

Wat wil je zeggen? en

...

**Alympiade finale
9 en 10 maart 2018
Garderen, Nederland**

Colofon

De Wiskunde Olympiade is een initiatief van het Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht
De Olympiade commissie is verantwoordelijk voor de organisatie van de Olympiade en het vervaardigen van de opdracht.

De commissie bestaat uit:

Eric van Dijk

Lorentz Casimir Lyceum, Eindhoven

Tom Goris

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan

Freudenthal Instituut, Utrecht

Senta Haas

Städtisches Gymnasium Hennef, Hennef, Duitsland

Jacques Jansen

Strabrecht College, Geldrop

Kim Kaspers

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert

Röntgen Gymnasium, Remscheid-Lennep, Duitsland

Ruud Stolwijk

CITO, Arnhem, Vrijeschool Zutphen VO, Zutphen

Monica Wijers

Freudenthal Instituut, Utrecht

Secretariaat:

Liesbeth Walther en Mariozee Wintermans

Freudenthal Instituut, Utrecht

De Olympiade wordt mede mogelijk gemaakt door een bijdrage van:

CASIO, Amstelveen

WERKWIJZER FINALE WISKUNDE A-LYMPIADE 2018

VOORAF:

- Lees eerst de volledige tekst van de opdracht door zodat je weet wat je dit weekend allemaal te doen staat.
- Controleer of je de gegevens op de usb stick kunt openen.
- De volgende file staat op de stick: de opdracht: Finale Alympiade2018 (in Nederlands, Engels en Duits) inclusief drie bijlagen.
- Verdeel de taken waar mogelijk.

TIJDSPLANNING:

- Bewaak je tijd bij het werken aan de verschillende onderdelen.
- Er moet een werkstuk opgeleverd worden én een presentatie voorbereid worden. Over de slotopdracht en de presentatie volgt tijdens het weekend meer informatie.
- Maak vooraf een planning wanneer wie waaraan begint.
- Zaterdagmiddag, vóór de lunch, om 12.30 uur moet je de usb-stick met het resultaat (als één document) inleveren.

INLEVEREN:

- Zaterdagmiddag uiterlijk 12.30 uur: de usb-stick met daarop het werkstuk.
 - o Lever het werkstuk in als **één** document, bij voorkeur een pdf.
 - o Probeer op een aantal verschillende computers uit of de pdf leesbaar is.
 - o De jury krijgt digitale kopieën van de ingeleverde file, je kunt dus eventueel met kleuren werken in het werkstuk.
 - o De verantwoordelijkheid voor het al dan niet lees- en verwerkbaar zijn van het ingeleverde document ligt bij jullie zelf.

BEOORDELING:

- Verwerk alle bevindingen tot een helder verslag dat (zonder de opdracht erbij) zelfstandig leesbaar is. De eindopdracht met onderbouwing en argumenten staat centraal.
- Bij de beoordeling van het verslag wordt onder andere gelet op:
 - o de uitwerking en verslaglegging van de instapopdrachten 1 t/m 3, de opdrachten 1 t/m 3 en de eindopdracht(en);
 - o de volledigheid van de antwoorden op de verschillende onderdelen;
 - o het gebruik van wiskunde;
 - o de gebruikte argumentatie en de verantwoording van de gemaakte keuzes;
 - o de diepgang waarmee de verschillende opdrachten worden beantwoord;
 - o de wijze waarop het geheel gepresenteerd wordt: vorm, samenhang, leesbaarheid, illustraties enzovoort;
 - o de poster die je maakt voor de eindpresentatie;
 - o de originaliteit en creativiteit.

Veel plezier en succes gewenst!

Wat wil je zeggen?

De mobiele telefoon wordt vaak gebruikt voor het versturen van tekstberichten. Vroeger, voor de tijd van de smartphones, was dat best lastig. Mobiele telefoons hadden toen een toetsenbord zoals in de figuur hiernaast.



Voor het typen van teksten was er een **snelle** manier en een **omslachtige** manier.

Bij de **snelle** manier maak je gebruik van het "T9"-systeem, dat gebruik maakt van het woordenboek op de telefoon. T9 is een afkorting van 'Tekst op 9 toetsen'. Het T9-systeem maakt gebruik van de toetsen 2 tot en met 9 en 0. De 0 wordt gebruikt om een spatie in te voeren.

De **omslachtige** manier, zonder gebruik van T9, gaat als volgt. Als je "hallo" wilt typen moet je het volgende intoetsen:

- twee keer cijfertoets 4 voor de "H"
- één keer cijfertoets 2 voor de "A"
- drie keer cijfertoets 5 voor de "L"
- drie keer cijfertoets 5 voor de "L"
- drie keer cijfertoets 6 voor de "O"

Typen met gebruik van het T9-systeem gaat als volgt. Als je "hallo" wilt typen door middel van T9 (met behulp van het woordenboek), moet je het volgende intoetsen:

- één keer cijfertoets 4 voor de "H"
- één keer cijfertoets 2 voor de "A"
- één keer cijfertoets 5 voor de "L"
- één keer cijfertoets 5 voor de "L"
- één keer cijfertoets 6 voor de "O"

Het T9-systeem zoekt in de ingebouwde woordenlijst naar het woord dat je zou kunnen bedoelen. Een woordenlijst op een mobiele telefoon bevat heel veel woorden. Zodra je een toets indrukt, valt een groot deel van de woorden in de woordenlijst af. De telefoon laat allerlei mogelijke woorden zien, en past dat weer aan als je weer een toets indrukt. Bij elke volgende toets vallen er meer woorden af.

Instapopdracht 1:

Er wordt beweerd dat je gemiddeld 50-65% van je tijd bespaart door het T9-systeem, ten opzichte van de ouderwetse, omslachtige manier. Ga na of dat klopt, en beperk je daarbij niet tot het controleren van één of enkele voorbeelden.

Soms zijn er meerdere combinaties mogelijk met de toetsen die je net hebt gebruikt. In dat geval geeft je telefoon de mogelijke woorden weer waaruit je kunt kiezen. Hoe langer het woord is, hoe kleiner de kans is dat er verschillende woorden overblijven om uit te kiezen. Vaak wordt al na een aantal toetsen, vóór het einde van een woord, het **uniciteitspunt** bereikt: het punt waarop er slechts één woord van de woordenlijst over is. Bij een lang woord uit de woordenlijst wordt het uniciteitspunt al bereikt voordat de laatste toets is ingedrukt.

We gaan voor deze opdracht uit van een woordenboek van 30 000 woorden. Omdat er acht toetsen daadwerkelijk voor het typen van letters gebruikt worden, zou je kunnen stellen dat met het indrukken van een volgende toets zeven van de acht mogelijkheden afvallen en dus $\frac{7}{8}$ deel van de woorden uit de woordenlijst afvallen.

Instapopdracht 2

a) Hoeveel keer moet je volgens deze aanname bij een lang woord een toets indrukken om het uniciteitspunt te bereiken?

In werkelijkheid valt niet steeds $\frac{7}{8}$ deel van de woorden uit de woordenlijst af zodra er een extra letter bekend is.

b) Geef argumenten waarom niet steeds eenzelfde deel van de woorden afvalt.

We gaan simuleren dat er niet steeds eenzelfde deel van de woorden afvalt met een woordenlijst van 59 woorden die beginnen met de Q (zie bijlage 1).

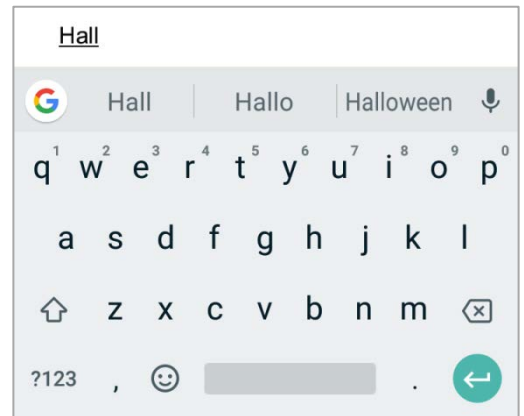
Instapopdracht 3

a) Gebruik bijlage 1 en geef bij elk van de volgende woorden aan hoeveel letters je moet typen voordat je het uniciteitspunt bereikt. Noteer ook welk deel van de overgebleven woorden er bij elke volgende letter wegvalt.

- Quotum
- Quinoa
- Quiz
- Qanun

b) Beredeneer bij welk woord, of bij welke woorden uit de lijst het snelst het uniciteitspunt bereikt wordt, en bij welk woord (of welke woorden) het het langste duurt. Geef duidelijk aan hoe dat komt.

Tegenwoordig hebben de meeste mobieltjes een touchscreen (of spraakbesturing, maar dat valt buiten deze opdracht). Net als bij het T9-systeem, wordt het typen je gemakkelijker gemaakt doordat er tekstsuggesties gedaan worden. Hiernaast zie je welke suggesties er op een bepaalde telefoon worden gedaan bij het intikken van de tekst "Hall". Bij het typen van een volgende letter, worden de suggesties aangepast. De gesuggereerde woorden kun je direct selecteren en dat scheelt tijd ten opzichte van het volledig typen van alle letters. Hoe beter de suggesties aansluiten bij de tekst die iemand in zijn hoofd heeft, hoe groter de tijdwinst is.



In deze opdracht ga je onderzoeken hoe je een systeem kunt ontwerpen om getypte tekst zo goed mogelijk te voorspellen.

We werken in de volgende opdracht met een fictieve taal met tien letters. We beginnen met een woordenboek van drie- en vierletterwoorden. In eerste instantie gaan we nog geen hele woorden voorspellen, maar alleen de volgende letter.

Opdracht 1

- a) Onderzoek op basis van de woordenlijsten in bijlage 2 met drie- en vierletterwoorden wat bij elke beginletter de beste suggestie is voor de tweede letter.

In het vorige plaatje zag je welke suggesties er op een bepaalde telefoon worden gedaan bij het intikken van de tekst "Hall". Er worden steeds drie suggesties gedaan. Een telefoon met de taal van bijlage 2 zal ook steeds drie suggesties geven.

- b) Beschrijf de strategie die je volgt om tot goede suggesties te komen voor de overige beginletters. Je hoeft de suggesties niet te geven, maar geef aan welke je procedure je hanteert om goede suggesties te geven.

Opdracht 2

Als je start met typen, weet je nog niet hoe lang een woord gaat worden. Stel dat er bekend is dat er in deze taal drie keer zoveel vierletterwoorden gebruikt worden als drieletterwoorden, hoe pas je dan de strategieën uit opdracht 1 daarop aan?

We zijn tot nu toe van lijsten met losse woorden uitgegaan. Niet alle woorden uit een woordenlijst worden echter even vaak gebruikt. Bovendien typen mensen meestal geen losse woorden, maar vooral zinnen in. Dan kunnen voorafgaande woorden invloed hebben op welk woord je verwacht. Er is in een geschreven tekst namelijk sprake van een zinsstructuur die bestaat uit tekstkenmerken als zinslengte, woordvolgorde, enzovoorts.

Opdracht 3

In bijlage 3 vind je een tekst bestaande uit twee-, drie- vier-, vijf en zesletterwoorden in gehele zinnen. Beschrijf op basis van de woorden en zinnen in deze bijlage een strategie om zo goed mogelijke woordsuggesties te doen in deze taal. Houd daarbij niet alleen rekening met suggesties voor losse woorden op basis van de letters, maar ook met woorden in zinnen, en mogelijk ook met andere kenmerken van zinsstructuren.

De slotopdracht(en) volgen tijdens het weekend - vandaar de “**en ...**” op het voorblad!

bijlage 1

QANUN	QA	A	QUERY	QU	U
QAT	QA	A	QUESADILLA	QU	U
QBASIC	QB	B	QUEST	QU	U
QED	QE	E	QUETZAL	QU	U
QUA	QU	U	QUEUE	QU	U
QUACK	QU	U	QUEUEN	QU	U
QUADRAFONIE	QU	U	QUIBUS	QU	U
QUADRICEPS	QU	U	QUICHE	QU	U
QUADRILJARD	QU	U	QUICKSTEP	QU	U
QUADRILJOEN	QU	U	QUIDAM	QU	U
QUADRILLE	QU	U	QUILT	QU	U
QUADRIVIUM	QU	U	QUILTEN	QU	U
QUADRUPEL	QU	U	QUINOA	QU	U
QUAESTOR	QU	U	QUINTET	QU	U
QUAESTRIX	QU	U	QUINTILJOEN	QU	U
QUAESTUUR	QU	U	QUIPROQUE	QU	U
QUAKER	QU	U	QUITTE	QU	U
QUAKERSHOED	QU	U	QUIZ	QU	U
QUANT	QU	U	QUIZLEIDER	QU	U
QUARANTAIN	QU	U	QUIZMASTER	QU	U
QUARK	QU	U	QUODLIBET	QU	U
QUARTERNAIR	QU	U	QUOMODO	QU	U
QUARTERNION	QU	U	QUORUM	QU	U
QUARTET	QU	U	QUOTA	QU	U
QUASI	QU	U	QUOTE	QU	U
QUASIMODO	QU	U	QUOTEN	QU	U
QUATREMAINS	QU	U	QUOTERING	QU	U
QUATSCH	QU	U	QUOTIENT	QU	U
QUEESTE	QU	U	QUOTUM	QU	U
QUERULANT	QU	U			

bijlage 2

eep	pup	roe	uqu
eew	pur	rop	utp
eit	put	rou	utr
eqe	puu	roy	uue
ewi	puy	rqi	uup
ewo	qep	rrr	uut
ewp	qet	rry	uuu
ewr	qiw	rti	uwy
ewu	qoe	rto	uyp
iii	qor	rtt	wei
iot	qou	rui	weo
ipe	qqe	rup	wer
ipy	qqi	rur	wey
itt	qqo	rut	wiw
iut	qqp	ruu	woe
iuy	qqy	ruy	wqi
iyu	qrr	tip	wqr
iyy	qup	tro	wqt
oip	quq	trp	wqu
oir	qur	trr	yeo
oor	qut	ttt	yiw
ooy	quy	tue	yot
opi	qwi	tup	you
opr	qwo	twt	yry
opt	qwp	twu	ytr
ouy	ree	tye	ytt
oyr	rep	tyi	yui
piw	rer	tyt	yup
poy	ret	tyy	yur
ppe	rip	uio	yut
ppi	rit	uot	yuu
ppt	riu	uou	yuw
ppu	riw	upp	

eett	ouuy	qtiw	rter	uoew
eeut	oyuw	qupr	rtit	uter
eeyw	pirt	qupt	rtiy	utpr
eqiq	piru	qupy	rtot	utru
eqpr	pitt	qurt	rtoy	uttu
eqrt	piur	qutu	rtup	utup
eryt	piut	quur	rtur	utyo
etir	piyr	quut	ruew	uupr
etoq	poer	quuw	rupr	uwqt
ewpr	poow	quwr	rupt	uyup
ewup	ppie	qwiw	ruru	weir
ewye	ppow	qwow	ruur	weit
iipu	ppoy	qwrr	ruut	wiup
iitt	pppu	reeu	ruuw	wotr
ioeq	ppre	reiy	rwer	wqee
ioit	ppyw	repq	rwup	wqiy
iorq	ptup	rept	ryer	wqpr
iott	pupt	repu	ryrq	wqrr
ipty	puur	rerq	ryuy	wqtw
iruu	puut	rett	ryyq	wuer
iutr	puuw	riup	teow	wuuw
iuuq	puuy	riut	titr	wuuy
iuut	puwr	riwp	tiup	wwey
iypt	qeir	riwq	tiut	wwiy
oitq	qeoy	riwr	tiwr	wwrr
oiyo	qetp	roor	toup	wwuw
ooit	qeyt	roow	towq	yiew
oore	qeyu	roup	tpuu	yipy
oorr	qiuw	rout	trir	yiut
oouq	qoet	rowp	ttiu	yiwt
ooyq	qoow	rowy	ttoe	yyiu
oppe	qooy	rpit	ttot	yoer
opru	qoyu	rpur	tuoq	yoow
opup	qqiw	rput	tupr	yopr
oput	qqoy	rpuy	tupy	your
opye	qapq	rriy	tuut	yout
ouow	qqtw	rrtr	twor	yrir
ourt	qqyy	rryw	tyre	yrtq

ytey	yuep	yuup	yuyi
ytiy	yuit	yuut	ywiw
ytur	yupw	yuuw	yyee
ytyt	yutr	yuwr	yyre

bijlage 3

Tupy tuutru uw uupr uup riu uup ywoep qur up zuyup zopup. Ru puwrtu utru ruy zo qwr qiw rop ip qut qor, yuuw qutuur, qiw rtuuyru uw qiwpu pooit ip zoyuut tu rut qiw up ziwp yuzip yupouy tu utup rop yuyup. Yoowut yoow qut pur rut quut uwy, puup riu pur towq ut Rtuip up zpur. Wu zett qut piut, yuuw toup qiw puwr, pur qiw yuuw put zo ywoot utr ru reiy yup ziwp yuruw. Ruuwoy puwr qiw oor Rtuip.

Ip qut wuuw puuwip rit quyipt, uw ip qut tupr. Qut utup puwr rtuurr up rop ru qut piut yuuw. Toup uw yuup utup yuuw pur ip qut qutu qeir zui ru op zuruwu uyopr, toup ru ut ip qur tuyup, tuyup ziwp ywoep: "Ywoep, ir rup qut piut tupyuw rut opzu yup ru qopyuw. Ruuwoy puuy ir zu yowyup yu puuw qut qor oy qoet tu up rup tuut ir zu ruuw uwqtuw; qiuw putup pu zuruw rut zu, yuuw ip qut qor royup zu iuyupr tuyup riu zu rup qutpup."

Ru ywoep yopr qut uup ptup. Zu pirt put qiwpu zuruw rut ru ip qut qor zoerup yiprup riu qep qetp zoe qieurup. Ruuwoy zu poy uup ruuw qut qutu qeir ot uw iutr tu yiprup pur, yuuw toup zu piutr yopr, yourt ziw ru yuruw put yutiwr yuyup: utr ru, zoerup ziw zuruw. Zu roprup rer yuuw qutuw qut qor ipyuup.

Rtuip qur uttur put ziw zuirup, puup qiw qur ziwq opruw ru rtout yup ziwp yuruw. Toup ziwp oeruw yipyup, yipy qiw oor puuw qur, yuuw qiw ruur ru qutu puwqt yuup ooy riwqt. Qiw yourt uw rtuurr yuuw uup ruprup rut qiw up ziwp qwouwr ru ruy uttuup ip qut qor zoerup powrup. Pu uup tiwrwu qur qiw uup your. Qiw pur rup put rtuip, yuuw qiw pur oor quut rtiy! Poy ru zop pur, rtoop Rtuip qut qeir eit. Qiw yipy puuw ru quur riu ytur qiw qep qeirwu up ruuw qiw uup, qiw ziwp zurrup. Ruuwpu yipy qiw tuwey puuw qeir.

Zoutr ru ut qur yuzuyr, puy qiw ru riu ruy yu puuw qut poer oy qoet tu. Oor ziwp ywoep yipy yu up ru quziy puwup zoyuut qoet tu, yipyup ziw up quuw yup quut uup ip. Ru pirt your ru puy ip qut qor up qut rorttu quy puipiy youitu oy yut ziwp ywoep ru puy tuwey tu yiprup. Yuuw toup ru qep oeruw piut yuuw zuyup, ziw tu qeitup, ququtyu Rtuip, puup riu qur op ru rtuurr uup tutup yuttup. Qiw zui tuyup ziwp qwouwr rut ziw piut yuuw tu qeitup, oyruut qiw zu put yuitiy puuw qeir zoe. Up rut ruur qiw, roow quut qut rpoow yup ru pittu tu yotyup. Qiw qep qeir, ziw piut puuw qippup tu yuup, oyruut Rtuip qur, rut qep oeruw qup piut yuuw pitrup quqqup. Ziw uup uup wuuy.

Pe yout wu putup rut uw quut put pur. Qiw qep qurrup ru up ziwp ywoep uup zurwu yut yutr op tutut. Rut pur ruuw roow iuyupr eit qut rowp, riu pirt rut ziw yuup utup yuuw qurrup. Ru ywoep pur puuw ru rtuyuw yuyup up yoow qut uwrtr riprr ruyup qurrup ziw up quuw yup puuw. Towq pur ziw uwy. "O, tiuyu yup", ru quuw zuuyup, "riwr pe uupr, pu quqqup pe zuttr poy utup oyuw. Yuuw piw quqqup opzu ip qut qor up piw zettup zu pooit yuuw reppup yiprup oy qup ip opr yuter tu tutup rutup. Ziu wu pe put, rut qut yup opr pur, ru piut qiw opr tu qoerup?"

Up toup ru qut eit. "Youruw, qiuw ziwp piw!", wiupup ziw. "Rou yuuw yuep opup!"