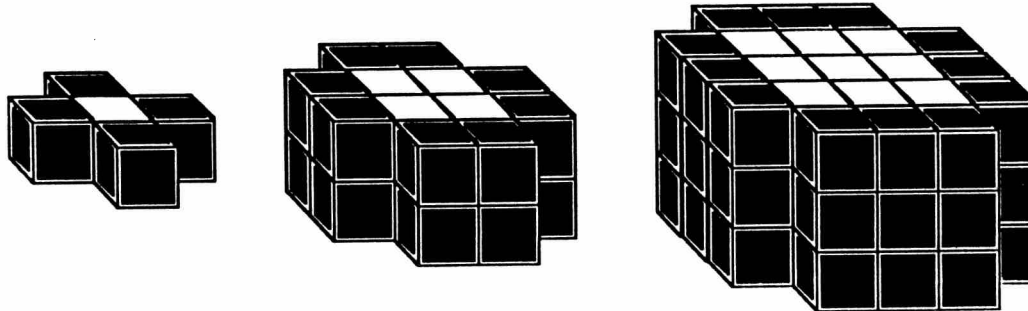


# WERKBLADEN

## Patronen en Groei

## In de lengte, de breedte en de hoogte (1)

Hieronder is het begin van een rij bouwsels getekend. Die bouwsels in de rij zijn opgebouwd uit zwarte en witte kubussen, volgens een vast patroon. Ze groeien zowel in de lengte als in de breedte als in de hoogte.



rangnummer 1

2

3

1. Zeg in je eigen woorden, volgens welk patroon de bouwsels zijn gemaakt.

Je gaat nu bouwsel nummer 5 onder handen nemen.

2. Teken het witte gedeelte van dat bouwsel.  
Hoeveel kubussen zitten daar in en hoe reken je dat uit?
3. Het zwarte gedeelte bestaat uit vier stukken. Teken één zo'n stuk.  
Hoeveel zwarte kubussen zitten er in bouwsel nummer 5?  
Hoe heb je dat uitgerekend?

Even toepassen op een ander rangnummer:

4. Hoe reken je het aantal witte kubussen uit in bouwsel nummer 7?  
En het aantal zwarte kubussen?
5. Henk zegt: "Zonder uit te rekenen kan ik zien van welke kleur er meer kubussen zijn."  
Hoe kan hij dat beredeneren?

## In de lengte, de breedte en de hoogte (2)

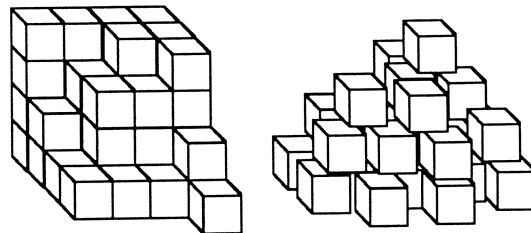
6. Is er een bouwsel met precies 200 witte kubussen?

Welke getallen uit dit rijtje passen wel precies bij het aantal witte kubussen in een bouwsel?

**100, 1, 40, 27, 512, 16, 0, 1000, 25**

Kun je nog een stel passende getallen vinden?

Hoe noem je het soort getallen dat past?



Ik ben benieuwd of het precies uit gaat komen met die 200 kubusjes, wat een werk zeg.

7. Is er een bouwsel met precies 200 zwarte kubussen?

Welke getallen uit het rijtje passen precies bij het aantal zwarte kubussen in een bouwsel?

**100, 1, 40, 27, 512, 16, 0, 1000, 25**

Weet je er nog meer?

Hoe zou je deze getallen noemen?

8. Bij welk rangnummer heb je 1000000 (één miljoen) witte kubussen nodig?

En bij welk rangnummer heb je 1000000 zwarte kubussen nodig?

Hoe komt het dat wit veel eerder bij één miljoen is?

tekening met 1 miljoen witte en 1 miljoen zwarte kubussen.

de witte mooi gestapeld, de zwarte door elkaar

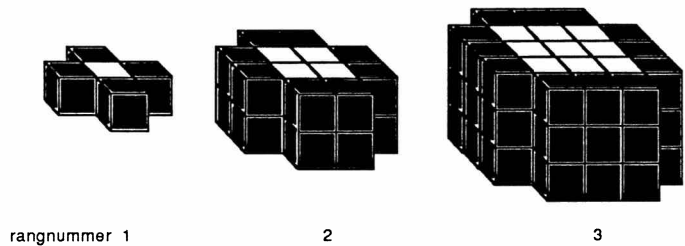
## De computer in

In de rij bouwsels zitten de witte en zwarte kubussen in een vast patroon. Bij ieder rangnummer kun je dan vaak het aantal zwarte en witte kubussen uitrekenen met behulp van formules.

Met behulp van die formules, kun je de computer dan allerlei lastig rekenwerk

voor je laten doen en grafieken laten maken die bij de formules passen.

Met behulp van die grafieken ga je de groei van het aantal zwarte en witte blokjes verder bestuderen.



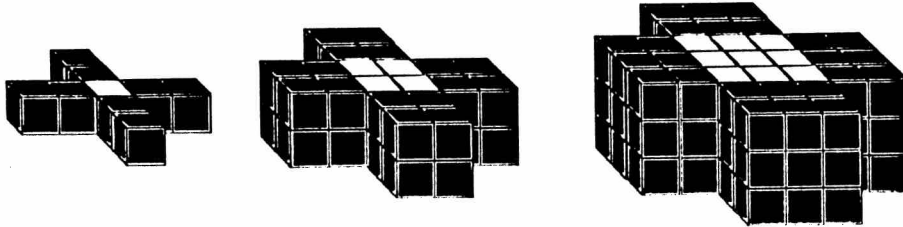
9. Verzin een formule waarmee je met behulp van het rangnummer, het aantal witte kubussen uitrekent.  
Maak ook zo'n formule voor het aantal zwarte kubussen.
10. Hoe heb je het rangnummer in je formules aangegeven?

Met behulp van de formules ga je nu de computer aan het werk zetten. Het programma dat je gaat gebruiken heet tabel. Start het programma volgens de instructies van je docent.

11. In de tabel staat één formule.  
Heeft die formule iets te maken met het aantal zwarte of witte kubussen?  
Waarmee geeft de computer het rangnummer aan?
12. Zet je eigen formules in de tabel. Daarbij kun je de afkorting voor het rangnummer van de computer gebruiken of die van jezelf. (De docent kan ook met de klas een afspraak maken.)
13. Laat de computer de grafieken tekenen, die horen bij de formules in de tabel.  
De grafieken zijn zo alleen losse punten. Die punten kun je verbinden met het commando FLITS. Probeer maar.
14. De twee grafieken snijden elkaar. Bij welk rangnummer gebeurt dat?  
Wat betekent het als twee grafieken elkaar snijden?  
Hoe kun je dat in de tabel zien?
15. Wat betekent het snijden van de grafieken voor het bijbehorende bouwsel?  
Is er verderop in de rij nog een bouwsel met evenveel zwarte als witte kubussen?

## In de computer

Hier staat een nieuwe rij bouwsels.



rangnummer

1

2

3

16. Wat is er veranderd in vergelijking met de vorige rij bouwsels?  
Welke formules passen hier bij het aantal zwarte en bij het aantal witte kubussen?
17. Zet deze formules in de computer.  
Welke kleur wint het in deze rij op den duur?  
Bij welk rangnummer haalt de ene kleur de andere in?

In het volgende stukje ga je met behulp van de computer onderzoeken wat er gebeurt bij het inhalen van de twee kleuren, als het getal in de formule voor het aantal zwarte kubussen steeds verandert.

Ineke kiest voor de formule van het aantal zwarte  $9 * n * n$ .

Henk vindt dat dat niet kan, volgens hem moet het getal altijd een viervoud zijn, dus krijg je als formule bijvoorbeeld  $16 * n * n$  of  $40 * n * n$ .

18. Wie heeft er volgens jou gelijk?

## Veranderende formules (1)

Ineke zet de formule  $9 * n * n$  in de computer en zegt: "Bij negen haalt wit nog steeds in, kijk maar."

Als Henk en Ineke voor zwart de formule  $40 * n * n$  in de computer zetten zeggen ze: "Hier wint zwart. Dat kun je aan de tabel en de grafiek zien."

19. Onderzoek met behulp van de computer of ze gelijk hebben.
20. Probeer een getal voor de formule van zwart te vinden, zodat wit niet meer inhaalt.

Henk en Ineke zetten al hun probeersels nog eens op achter elkaar:

aantal zwarte	$9*n*n$	$40*n*n$	$8*n*n$	$400*n*n$	$16*n*n$	$4*n*n$
aantal witte	$n*n*n$	$n*n*n$	$n*n*n$	$n*n*n$	$n*n*n$	$n*n*n$

Opeens zegt Henk: "Ik zie aan de formules bij welk rangnummer het aantal zwarte gelijk is aan het aantal witte." Daarop zegt Ineke; "Ik begrijp wat je bedoelt, ....."

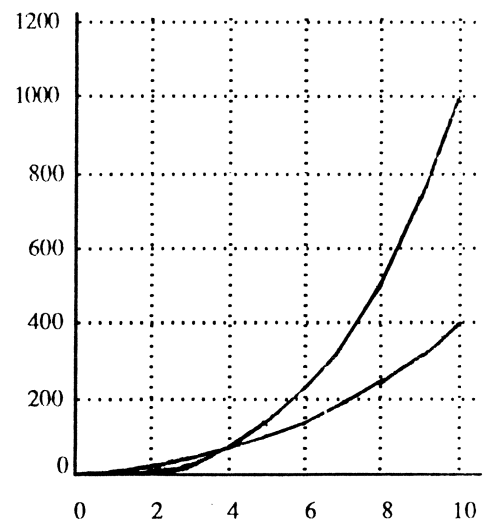
21. Maak de zin van Ineke af.  
Is dit ook zo bij de formules die je zelf bij opdracht 20 hebt gemaakt?

Ineke: "Ik snap nu ook waarom bij deze formules zwart het nooit zal winnen van wit, hoe groot je het getal in de formule voor zwart ook kiest."

22. Begrijp jij het ook? Schrijf dan op waarom.

## Veranderende formules (2)

Bij de rij formules op de vorige bladzijde is wit steeds de winnaar. Met andere woorden: als het rangnummer steeds groter wordt groeit het aantal witte ver boven het aantal zwarte uit. Er zijn bij deze formules echter ook steeds een aantal waarden voor  $n$  waarbij zwart groter is dan wit. Dat kun je in deze grafieken goed zien.



23. Bij welke waarden voor  $n$  is zwart groter dan wit bij deze grafieken?

24. Bij welke waarden voor  $n$  is zwart groter dan wit bij

$$z = 40 * n * n$$

$$\text{en } w = n * n * n ?$$

Kun je dat ook beredeneren door alleen naar de formule te kijken?

25. Door alleen het getal in de formule voor het aantal zwarte te veranderen, lukt het niet om zwart op den duur te laten winnen.

Kun je een formule voor zwart maken, zodat wit niet meer wint?

(Natuurlijk kun je de computer gebruiken bij het controleren.)

26. Henk maakt de volgende formule:  $z = 1/2 * n * n * n$ .

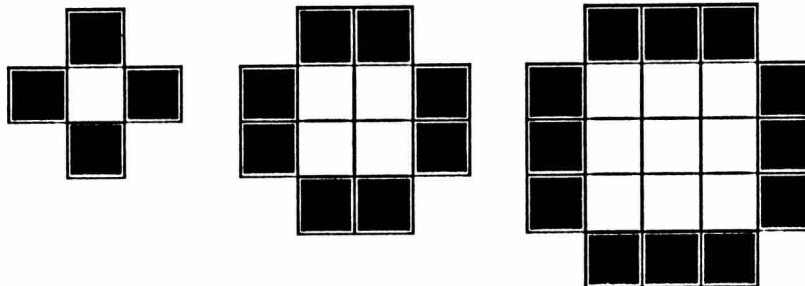
Lukt het hem om zwart zo te laten winnen?

27. Op de vorige bladzijde staat een hele rij formules voor zwart.

Zet ze op volgorde met de verliezer voorop en de winnaar achteraan.

## In de lengte en de breedte

Je kunt ook naar groeiende tegelvloertjes kijken.



rangnummer

1

2

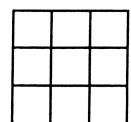
3

28. Wat voor getallen kom je tegen als je naar de aantallen witte tegels kijkt?  
En wat voor getallen bij de aantallen zwarte tegels?
29. Maak formules, waarmee je met behulp van het rangnummer het aantal zwarte tegels en het aantal witte tegels uitrekent.
30. Zet de formules in de computer en maak de tabellen en de grafieken.  
Welke kleur wit het op den duur?
31. Had je dat al aan kunnen zien komen? Zo ja, hoe dan?

Henk en Ineke bespreken wat er zal gebeuren als je hier in de formule voor zwart het getal verandert.

Volgens hun .....

32. En volgens jou?
33. Maak rond deze witte vierkanten een patroon met zwarte tegels.  
Zorg ervoor dat zwart op den duur wint.  
Controleer je keuze met behulp van formules en de computer.



rangnummer 1

2

3

34. Haalt bij jouw patroon zwart op een gegeven moment wit in, of is zwart vanaf het begin al groter?



## De patronen even aan de kant

35. Kun jij je bij deze formules een kubus-, een tegel-, of een ander patroon voorstellen?

$$w = 120 * n * n * n$$

$$z = 6 * n * n * n * n$$

Henk en Ineke kunnen zich dat in ieder geval niet. Toch zeggen ze tegen elkaar: "Ik kan zien welke op den duur wint en ik kan ook nog zien waar ze elkaar inhalen."

Het verhaal vertelt niet of ze de computer daarbij gebruiken. Jij bent in ieder geval vrij om te bepalen hoe je de volgende vraag beantwoordt:

36. Welke wint op den duur,  $w$  of  $z$ ?  
En waar wordt ingehaald?

Tot nu toe werden  $w$  en  $z$  steeds groter, als je het rangnummer  $n$  groter maakte.

Er zijn ook formules waarbij dat niet het geval is, bekijk het volgende stel formules maar eens.

$$w = 12 * 1/n * 1/n$$

$$z = 6 * 1/n$$

in de computer

$$w = 12 * (1/n) * (1/n)$$

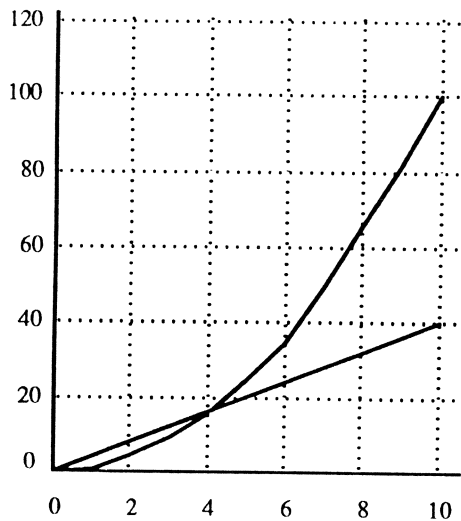
$$z = 6 * (1/n)$$

37. Zet de formules in de computer en laat de bijbehorende grafieken tekenen.  
Wat zijn je conclusies over winnen/verliezen, inhalen, groter/kleiner worden, .....?

## Formules en grafieken gezocht

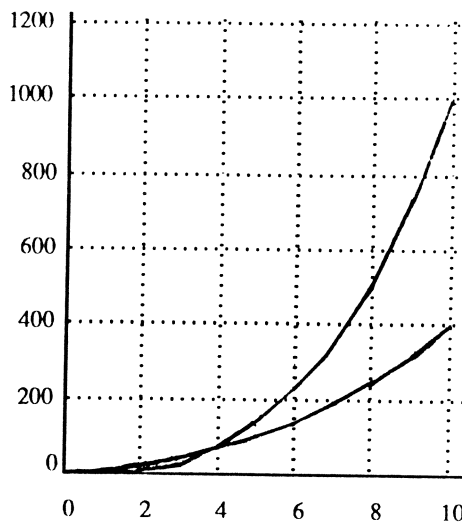
Hieronder staan grafieken die horen bij formules, die je al eerder hebt gezien.

De grafieken snijden elkaar bij  $n = 4$ .



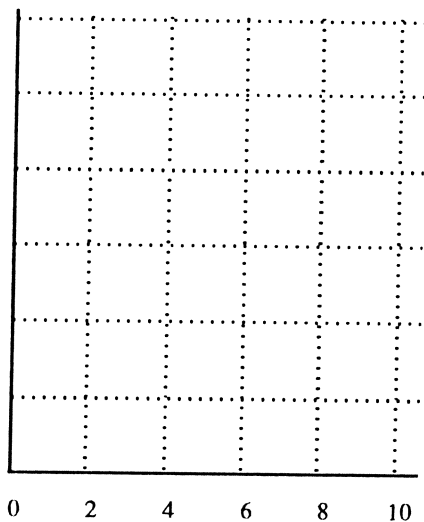
$$z = 4 * n$$

$$w = n * n$$



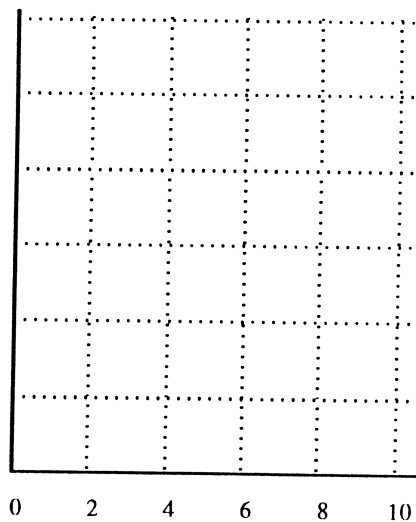
$$z = 4 * n * n$$

$$w = n * n * n$$



$$z = \dots\dots\dots$$

$$w = \dots\dots\dots$$



$$z = \dots\dots\dots$$

$$w = \dots\dots\dots$$

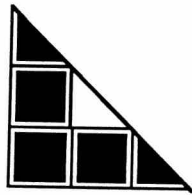
38. Teken in de lege assenstelsels steeds twee grafieken, die elkaar snijden als  $n$  gelijk is aan 4. Zet de formules er onder.

Je kunt de computer gebruiken om formules en hun grafieken op te sporen.

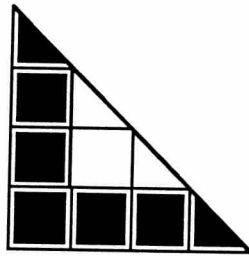
## Oefeningen

Bij deze opdrachten kun je alle "gereedschappen" gebruiken waarmee je in deze werkbladen hebt gewerkt: de patronen (voor zover van toepassing), de tabellen, de grafieken, de formules, de computer en bovenal natuurlijk je gezonde verstand.

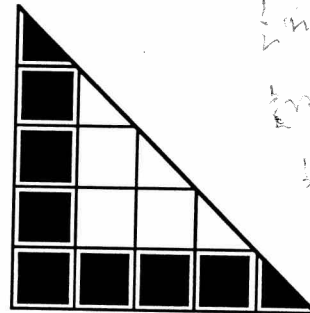
39. Geef bij dit patroon formules voor het aantal zwarte en het aantal witte tegels.  
Welke kleur wint het op den duur?



rangnummer 1



2



3

$n+2$   
 $\frac{1}{2}(n-1)^2$   
 $\frac{1}{2}n^2 - n + 1$   
 $\frac{1}{2}n^2 - n + 1$   
 $n^2 - 4n + 6$   
 $2z \sqrt{2}$

40. Zoek steeds uit welke op den duur wint, z of w.

Geef ook aan vanaf welk rangnummer de winnaar het grootst is.

a.  $z = 2 * n * n * n$   
 $w = 6 * n * n$

b.  $z = 2 * n + 12$   
 $w = 4 * n$

c.  $z = n * n * n * n$   
 $w = 1/4 * n * n * n$

d.  $z = 1/n$   
 $w = 20 * 1/n * 1/n$

Je hoeft natuurlijk niet altijd  $n$  te gebruiken voor het getal dat je invult in de formules en je hoeft ook niet steeds  $z$  en  $w$  te gebruiken voor de getallen die je uitrekent. (De "z" en de "w" gebruik je trouwens niet eens in de computer.)

41. Welke wordt hier op den duur het grootst?

Bij welke waarde van  $x$  hebben  $f(x)$  en  $g(x)$  dezelfde uitkomst?

a.  $f(x) = 0,1 * x * x$   
 $g(x) = 2 * x$

b.  $f(x) = 100 * 1/x$   
 $g(x) = 4 * x$

c.  $f(x) = 0,2 * x * x * x$   
 $g(x) = 1000 * x * x$

42. Maak een opgave voor een proefwerk over deze werkbladen.

