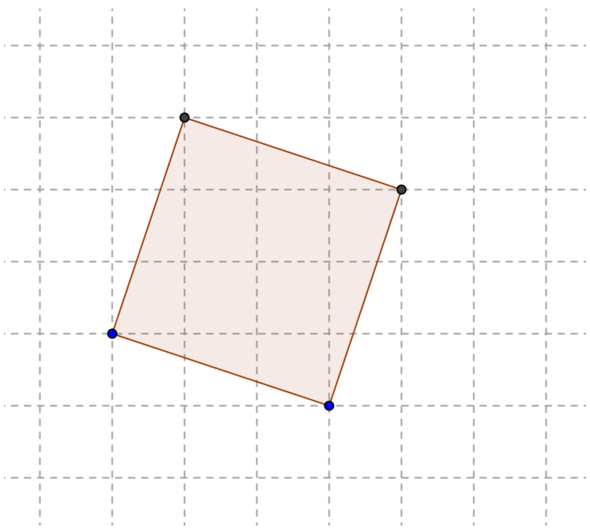
Vraag	Vierkanten op roosterpunten
Schooltype	Havo / Vwo
Type	Toetsopgave
Trefwoorden	Wortels, stelling van Pythagoras, irrationaliteit, WDA
Domein+subdomein	D
Tussendoelnummer	2.1, 5.7, 10.3, 11.4
Bereidt specifiek voor op	WB/WD
Niveau	III
Status	definitief
Opmerkingen	Kan ook als klassenactiviteit, maar dan als onderzoek welke gehele getallen als oppervlakte van een vierkant op roosterpunten kunnen voorkomen.

Vierkanten op roosterpunten



Hierboven staat een vierkant getekend waarvan alle hoekpunten precies op een roosterpunt liggen.

a. & b. Bereken lengte van de zijde **én**
bereken de oppervlakte van bovenstaand vierkant.
(Je kunt zelf kiezen; eerst de zijde berekenen en daarmee de oppervlakte of eerst de oppervlakte berekenen en daarmee de zijde.)

c. Is het mogelijk om een vierkant te tekenen waarbij de hoekpunten weer precies op roosterpunten liggen, maar dan met oppervlakte 13? Leg uit waarom dit wel of niet mogelijk is.

d. Is het mogelijk om een vierkant te tekenen waarbij de hoekpunten weer precies op roosterpunten liggen, maar dan met oppervlakte 15? Leg uit waarom dit wel of niet mogelijk is.

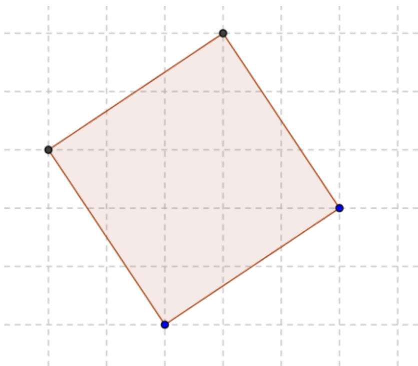
Uitwerkingen vierkanten op roosterpunten:

a. & b.

De zijde is $\sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$. De oppervlakte is dus 10.

Of:

Vierkant ligt in vierkant met zijde 4, waar 4 rechthoekige driehoeken afgehaald zijn. Oppervlakte is dan $4^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 6 - 10$. De zijde is dus $\sqrt{10}$.



c. Mogelijk: de zijde is $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ dus de oppervlakte is 13.

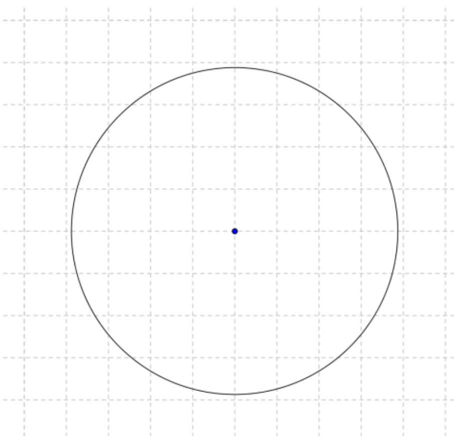
d. De zijde van het vierkant moet $\sqrt{15}$ zijn.

Er geldt $\sqrt{v^2 + h^2} = \sqrt{15}$ met *v* voor de verticale afstand tussen twee hoekpunten en *h* de horizontale afstand. Dan geldt dus ook $v^2 + h^2 = 15$ waarbij v en h gehele getallen kleiner dan 4 moeten zijn omdat de hoekpunten op roosterpunten moeten liggen en de som van de kwadraten 15 moet zijn. Dan zijn dit alle mogelijkheden:

v	h	v^2	h^2	$v^2 + h^2$
0	1	0	1	1
0	2	0	4	4
0	3	0	9	9
1	1	1	1	2
1	2	1	4	5
1	3	1	9	10
2	2	4	4	8
2	3	4	9	13
3	3	9	9	18

15 komt niet voor in de rechterkolom. Het is dus niet mogelijk.

Of: $\sqrt{15} \approx 3{,}873$.Het tweede hoekpunt zou dus op die afstand van het eerste hoekpunt moeten liggen. Een cirkel met straal 3,87 gaat



nergens door een roosterpunt dus dit is niet mogelijk.