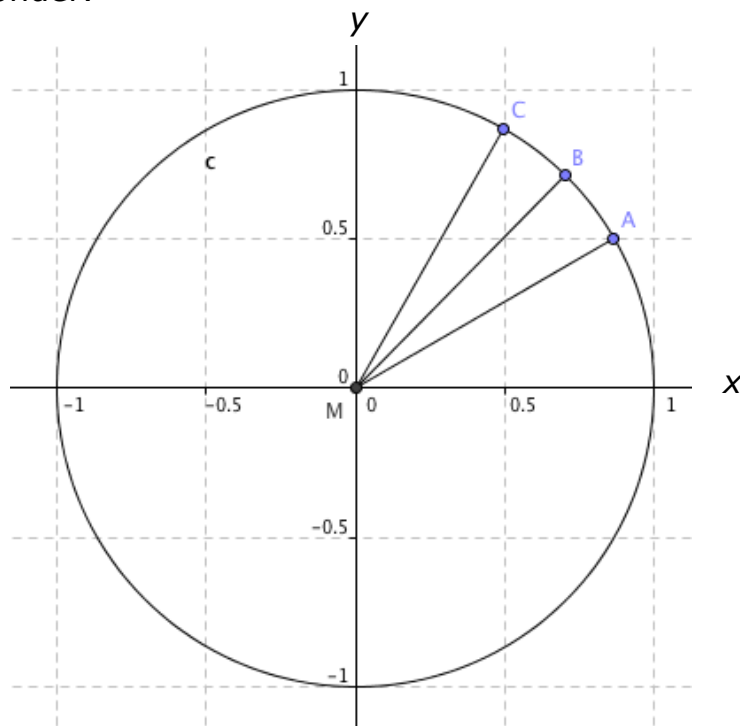


Vraag	Eenheidscirkel
Schooltype	Vwo
Type	Toetsopgave / klassenactiviteit
Trefwoorden	Goniometrie, stelling van Pythagoras, eenheidscirkel, wda
Domein+subdomein	D
Tussendoelnummer	10.3, 10.4, 11.4
Bereidt specifiek voor op	VB
Niveau	III
Status	Definitief
Opmerkingen	Vraag f is een denkactiviteit. De volledige opgave is te pittig als toetsopgave.

Eenheidscirkel

Gegeven is een cirkel c in een assenstelsel, met middelpunt M in de oorsprong en met straal 1. We noemen deze cirkel ook wel de eenheidscirkel. Getekend zijn drie lijnstukken AM , BM en CM . Zie de tekening hieronder.



- Bereken de hoek die lijn AM maakt met de positieve x -as. Maak gebruik van de gegeven figuur hierboven door daarin eerst de y -coördinaat van punt A af te lezen.
- De x -coördinaat en de y -coördinaat van punt B zijn hetzelfde. Bereken de coördinaten van punt B . Rond af op twee decimalen.

Lijn MC maakt een hoek van 60° met de positieve x -as.

- c. Bereken met behulp van de afgelezen x -coördinaat en de tangens de y -coördinaat van C in drie decimalen nauwkeurig.
- d. Wat valt je op aan de coördinaten van punt A en punt C .
- e. De y -coördinaat van punt C is ook exact te berekenen met de stelling van Pythagoras. Geef de exacte coördinaten van punt A en punt C .
- f. Teken een eenheidscirkel in een assenstelsel met een x -as en y -as van -5 tot 5 . Construeer op de eenheidscirkel het punt D , waarvoor geldt: $\tan(\sphericalangle D) = \frac{3}{4}$, waarbij $\sphericalangle D$ de hoek is van lijn MD met de positieve x -as.

Uitwerkingen

- a. De y -coördinaat van punt A is $0,5$. En $AM = 1$

$$x_A^2 + y_A^2 = AM^2$$

$$x_A^2 + 0,5^2 = 1^2$$

$$x_A = \sqrt{0,75} \approx 0,866$$

$$\tan(\sphericalangle AMX) = \frac{y_A}{x_A} = \frac{0,5}{\sqrt{0,75}}$$

$$\sphericalangle AMX = 30^\circ \text{ (Of met de oorspronkelijke gegevens en de sinus.)}$$

- b. Als de x - en y -coördinaat van een punt op de cirkel hetzelfde zijn, dan is de hoek 45° met de positieve x -as.

$$x_B^2 + y_B^2 = BM^2$$

$$x_B^2 + x_B^2 = 1^2$$

$$2x_B^2 = 1$$

$$x_B^2 = \frac{1}{2}$$

$$x_B = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0,71$$

$$\text{Dus: } B(0,71; 0,71)$$

- c. $\sphericalangle CMY = 90^\circ - \sphericalangle CMX = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
De x -coördinaat van punt C is $0,5$.

$$\tan(\sphericalangle AMY) = \frac{x_C}{y_C} = \frac{0,5}{y_C}$$

$$y_C = \frac{0,5}{\tan(30^\circ)} \approx 0,866$$

- d. $x_A = y_C$ en $x_C = y_A$

- e. Met behulp van de stelling van Pythagoras krijg je: $A\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ en

$$C\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3}\right).$$

f.

