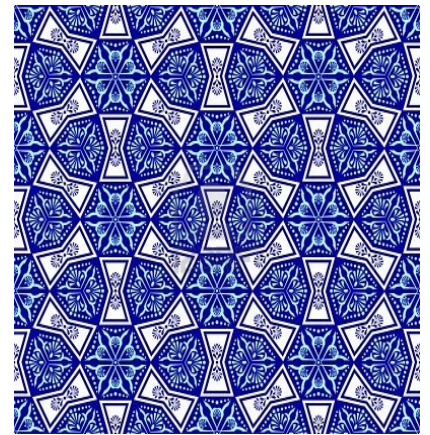


Vraag	Vlakovulling
Schooltype	Vwo
Type	Toetsopgave / klassenactiviteit
Trefwoorden	goniometrie, stelling van Pythagoras, oppervlakte, lengte, hoeken berekenen, wda
Domein+subdomein	D
Tussendoelnummer	4, 10.3, 10.4, 11.5
Bereidt specifiek voor op	VB
Niveau	III
Status	Definitief
Opmerkingen	Opgave b. is alleen geschikt als klassenactiviteit.

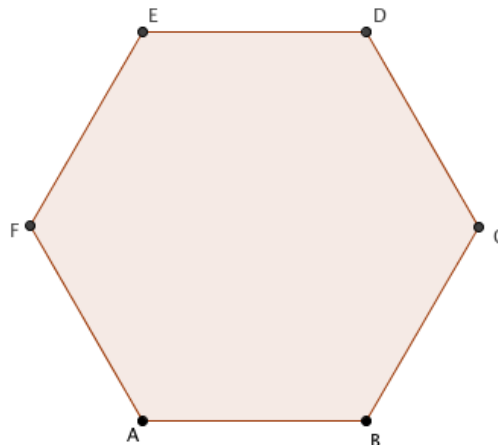
Vlakovulling

In de Islamitische cultuur komen we veel vlakovullingen tegen. In de opgaven hieronder maken we onze eigen vlakovulling, die ook regelmatig in Islamitische kunst verwerkt zit.

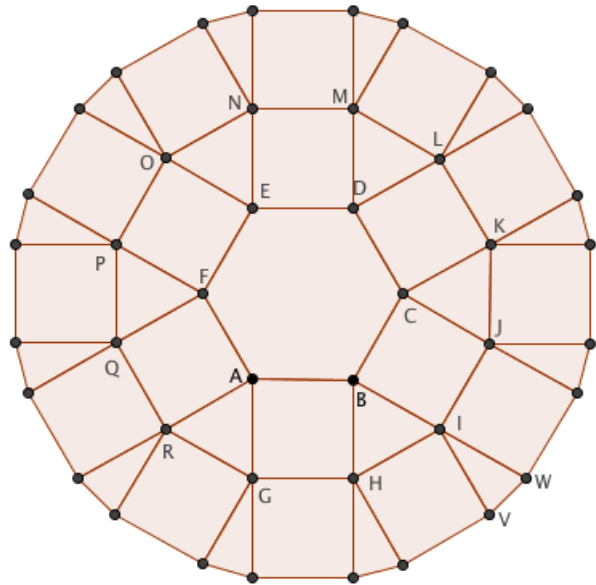
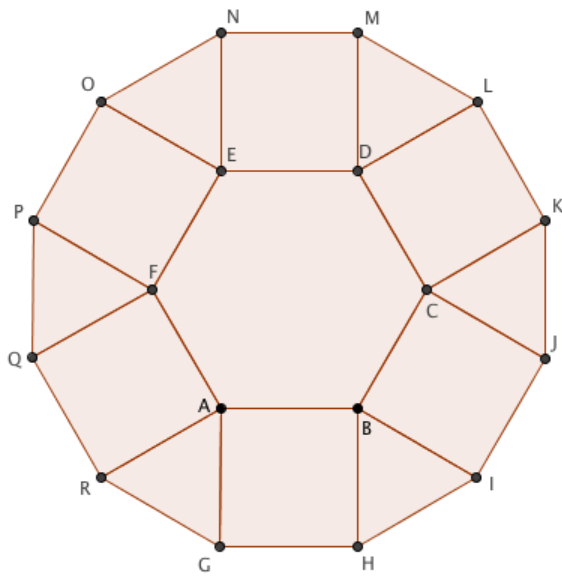
Gegeven is de regelmatige zeshoek $ABCDEF$. In een regelmatige zeshoek zijn alle zijden en hoeken gelijk. De zijden van deze zeshoek zijn gelijk aan 1. Een regelmatige zeshoek is opgebouwd uit zes gelijkzijdige driehoeken.



- a. Bereken exact de oppervlakte van zeshoek $ABCDEF$.



Om de zeshoek wordt een nieuwe rand getekend. De rand bestaat uit vierkanten en driehoeken, zodat veelhoek $GHIJKLMN$ ontstaat, die hieronder links is getekend.



- b. Bewijs dat $\triangle FPQ$ een gelijkzijdige driehoek is.
- c. Bereken de exacte oppervlakte van $GHIJKLMNQPQR$.

In de rechterfiguur hierboven is nog een extra rand om de figuur heen gelegd, die uit vierkanten en gelijkbenige driehoeken bestaat.

- d. Bereken de lengte van lijnstuk VW . Rond je antwoord af op twee decimalen.

Uitwerkingen

- a. $AB = 1$ en dus $AU = 0,5$.

$$AU^2 + US^2 = AS^2$$

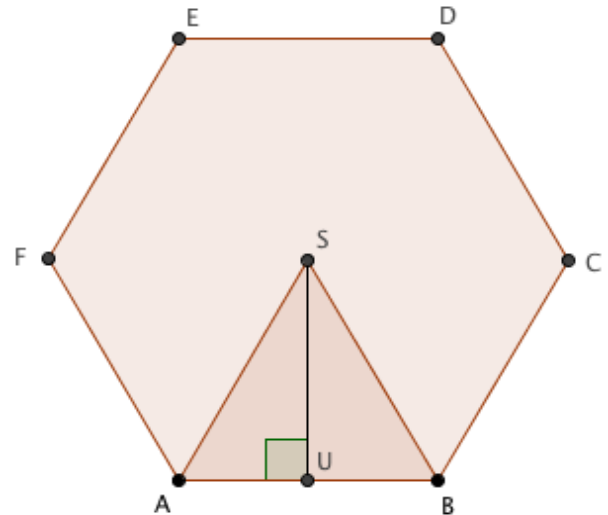
$$US^2 = AS^2 - AU^2$$

$$US^2 = 1^2 - (0,5)^2 = 0,75$$

$$US = \sqrt{0,75} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

$$O_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{0,75} = \frac{1}{2} \sqrt{0,75} = \frac{1}{4}\sqrt{3}$$

$$O_{ABCDEFG} = 6 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{0,75} = 3\sqrt{0,75} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$$



- b.
$$\left. \begin{array}{l} PF = QF = 1 \\ \angle QFP = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ - 90^\circ = 60^\circ \end{array} \right\} \Delta PFQ \text{ is gelijkbenig met een tophoek van } 60^\circ$$

En dus zijn de basishoeken gelijk en die zijn dus allebei 60° .

Dus is ΔPFQ gelijkzijdig.

- c. De 6 bijgevoegde vierkantjes hebben samen een oppervlakte van 6.
De 6 bijgevoegde driehoekjes hebben samen een oppervlakte van $3\sqrt{0,75} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$.

Dus de hele figuur heeft een oppervlakte van

$$6 + 3\sqrt{0,75} + 3\sqrt{0,75} = 6 + 6\sqrt{0,75} (= 6 + 3\sqrt{3})$$

- d. $\angle VIW = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Dus $\angle TIW = 15^\circ$

$$\sin(\angle TIW) = \frac{TW}{IW}$$

$$\sin(15^\circ) = \frac{TW}{1} = TW \approx 0,259$$

DUS VW heeft een lengte van $0,259 \cdot 2 \approx 0,52$

