

november 1991

experimentele versie

W 12
16



Freudenthal instituut
Oerarchie

Draaiende molens

Leerlingentekst



TECHNISCHE GEGEVENS VAN HET WINDPARK IJSSELMIJ

locatie	Noordoostpolder nabij Urk
aantal windturbines	25
opstelling	lijnopstelling langs de dijk
onderlinge afstand	125 meter
totale lengte park	3 kilometer
totaal elektrisch vermogen	7500 kW
koppeling elektriciteitsnet	10 kV
verwachte opbrengst	10.000.000 kWh per jaar

Technische gegevens van de windturbine

type	HMZ-Windmaster
rotordiameter	25 meter
rotor ashoogte	30 meter
nominaal vermogen	300 kW
vermogenssturing	bladhoekregeling
start windsnelheid	5,5 m/s
stop windsnelheid	25 m/s
windsnelheid bij nominaal vermogen	15,5 m/s
maximale windsnelheid (stilstaand)	50 m/s

Rotor

aantal bladen	3
draairichting	rechtsom
positie ten opzichte van mast	up-wind
materiaal	glasvezelversterkt polyester
rotortoerental	52 omw/min.
tipsnelheid	68 m/s
bladhoekverstelling	hydraulisch aangedreven

Aandrijfsysteem

tandwielkast	3-traps
overbrenging	1 : 29
generator	asynchroon; 300 kW
spanning/frequentie	380 V/50 Hz

Remsysteem

aerodynamisch	via bladhoekverstelling
mechanische noodrem	schijfrem op snelle as

Kruimechanisme

type	actief en gedempt vrij
aandrijving	hydraulische motor

Constructie

gondel	zelfdragend op kruilager
mast	conisch geplooid buismast
fundatie	betonplaat op 8 heipalen
totaal gewicht (exclusief fundatie)	28.000 kg

Colofon

Realisatie	: stfd. Energiebureau en Public Relations IJsselmij
Vormgeving	: Igo Pieters
Foto's	: Rob Lucas
Druk	: Zalsman grafisch bedrijf bv, Kampen

Voor verdere informatie:
nv Energiebedrijf IJsselmij
Postbus 80
8000 AB Zwolle
Afd. Energiebureau
Telefoon 038/97 14 44

nv Energiebedrijf IJsselmij

Publikatie van het team W12-16
onder verantwoordelijkheid van de
Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs

Ontwerp: Anton Roodhardt en Pieter van der Zwaart

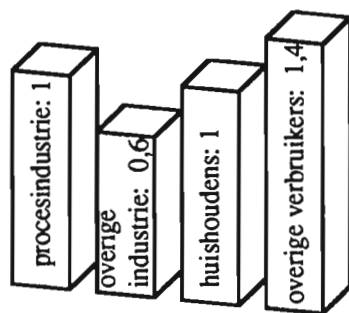
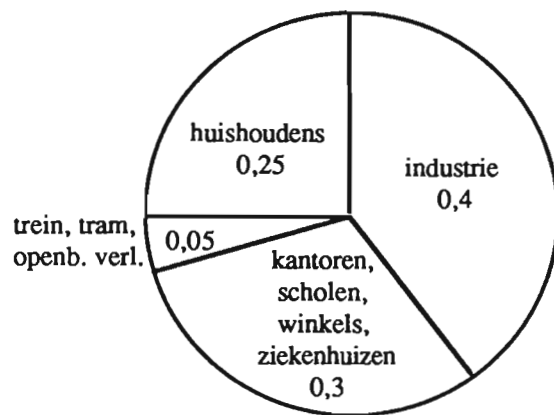
Ruimte voor windenergie

Sinds 1987 staat in de Noordoostpolder een windpark. 25 windturbines produceren daar een hoeveelheid elektrische stroom die voldoende is voor 3000 huishoudens.

Windenergie is een schone vorm van energie. Veel schoner dan de andere elektriciteitscentrales. Het zou dus prachtig zijn als heel Nederland op windenergie kan draaien. Kunnen we ook veel minder olie importeren.

1. Nederland heeft ongeveer 6.000.000 huishoudens. Hoeveel van deze windturbines zijn nodig om alle Nederlandse huishoudens van stroom te voorzien?

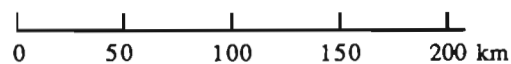
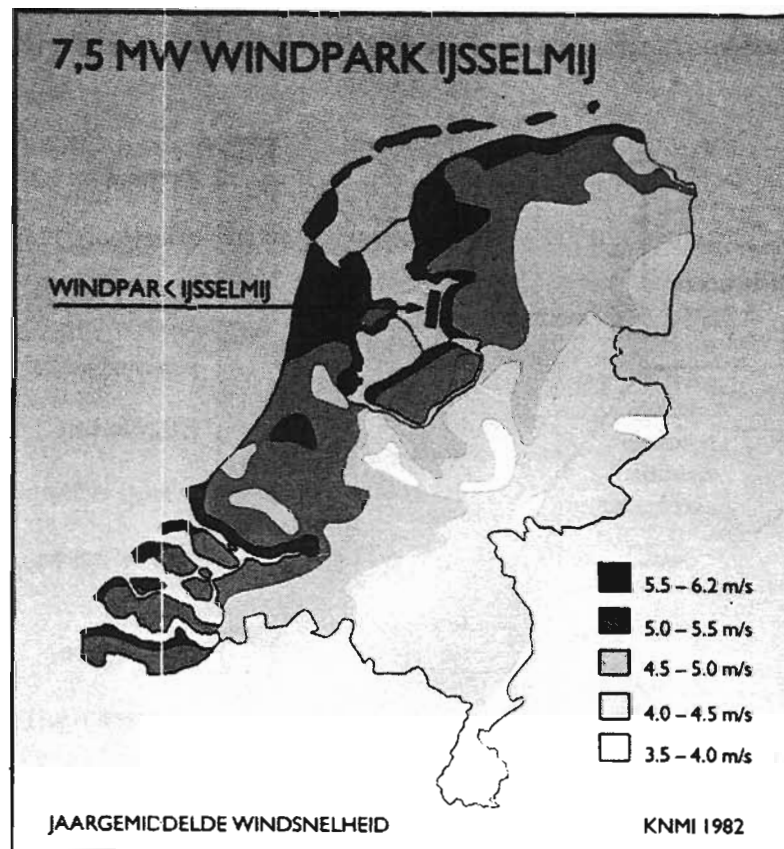
Niet alleen huishoudens hebben stroom nodig. Bedrijven, kantoren, scholen, noem maar op, zij gebruiken allemaal hun portie stroom. Hieronder staat informatie over de verdeling van de diverse porties.



	metaal	11.0
	chemie	6.0
	voedsel, drank, tabak	3.6
	papier en karton	1.3
	raffinaderijen	0.7
	overige industrie	3.6
	totaal industrie	26.2
	trein en tram	1.3
	openbare verl., polder bemaling	1.1
	huishoudens	16.4
	overige verbruikers	21.0
	totaal	66.0

2. a Welk deel van het stroomverbruik in Nederland komt ongeveer voor rekening van de huishoudens?
 b Welke grafiek heb je daarvoor gebruikt? Waarom?
 c Hoeveel van de genoemde windturbines zijn nodig om heel Nederland van stroom te voorzien?

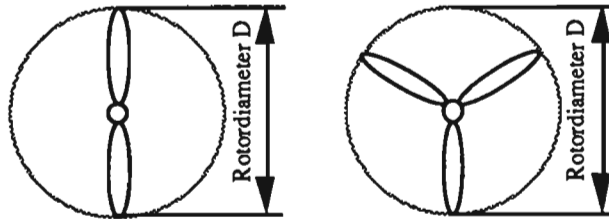
3. a De lengte van het windpark in de Noordoostpolder is 3 km. (De turbines staan op een onderlinge afstand van 125 meter.)
 Hoeveel kilometer windpark is nodig om Nederland van windenergie te voorzien?
- b De elektriciteitsmaatschappijen verwachten maximaal zo'n 10% van de behoefte aan elektriciteit uit wind te kunnen halen.
 Hoeveel turbines heb je dan ongeveer nodig?
- c Hoe lang zal dat windpark bij elkaar dan zijn?
- d Past dat ongeveer op de kaart van Nederland? (Men plaatst alleen turbines daar, waar de gemiddelde windsnelheid hoger is dan 5,5 m/s.)



4. Het ruimteprobleem is één reden waarom Nederland niet op windenergie alleen kan draaien.
 Kun je nog andere redenen verzinnen?

Groeiende wieken

Een manier om het vermogen van een windturbine op te voeren is het vergroten van de rotordiameter. (Op dit moment heeft een turbine in Zweden de grootste rotordiameter, te weten 100 meter.)



Het verband tussen de rotordiameter en het vermogen kun je aangeven met een formule:

$$P = 66D^2 \quad (\text{deze formule is geldig bij een windsnelheid van } 8 \text{ m/s})$$

In deze formule is **P** het vermogen in watt. **D** is de rotordiameter in meter.

(Sommige turbines leveren iets meer, andere iets minder. Dit is afhankelijk van het ontwerp.)

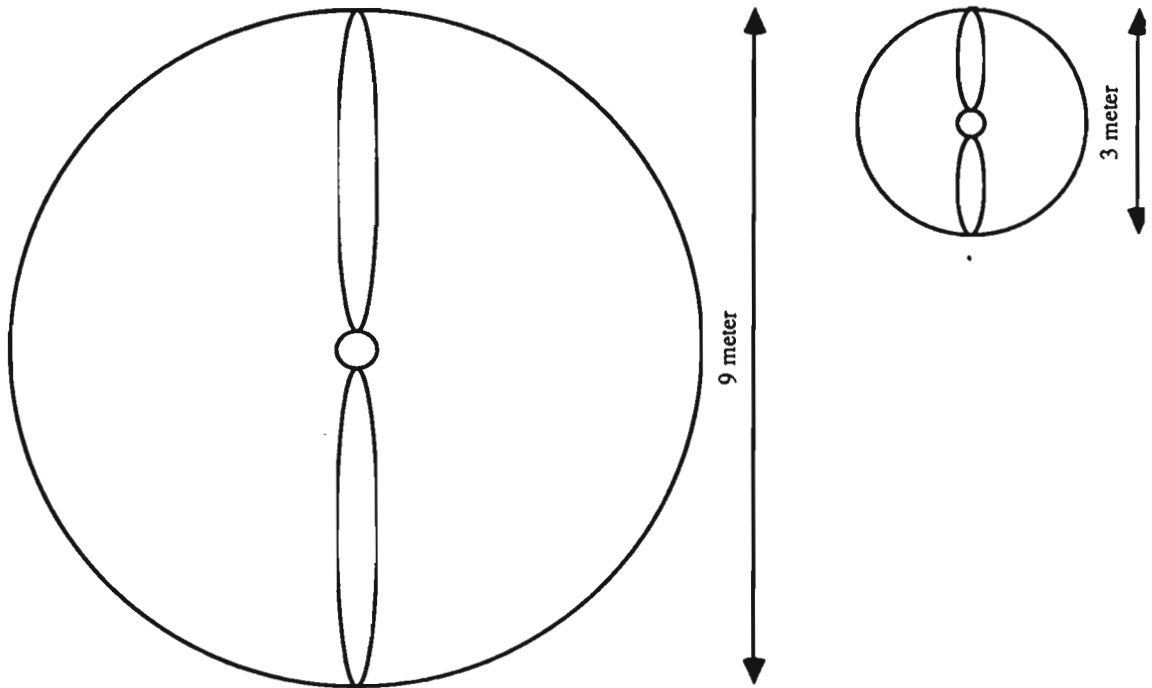
5. Vul deze tabel in (een huishouden heeft een vermogen van ongeveer 375 watt nodig):

Rotordiameter D (in m)	Vermogen P (in watt)	Aantal huishoudens
3		
4		
6		
9		
18		
25		

6. Van een rotordiameter van 3 meter naar één van 6 meter is twee keer zo groot.

- Wordt het vermogen dan ook twee keer zo groot?
- Hoeveel keer zo groot dan wel?
- Kun je dat met behulp van de formule uitleggen?
- Hoe verandert het aantal huishoudens?

7. Hieronder staat een rotor met een diameter van 9 m en een van 3 meter (schaal 1 : 100).
- Hoeveel rotoren met een diameter van 3 m moeten er staan voor hetzelfde vermogen als één rotor van 9 meter?
 - Kun je dat uitleggen met behulp van de formule?
 - Kun je dat uitleggen aan de hand van de tekening?



8. a Geef nu met behulp van de tabel het vermogen van een turbine met een rotordiameter van 8 meter.
- Controleer je antwoord met behulp van de formule.
 - Hoeveel rotoren met een diameter van 2 meter zijn dat?

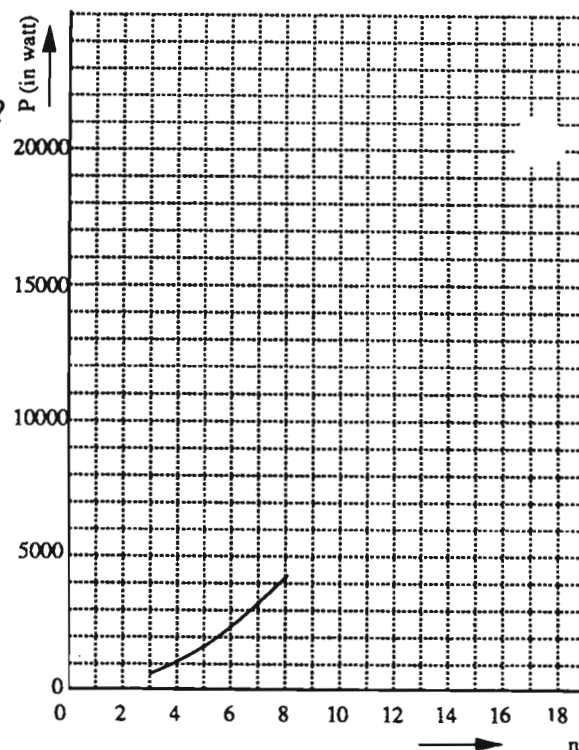
9. Dit stukje grafiek past bij de formule:

$$P = 66D^2 \text{ (windsnelheid 8 m/s.)}$$

Maak de grafiek op werkblad 1 af.

10. Een fabriek levert turbines met rotoren vanaf 2,5 meter.

- Welk vermogen hoort daarbij, volgens de grafiek?
- Controleer je antwoord met de formule.



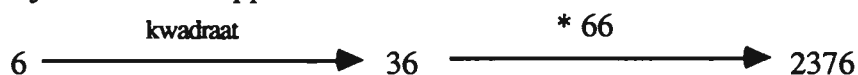
11. Iemand heeft een vermogen van 10000 watt nodig.
Welke rotordiameter adviseer je?
12. a Controleer je advies met behulp van de formule.
b Wijk je meer dan honderd watt van het gevraagde vermogen af?
Maak dan een nieuwe schatting net zo lang tot je minder dan 100 watt verschilt met de aanvraag.
13. In een andere grafiek staat horizontaal het vermogen en verticaal de rotordiameter.
a Teken deze grafiek in het bijpassende rooster op werkblad 1.
b Met een beetje wenden en keren past deze grafiek precies op de andere grafiek op het werkblad.
Probeer maar.
c Verklaar hoe het komt dat de grafieken precies op elkaar passen.
d Waarom passen deze grafieken niet op de grafiek op de vorige bladzijde?
14. De volgende aanvragen komen binnen: Een turbine voor 2500 watt en één voor 20 000 watt.
a Maak een schatting van de rotordiameter voor iedere aanvraag.
b Controleer je advies en stel eventueel bij tot op 100 watt nauwkeurig.
15. a Je hebt een turbine met een vermogen van 2500 watt. Is de rotor van een turbine van 10 000 watt vier keer zo groot?
b Waarom?
16. a Heel Nederland heeft een vermogen nodig van ongeveer 9 000 000 000 watt.
(Narekenen mag, maar het hoeft niet.)
Hoe groot zou de rotor van de bijbehorende windturbine moeten zijn?

Formules en rekenstappen

Het antwoord op de vorige vraag is niet meer uit de grafiek te halen.

Een manier om dat antwoord te vinden gaat op de volgende manier:

Als je voor de rotordiameter 6 meter invult in de formule ($P = 66 * D^2$) en je berekent het vermogen, dan maak je deze rekenstappen:



17. Geef de rekenstappen voor de berekening van het vermogen bij een rotordiameter van 4 meter:



18. a Welke rekenstappen gebruik je als je terugrekent vanaf 2376 watt?



- b Reken op deze manier terug van 2000 watt en van 18000 watt.
- c Controleer je antwoorden met behulp van de grafiek.

19. a De Nederlandse gezinnen hebben samen 2 250 000 000 watt nodig.

Bereken op deze manier de rotordiameter van een bijbehorende turbine.

- b Controleer met deze methode de berekening van de rotordiameter voor heel Nederland?
- c Hoe groot wordt de rotor voor één huishouden? (375 watt)

Ook andere formules kun je uiteen leggen in rekenstappen.

20.a Deze formule geldt bij het huren van een auto:

$$\text{huurprijs} = 0,30 * \text{kilometers} + 45$$

Bereken de huurprijs als je 250 km moet rijden.

- b Geef de rekenstappen die je daarbij maakt.
- c Je wilt niet meer dan f 150,-- betalen. Gebruik de rekenstappen om er achter te komen hoeveel kilometer je kunt rijden.

21. Bij het berekenen van de oppervlakte van een cirkel ($O = \pi r^2$) maak je ook rekenstappen.

- a Geef de rekenstappen bij de berekening van de oppervlakte van een cirkel met straal 5.
- b Welke rekenstappen maak je bij de berekening van de straal van een cirkel met oppervlakte 1750?

22. Een andere formule is: $K = (V - 4)/10$.

- a Je vult voor V het getal 36 in. Geef de rekenstappen die je maakt bij het berekenen van K .
- b Neem voor K het getal 22. Welke rekenstappen gebruik je om V uit te rekenen?

Formules en tegenformules

Het terugrekenen bij een formule kun je samenvatten in een zogenaamde tegenformule. Daartoe leg je de formule eerst uiteen in rekenstappen.

Bijvoorbeeld bij de formule van de windturbine $P = 66D^2$.

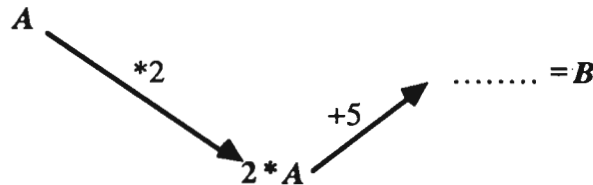
Je kunt de rekenstappen als volgt opschrijven:

$$D \xrightarrow{\text{kwadraat}} D^2 \xrightarrow{* 66} 66D^2 = P$$

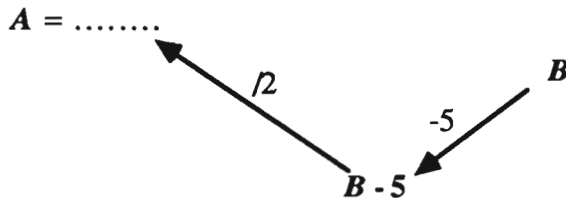
('Je start met D er in en P komt er uit.')

23. Beschrijf op dezelfde manier de formules uit opdracht 21 en 22 met rekenstappen.

24. a Welke formule staat hier uitgeschreven in rekenstappen?



b Hier staat hoe je terugrekent. Welke formule hoort erbij?



c De formule uit a heeft als tegenformule de formule uit b. Wat is de tegenformule van de formule uit b?

25. Heb je een formule uitgeschreven in rekenstappen, dan kun je de tegenformule ook maken, net als in opdracht 22.

Maak de tegenformule bij:

a $O = \pi r^2$.

b $K = (V - 4)/10$.

26. a Bij de formule van de windturbine: $P = 66D^2$ past ook een tegenformule. Welke?

b Je hebt eerder in dit lespakket de grafiek van de tegenformule getekend. Welke grafiek is dat?

Er waait een andere wind

De windsnelheid in Nederland hangt sterk af van de plaats waar je bent. Kijk maar naar het plaatje op bladzijde 4.

27. De formule $P = 66D^2$ en de bijbehorende grafiek horen bij een windsnelheid van 8 m/s.
- Wat zal er gebeuren met het vermogen als de windsnelheid toeneemt?
 - Wat zal er dan met de grafiek gebeuren?

28. Bij een windsnelheid van 10 m/s hoort deze formule:

$$P = 129D^2$$

- Kun je nu aan de formule zien, dat de grafiek doet wat je zopas hebt gezegd?
- Teken de grafiek van deze formule bij de grafiek van $P = 66D^2$ op werkblad 1.
- Wat zal er gebeuren met de grafiek bij nog hogere windsnelheden?
- En wat gebeurt er met de formule?
- Hoe veranderen grafiek en formule als je een steeds lagere windsnelheid neemt?

De invloed van de windsnelheid op het vermogen is ook te vangen in een formule. Zo'n formule geldt steeds voor een bepaalde rotordiameter:

$$P = 3,2W^3 \text{ (rotordiameter 5 m)}$$

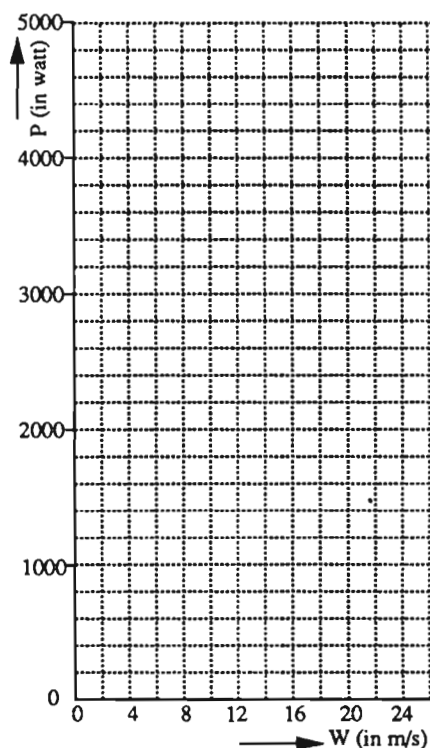
In deze formule is P het vermogen in watt. W is de windsnelheid in m/s.

29. Vul deze tabel in:

Voor een turbine met rotordiameter 5 m	
Windsnelheid W (in m/s)	Vermogen P (in watt)
2	
6	
12	
20	

30. a Van 2 m/s tot 6 m/s wordt de windsnelheid drie keer zo groot.
Hoeveel keer wordt het vermogen groter?
- Kun je met behulp van de formule verklaren hoe dit komt?
 - Hoeveel keer zal het vermogen toenemen als de wind aanwakkert van 2 m/s tot 10 m/s?
31. Wat kun je beter doen om meer elektriciteit te krijgen: een turbine nemen met een twee keer zo grote rotordiameter of naar een plaats gaan waar het twee keer zo hard waait?

32. Teken op werkblad 2 de grafiek van $P = 3,2W^3$.



Voor andere rotordiameters gelden andere formules, bijvoorbeeld:

$$P = 0,13W^3 \quad (\text{rotordiameter } 1 \text{ m}),$$

$$P = 2,1W^3 \quad (\text{rotordiameter } 4 \text{ m}),$$

$$P = 81W^3 \quad (\text{rotordiameter } 25 \text{ m}),$$

$$P = 1290W^3 \quad (\text{rotordiameter } 100 \text{ m}).$$

33. Geef bij de vorige grafiek schetsmatig aan hoe de grafieken van alle vijf de formules ten opzichte van elkaar liggen.

34. a Welk vermogen krijg je als je 5 m kiest voor D in $P = 66D^2$ (windsnelheid 8 m/s.)?
 b Welk vermogen krijg je als W gelijk is aan 8 m/s in $P = 3,2W^3$ (rotordiameter 5 m)?
 c Is dat toeval?

35. a Welke formule kies je bij de volgende vraag:
 Wat is het vermogen van een turbine met een rotordiameter van vier meter, bij een windsnelheid van 10 m/s?
 $P = 129D^2$ (windsnelheid 10 m/s) of $P = 2,1W^3$ (rotordiameter 4 m)

Er bestaat een formule die in één keer zegt hoe je het vermogen uitrekent, als je de rotordiameter én de windsnelheid weet:

$$P = 0,129 * D^2 * W^3$$

36. a Neem voor de rotordiameter 5 m en voor de windsnelheid 8 m/s. Krijg je hetzelfde antwoord als in opdracht 34?
 b De turbines uit de Noordoostpolder hebben een rotordiameter van 25 m. Daarbij hoort deze formule: $P = 81W^3$ (rotordiameter 25 m). Klopt dat met de bovenstaande formule?

Een rekenuitstapje

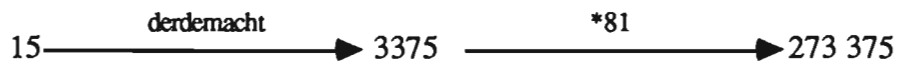
37. De turbines uit de Noordoostpolder voldoen keurig aan $P = 81W^3$ (rotordiameter 25 m). Er is echter één beperking:

Het maximale vermogen is 300 000 watt. Boven dit vermogen raakt de generator overbelast.

- Bereken bij welke windsnelheid de turbine dit vermogen bereikt.
- Hoe noemt men deze windsnelheid in de technische gegevens naast blz. 3?

In de vorige opdracht kun je niet zonder meer terugrekenen.

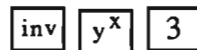
'Heen'rekenen gaat bij een rotordiameter van 15 meter als volgt:



Op het rekenapparaat:



Het rekenapparaat heeft een mogelijkheid om bij derdemachten terug te rekenen, namelijk:



Dat terugrekenen heet 'de derdemachtswortel nemen'. Samengevat:

richting	toetsen	naam	notatie
heen	y^x 3	derdemacht	\dots^3
terug	inv y^x 3	derdemachtswortel	$\sqrt[3]{\dots}$

38. Bereken op het rekenapparaat de derdemachten van de volgende getallen en controleer door middel van terugrekenen.

423; 1; 153567; 2,222; 12; 0; 0,12; 1 000 000 000

39. a Bereken $\sqrt[3]{125}$, $\sqrt[3]{6858}$ en $\sqrt[3]{2599}$?

b Hoe controleer je je antwoord?

40. Bij hogere machten gaat het terugrekenen op precies dezelfde manier.

Bereken 9^4 en controleer door middel van terugrekenen.

41. Bereken ook de volgende wortels en maak de omgekeerde opdracht:

- $\sqrt[5]{243} = \dots$ $\dots^5 = \dots$ c $\sqrt[3]{10,648} = \dots$ \dots
- $\sqrt[9]{512} = \dots$ \dots d $\sqrt[4]{20} = \dots$ \dots

42. a Op deze wijze kun je ook de 'gewone' wortel uit een getal berekenen. Hoe?

b Controleer je antwoord met behulp van drie getallenvoorbeelden.

Meer tegenformules

Met behulp van de derdemachtswortel kun je nu ook een tegenformule opstellen bij:

$$P = 81W^3 \text{ (rotordiameter 25 m)}$$

Uiteenleggen in rekenstappen geeft:

$$W \xrightarrow{\text{derdemacht}} W^3 \xrightarrow{\cdot 81} 81W^3 = P$$

43. a Vul de rekenstappen in bij het terugrekenen:

$$W = \sqrt[3]{\left(\frac{P}{81}\right)} \xleftarrow{\dots\dots} \frac{P}{81} \xleftarrow{\dots\dots} P$$

b Bepaal bij deze twee formules de tegenformules:

$$P = 3,2W^3 \text{ (rotordiameter 5 m),}$$

$$W = \sqrt[3]{\left(\frac{P}{1290}\right)} \text{ (Rotordiameter 100 m)}$$

44. a Teken op werkblad 2 de grafiek van de tegenformule van $P = 3,2W^3$ (rotordiameter 5 m).

b Past deze grafiek ook met een beetje wenden en keren precies op de grafiek van $P = 3,2W^3$?

c Waarom?

Bij het roeien in wedstrijdboten geldt de volgende formule:

$$v = 16,5 \sqrt[3]{x}$$

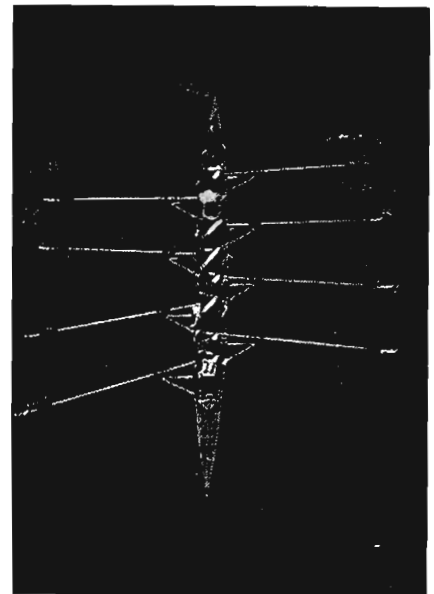
Daarbij is v de topsnelheid van een topploeg in km/u

en x is het aantal roeiers in de boot.

45. Maak de tabel en teken op ruitjespapier

de bijbehorende grafiek.

Aantal roeiers	Snelheid boot
0	
1	
2	
4	
8	



46. a Hoeveel roeiers heb je volgens de formule nodig om 20 km/u te varen?

b En hoeveel roeiers heb je nodig om twee keer zo snel te varen als een skiffeur? (Dat is iemand die alleen roeit.)

47. a Geef een formule waarmee je het benodigde aantal roeiers uitrekent.

b Gebruik de vorige grafiek om snel een grafiek bij deze formule te tekenen.

Als een olievlek

48. Na een aanvaring zinkt een grote olietanker.

De bijpassende olievlek is ongeveer een cirkel.

Bekend is, dat deze olie zich ongeveer verspreidt volgens de formule:

$$S = 10\sqrt{D}$$

In de formule is S de straal van de olievlek, D is het aantal dagen vanaf het ontstaan van de vlek.

- Bereken de straal van de olievlek na drie dagen.
- En ook na vijf dagen.
- Welke rekenstappen gebruik je?

49. Een helicopter vliegt over de olievlek en meet een diameter van 30 kilometer.

- Hoeveel dagen na de ramp was deze vlucht?
- Geef een formule die bij deze berekening past.

Droog oefenen

50. Deze formule geeft het verband tussen de variabelen a en b .

$$a = 3b + 5$$

- Hoe groot wordt a als je voor b het getal 7 invult?
- a wordt 17, hoe reken je nu b uit?
- Geef die berekening weer in een formule $b = \dots\dots\dots$

51. Geef steeds de tegenformule:

a $k = w / 3$ $w = \dots\dots\dots$

b $w = (b - 3) * 2$

c $n = k^2 + 5$

d $v = \sqrt[4]{p}$

e $d = u / 3 + 5$

f $k = 2n^5$

g $b = \sqrt[6]{r}$

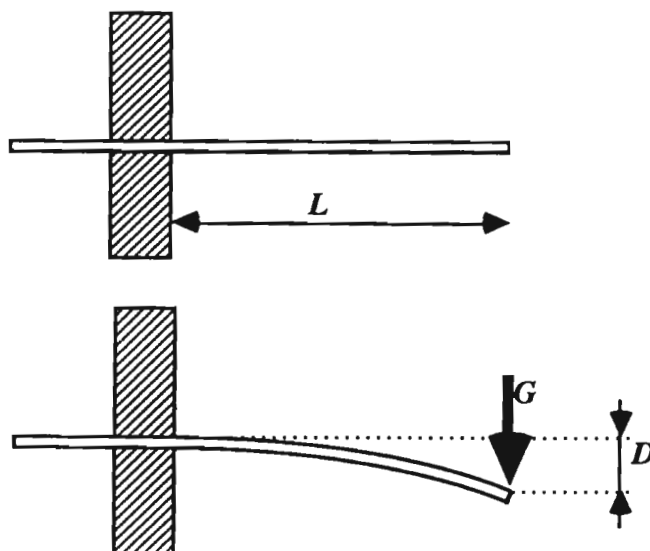
Even doorzakken

Als je op het puntje van een uitstekende staaf gaat zitten zal deze staaf altijd een beetje doorbuigen. Deze staaf kan uit de muur worden geschoven.

Met deze formule kun je de doorbuiging van een bepaalde staaf uitrekenen als je de uitgeschoven lengte en het gewicht op de punt weet:

$$D = \frac{G L^3}{30}$$

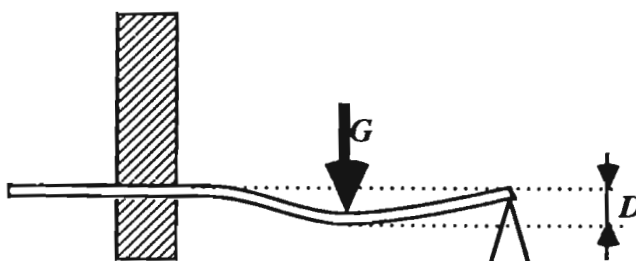
Daarbij is: D de doorbuiging in cm,
 G het gewicht op de punt in kg,
 L de uitgeschoven lengte in m.



52. a De staaf is één meter naar buiten geschoven. Hoe groot zal de doorbuiging zijn als jij op het puntje gaat zitten?
 b En als de staaf 1,5 meter naar buiten is geschoven?
 c Hoever moet je de staaf naar buiten schuiven, zodat onder jouw gewicht de doorbuiging 10 cm zal zijn?
53. a De staaf steekt twee meter uit de muur. Hoe groot moet het gewicht zijn voor een doorbuiging van 4 cm?
 b En voor een doorbuiging van 12 cm?
 c Maak een formule waarmee je het gewicht kunt berekenen als je de lengte en de doorbuiging weet.
 d De staaf zal breken bij een doorbuiging van 20 cm. Welk gewicht hoort daarbij?

Zet je onder de punt van de staaf een steuntje en ga je in het midden zitten, dan geldt:

$$D = \frac{G L^3}{480}$$

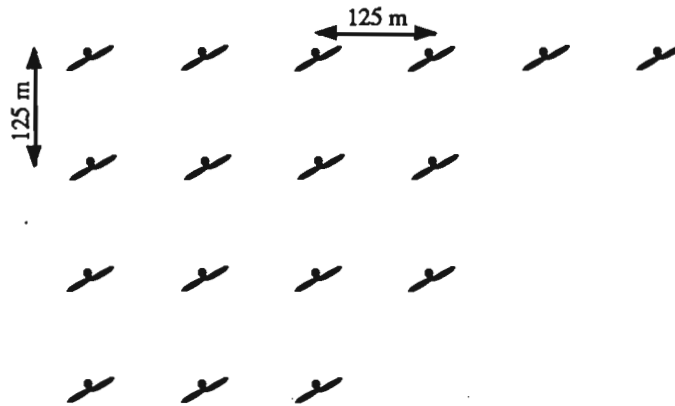


54. a Zal de staaf dan verder doorzakken of niet?
 b Kun je dat aan de formules zien?
55. a De staaf is één meter naar buiten geschoven.
 Hoeveel leerlingen moeten in het midden gaan zitten voor een doorbuiging van 2 cm?
 b En bij 1,5 meter uitgeschoven lengte?

Molens in het vierkant

Aan het begin van dit boekje heb je uitgerekend hoeveel turbines nodig zijn om in 10% van de elektriciteitsbehoefte van Nederland te voorzien. Dat zijn er zo'n kleine 20 000. Al die turbines op een rijtje zetten had geen zin, want dan kom je ergens in Zweden uit.

Een ingenieur wil weten hoeveel km² ruimte nodig is als je al deze molens in een vierkant opstelt. De afstand tussen de molens kiest hij 125 m.



56. De ingenieur redeneert als volgt:

Als ik de zijde van het vierkant in km weet, dan vermenigvuldig ik dat getal met 8.

Doe ik er dan nog één bij, dan weet ik het aantal molens op één zijde.

Om het aantal molens op dat vierkant te weten neem ik het kwadraat.

- Welke formule zet de ingenieur hier in elkaar?
- Hoeveel molens passen er op een vierkant met zijde 15 km?
- Hoe groot wordt een vierkant voor de 20 000 turbines die Nederland wil plaatsen?
- Welke formule gebruik je nu?
- Voor de totale elektriciteitsbehoefte in Nederland zijn 10 keer zoveel turbines nodig. Hoe groot wordt een bijpassend vierkant?
- Wat zou een geschikt plekje voor dat vierkant zijn?
(Zie het kaartje op bladzijde 4.)

57. De ingenieur berekent ook een aantal andere mogelijkheden:

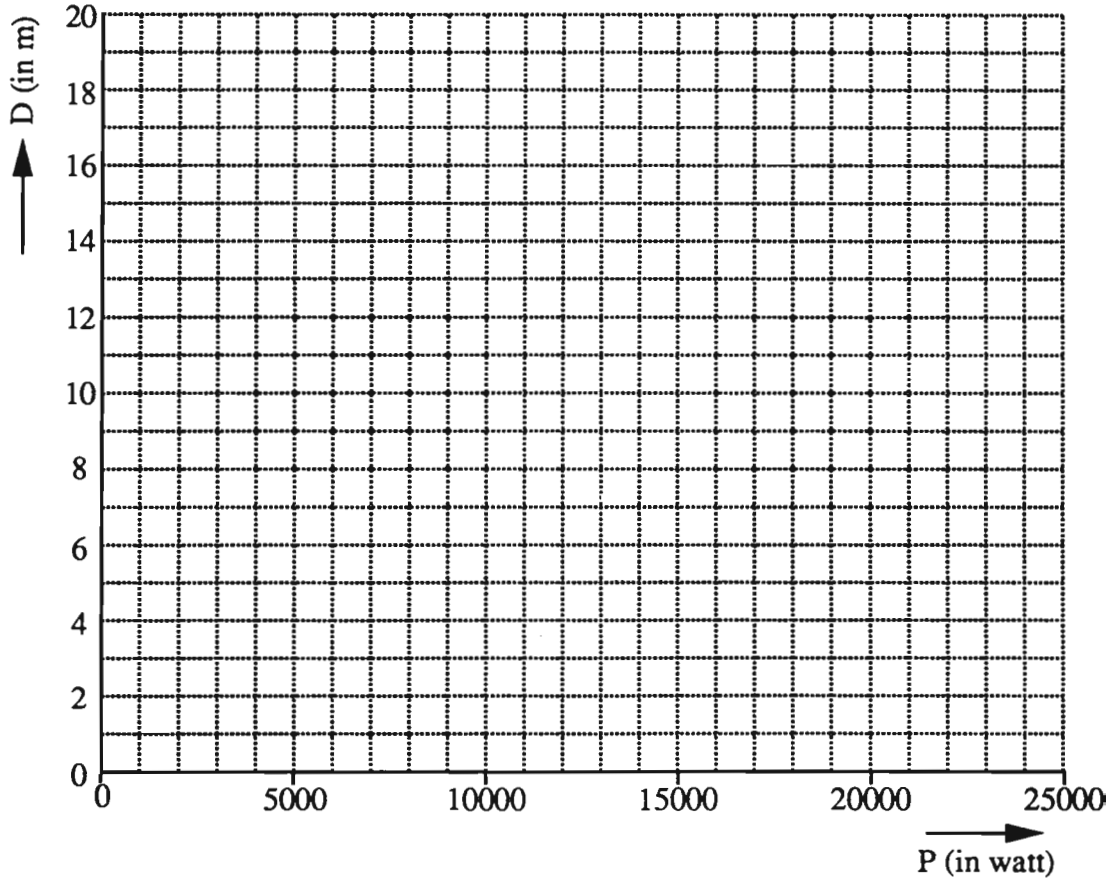
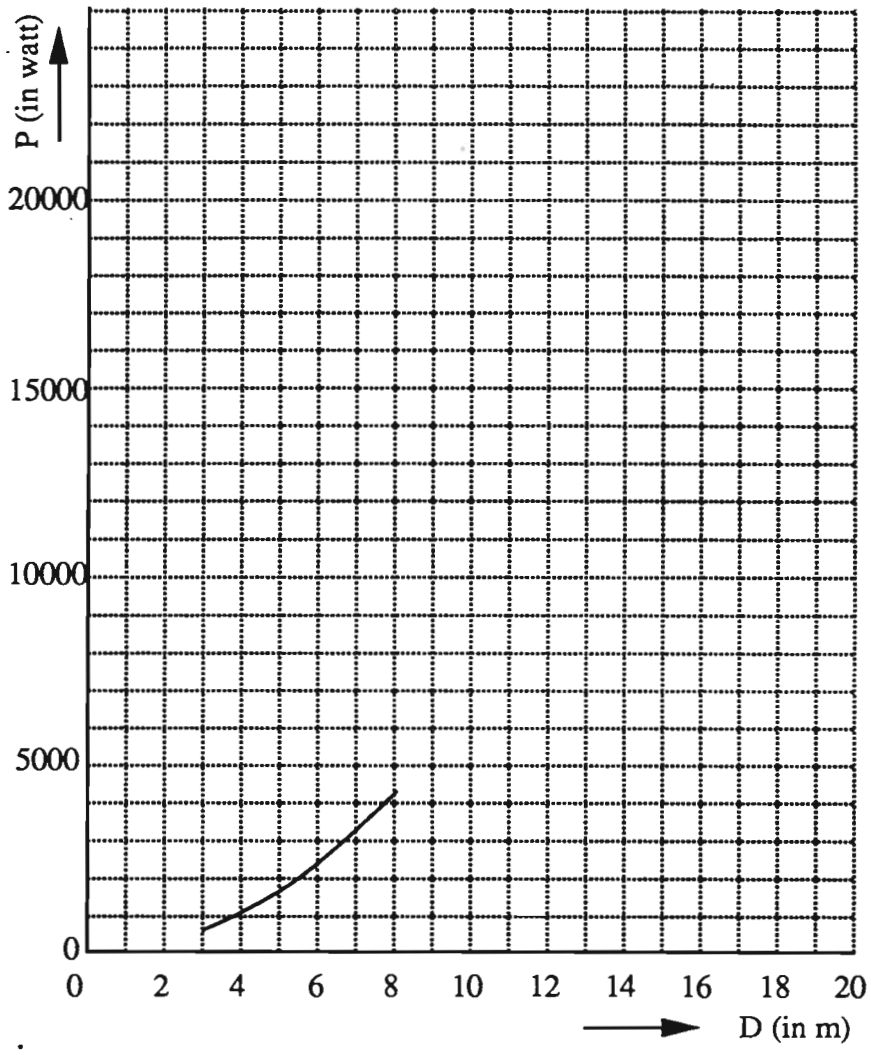
- Hoe groot wordt het vierkant als de tussenruimte tussen de turbines 100 m is?
- Hoe groot wordt het vierkant als je de rotordiameters verdubbelt?

58. Een vuistregel uit de windturbines-techniek zegt:

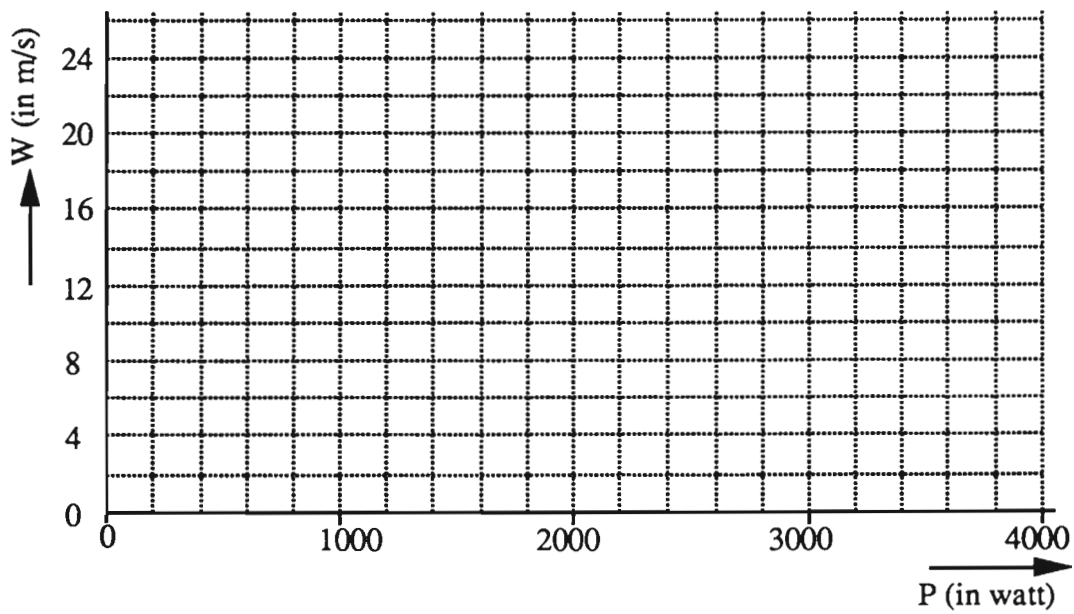
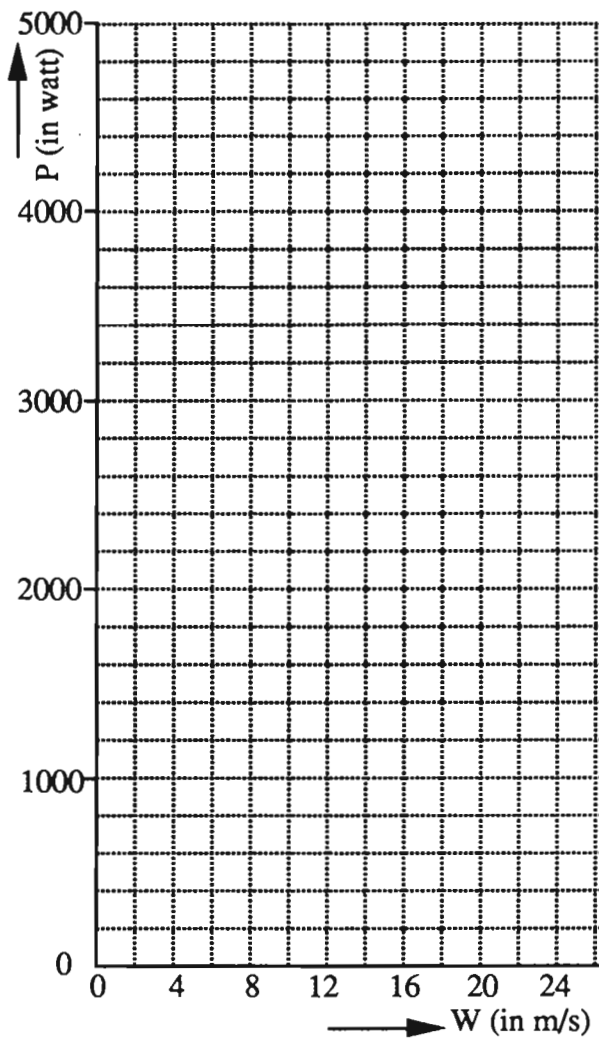
Als je de rotordiameter verdubbelt moet je de afstand tussen de turbines ook verdubbelen.

- Wat is het effect van deze maatregel op de lengte van het windpark als je de turbines keurig op één rijtje zet?
- Wat is het effect op de grootte van het windpark als je de turbines in een vierkant plaatst?

werkblad 1: verband tussen vermogen en rotordiameter



werkblad 2: verband tussen vermogen en windsnelheid



archief FI

02.01.65

Draaiende molens

Leerlingentekst

Roodhardt, A. , P. van der Zwaard