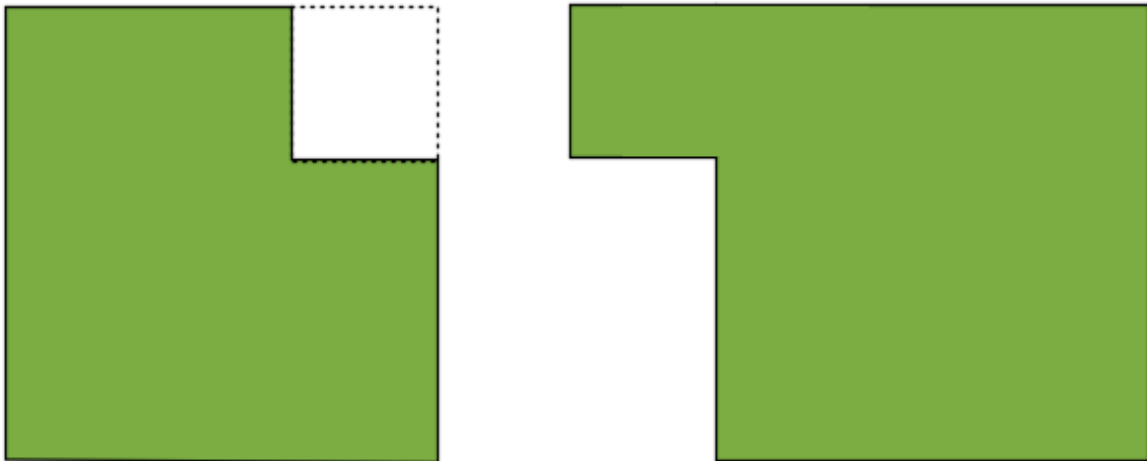


Vraag	Lastige berekeningen
Schooltype	Vwo
Type	Klassenactiviteit
Trefwoorden	Wortels, merkwaardige producten, substitutie, WDA
Domein+subdomein	B
Tussendoelnummer	6.1, 7.1, 7.2, 7.3
Bereidt specifiek voor op	VB
Niveau	III
Status	Definitief
Opmerkingen	

Lastige berekeningen

Hieronder staan twee figuren die opgebouwd zijn uit vierkanten. In de linker figuur zie je een vierkant met zijde a waar een vierkant met zijde b is uitgeknipt. In de rechter figuur zie je een vierkant met zijde a waar een vierkant met zijde b is aangezet.



Het verschil in oppervlakte tussen de linker en rechter figuur is gelijk aan $(a^2 + b^2) - (a^2 - b^2)$.

a. Toon aan dat dit gelijk is aan $2b^2$.

Jonathan wil er een reeks van maken en rekent daarom uit:

$$(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2.$$

b. Toon aan dat dit gelijk is aan $4a^2b^2$.

De berekening $\left((\sqrt{2}-1)^7 + (\sqrt{2}+1)^7\right)^2 - \left((\sqrt{2}-1)^7 - (\sqrt{2}+1)^7\right)^2$ ziet er lastig uit, maar die gaan we zonder rekenmachine eerst herleiden. Neem daarvoor eerst $c = (\sqrt{2}-1)^7$ en $d = (\sqrt{2}+1)^7$.

- c. Laat zien dat $\left((\sqrt{2}-1)^7 + (\sqrt{2}+1)^7\right)^2 - \left((\sqrt{2}-1)^7 - (\sqrt{2}+1)^7\right)^2 = 4cd$.
- d. Werk de vorm verder uit, door c en d weer terug in te vullen en laat zien dat het antwoord 4 is.

Uitwerkingen

a. $(a^2 + b^2) - (a^2 - b^2) = a^2 + b^2 - a^2 + b^2 = 2b^2$

b. $(a^2 + b^2)^2 - (a^2 - b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^4 + 2a^2b^2 - b^4 = 4a^2b^2$

c. $(c+d)^2 - (c-d)^2 = c^2 + 2cd + d^2 - c^2 + 2cd - d^2 = 4cd$

d. $4cd = 4(\sqrt{2}-1)^7 (\sqrt{2}+1)^7 = 4((\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1))^7 =$
 $4(2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1)^7 = 4(1)^7 = 4 \cdot 1 = 4$