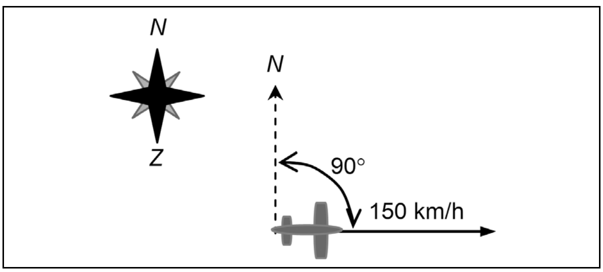
Beroepscompetenties en wiskundige vaardigheid

H. van der Kooij
FIsme, Universiteit Utrecht

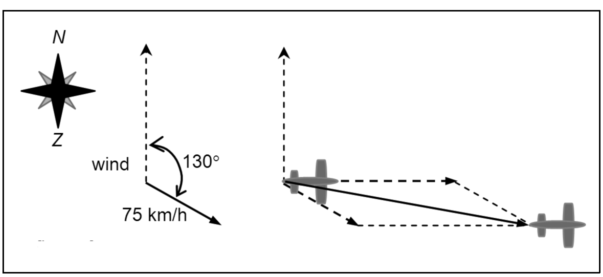
1 inleiding

Stel je voor: je zit in een klein vliegtuig dat met een flinke wind schuin van achteren van Rotterdam naar Arnhem vliegt. Arnhem ligt pal oost van Rotterdam, dus de piloot moet een kompaskoers van 90° aanhouden (de richting wordt als hoek gemeten ten opzichte van de richting noord (fig.1).



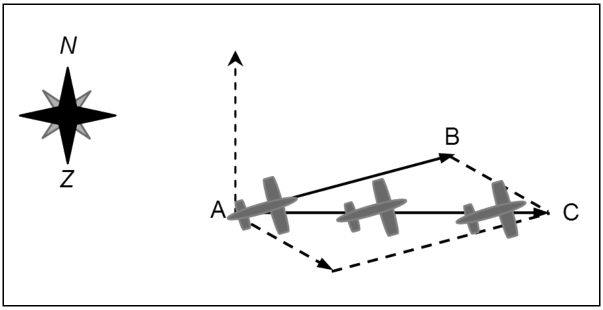
figuur 1

Met een snelheid van 150 km/u kan de afstand van 100 km in veertig minuten overbrugd worden. Maar dat is alleen waar onder ideale omstandigheden. Als het waait moeten zowel de kompaskoers van het vliegtuig als de benodigde vliegtijd worden aangepast.



figuur 2

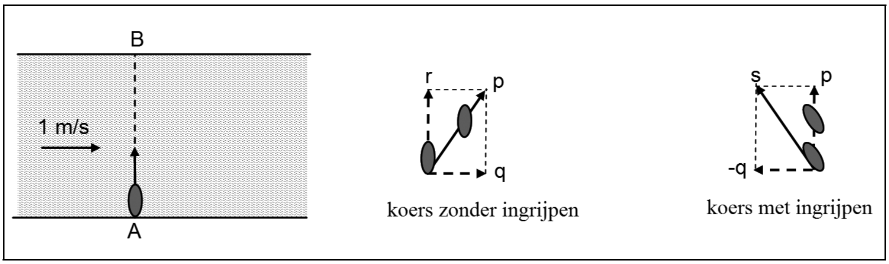
Stel dat de piloot rekening moet houden met een windsnelheid van 75 km/u en windrichting 130°. Als hij, ondanks de wind, met een kompaskoers van 90° naar Arnhem vliegt, komt hij zuidelijker uit, omdat het vliegtuig door de wind uit de koers wordt gedrukt (fig.2).
Dus moet de piloot voor vertrek een meer noordelijke koers uitzetten om zijn toestel toch boven Arnhem te laten uitkomen.
Daarvoor gebruikt hij een figuur die in de vliegerij de 'winddriehoek' wordt genoemd (fig.3).



figuur 3

De piloot bepaalt voor vertrek de kompaskoers door de hoek te berekenen die pijl *AB* maakt met de richting noord (zie stand van het vliegtuig in figuur 3) en de uiteindelijke snelheid die zijn vliegtuig gaat krijgen vindt hij door de lengte van pijl *AC* te bepalen. In driehoek *ABC* zijn gegeven: *AB* = 150 (de eigen snelheid van het vliegtuig), *BC* = 75 (de gegeven windsnelheid) en de hoek tussen *AC* en *BC* (in dit geval 40°). Met behulp van elementair wiskundig gereedschap uit de goniometrie zijn de kompaskoers en de uiteindelijke snelheid nu te bepalen. Gelukkig zijn piloten goed in staat om dergelijke berekeningen aan een winddriehoek te maken. Een piloot is competent in zijn beroepsuitoefening als hij voor de dagelijkse werkpraktijk over de nodige kennis en vaardigheden beschikt om juiste beslissingen te nemen die ervoor zorgen dat hij efficiënt en effectief zijn werk verzorgt, in zijn geval het veilig verplaatsen van zijn toestel van het ene naar het andere vliegveld. Natuurlijk is het kunnen bepalen van de kompaskoers slechts een van de vele vaardigheden die hij moet beheersen.

In Engeland is op grote schaal onderzoek gedaan naar de manier waarop wiskunde wordt gebruikt in allerlei beroepssituaties. Daartoe werden beroepsbeoefenaars tijdens hun werk van heel dichtbij geobserveerd en daarover ondervraagd. Er werd onder andere gekeken of de wiskunde die op school was geleerd ook echt functioneert in de praktijk. De piloten bijvoorbeeld kregen op papier vraagstukken voorgelegd die te maken hadden met de berekeningen aan winddriehoeken. Dat leidde tot opzienbarend gedrag. Sommige piloten waren niet in staat om de berekeningen op papier te maken buiten de vertrouwde omgeving van de cockpit. Verder kon een aantal van hen een wiskundig gelijkwaardig vraagstuk niet oplossen, waarbij een bootje een rivier moet oversteken van *A* naar *B* (fig.4), rekening houdend met de stroming. De uiteindelijke koers en snelheid van het bootje (pijl *p*) worden gevonden uit de samenstelling van de stroming (pijl *q*) en de 'fout' uitgezette koers van het bootje (pijl *r*).



figuur 4

Om toch op de goede plek aan de overkant te komen moet een uit te zetten koers (pijl *s*) worden gevolgd die de stromingspijl opheft (pijl –*q*) om zo te resulteren in de gewenste koers (pijl *p*). Als belangrijkste reden voor het niet kunnen oplossen van dit probleem werd genoemd, dat de gegeven getallen voor de piloten geen betekenis hadden, omdat de snelheden zoveel kleiner zijn dan wind- en vliegsnelheden.

Dergelijke problemen werden ook geconstateerd bij andere beroepen. Zolang de benodigde wiskunde wordt gebruikt binnen het kader van de beroepscontext handelen werkers over het algemeen zelfbewust, maar zodra toepassing van wiskundige kennis en vaardigheden in abstracte problemen of in een andere context worden gevraagd, blijken zelfbewuste personen te veranderen in onzekere figuren die niet goed raad weten met de gestelde problemen. De Engelse onderzoekers (Hoyles & Noss, 1998) concluderen dat beroepsbeoefenaars bij het toepassen van wiskunde altijd gebruik maken van de eigenheid van de context van het probleem en elementen van die context (*contextual anchors*) inpassen bij het vinden van oplossingen. Ze pleiten er daarom voor om het leren van wiskunde in het beroepsonderwijs niet volledig los te koppelen van betekenisvolle situaties, zoals in traditioneel wiskundeonderwijs wel wordt gedaan. Abstractie en generalisatie, wezenlijke kenmerken van de wiskunde, zouden niet volledig moeten voorbijgaan aan de context van het probleem (*situated abstraction*).

In deze bijdrage wordt geschetst op welke manier en onder welke voorwaarden wiskunde kan bijdragen aan competentiegericht beroepsonderwijs. Daarbij wordt gedeeltelijk gesteund op de ervaringen van het project '*T*echniek, *W*iskunde, *I*CT, *N*atuurkunde' (TWIN, 1998; 2000),

2 mathematical literacy

In onze moderne technologische maatschappij wordt het belangrijk geacht dat werkers op alle niveaus wiskundig bekwaam zijn. Internationaal wordt dit vaak omschreven met de term *mathematical literacy* of *quantitative literacy*. Met name de voortschrijdende automatisering zorgt ervoor dat steeds meer productiewerk niet meer handmatig, maar machinaal wordt uitgevoerd. De gespecialiseerde handwerkers van vroeger, moeten nu in staat zijn om de (vaak computergestuurde) apparatuur te bedienen, te controleren en zo het productieproces op gang te houden. Dit betekent dat werkers op een abstracter vaardigheidsniveau moeten handelen. Tegelijkertijd zorgt de automatisering er ook voor dat er steeds meer getalsmatige informatiestromen worden gegenereerd en die moeten worden geïnterpreteerd en - waar nodig - geanalyseerd. Voor dit soort activiteiten is een zekere mate van wiskundigheid vereist, en dat wordt dus vaak aangeduid met de term *mathematical literacy* (ML). Het begrip *mathematical literacy* is echter tot op heden niet of nauwelijks nader uitgewerkt. In de politieke agenda's van veel landen wordt *numeracy* of *literacy* vaak alleen maar op een heel basaal niveau beschreven. Zo is in Engeland het begrip *numeracy* teruggebracht tot het heel platte 'being able to add up' (Noss, 1997), waarmee ML is uitgekleed tot het beheersen van de meest elementaire rekentechnieken die zelfs niet zijn ingebed in maatschappelijk of beroepsspecifieke contexten. Hoewel het kunnen rekenen in zekere zin belangrijk is, vormt het niet de kern van ML. Het vermogen om te structureren en te analyseren vormt een wezenlijk onderdeel van competenties. Als ML vanuit dit gezichtspunt wordt benaderd, is het mogelijk om het op een hoger en tegelijk beroepsrelevanter niveau te beschrijven. Iets dergelijks is gedaan in een programma van de OECD, waarmee elke drie jaar de literacy van vijftienjarigen op de gebieden taal, wiskunde en natuurwetenschappen wordt gemeten. In het project 'Programme for International Student Assessment' (PISA) wordt ML beschreven vanuit wiskundige competentie (onder andere vaardigheden op het gebied van wiskundig denken en redeneren, modelleren, *problem posing* en *problem solving*, het verstandig inzetten van hulpmiddelen) en deze competenties moeten blijken bij het gebruiken ervan op overkoepelende wiskundige concepten (kwantitatief redeneren, verandering en verbanden, ruimte en vorm, onzekerheid) in probleemsituaties die zijn ontleend aan de dagelijkse praktijk in maatschappij en beroep. In het document 'The PISA 2003 Assessment Framework' (OECD, 2002) wordt ML omschreven als:

> Het vermogen om de rol die wiskunde in de wereld speelt te onderkennen en te begrijpen, om goed-gefundeerde beoordelingen te maken en wiskunde te gebruiken op een manier die nodig is om te kunnen functioneren als een betrokken, opbouwend en kritisch wereldburger.

Hoewel het PISA-programma zich richt op vijftienjarigen die veelal in het algemeen vormend onderwijs zitten, is het geformuleerde idee van ML ook goed bruikbaar in de context van beroepscompetenties.

3 wiskunde voor het beroep

Beantwoording van de vraag welke wiskundige vaardigheden dan zo belangrijk zijn, zou richting moeten geven aan de leeractiviteiten voor de wiskunde van het competentiegerichte (beroeps)onderwijs. Duidelijk is dat de traditionele visie op wiskunde moet worden bijgesteld. Door velen wordt wiskunde nog steeds gezien als het vak waar men algoritmische, technische slimmigheidjes leert hanteren door deze veelvuldig op een routinematige manier te oefenen. Het zijn echter juist deze routinematige technieken die tegenwoordig met veel meer precisie - en dus met minder fouten - door allerlei ICT-middelen kunnen worden uitgevoerd. Dit leidt tot het volgende dillemma (Sträßer, 2001; Kent & Noss, 2001): enerzijds komen er steeds meer geavanceerde ICT-middelen beschikbaar die wiskundige routines standaard in zich dragen. Daardoor lijkt het steeds minder zinvol om het leren van wiskunde voornamelijk te richten op het onderwijzen en trainen van technische, algoritmische kennis. Maar anderzijds is voor het effectief en efficiënt hanteren van deze geavanceerde apparatuur steeds meer een analyserende en reflecterende houding nodig van degene die deze apparatuur aanstuurt of controleert. Daarbij moeten veelal kwantitatieve datasets of informatiestromen worden geïnterpreteerd en geanalyseerd. Deze aspecten zijn typisch wiskundig van aard, maar van een heel ander karakter dan beheersing van de eerder genoemde algoritmische kennis en vaardigheden.

In de geavanceerde ICT-middelen die in het arbeidsproces worden gehanteerd, zijn veel wiskundige structuren verborgen aanwezig. Alleen wanneer een werker zicht heeft op 'wat' er is verborgen en 'hoe', is hij/zij in staat om vaardig met zo'n ICT-middel om te gaan en mag worden verwacht dat in een *break-down* situatie handelend kan worden opgetreden. In veel gevallen blijken werkers nu alleen in staat om de juiste handelingen te verrichten als alles gaat zoals het hoort, maar zijn ze volledig onthand als er iets mis gaat (Noss, 1997). In dit kader wordt het tot de taak van het wiskundeonderwijs gerekend om lerenden 'grey-box experiences for a black-box world' te geven (Kennelly, 2000).

De behoefte aan wiskundige scholing voor de beroepsuitoefening binnen de huidige technologische maatschappij heeft dus veel meer te maken met het herkennen en analyseren van regelmatigheden, structuren en patronen in data of in een (productie)proces dan met getalmanipulatie zelf. Daarbij komt dat de problemen die in een beroepscontext worden voorgelegd complex van karakter zijn, en niet zomaar eenduidig (wiskundig) herkenbaar. Modelleren (of mathematiseren), dat wil zeggen het vertalen van een probleemsituatie in een wiskundig model, is dan ook een belangrijk aspect van wiskundige vaardigheid voor de werkplek. Maar ... modelleren is niet goed mogelijk als niet eerst verschillende wiskundige modellen (min of meer) bekend zijn.

Zinvol wiskundeonderwijs binnen beroepsopleidingen kent daarom een aantal aspecten die weliswaar van elkaar zijn te onderscheiden, maar die alleen in hun onderlinge samenhang hun waarde zullen bewijzen. Net als in de omschrijving van competenties (ACOA, 1999) kunnen deze aspecten beschreven worden met de termen 'kennis', 'vaardigheden' en 'attitude'.

Het belang van wiskunde kan daarom het best benaderd worden vanuit de methodische competenties. De betekenis van wiskunde voor het beroepsonderwijs moet gezocht worden in haar bijdrage aan het analyseren van problemen die in de context van het beroep spelen: het stimuleren van een *problem posing* en *-solving*houding, het leren structureren van problemen om er zo beter greep op te krijgen en het leren reflecteren op een (oplossings)proces. Dit houdt in dat het belang van wiskunde niet wordt bekeken vanuit de kennis van specifieke vakinhouden, maar vanuit het idee dat cursisten 'geëigende wiskundige methodieken moeten leren hanteren om een probleemstelling uit het vakgebied aan te pakken en tot een oplossing te brengen' (TWIN, 2000).

Het lijkt wat arrogant om te claimen dat methodische competenties bij voorkeur bij wiskunde worden ontwikkeld, maar het is een feit (en dit wordt onderschreven door beleidsmakers en management van technische opleidingen) dat de praktijkvakken zich weinig of geheel niet bezighouden met aspecten als *problem solving* en reflectie. In deze vakken staat het maken van een product centraal en niet (kennelijk typisch wiskundige) vragen als: 'Wat gebeurt er met het proces en het eindproduct als er iets wordt veranderd in bepaalde onderdelen van dat proces?', die duiden op kritische reflectie en die gericht zijn op kwalitatieve verbetering van het te maken product of op optimalisering van het proces. Een uitgebreide discussie over de rol van wiskundige vaardigheden binnen competentiegericht opleiden, belicht vanuit verschillende gezichtspunten, is te vinden in de CINOP publicatie 'Exacte vakken en competenties in het beroepsonderwijs' (2002).

4 welke wiskunde?

Wiskundige vaardigheden voor het middelbaar technisch onderwijs kunnen op drie niveaus worden beschreven (TWIN, 1998). Voorbeelden van dergelijke vaardigheden zijn de volgende.

niveau 1: algemene vaardigheden

De deelnemer kan:

– bij een probleemsituatie uit het vakgebied aangeven welke wiskundige modellen en methodieken kunnen helpen het probleem te beschrijven en te analyseren;
– reflecteren op een gekozen werkwijze bij de analyse van een probleemsituatie;
– vaststellen in welke mate ICT-hulpmiddelen kunnen worden ingezet bij het analyseren van een probleemsituatie.

niveau 2: vakvaardigheden

De deelnemer kan:

– de nauwkeurigheid van de gegevens of werkwijzen betrekken bij de beoordeling van het resultaat;
– een bij het gekozen model passende oplossingsmethode correct uitvoeren;
– onderzoeken of een model moet worden bijgesteld ten gevolge van wijzigingen in de gegevens;
– bij het analyseren van een probleem ICT-middelen doelmatig gebruiken;
– bij een gegeven verband tussen grootheden dit verband beschrijven met formules en grafieken.

niveau 3: specifieke vaardigheden

De deelnemer kan:

– evenredigheden gebruiken bij berekeningen aan meetkundige figuren;
– alle oplossingen van eenvoudige vergelijkingen van het type $\sin x = a$,

cos $x = b$ en tan $x = c$ bepalen door het vinden van één oplossing met behulp van de grafische rekenmachine (GRM) en de andere via gebruikmaking van symmetrie en periodiciteit;
- logaritmische vergelijkingen oplossen met algebra dan wel met behulp van de GRM;
- gebruikmaken van logaritmisch grafiekenpapier, onder andere om te onderzoeken of een verband exponentieel is (enkellogaritmisch papier) dan wel een machtsverband is (dubbellogaritmisch papier).

Deze scheiding in verschillende niveaus is vooral gemaakt om scherp te krijgen dat wiskunde meer is dan alleen maar het leren van technieken (de zogenoemde specifieke vaardigheden). Sterker nog: in feite zijn die specifieke vaardigheden ondergeschikt aan algemenere wiskundige vakvaardigheden, die beschrijven in welke zin de technieken in samenhang met elkaar en met kritische, zorgvuldige afwegingen kunnen worden ingezet, onder andere afhankelijk van de context waarin het probleem speelt. Zo zijn nauwkeurigheden en toleranties heel sterk gekoppeld aan de situatie waarin het meet- en rekenwerk plaatsvindt en aan de kwaliteitseisen die aan het eindproduct worden gesteld. Uiteindelijk zijn de niveaus 2 en 3 beide ondergeschikt aan de meest algemene vaardigheid: het doelmatig kunnen beschrijven, analyseren en aanpakken van een probleemsituatie uit de (maatschappelijke of) beroepspraktijk met voor het probleem geëigende wiskundige methodieken. De bovengenoemde niveaus sporen daarom heel goed met de drie elementen van competentie: 'kennis' (specifieke vaardigheden), 'vaardigheden' (vakvaardigheden) en 'houding' (algemene vaardigheden). Dit spoort goed met de competentieklassen die in het PISA-document zijn beschreven en met het idee dat overkoepelende concepten het onderwijs moeten sturen en niet de aparte wiskundige leerstofinhouden.
Met opzet wordt in dit kader ook gesproken van wiskundige methodieken in plaats van 'wiskunde' om te voorkomen dat wordt gedacht dat het om een specifiek formeel wiskundig model gaat. Met name de ICT-middelen maken het tegenwoordig mogelijk om problemen op een weinig traditionele methode aan te pakken; vaak zelfs op een aantal verschillende manieren.

Een tweede reden voor deze niveauscheiding is het feit dat de ondergeschiktheid van niveau 3 aan de twee andere niveaus vastlegt welke specifieke wiskundige kennis en vaardigheden worden aangeboden. In het traditionele programma, waarbij de vakdiscipline wiskunde het uitgangspunt was, werd veel wiskunde om de wiskunde geleerd die verder geen enkele toepasbaarheid had binnen de technische beroepscontext.
Het uiteindelijke doel van wiskunde binnen een beroepsopleiding moet zijn dat een deelnemer in staat is om problemen in de context van het beroep

vol zelfvertrouwen, vanuit een flexibel aanpakrepertoire op een wiskundig verantwoorde manier te analyseren en tot oplossingen te komen die zinvol zijn binnen de praktijksituatie.

5 zinvolle wiskunde: een voorbeeld

Eerder is al betoogd dat de voortschrijdende technologie een hoger vaardigheidsniveau eist van alle werkers. Dat wordt met name veroorzaakt door het feit dat een productieproces steeds abstracter wordt. Machines die vroeger met de hand moesten worden ingesteld en bediend, zijn in toenemende mate computergestuurd. De instelling en bediening van zulke apparatuur wordt geregeld via datasets in de vorm van tabellen en structuurdiagrammen. Als voorbeeld van een dergelijk fenomeen wordt hier een stukje uit het TWIN materiaal (deel 1, hoofdstuk 2) besproken. Figuur 5 komt uit een fietshandboek.

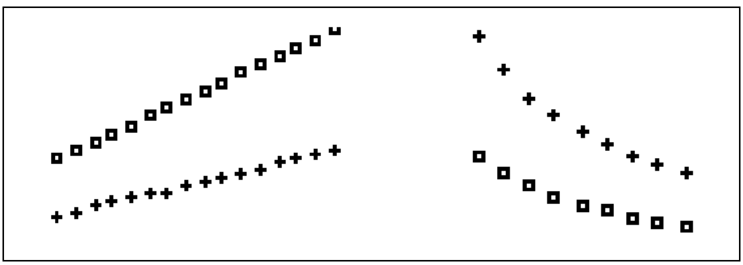
	26	**28**	**30**	**32**	**34**	**36**	**38**	**40**	**42**	**44**	**46**	**48**	**50**	**52**	**54**	**56**
12	467	502	538	574	610	646	682	718	754	790	826	861	897	933	969	100
14	400	431	461	492	523	554	585	615	646	677	699	739	769	800	830	861
16	350	376	403	431	458	484	511	538	565	593	619	646	673	700	727	754
18	311	335	359	383	407	431	455	479	502	526	550	574	598	622	646	670
20	280	301	323	345	366	388	409	431	452	474	495	517	538	560	581	603
22	254	274	294	313	333	353	372	392	411	431	451	470	490	509	528	548
24	233	251	269	287	305	323	333	359	377	395	413	431	449	467	484	502
26	215	231	249	265	282	298	315	331	348	365	381	398	414	431	447	463
28	199	215	230	246	262	277	292	308	323	338	354	369	384	400	415	431

figuur 5

Het verzet (de afgelegde afstand per pedaalslag) hangt af van de overbrenging (de verhouding tussen het aantal tandjes op het voorblad en het aantal tandjes op het achterblad van de fiets). In figuur 5 zijn langs de bovenkant het aantal tandjes van het voorblad vermeld, terwijl langs de linkerkant het aantal tandjes van het achterblad zijn gegeven.
Uit de figuur valt onder andere af te lezen: bij de overbrenging 38×20 is het verzet 409 cm. De toegevoegde zin geeft aan hoe een dergelijke tabel kan worden uitgelezen. Daarmee heeft een gebruiker nog niet noodzakelijk inzicht in de manier waarop het aantal voortandjes (*tv*) en achtertandjes (*ta*) bijdragen aan het voortbewegen van een fiets. Een dergelijke tabel kan

wel heel goed een startpunt zijn om dat te onderzoeken. Zowel horizontaal (in de rijen, onder invloed van een verandering van het aantal voortandjes bij een vast aantal achtertandjes) als verticaal (in de kolommen, onder invloed van een verandering van het aantal achtertandjes bij een vast aantal voortandjes) verandert het verzet. Door zulke patronen in de tabel te onderzoeken (bijvoorbeeld met een grafische rekenmachine) kan een beeld ontstaan van de wetmatigheden die er in liggen opgesloten. In figuur 6 zijn vier voorbeelden van dergelijke wetmatigheden in beeld gebracht met een grafische rekenmachine.

Links staat het verband tussen de verzetwaarden en *tv* bij respectievelijk *ta* = 12 (de vierkante blokjes) en *ta* = 24 (de kruisjes) en rechts is het verband getekend tussen de *verzet*-waarden en *ta* bij respectievelijk *tv* = 26 (de vierkante blokjes) en *tv* = 52 (de kruisjes).



figuur 6: wetmatigheden uit een tabel grafisch gevisualiseerd

Een wiskundig competent oog ziet nu welk type verband mogelijk tussen de verschillende grootheden bestaat: rechtevenredig (bij de linkergrafieken) en omgekeerd evenredig (rechts). Dit kan op verschillende manieren nader worden onderzocht:
– bestudeer het veranderingsgedrag in de tabellen;
– controleer rechtevenredigheid met de eigenschap dat het quotiënt van de gekoppelde getallen constant moet zijn en de omgekeerde evenredigheid met het constante product van de getallen;
– gebruik de technische context van de werking van een tandwieloverbrenging.

Een ander soort activiteit om patronen in de figuur te onderzoeken is bijvoorbeeld aan de hand van eigenaardigheden die optreden:

> Het verzet 431 komt acht keer voor in de figuur. Zoek ze op en verklaar waarom op die plaatsen dezelfde verzetten staan. Zoek in de tabel nog een aantal combinaties van *ta* en *tv* waarvoor het verzet hetzelfde is.

Ten slotte kan het fenomeen ook nog algebraïsch in formulevorm worden beschreven, waarmee in één klap de structuur van de hele figuur wordt blootgelegd. Dan blijkt ook dat de evenredigheidsconstante gekoppeld is aan de maat van het wiel (in dit geval een 27 inch wiel, met een omtrek van $\pi \times 27 \times 2.54 = 215.5$ cm).

$$verzet = 215.5 \cdot \frac{tv}{ta}$$

De formule geeft ook de mogelijkheid om buiten de toevallige tabelwaarden te treden met interpolatie en extrapolatie. Dergelijke tabellen, die in techniekboeken en op de werkvloer te vinden zijn, kunnen aanleiding zijn voor zinvolle activiteiten die bijdragen aan *mathematical literacy*. Bestudering van patronen en structuren in de gegeven tabel verduidelijkt globaal de werking van het onderliggende apparaat (in dit geval de tandwieloverbrenging bij een fiets).

6 tot besluit

In het voorgaande is, zij het niet uitputtend, een beeld geschetst van de manier waarop binnen competentiegericht beroepsonderwijs een ondersteunend vak als wiskunde een plaats kan krijgen. Competentiegericht leren vraagt om een verdere bijstelling van doelen en vormen van het onderwijs in de wiskunde. Richtinggevend daarbij is de vraag, in hoeverre wiskunde bijdraagt aan competenties of dat er zelfs sprake is van een algemene wiskundige competentie. Verder is betoogd, dat een invulling van het vak waar wiskundige methodieken worden geleerd met als vertrekpunt de complexe werkelijkheid van authentieke probleemsituaties, zeker kan bijdragen aan de brede beroepscompetentie. Ook is aangegeven dat binnen de beroepscompetenties een essentiële rol is toebedacht aan het vermogen om te structureren en te analyseren. Aan deze vermogens wordt in een wiskundeprogramma, zoals dat in het voorgaande is geschetst, als leerdoel een hogere plaats toegekend dan aan de technische vaardigheden. In Amerika is Steen voorvechter van een wiskundeprogramma dat meer recht doet aan de wensen die in de moderne bedrijfsvoering leven (Forman & Steen, 2000). Hij noemt drie soorten van wiskundige *performance* die (naast beheersing van basisvaardigheden als het kunnen lezen van tabellen, grafieken en stuctuurdiagrammen) in een onderwijsprogramma aan bod zouden moeten komen:

– *Problem solving* die steunt op het geraffineerd gebruik van (een combinatie van) relatief elementaire wiskundige gereedschappen. Zulke *problem solving* activiteiten zijn concreter en meer algemeen bruikbaar dan het technisch manipuleren van geavanceerde onderwerpen als goniometrische- en kwadratische vergelijkingen, zoals die nu nog vaak worden onderwezen in het voortgezet onderwijs. De besproken activiteiten die zijn gekoppeld aan de fietstabel zijn hiervan een voorbeeld.

– Het gebruiken en analyseren van moderne management *tools*, zoals *Systems Analysis* en *SQC-charts* (statistische controle op bedrijfsprocessen). Het kritisch leren hanteren van dergelijke *tools* bereidt voor op werken in de wereld van morgen, terwijl typische wiskundige algoritmiek, zoals het ontbinden in factoren en het vinden van nulpunten van functies, alleen maar voorbereiden op een verdere studie in de formele wiskunde.
– Een wiskundige grondhouding (*mathematical habits of mind*) die is ingebed in contexten zoals meten, management en kwaliteitscontrole. Deze kenmerkende wiskundige denkpatronen liggen ten grondslag aan veel aspecten van brede beroepscompetenties, maar worden (in tegenstelling tot eenvoudig herkenbare wiskundige vaardigheden van het rekenen, in de meetkunde en in algebra) nu nog slechts sporadisch als wiskundige vaardigheden erkend.

In één zin formuleert Steen treffend het verschil tussen wiskunde zoals die op school wordt geleerd en de manier waarop wiskunde wordt ingezet in de beroepspraktijk als volgt:

> Mathematics in the workplace makes sophisticated use of elementary mathematics rather than, as in the classroom, elementary use of sophisticated mathematics. (Steen, 2003)

In zekere zin ligt in de laatste beschrijving besloten wat onder wiskundige competentie moet worden verstaan. Het is het vermogen om in een maatschappelijke of een beroepsmatige probleemsituatie een wiskundige denkhouding en instelling te hebben van waaruit het probleem kritisch wordt geanalyseerd. Wiskundige methodieken die worden geleerd vanuit en teruggekoppeld naar authentieke probleemsituaties zullen zeker bijdragen aan de methodische en vakmatige competenties van de moderne werker.

literatuur

ACOA (1999). *Een wending naar kerncompetenties: de betekenis van kerncompetenties voor de versterking van de kwalificatiestructuur secundair bereosponderwijs*. 's-Hertogenbosch: ACOA.

CINop (2002). *Exacte vakken en competenties in het beroepsonderwijs*. In: Sormani e.a. (eds.). 's-Hertogenbosch: CINop.

Forman, S.L. & L.A. Steen (2000). Making Authentic Mathematics Work For All Students. In: Annie Bessot & Jim Ridgway (eds.). *Education for Mathematics in the Workplace*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hoyles, C. & R. Noss (1998). Anchoring Mathematical Meanings in Practice. In: K.

Gravemeijer (ed.). *Introductory texts for the International Conference on Symbolizing and Modeling in Mathematics education*. Utrecht: Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.

Kennelly, J & D. Warner (2000). When Machines do Mathematics, then what do Mathematics Teachers Teach? *Proceedings of the 9th ICME*, Makuhari, Tokyo Japan, 147-148.

Kent, P. & R. Noss (2001). Finding a Role for Technology in Service Mathematics for Engineers and Scientists. In: Derek Holton et al (eds.). *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: an ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Noss, R. (1997). *New Cultures, New Numeracies*. London: Institute of Education (Inaugural lecture).

OECD (2002). *The PISA 2003 Assessment Framework*. Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development.

Steen, L.A. (2003). Data, Shapes, Symbols: Achieving balance in school mathematics. In: B.L. Madison & L.A. Steen (eds.). *Quantitative literacy: Why literacy matters for schools and colleges*. Washington, DC: The Mathematical Assiociation of America, 53-74.

Sträβer, R. (2001). *Mathematics at/for the Workplace. An attempt to describe the scene*. Paper presented at the Math at Work conference, februari 2001, Manchester, Engeland.

TWIN (1998). *Eindtermendocument Doorstroom MTO-HTO, een advies*. http://www.fi.uu.nl/twin/nl/welcome.html

TWIN, (2000). *Beroepsgerichte Wiskunde*, delen 1, 2, 3, 6 en 7. Utrecht: Thieme-Meulenhoff.