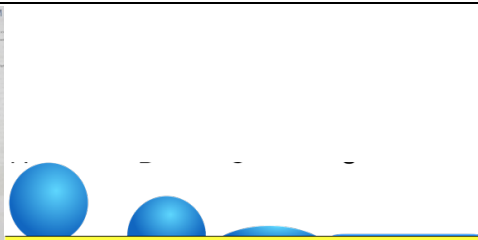
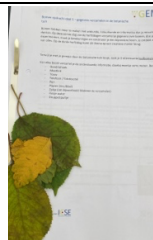


Module

Bomen



Doel

Deze activiteit verschaft kennis over bèta/techniek in de context van reële toepassingen en de (digitale) wereld van het werk. Het vergroot de kennis over wiskunde, natuurkunde en IT met betrekking tot het onderwerp bomen.

Specifiek:

- Schatten, meten en onderzoeken van kenmerken van bomen en bladeren met behulp van wis- en natuurkundige instrumenten en modellering.
- Bomen zijn verbonden met IT: bij programmering/codering worden bomen en andere boomstructuren (grafieken) gebruikt in algoritmen. ¹

Locatie:

Botanische tuin of arboretum (verbonden aan een universiteit) en een daarmee verbonden workshopruimte of laboratorium.

Rolmodellen:

Bosbouwer, IT-onderzoeker, data-verwerker.

Achtergrond

Een botanische tuin is een rijke omgeving om te leren en te onderzoeken. In deze leereenheid ligt de nadruk op bomen omdat deze een studieobject zijn voor diverse bèta/technische vakken. Bomen zijn belangrijk in verband met duurzaamheid, klimaat enz. In deze leereenheid richten we ons echter op aspecten die verband houden met wiskunde en natuurkunde met een focus op modellering. Het combineert buiten- en binnenactiviteiten, hands-on werk en theoretisch modelleren, groepswork en individueel

¹ This activity is not described in this learning unit since it was presented by 'the girl of the day'



werk, creëren en onderzoeken.

Deze module is gebruikt in het kader van de herfst-dagen voor meisjes van U-Talent.

Activiteit

Deze module bevat de volgende onderdelen:

- Buiten (deel 1): Gegevens verzamelen in botanische tuin over bomen en bladeren (30 min.)
- Binnen (deel 2): Data analyse (60-75 min.)
- Binnen (deel 3): Experimenten met de Pythagoras-boom en oppervlakte-spanning (60 min.)

Opbrengsten

Leerlingen leren

- Verschillende methoden van gegevensverzameling te gebruiken: meten, schatten, experimenteren en modelleren.
- Hoe bèta/technische vakken samenhangen in een reële context, in dit geval: bomen (zowel echte bomen als bomen als model).
- Specifieke wiskundige inhoud (zoals: meten, modelleren, Pythagoras bomen), natuurkundige inhoud (oppervlaktetenspanning) en IT-inhoud (process mining, algoritmen (boom)grafieken en beslisbomen).

Materialen

- Werkbladen
- Meetinstrumenten (protector, measuring tape, mobile phone/camera...)
- Kleine waterspuit, afwasmiddel (voor de oppervlakte-spanning-meting)

Handleiding

Bomen hebben meer te maken met wiskunde, natuurkunde en informatica dan je zou denken. In deze leereenheid ga je gegevens over bomen verzamelen, experimenten doen, berekeningen maken en een speciale boom bouwen, waarbij je van alles ontdekt en leert.

Deel 1 – Dataverzameling in de botanische tuin

Loop door de botanische tuin, en zoek drie interessante loofbomen. Van elke boom verzamel je de onderstaande informatie, waarbij je af en toe iets moet meten.

Benodigheden:

- Digitale gradenboog
- Meetlint
- Touw
- Telefoon / camera
- Pen
- Papier (werkblad invullen)
- Zak (om bijvoorbeeld bladeren te verzamelen)
- Fles water
- Druppelspuit

	Boom 1	Boom 2	Boom 3
Hoogte <i>Vraag hint 1 als je vastloopt</i>			
Omvang (1.5 m boven de grond) <i>Vraag hint 2 als je vastloopt</i>			
Foto's van: - de hele boom - de takstructuur - de kroon - een blad (los) - blad met druppel(s) - druppel op blad (zijaanzicht) <i>Vraag hint 3 als je vastloopt</i>			
Drie bladeren (per boom, verzamelen, uiteraard niet plukken)			

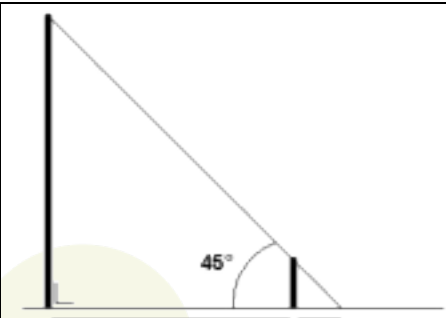
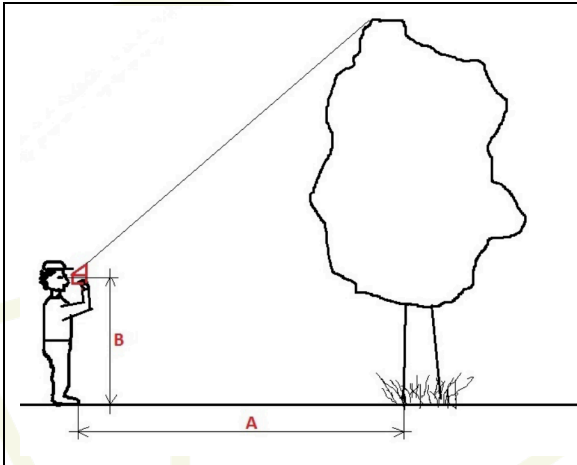
Deel 1: materialen voor de docent

Geef de volgende hints alleen als de leerlingen erom vragen.

Hint 1
hoogte

Meet (schat) de hoogte van een boom met een gradenboog (en een meetlint).

Je gebruikt een methode gebaseerd op driehoeksmeetkunde: je begint weg te lopen van de stam van de boom tot je de top van de boom onder een hoek van 45° ziet (hiervoor gebruik je je gradenboog. De hoogte van de boom is dan de afstand (A) van de boom tot waar je nu staat (die je meet met het meetlint en het touw + je ooghoogte (B). Zie de twee plaatjes hieronder.



Afstand tot de boom Ooghoogte

Hoogte boom = afstand tot boom + hoogte van het oog (boven de grond)

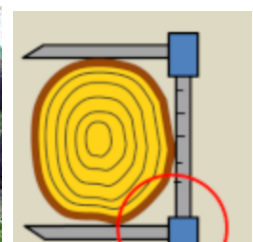
Hint 2
Omvang

Meten van omvang (omtrek)

Gebruik het touw en het meetlint om de omtrek te meten op een hoogte van 1,5 meter.

Diameter meten

gebruik enkele planken en een meetlint (Of gebruik een grote schuifmaat).



Hint 3
Foto van een druppel

Zorg ervoor dat je het blad met de druppel erop zoveel mogelijk van opzij fotografeert, en dat de focus op de druppel ligt.



Deel 2 – Data-verzameling/verwerking en analyse

2.1 Hoeveel hout?

Bedenk een aanpak om dit te berekenen, leg deze aanpak uit en gebruik hem voor elk van jouw bomen.

2.2 Hoeveel bladeren?

Schat de hoeveelheid bladeren of de bladoppervlakte van een van jouw bomen. Beschrijf je werkwijze.

2.3 Check tree rule Da Vinci

Een boom groeit bijna altijd zodanig dat de totale dikte van de takken op een bepaalde hoogte gelijk is aan de dikte van de stam. Leonardo da Vinci merkte dat zo'n 500 jaar geleden al op.

Een boom groeit bijna altijd zodanig dat de totale dikte van de takken op een bepaalde hoogte gelijk is aan de dikte van de stam. Leonardo da Vinci merkte dat zo'n 500 jaar geleden al op.

De regel zegt dat als een boomstam zich splitst in twee takken, de totale doorsnede van die twee takken qua oppervlak even groot is als de doorsnede van de stam. En ook als die twee takken zich op hun beurt weer opsplitsen in twee dunnere takken, is de gezamenlijke oppervlakte van de doorsnedes van die vier takken opnieuw gelijk aan de oppervlakte van de doorsnede van de stam. En ga zo maar door. Met andere woorden: als we een boom samenpersen tot één massief geheel, dan ontstaat er één grote cilindervorm.

Controleer of dit voor jouw bomen ook geldt. Beschrijf ook de aanpak die je hiervoor hebt gebruikt.

2.4 Een diameter-meetlint maken

Met een gewoon meetlint kun je de omtrek van een boom direct meten. Voor berekeningen heb je echter vak de diameter nodig.

Maak een meetlint waarop je de diameter van een boom (of een ander rond voorwerp kunt aflezen.

2.5 – optioneel - Structuur van een boom

Beschrijf de structuur van de boom met de stam en de takken. Je kunt er een foto bij doen of een (eenvoudige) tekening.

2.6 – optioneel – Vorm van bladeren

Karakteriseer elk van de bladeren. Denk aan 'gedaante' (omtrek), grootte, dikte, de nerven, etc.



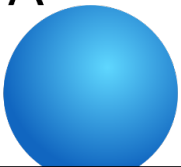
2.7 Oppervlakte spanning

Vloeistoffen hebben een oppervlakte spanning: het kost energie om het oppervlak groter te maken.

- a) Stel, je hebt 12 L water, in welke vorm heeft dit het kleinste oppervlak? (een kubus? 12 balken in de vorm van een pak melk? één hele grote fles? iets anders?)

Water optillen kost ook energie. De vorm van een waterdruppel op een blad wordt bepaald door een balans tussen niet te veel water omhoog tillen/duwen, het oppervlak van het water zo klein mogelijk houden, en hoe *hydrofiel* of *hydrofoob* het oppervlak is.

A



B



C



S

A: oppervlak is hydrofoob: water heeft niet graag contact met dit oppervlak.

B: middelmatig

C: oppervlak is hydrofiel: water heeft graag veel contact met dit oppervlak

Bekijk de foto's van de druppels op bladeren die je gemaakt hebt.

- b) Welke bladeren zijn hydrofiel, en welke hydrofoob?

Met het spuitje kun je ook (kleine) druppels op andere oppervlakken druppelen.

- c) Welk materiaal om je heen is het meest hydrofoob? En het meest hydrofiel? Wat hebben hydrofiel materialen over het algemeen met elkaar gemeen?

Deel 2: materialen voor de docent

Geef alleen hints als de leerlingen er om vragen

Hint 2.1 Hout

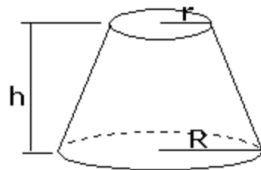
- Gebruik de foto's en de lengte van de boom om de hoogte van de (takvrije) stam te bepalen.
- Neem aan dat de stam een cilinder is (of een afgeknotte kegel)
- Gebruik de inhoudsformule voor een cilinder (of een afgeknotte kegel)
- Bereken de inhoud met de afmetingen en de formule
- Let op de eenheden
- Reken als nodig de diameter en omtrek in elkaar om.

Formules:

$$\text{Omtrek cirkel} = \pi * \text{diameter}$$

$$\text{Inhoud cilinder} = \text{hoogte} \times \pi \times \text{straal}^2$$

Inhoud afgeknotte kegel:

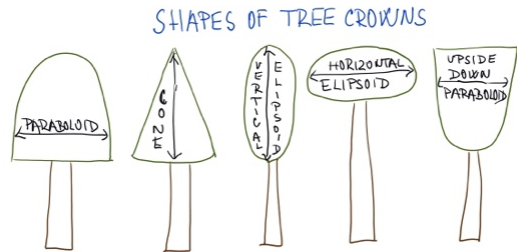
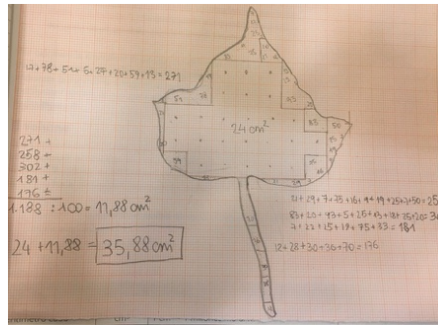


$$\text{Inhoud} = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2)$$

Hint 2.2 Blad oppervlak

- Bepaal de oppervlakte van 1 blad of neem het gemiddelde van de oppervlaktes van de 3 bladeren die je van deze boom hebt meegenomen.
- Gebruik een passende wiskundige vorm voor de kruin van jouw boom.
- Denk na over een aanpak:
 - Kun je het aantal bladeren tellen/schatten op basis van je foto's?
 - Kun je schatten met oppervlakte? Met inhoud?
 - Zijn er formules die je hierbij kunnen helpen?

○ Kun je horizontale lagen gebruiken?



Andere bronnen

-1- Engels artikel

<https://www.walterreeves.com/landscaping/tree-leaves-calculating-the-number/>

Forester Dr. Kim Coder says that a very rough estimate can be gotten by measuring the area beneath the crown of a tree and multiplying by 4. This gives you the estimated total leaf surface area of the tree. Next, estimate how many individual leaves it would take to cover one square meter. Multiply that result by the total leaf surface, which gives you an approximation of the number of leaves on that tree.

-2- Calculator

<https://www.omnicalculator.com/biology/tree-leaves>

Lees ook de toelichting met de drie stappen onder het kopje: How many leaves on a tree.

-3-

Kroonprojectie

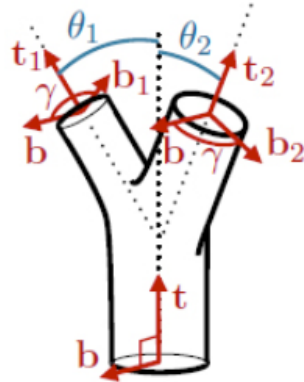
De kroonprojectie is de schaduw die een boom zou werpen als de zon er loodrecht boven staat. Ze kan benaderd worden door $[3,14 \times \text{straal} \times \text{straal}]$ en wordt dan theoretisch als een schijf gezien. Bij piramidale of schermvormige bomen mag in berekeningen met de kroonprojectie ook een factor (H/D) in rekening gebracht worden, waarbij H staat voor de hoogte van de kroon en D voor de kroondiameter. De formule wordt dan: $[3,14 \times \text{straal} \times \text{straal} \times \text{hoogte} / \text{diameter}]$. Voor een zuilvormige boom is $(H/D) > 1$, voor schermvormige bomen is $(H/D) < 1$.

See: <https://www.youtube.com/watch?v=tYysCOdwtUO>

Hint 2.3

Da Vinci boomregel

- Gebruik je foto's om de takkenstructuur van je boom te zichtbaar te krijgen (en maak er een schets van).
- Controleer de regel door oppervlaktes van de doorsneden te schatten



Afbeelding met dank aan Christophe Eloy van de Universiteit van Provence

Meer lezen:

<https://www.nemokennislink.nl/publicaties/da-vincis-boomobservatie-nader-onderzocht/>

Hint 2.7

Oppervlakte spanning

Een bol heeft het kleinste oppervlak per volume:

$$A_{\text{bol}} = 4\pi r^2 \text{ (met } r \text{ de straal)}$$

$$V_{\text{bol}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$A_{\text{kubus}} = 6x^2 \text{ (met } x \text{ de lengte van de ribben)}$$

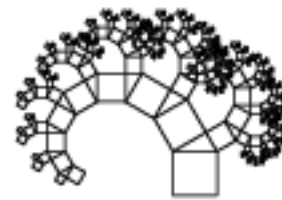
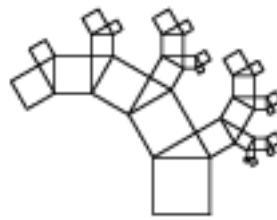
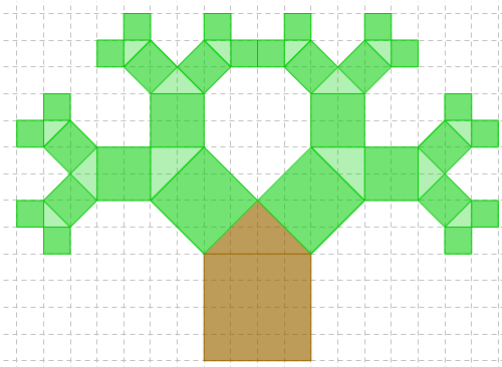
$$V_{\text{kubus}} = x^3$$

Bladeren van vetplanten zijn vaak heel erg hydrofoob, en de meeste gewone loofboombladeren maar een beetje ook. Dit kan veranderen als de bladeren al bruin zijn. Als een blad al nat is (geweest) kan het juist erg hydrofiel zijn.

Probeer op verschillende materialen: op glas, op tafel, op stoffen bekleding, op je regenjas, op plastic etc.

Deel 3 – Experimenteren

Part 3A – Pythagoras boom



De Nederlandse wiskundeleraar Albert E. Bosman bedacht in 1942 De boom van Pythagoras

Instructies om een Pythagorasboom te tekenen

- 1) Teken een vierkant. Let op: Begin groot!
- 2) Teken op het vierkant een rechthoekige driehoek waarvan de schuine zijde gelijk is aan de lengte van de zijde van het vierkant.
- 3) Op de schuine zijden van die driehoek teken je weer twee vierkanten.
- 4) Herhaal stap 2 en daarna stap 3. Ga zo nog even door en je zal de boom zien ontstaan.
- 5) Werk na het tekenen met kleuren.

Vervolgvragen

- a) Wat is de totale hoogte van de boom na elke stap? Hoe gaat dit verder?
- b) Wat is de totale breedte van de boom na elke stap? Hoe gaat dit verder?
- c) Vanaf welke stap overlappen delen van de boom elkaar?
- d) Wat is de oppervlakte van de boom na elke stap? Tel de overlappende stukken maar 1 keer mee?
- e) Is er een bovengrens aan de totale oppervlakte zonder overlappende delen?
- f) Wat is de omtrek van de boom na elke stap?
- g) Is er een bovengrens aan de totale omtrek?



Ook interessant

Je kunt een 3D Pythagorasboom maken

Je kunt het tekenen van een Pythagorasboom programmeren.

Deel 3B – "Spannende oppervlaktes"

De vorm van een oppervlakte

Wanneer je water in een glas ziet dan denk je misschien dat het oppervlak helemaal glad en horizontaal is. Kijk eens goed naar de randen. Je kunt dit effect beter zien in een smalle maatcilinder.

Het water wordt aan de randen omhoog getrokken door de oppervlaktespanning:

$$F_{\text{omhoog}} = T2\pi r$$

Terwijl de zwaartekracht het water naar beneden trekt:

$$F_{\text{omlaag}} = \rho g(h\pi r^2)$$

T de oppervlakte spanning van water (0.072 N/m)

r de straal van het capillair

ρ de dichtheid van water (1000 kg / m³)

g de zwaartekrachtsversnelling (9,81 m/s²)

h de hoogte van het water in het capillair boven het wateroppervlak.

Water in een buisje komt dus omhoog tot deze twee krachten in balans zijn.

- Er zijn verschillende buisjes (capillairen) beschikbaar. Voorspel en meet hoe ver het water in elk buisje omhoog komt. (Hint: wees voorzichtig én geduldig)
- Voer nu het experiment uit. Kloppen je voorspellingen met je meetwaardes? Zo nee, waar denk je dat dat aan ligt?
- Kun je de oppervlaktespanning berekenen met de door jou gemeten hoogtes?

3.1 Oppervlakte spanning en zeep

Zeep maakt de oppervlakte spanning van water veel langer. Je kunt dit zelf testen. Let op: als er eenmaal (water met) zeep in een capillair zit is het moeilijk om dit er weer goed helemaal uit te halen - zorg dus dat je zeep- en niet-zeep capillairen gescheiden houdt.

- Als T kleiner wordt; wat verwacht je dan voor h in dezelfde capillairen als bij 3.1?
- Wat is de oppervlakte spanning van water met zeep?

Tijd over? Probeer dan dit:

Oppervlakte spanning zorgt ervoor dat sommige dingen, die eigenlijk een hogere dichtheid hebben dan water, toch kunnen drijven. Zoals de schaatsenrijder insecten. Je kunt ook een punaise, die gemaakt is van metaal, voorzichtig laten drijven op water. (En laten zinken door er maar een heel klein beetje zeep bij te doen.)

