

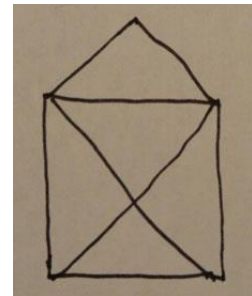
Het ge-heim van de smid is dit of le-der huis-je heeft zijn kruis-je

Een les voor de bovenbouw over de doorloopbaarheid van grafen

Samenvatting van de voorbereiding

1. We tekenen op het bord het huisje. Niet in één keer maar in achten. En zeggen het rijmpje er hardop bij op.

Vraag de kinderen of ze dat ook kunnen zonder hun pen op te tillen.
De leerlingen gaan aan het werk.
Inventariseren van het werk.
Bespreken.



Waar zit het in of het je wel of niet lukt?

2. We hebben een lang touw (een paar meter) en leggen er een knoop in waardoor er een lus ontstaat. Leg het touw met allerlei overlappings op de grond.



Kun je het touw door je hand heen halen?

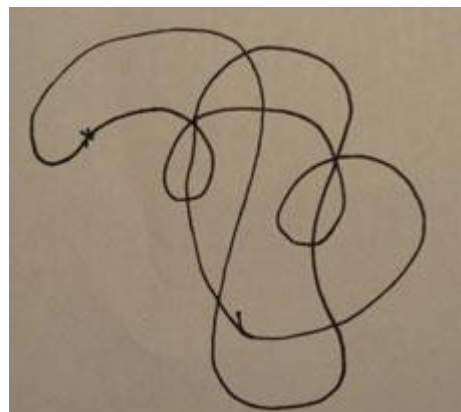
Waar moet je beginnen?

Bij de knoop of maakt dat niks uit?

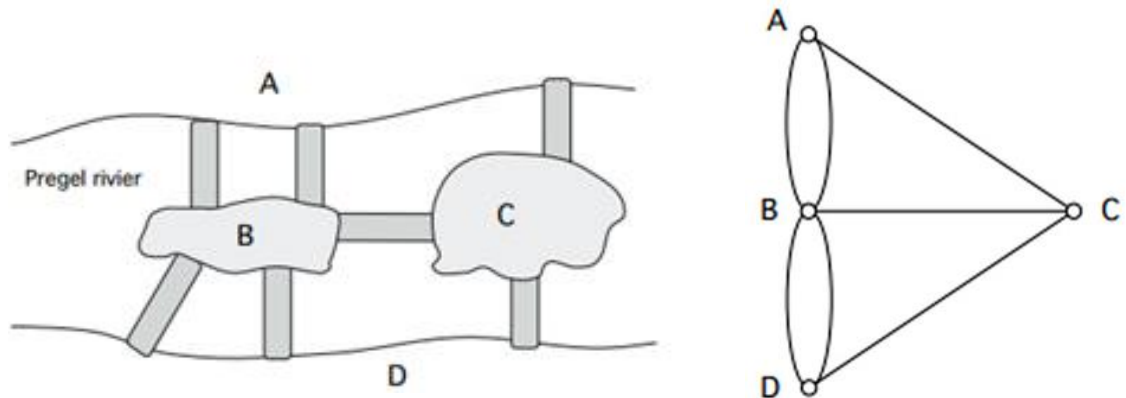
En hoe moet het als we de knoop losmaken?

3. Op het (digi)bord tekenen we een touw in een lus met allerlei overlappings.

Kun je het zwarte touw ook rood maken?
Waar moet je beginnen?
Mag het zo: je kleurt het touw blauw maar volgt wel het touw, maar gaat bij kruisingen links en rechts.
Mag dat ook?
Hoe kan dat?



4. Het Koningsberger-Bruggenprobleem. Laat een plaatje zien van de plattegrond van de zeven bruggen en maak samen met de kinderen de overgang van de plattegrond naar de graaf. Zeg ook iets over Koningsbergen dat nu Kaliningrad heet.



5. Aan het werk. Wie kan een wandeling over de zeven bruggen maken zonder twee keer over dezelfde brug te komen? Inventariseren van het werk. Bespreken. Euler loste het probleem op in 1736.

Waarom kan het touw altijd, het huisje als je weet waar je beginnen moet en de bruggen nooit?

6. Een samenvatting:

Altijd

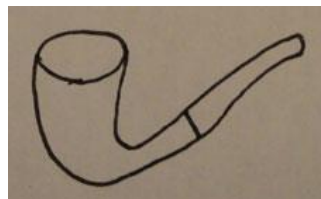
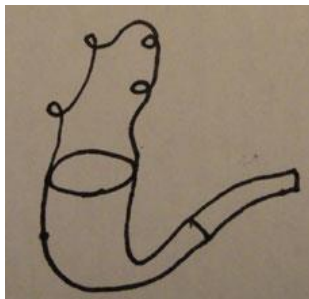
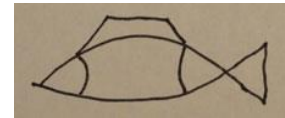
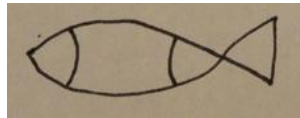
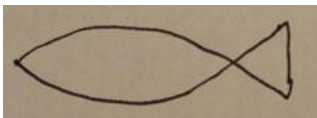
Nee

Ja, soms

Touw

Koningsbergen

Smid



7. Door middel van discussie en terugblik over huisje, touw en bruggen moeten we bij een soort REGEL uitkomen:

- twee oneven punten: doorloopbaar, maar dan moet je wel in één van de oneven punten beginnen.
- allemaal even punten: doorloopbaar; je kunt beginnen waar je wilt.
- meer dan twee oneven punten: niet doorloopbaar.

8. Eigen producties. Laat de leerlingen zelf verschillende producties maken en ze aan elkaar voorleggen. Inventariseren van het werk.
9. Tot slot. Een stuk of tien leerlingen schouder aan schouder in een kring. Handen naar het midden. Pak met elke hand één andere hand: niet van je buurman of -vrouw en ook niet twee van dezelfde persoon. Je mag wel verpakken van je handen maar niet loslaten. Haal de knoop er maar uit. Hoe kan het? Hoop dat ze inzien dat het een touwprobleem is en dat er een lus zonder overlappingsen (kring) (of twee) ontstaat(n). Hier nog een graaf tekenen met al die even punten.



Verslag van de les



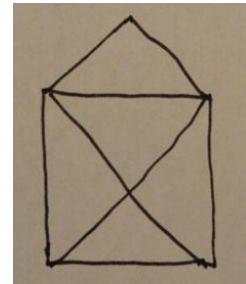
Op naar de Jan Campertschool in Driehuis. Na toestemming van de school en de ouders voor het publiceren van foto's, video's en werk van hun kinderen met vermelding van hun voornaam (ik ben immers een gastmeester) gaan we op een woensdagmorgen om negen uur aan de slag. Dan begint normaal het reken/wiskunde-uur.



Ik heb de juf gevraagd om mij niet als expert op het gebied van rekenen/wiskunde aan te kondigen. Ik speel liever de rol van "Domme August" dan die van een deskundige.

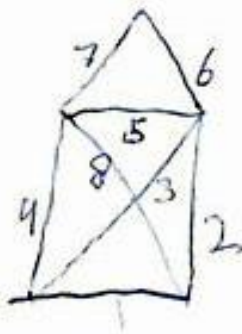
Huisje

Ik teken op het digibord het huisje in achten en zeg daarbij: Het ge-heim van de smid is dit (het andere rijmpje kan natuurlijk ook).



Vraag de leerlingen om het huisje te tekenen zonder de pen op te tillen. Ook niet gummen of doorstrepen. Gewoon opnieuw beginnen. Al gauw klinken er stemmen. "Ik heb het". Ook wil ik graag weten hoe ze het gedaan hebben.

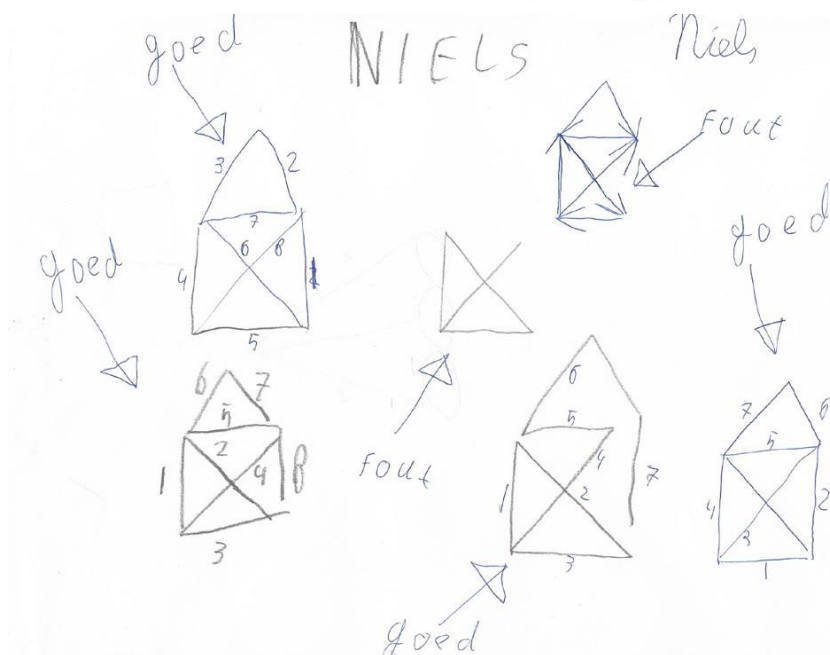
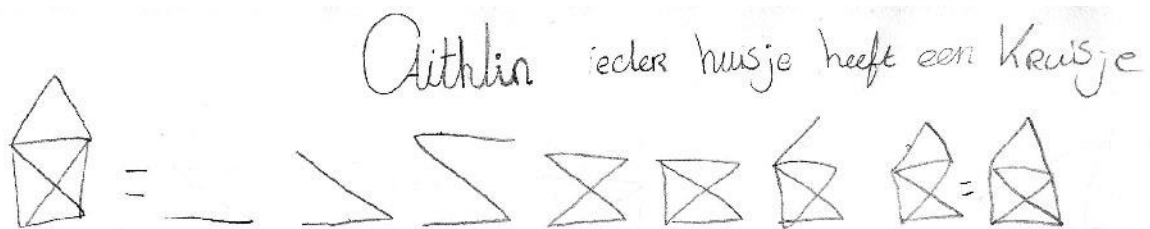
Leerlingen vinden daar zelf oplossingen voor. Onthouden is er één van.



In Toms werk (links) zie je zijn pogingen en als hij het gevonden heeft schrijft hij met nummers zijn stappen er bij.

In het werk van Caithlin heeft ze een andere manier gevonden om haar oplossing te presenteren: ze maakt een reeks.

Ook in het werk van Niels zie je zijn pogingen en ook de verschillende manieren om het huisje te tekenen. Je ziet bij hem drie verschillende oplossingen die zowel links- als rechtsonder beginnen.



We wachten tot het iedereen gelukt is en bespreken het werk na. Aanvankelijk vinden de meeste leerlingen dat je linksonder moet beginnen omdat zij het zo gevonden hebben. Maar er zijn genoeg tegenvoorbeelden die we allemaal bekijken. De conclusie is: links- of rechtsonder beginnen .

Wat is nu het geheim van de smid? Eén leerling zegt: het is een gezegde. Ja, als je weet hoe je iets moet oplossen ken je het geheim van de smid. Hier is het geheim dat je weet hoe je het huisje moet tekenen.

Touw



We leggen een touw op de vloer zo ongeveer als op het plaatje.

Vraag de leerlingen of je het touw van begin tot eind door je hand kan laten glijden. En waar moet je dan beginnen?

Bij de knoop is het collectieve antwoord. En waar eindig je? Weer bij de knoop natuurlijk.

Nadat het touw op een andere plek dan bij de knoop is opgepakt kan dat ook. Eén meisje sputtert tegen. Dan kom je de knoop tegen. Dan doe je toch je hand wat wijder. O ja, dan kan het.

Ik teken een touw op het digibord in zwart en leg er een denkbeeldige knoop in.

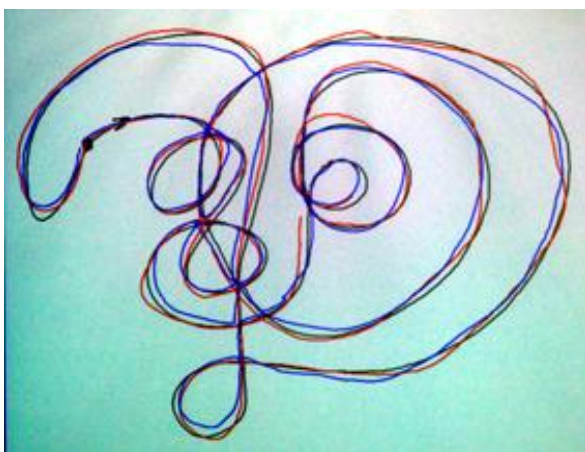
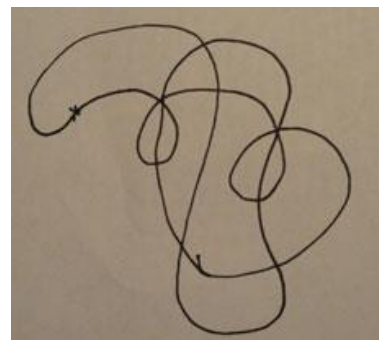
Kun je nu het zwarte touw rood maken?

Eerst denken. Waar moet je beginnen?

“Bij de knoop”, zeggen ze in koor. En welke kant op?

Zoals jij het deed, en dat weten ze nog.

Een van de leerlingen mag het touw rood maken. Hij begint bij de knoop en begint zoals ik begon. Medeleerlingen helpen mee om hem bij kruisingen de goede kant op te sturen. En ja hoor. Het hele touw wordt rood. Hij eindigt bij de knoop.



Ik laat de tekening zoals we die nu hebben staan en maak de stift blauw. Mag het ook zo?

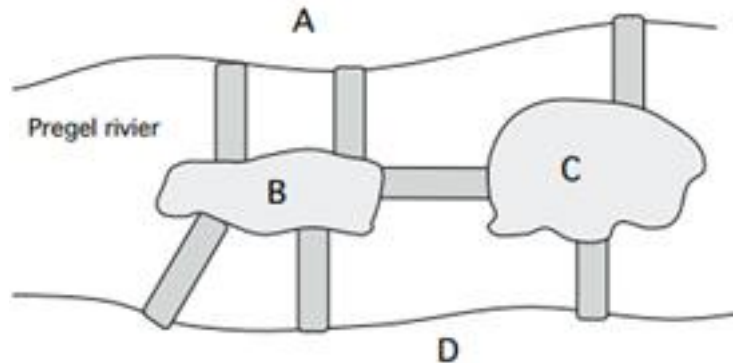
Ik begin bij de knoop maar ga bij de eerste kruising de andere kant op.

En zo ga ik verder. Kris kras. Wel goed opletten dat ik overal kan komen. Leerlingen roepen aanvankelijk dat het zo niet gaat lukken maar al gauw klinken er ook andere geluiden. En ja hoor. Het hele touw wordt nu blauw. Hoe kan dat?

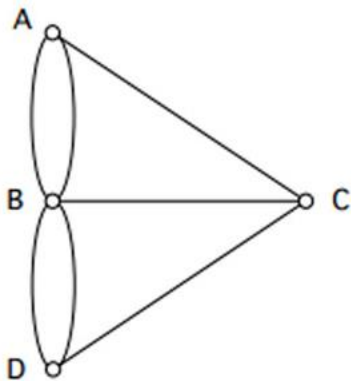
We laten het even zitten en gaan verder met

Koningsberger bruggen

We laten het plaatje zien van de plattegrond van een stukje van het centrum van Koningsbergen in de 18^e eeuw.



Wat is de Pregel? Dat is een rivier die door het centrum stroomt. De stad was Duits maar is nu Russisch grondgebied en heet nu Kaliningrad. De bruggen zijn voor een deel verdwenen of vervangen. A is de ene oever en D de andere. B en C zijn eilanden in de rivier.



We proberen samen de overgang van de plattegrond naar de graaf die hier bij hoort te maken.

Het fijne aan het digibord is dat je snel heen en weer kan schakelen. In de graaf is A ook de ene oever en D de andere. B en C zijn de eilanden.

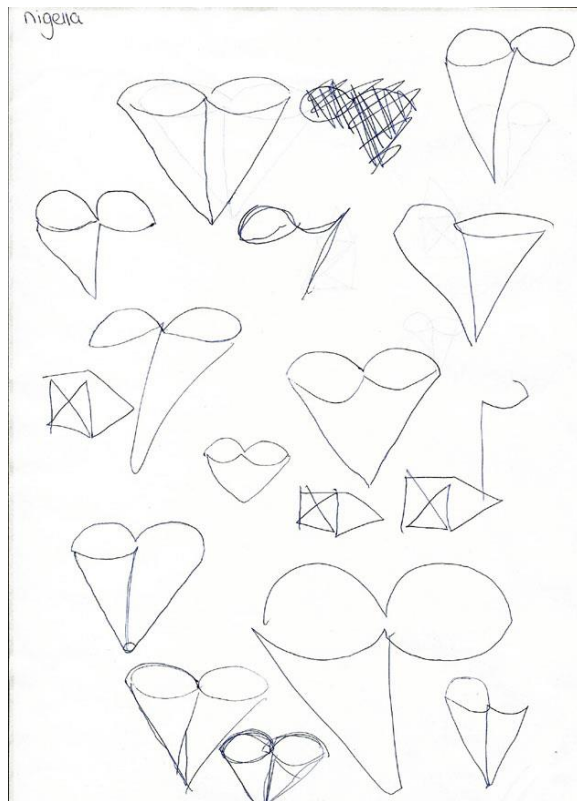
We laten de graaf van de bruggen op het bord staan.

Kun je een wandeling over de zeven bruggen maken zonder twee keer over dezelfde brug te lopen?

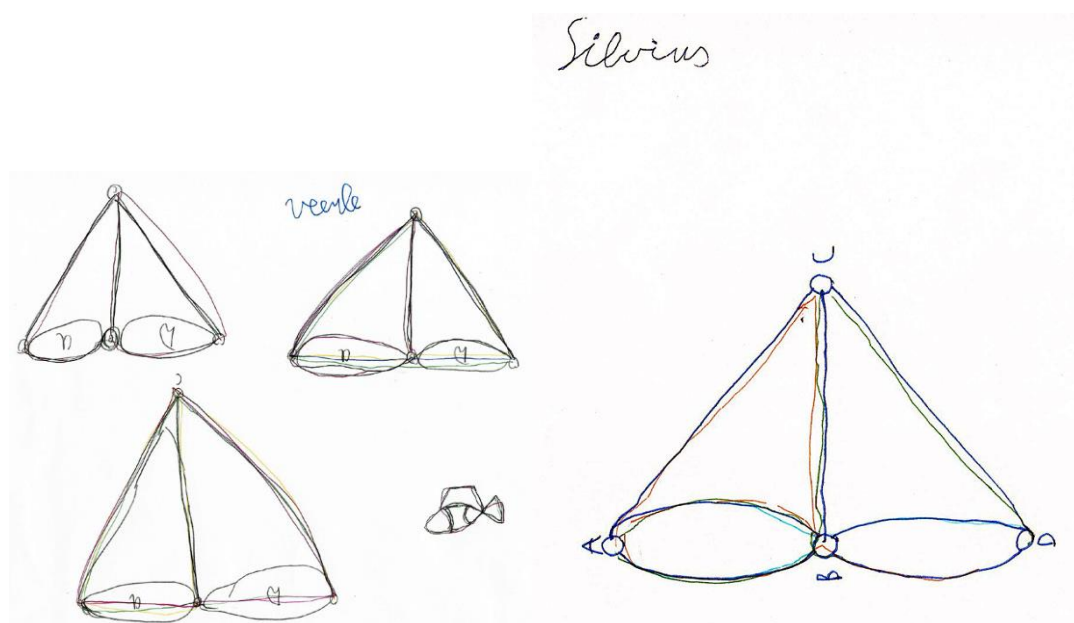
Aan het werk. Al gauw klinken er toch wat teleurgestelde geluiden. Meester, kunt u geen tip geven? Na een poosje puzzelen en zoeken geven ze het op. Nee, het lukt niet. En het kan ook niet.



In Nigella's werk zie je mooi hoe zij één keer de graaf natekent en vervolgens een heleboel pogingen doet met verschillende startpunten.



In het werk van Veerle en van Silvius zie je een andere aanpak. Zij tekenen eerst de graaf na en proberen dan met verschillende kleuren een wandeling te maken. Eén van deze aanpakken is door alle kinderen gekozen.



Hoe kan dat nou?

Hoe kan het dat het huisje wel lukt (als je het goede beginpunt kiest), het touw altijd goed gaat en de bruggen niet? Leerlingen denken na. Eén leerling denkt dat het te maken heeft met even en oneven: het huisje heeft acht lijntjes en de bruggen zeven. Vlug teken ik een driehoek. Ja, die kan wel: net een touw. Ja, het heeft wel met even en oneven te maken. Als je zo'n touw tekent is er vanaf je startpunt één lijntje. Ga je met een boog terug naar je startpunt dan zijn alle punten op het touw even. In elk punt komen twee lijnen bij elkaar. Teken je een touw met een kruising dan blijft dat punt even (vier lijntjes) en als je nog een keer door datzelfde punt gaat dan blijft het even (zes lijntjes). Kijk nog maar eens naar het plaatje van het touw: alle punten zijn even (2,4 of 6 lijntjes door één punt). Dat touw is doorloopbaar vanaf ieder punt.



Kijken we nog eens naar het huisje. Links- en rechtsonder hebben drie lijntjes en de rest twee of vier. Je moet dus wel begonnen zijn links- of rechtsonder en daar één keer gepasseerd zijn want in allebei zijn drie lijntjes. Je bent dus begonnen in het ene oneven punt en geëindigd in het andere oneven punt. Het huisje is dus doorloopbaar vanaf een oneven punt.

Ja, nou snappen ze het. De bruggen hebben vier oneven punten. Je bent dus twee keer op een andere plek begonnen en twee keer op een andere plek geëindigd. De bruggen zijn dus niet in één keer doorloopbaar.

Op het digibord:

<i>Altijd</i>	<i>Nee</i>	<i>Ja, soms</i>
Touw	Koningsbergen	Smid
Plaatjes	Plaatjes	Plaatjes

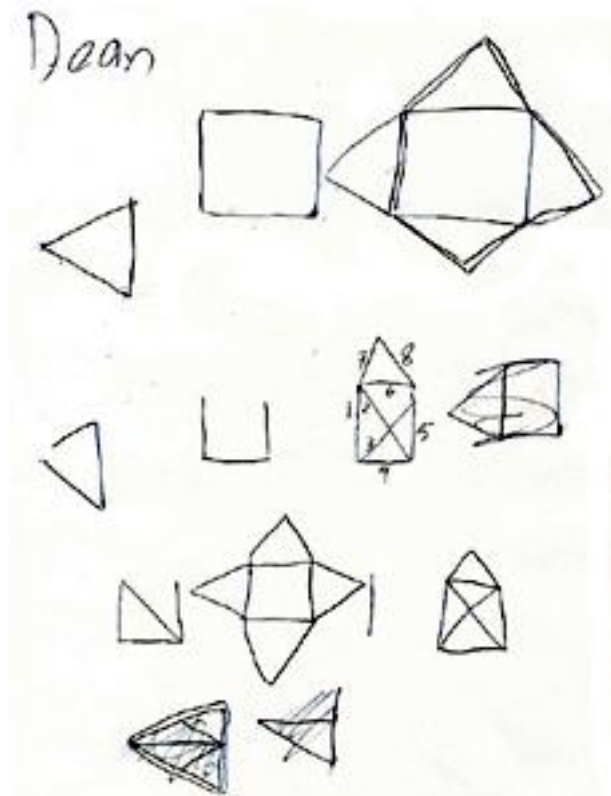
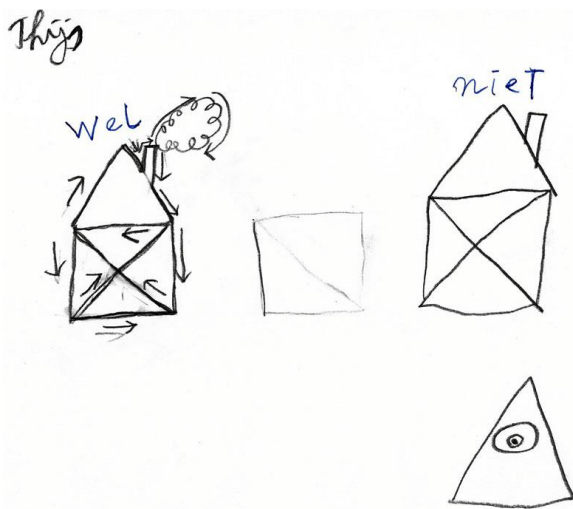
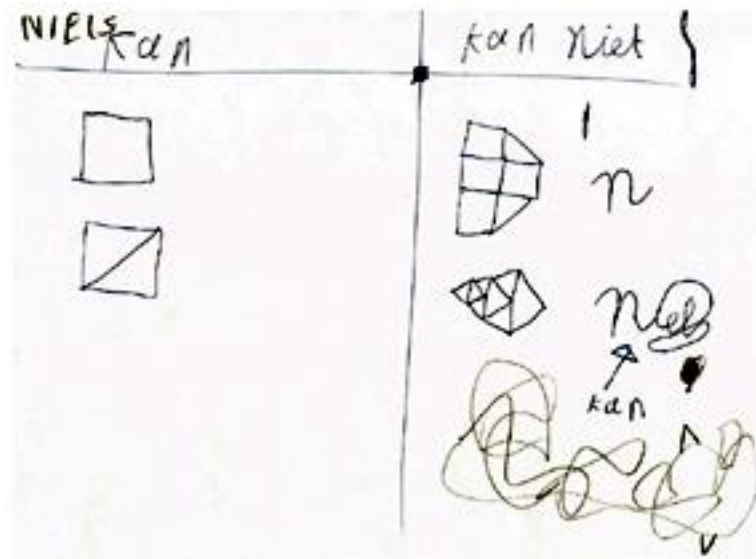
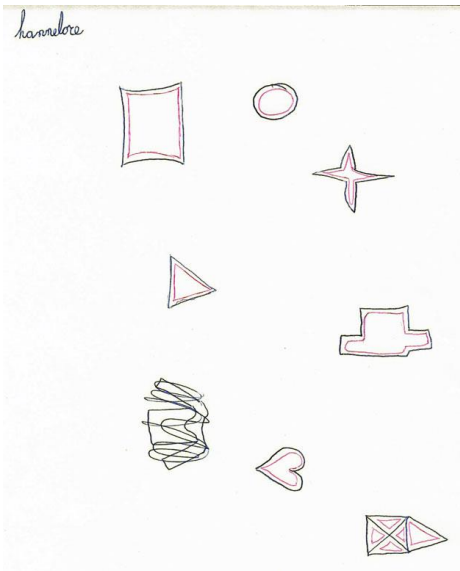
In woorden:

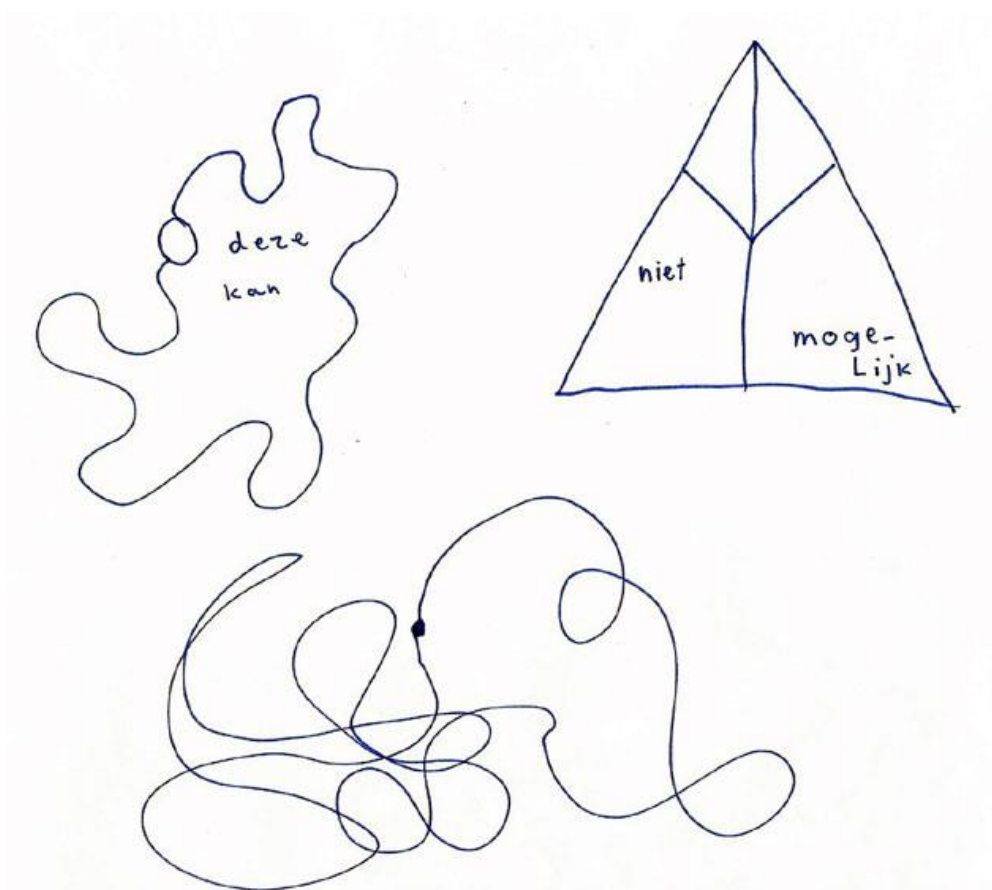
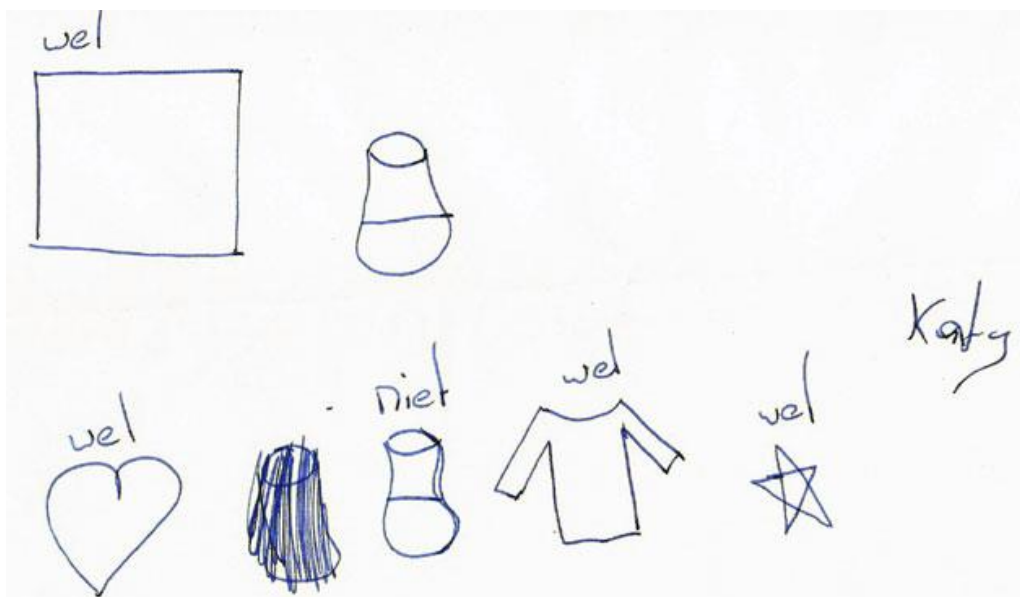
- Allemaal even punten: doorloopbaar vanaf elk punt
- Twee oneven punten: doorloopbaar vanaf de oneven punten
- Meer dan twee oneven punten: niet doorloopbaar

Eigen werk

Nog eens aan het werk. Maak grafen die al of niet doorloopbaar zijn en leg ze ook voor aan je buurman of buurvrouw. Er verschijnt een bonte stoet van eigen creaties op papier.

Uit het werk van Hannelore, Niels, Thijs, Dean, Katy en Rosa:





We besluiten de les met voorbeelden van hun werk op het digibord. Leerlingen doen een uitspraak over doorloopbaarheid of niet. We waren een uur bezig. Aan de knoop uit de voorbereiding zijn we niet toegekomen.

Achteraf

- De afspraak met de school was om er een uur aan te besteden. Ik ben een beetje gaan haasten in *Hoe kan dat nou*. De les kan ook in tweeën met wat meer tijd voor het gezamenlijk zoeken naar een verklaring. Dan komt er ook wat meer tijd voor eigen producties en kan de knoop het slotstuk zijn.



- Eén van de leerlingen zei dat ze het zo goed vond dat je zo moest nadenken!
Een groter plezier kun je een leerkracht niet doen.

Met dank aan de leerlingen en leerkracht van groep 8 van de Jan Campertschool in Driehuis

Redactie, foto's en video: Sylvia Eerhart

Willem Uittenbogaard

Email: w.uittenbogaard@uu.nl

huispagina: <http://www.staff.science.uu.nl/~uitte104/>