

# VULGRAAD



Voorronde opdracht van de 27<sup>e</sup> Wiskunde Alympiade

13 November 2015



## Colofon

De Wiskunde Alympiade is een initiatief van het Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

De Alympiadecommissie is verantwoordelijk voor de organisatie van de Alympiade en het vervaardigen van de opdracht.

De commissie bestaat uit:

Sarah Abdellahi  
House of Mathematics, Isfahan, Iran

Marcel Daems  
Montaigne Lyceum, Den Haag

Eric van Dijk  
Lorentz Casimir Lyceum Eindhoven

Tom Goris  
Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan  
Freudenthal Instituut, Utrecht & NHL Hogeschool, Leeuwarden

Senta Haas  
Städtisches Gymnasium Hennef, Hennef, Duitsland

Kim Kaspers  
Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur,  
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert  
Röntgen Gymnasium, Remscheid-Lennep, Duitsland

Ruud Stolwijk  
CITO, Arnhem & Vrijeschool Zutphen VO

Monica Wijers  
Freudenthal Instituut, Utrecht

Secretariaat:

Liesbeth Walther en Mariozee Wintermans  
Freudenthal Instituut, Utrecht

De Alympiade wordt mede mogelijk gemaakt door subsidies van

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap  
CASIO, Amstelveen  
Texas Instruments, Utrecht

## **Werkwijzer bij de voorronde opdracht van de Wiskunde Olympiade 2015/2016**

Deze Wiskunde-Olympiade-opdracht bestaat uit zeven opdrachten en twee slotopdrachten. De eerste zeven opdrachten vormen een aanloop naar de slotopdrachten: alle verworven kennis en inzichten uit deze opdrachten kunnen worden toegepast in de eindopdracht.

### **Algemene adviezen bij het werken aan deze opdracht:**

- Lees eerst de volledige tekst van de opgave door zodat je weet wat jullie allemaal te doen staat.
- Bewaak de tijd die jullie besteden aan de eerste zeven opdrachten, neem ruim de tijd voor de slotopdrachten, zeker wel 2 uur.  
Als je taken hebt verdeeld, bespreek dan na iedere opdracht de resultaten met elkaar.
- **Onderzoeksvragen:**  
In een aantal vragen staat: 'onderzoek ...'  
Geef bij dit soort vragen altijd nauwkeurig aan wat je onderzocht hebt, onderzoek eventueel eenvoudigere problemen, ga verder dan "alleen het antwoord op de vraag geven", onderzoek alternatieven. Op dit soort criteria wordt de kwaliteit van je uitwerking beoordeeld.
- Als je tijdens het werken aan de opdrachten bepaalde aanpakken, methodes of proceduurs aanpast, beschrijf in je verslag dan deze aanpassingen en geef aan waarom je ze hebt aangebracht.
- Het kan verstandig zijn om Excel of een ander rekenprogramma te gebruiken voor deze opdracht.

### **Inleveren:**

- De slotopdrachten A en B
- De opdrachten 1 t/m 7 als bijlage(n)

**De jury krijgt een digitale kopie van jullie werk. Als er bijlagen bij het werkstuk horen, lever dan alles aan in een gezippt mapje. Vermeld de naam van de school én jullie eigen namen in de bestandsnaam.**

### **Beoordeling:**

Bij de beoordeling kan onder andere gelet worden op:

- de leesbaarheid en de duidelijkheid van de slotopdrachten;
- de volledigheid van het werk;
- het gebruik van wiskunde;
- de gebruikte argumentatie en de verantwoording van gemaakte keuzes;
- de diepgang waarmee een en ander is gedaan;
- de manier van presenteren: o.a. de vorm, leesbaarheid, structuur, gebruik en functie van bijlagen;
- De (wiskundige) creativiteit in de uitwerkingen van de opdrachten.

Veel plezier en succes!

## Inleiding

Voor winkelen hoef je tegenwoordig de deur niet meer uit: je bestelt online en alle aankopen worden thuisbezorgd. Sjouwen is er niet meer bij, je hoeft alleen het pakket nog aan te nemen van de postbode. Zo'n pakket is nog wel eens verrassend groot. Je bestelt bijvoorbeeld een schroevendraaier, maar de grootte van de doos doet vermoeden dat er een schroefboormachine in zit. In deze opdracht onderzoek je waarom dat het geval is en hoe bestellingen zo effectief mogelijk kunnen worden ingepakt.



## Vulgraad

De vulgraad is het percentage van de inhoud van een doos dat gebruikt wordt voor het artikel.

Als een klein artikel in een relatief grote doos wordt verpakt dan is er veel loze ruimte: de doos bevat meer ruimte met lucht (of opvulmiddel) dan met het artikel zelf. De vulgraad is dan laag.

Is dat erg? Een lage vulgraad verhoogt vanzelfsprekend de kosten voor verpakkingsmateriaal (en opvulmiddel) maar het verhoogt ook de vervoerskosten. Want als de dozen groter zijn dan nodig, passen er minder in een container of vrachtwagen. Dus ook de vulgraad van de container of vrachtwagen is dan lager dan zou kunnen. Hierdoor moet er vaker geladen, gereden en gelost worden. En ook dat kost meer geld.

Toch kiest men er bij een postorderbedrijf niet voor om voor elk artikel een passende doos te gebruiken. Werken met veel verschillende dozen zorgt voor extra inpaktijd, omdat de inpakkers steeds de meest geschikte doos moeten zoeken. Bovendien moeten er dan ook veel verschillende dozen op voorraad worden gehouden, en dat kost opslagruimte. Het aantal verschillende dozen dat een postorderbedrijf op voorraad heeft zal dus beperkt zijn.

De vraag is nu: welke formaten moeten de dozen hebben om een optimale vulgraad voor de verschillende artikelen te krijgen?

In deze opdracht werken we met een vereenvoudigde situatie: we gaan er van uit dat er in elke verzendoos slechts één artikel verpakt wordt. En we gaan ervanuit dat de optimale verzendoos voor een artikel de balkvormige doos is, die precies om het artikel heen past. De vulgraad is dan 100%.

## Instapopdrachten



In Amherst is een nieuw postorderbedrijf gestart: AmberFast. In eerste instantie heeft AmberFast slechts drie artikelen in het assortiment:

- Een koffiezetapparaat (afmetingen 34 bij 27 bij 21 cm)
- Een blender (38 bij 15 bij 14 cm)
- Een handmixer (20 bij 15 bij 9 cm)

Je gaat op zoek naar de afmetingen van één balkvormige verzenddoos waar zowel het koffiezetapparaat, de blender als de handmixer afzonderlijk in past.

### Opdracht 1

Bepaal de afmetingen van deze doos en bepaal de vulgraad ervan voor elk van de drie artikelen afzonderlijk.

AmberFast wil een hogere vulgraad bewerkstelligen. Men besluit daarom het aantal dozen uit te breiden tot twee. De vraag is nu welke afmetingen het best gekozen kunnen worden voor deze twee verschillende (balkvormige) dozen zodat er een zo hoog mogelijke vulgraad bereikt wordt.

### Opdracht 2

Onderzoek wat de optimale afmetingen voor de twee dozen zijn en bereken vervolgens de vulgraad van deze dozen voor de drie artikelen afzonderlijk.

Een bedrijf verkoopt normaal gesproken allerlei verschillende artikelen in verschillende aantallen. De vulgraad van een doos voor één bepaald artikel zegt daarom nog niet zo veel over de efficiëntie van het verpakken. Men heeft behoefte aan een nieuwe maat die de vulgraad voor alle artikelen en alle dozen combineert.

### Opdracht 3

Bedenk een manier om zo'n gecombineerde vulgraad te bepalen (voor de dozen uit opdracht 2) en bereken deze voor drie situaties:

- I. Van alle artikelen worden er evenveel verkocht.
- II. De verhouding van de aantallen bestelde koffiezetapparaten : blenders : handmixers is gelijk aan 1 : 2 : 5
- III. De verhouding koffiezetapparaten : blenders : handmixers is gelijk aan 5 : 1 : 2

#### **Opdracht 4**

Onderzoek nu voor elk van de drie hierboven genoemde situaties bij welke afmetingen voor de twee dozen de gecombineerde vulgraad optimaal is.

***Vanaf nu wordt met vulgraad deze gecombineerde vulgraad bedoeld.***

Niet elk artikel wordt even vaak besteld. Dat kan van invloed zijn op de keuze voor de afmetingen van de dozen, zoals je hierboven hebt gemerkt.

Het kan zijn dat je je methode om de vulgraad te berekenen gaandeweg hebt aangepast.

#### **Opdracht 5**

Beschrijf jullie definitieve **methode** om de (gecombineerde) vulgraad te berekenen. Geef daarbij eventueel aan wat je hebt aangepast.

Dit moet zo geschreven zijn dat iedereen het goed kan begrijpen en deze methode daadwerkelijk kan gebruiken. Gebruik deze methode ook in de vervolgoopdrachten.

#### **Vervolgopdrachten**

Je hebt gemerkt dat de verhouding van de bestelde artikelen invloed heeft op de optimale afmetingen van de verzenddozen.

#### **Opdracht 6**

Formuleer een aantal algemeen geldende regels om de afmetingen van de twee dozen voor de drie artikelen te bepalen die de beste vulgraad leveren.

**Tip:** Varieer de verhouding van de bestelde artikelen om na te gaan welke formaten dozen je steeds nodig hebt.

AmberFast gaat naast het koffiezetapparaat, de blender en de handmixer nog een vierde artikel verkopen: een espressomachine met afmetingen 45 bij 38 bij 29 cm.



#### **Opdracht 7**

Nog steeds wil het bedrijf met twee dozen een optimale vulgraad bereiken. Onderzoek of dat met de 'bestaande dozen' lukt, of dat het verstandiger is om met twee andere dozen te werken - en of de verhoudingen van de bestelde artikelen hierbij uitmaken.

## **Slotopdrachten**

AmberFast groeit en verkoopt uiteindelijk ruim 20 verschillende artikelen: koffiezetapparaten, broodroosters, blenders, mixers, etcetera. Deze apparaten staan, samen met hun afmetingen, vermeld in het bijgeleverde Excel-document.

Om deze artikelen optimaal te verpakken is het belangrijk om de juiste keuzes te maken. Het gaat dan niet alleen om het kiezen van de afmetingen van de dozen, maar ook om te kiezen hoeveel verschillende dozen er gebruikt gaan worden. Bij gebruik van één type doos is de gecombineerde vulgraad waarschijnlijk niet hoog, terwijl de vulgraad bij twintig verschillende dozen gelijk is aan 100%, omdat er dan voor elk artikel een precies passende doos is. Er geldt: Hoe minder dozen er nodig zijn, hoe beter - maar er geldt ook: hoe hoger de vulgraad, hoe beter. Daar moeten dus keuzes in gemaakt worden.

### **Deel A:**

Ga er vanuit dat je met maximaal vijf dozen mag werken, en dat er evenveel bestellingen van elk artikel zijn (dus gelijke verhoudingen).

Bedenk bij deze situatie aan aanpak om de optimale afmetingen van de vijf verschillende dozen te bepalen. Let wel: het gaat hier om het beschrijven van de aanpak, niet om de uitkomst.

### **Deel B:**

Het bedrijf AmberFast wil graag inzicht in het verband tussen het aantal te gebruiken dozen en de vulgraad, zodat ze een verantwoorde keuze kunnen maken. Hierbij kan het aantal bestellingen van ieder artikel vanzelfsprekend verschillen.

Ontwerp een methode of overzicht waarin je laat zien hoe het aantal verschillende dozen samenhangt met de gecombineerde vulgraad en met de verhouding van de aantallen bestellingen van de verschillende artikelen. Beschrijf dit in een notitie voor het postorderbedrijf AmberFast. Het bedrijf moet aan de hand van deze notitie zelf een keuze kunnen maken ten aanzien van het aantal te gebruiken dozen en de afmetingen van die dozen. Met andere woorden: jullie bepalen niet de keuze voor het postorderbedrijf, maar jullie presenteren, een overzichtelijke methode waarmee de directie van AmberFast een weloverwogen keuze kan maken.