde benzine uit te zetten tegen de afstand die moet worden overbrugd.

Leg uit hoe jullie tot deze grafiek komen en waarom de grafiek de gevonden vorm vertoont.

Opmerking: Bovenstaande grafiek is vergroot als bijlage bijgevoegd.

Waarschijnlijk heb je gemerkt dat de grafiek erg snel stijgt. Misschien is het wel zo dat de grafiek zo snel stijgt dat hij op zeker moment oneindig hoog wordt, zoals bijvoorbeeld gebeurt bij de grafiek van

$$f(x) = \frac{1}{2000 - x}$$

Een belangrijke vraag is dus:

kun je eigenlijk wel elke afstand overbruggen of houdt het gewoon ergens op?

Opdracht B2 is bedoeld om te laten zien dat het in theorie wél kan. Bedenk dat het in B2 niet om een optimale oplossing gaat, maar om het feit dat het bij elke afstand mogelijk is met een eindige hoeveelheid benzine.

B2

1. Laat zien dat het zonder tussendepot mogelijk is om elke willekeurige hoeveelheid benzine en de jeep op 100 km van het startpunt te krijgen.
2. Probeer met elkaar een sluitende redenering te vinden dat je elke willekeurige afstand (door het aanleggen van voldoende depots) kunt overbruggen.

Deel C: Plan van Aanpak

Uit de delen A en B heb je misschien een beetje gevoel gekregen hoe het jeepprobleem in elkaar steekt. Misschien heb je zelfs wel een handige methode om de totale hoeveelheid benodigde benzine uit te rekenen. De totale hoeveelheid benzine die nodig is om een afstand te overbruggen hangt af van waar je de depots neerzet. Het is nu de bedoeling dat je beschrijft hoe je voor een willekeurige gegeven afstand beslist *hoeveel* depots je aanlegt en *waar* je ze plaatst. Het gaat er daarbij om dat je de totale hoeveelheid benodigde benzine om de afstand te overbruggen zo klein mogelijk houdt.

C1

Maak een plan van aanpak waaruit duidelijk wordt waar je depots neerzet als je een bepaalde afstand wilt overbruggen. Leg uit hoeveel benzine je in elk van de depots plaatst. Maak ook in je plan van aanpak duidelijk hoe je de totale hoeveelheid benzine, die nodig is om de afstand te overbruggen, bepaalt. Denk aan het feit dat je deze hoeveelheid wilt minimaliseren.

C2

Er is een afstand van 3000 kilometer te overbruggen met een jeep die maar 100 liter kan meenemen. De wagen rijdt 1 op 10. Laat aan de hand van je plan van aanpak zien waar de depots komen te staan en hoeveel benzine je in totaal nodig hebt om de afstand te overbruggen.

Het is van groot belang dat uit je hele aanpak blijkt dat met jouw gevonden hoeveelheid het doel bereikt kan worden. Verder ben je in competitie met andere Wiskunde B-Daggers.

Wie de kleinst mogelijke hoeveelheid vindt, heeft een streepje voor!

De eindopdracht van deze Wiskunde B-dag staat beschreven op pagina 2.

Sterkte met het schrijven van het werkstuk!!!

