

Samen 100



Samenvatting van de voorbereiding

Inleiding

In groep 7 wil ik een les geven over het volgende probleem:

- We hebben de cijfers 1 t/m 9.
Maak daar getallen van zodat ze samen 100 zijn.
Je moet elk cijfer precies één keer gebruiken!
Je mag alleen optellen.

We willen in de les nog eens goed kijken naar wat nu cijfers zijn en wat getallen. Cijfers zijn de letters zoals in de taal. Je kunt cijfers gebruiken om getallen te symboliseren. Het cijfer 8 kan een huisnummer zijn of de aanduiding van een tramlijn. Dan kun je met zo'n 'getal' niet optellen of aftrekken. Maar soms ook weer een beetje wel. Als je voor huisnummer 4 staat weet je dat je nog vier huizen verder moet om bij 8 te komen (we wonen aan de bosrand en hebben geen overburen). Bij de tramlijn helpt tram 4 je niet verder. Hier rijden de bussen met zoveel verschillende nummers: 382, 74, 3, enz. Nog altijd kom ik leerkrachten tegen die denken dat sommen onder de tien over cijfers gaan en dat het boven de tien over getallen gaat.

En dan nog het inzicht in ons positiesysteem. Op de meest rechtse positie staan de eenheden. Eén plek naar links staan de tienden en één plek verder naar links staan de honderden. Zo staat 13 voor $10 + 3$ en 31 voor $30 + 1$.

Een startprobleem

We beginnen met een kleine starter. Je hebt de cijfers 1, 2 en 3. Welke getallen kun je daar allemaal van maken? Elk cijfer mag je maar één keer gebruiken. We werken aan een lijstje:

1	12	23	123	231
2	13	31	132	312
3	21	32	213	321

Netjes: $3 + 6 + 6 = 15$ verschillende getallen.



Tussenprobleem

We voegen er een probleem aan toe.

Je hebt de cijfers 1 t/m 9. Kun je een som maken van die getallen die samen 100 oplevert? Je mag elk cijfer één keer gebruiken. Je mag alleen optellen.

$90 + 10$ kan niet, want je hebt geen nul

$78 + 22$ mag niet, want je hebt maar één 2

$79 + 21$ is goed

$98 + 2$ ook, enzovoorts.

Eens kijken of de leerlingen dit een beetje snel kunnen.

Het kernprobleem

Misschien eerst eens wat proberen. Als je van 1, 2 en 3 123 maakt zit je al boven de 100. Dus maar geen driecijferige getallen. Dan maar proberen met ééncijferige getallen.

Het is nog niet zo'n makkelijk probleem. Want als je de getallen 1 t/m 9 optelt kom je tot 45.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Je kunt dan natuurlijk van alles gaan proberen. Er zullen tweecijferige getallen bij moeten. Maar als je goed naar die 45 kijkt snap je misschien dat je 5 over hebt. Je moet immers op 100 (dubbel 0) eindigen. Als je 5 van die 45 aftrekt kom je op 40 (één 0) en heb je 60 te kort om die 100 te halen. En je hebt dan die 5 nog. Plak je de 5 voor de 1 (of voor één van de andere cijfers), dan komt er 50 bij de 40. Samen 90.

$$51 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 = 90$$

Eigenlijk moet er bij die 40, 60. Maar hoe krijg je dat voor elkaar? Haal je uit 1 t/m 9 een 5 en een 1 weg, dan is de som van de overige nog 39. Dan kun je er wel 60 bijdoen door de 1 en de 5 voor andere cijfers te zetten. Bijvoorbeeld:

$$12 + 53 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 = 99$$

Je hebt dus zo: $10 + 50 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9$

Daarmee is het bewijs wel geleverd: je kunt niet hoger komen dan 99.

Kun je misschien van de bovenkant (meer dan 100) dichterbij 100 komen? Dan moet je de 7 inleveren. Dan daalt de som van 1 t/m 9 tot 38. En daar komt dan 70 bij door de 7 ergens voor één van de andere cijfers te zetten. Je eindigt op 108. Lager kun je niet komen. Dus het hoogste wat je kunt bereiken is 99 en het laagste is 108. Dichterbij 100 kom je niet.

Kijk je er nog wat beter naar dan zie je het volgende. De som van de getallen 1 t/m 9 is 45.

Wil je hoger komen dan moet je tweecijferige getallen maken.



Lever je de 1 van de eenheden in dan kun je er tien verkrijgen door de 1 ergens voor te zetten (een verschil van 9). Je gaat dan van 45 naar 54. Lever je 2 in dan kun je er twintig verkrijgen. Dan kom je op 63. En zo volg je netjes de tafel van negen: 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, 117, enzovoorts. Het dichtst bij de 100 zijn dus 99 en 108. Dichterbij kan niet.

Je kunt natuurlijk ook nog allerlei ander onderzoek doen aan die cijfers 1 t/m 9.

Kun je 1000 maken? Wat is de grootste som die je kunt maken?

We maken nog een werkblad. Aan de bovenkant staan de cijfers 1 t/m 9. Dat geeft kinderen de mogelijkheid bij te houden welke cijfers je gebruikt hebt en welke niet. Benieuwd of kinderen dat gebruiken of niet.

Verslag van de les

Terug naar de Jan Campertschool in Driehuis. M'n groep 8 van vorig jaar is naar het voortgezet onderwijs. Dit schooljaar maar eens groep 7. Het is een groep met 28 leerlingen. Deze les zijn er maar 18 leerlingen door verschillende omstandigheden.

Aan de slag. Ze hebben twee juffen en nu komt er een meester. Ik vraag de juffen altijd om mij niet als expert op rekengebied te introduceren. Ik wil liever de Domme August zijn die het ook niet precies weet. Dat is in strijd met mijn voorbereiding. Ik heb de doelen goed voor ogen, maar probeer alle ruimte te laten voor als het anders gaat.

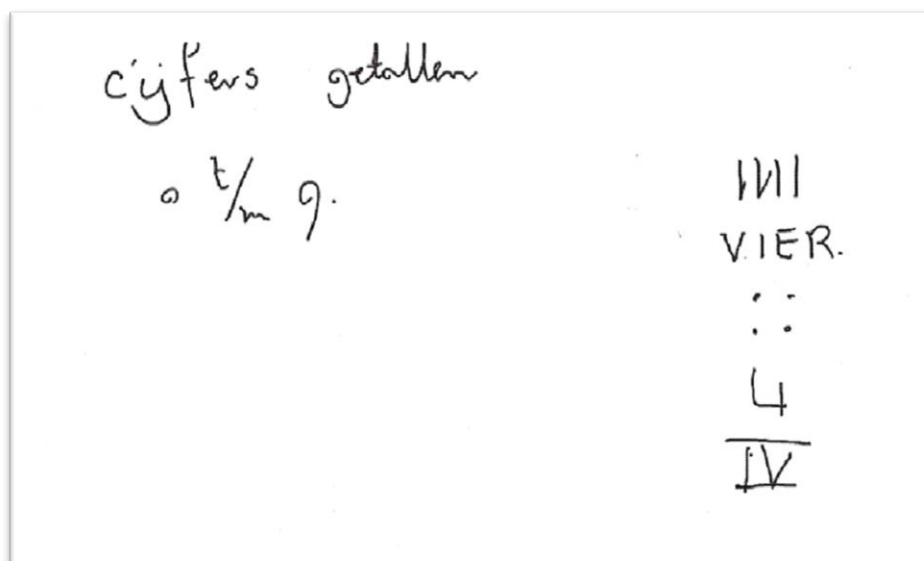
18 enthousiaste kinderen wachten op mijn komst.



Wat zijn cijfers en wat zijn getallen?

Het is voor leerlingen uit groep 7 niet duidelijk wat cijfers en getallen zijn. Ze denken dat het onder de tien over cijfers gaat en boven de tien over getallen. Ik probeer het duidelijk te maken: we kennen slechts 10 cijfers: 0 t/m 9. Dat is het. Meer cijfers zijn er niet (natuurlijk wel als je daar behoefte aan hebt: in het hexadecimale stelsel hebben we 16 cijfers, maar dat valt ver buiten het bestek van deze les).

Op het bord laat ik zien hoe je het getal vier kunt schrijven:



Duidelijk wordt dat je 14 en 114 en 1114 het best met cijfers kunt schrijven. Een heel efficiënt gebruik van symbolen.

Dan even met z'n allen naar getallen. "ik woon op nummer 8". Is dat een getal of een nummer? Ja, dat is een getal. Onze straat telt 34 huizen die opeenvolgend zijn genummerd. We noemen dit een volgordegetal. "Hoe oud ben jij?" Elf. Is dat een getal? Ja. Een meetgetal. Mijn lengte is 177 centimeter. Een getal. Ja, een meetgetal. En bus 4. Ja, ook een getal. Een naamgetal. Net zoals het rugnummer van Cruyff: 14. Ook een naamgetal.

Bedenk intussen dat we wel eens een hele les aan cijfers en getallen zouden kunnen besteden.

Met vragen als: kun je huisnummers optellen? En pincodes? En temperaturen? En leeftijden, gewichten en ga zo maar door.

Terug naar de opgave

Ik geef jullie de cijfers 1, 2 en 3. Welke getallen zou je daarmee kunnen maken? Je mag elk cijfer één keer gebruiken.

Ze denken na en roepen. Ik maak beginnetjes van lijstjes en er komt op ons schoolbord:

1 2 3

1 2 3 23 21
 32 31
 13 12

132
123
231
312
321
213

Netjes alle getallen opschrijven die je kunt maken van de cijfers 1, 2 en 3. Drie van één cijfer, zes van twee cijfers en zes van drie cijfers.

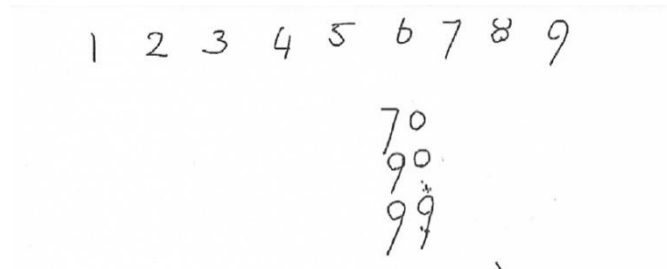


Maak 100

Door naar de volgende opdracht. We hebben de cijfers 1 t/m 9. Geen nul. Je mag elk cijfer maar één keer gebruiken.

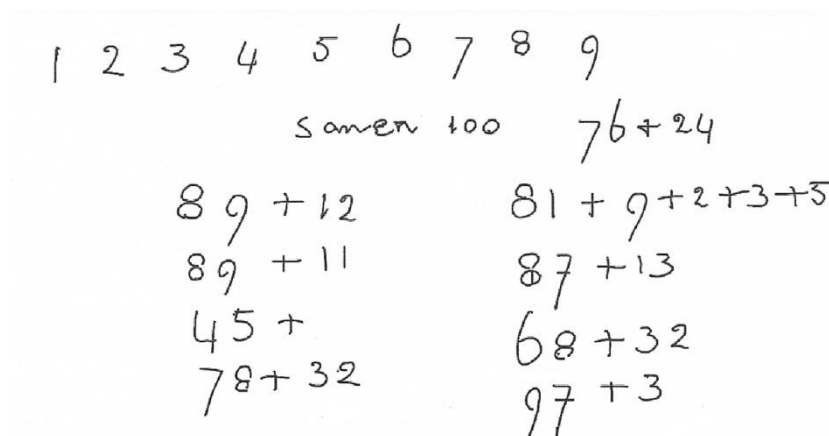
Kun je getallen maken die samen 100 zijn? Ze roepen al gauw.

We schrijven mee op het bord:



Mag je 90 maken? Nee, want je hebt geen nul. En 70 dus ook niet. En 99? Nee, ook niet. Want je mag elk cijfer maar één keer gebruiken.

Al gauw komen er oplossingen. We schrijven weer mee op het bord:



89 + 12 Jammer, één te veel

89 + 11 Nee, ook niet. Twee keer een één

45 + Nee, want dan moet er 55 bij. en dan heb je drie vijven

Maar er komt een lijstje met goede oplossingen:

$$81 + 9 + 2 + 3 + 5$$

$$87 + 13$$

$$68 + 32$$

$$97 + 3$$

$$76 + 24$$

Mondeling komen er nu allerlei oplossingen in een sneltreinvaart.

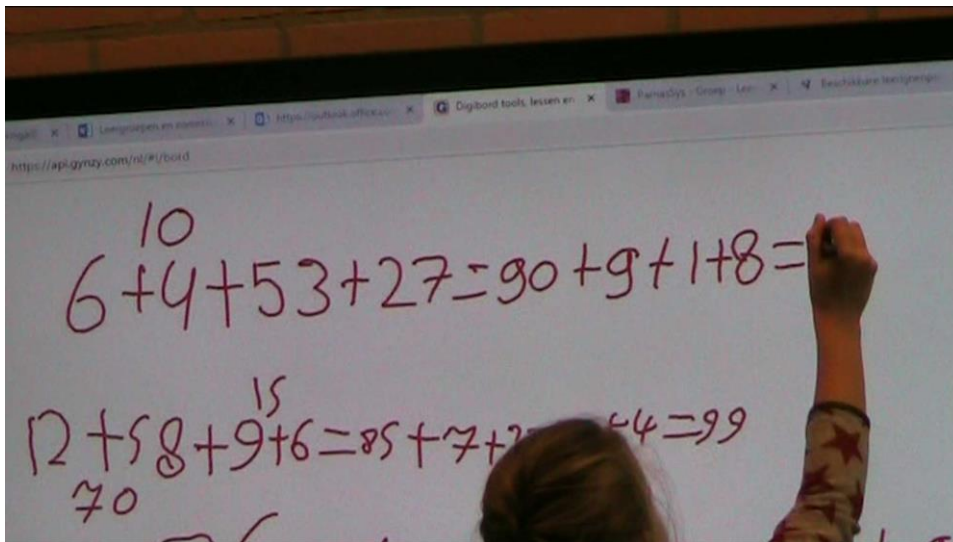
We hebben tot op heden uit het hoofd gewerkt. Sommige kinderen gebruikten een kladpapiertje.

Jullie weten nu zo ongeveer hoe je 100 moet maken.
En nu het grote werk!

Opnieuw: kun je 100 maken?

Hier heb je nog een keer de cijfers 1 t/m 9. Geen nul. Maak getallen die samen 100 zijn. Maar je moet elk cijfer één keer gebruiken.

Ik deel het werkblad uit en na nog een keer herhaling van de opdracht gaan ze aan het werk.

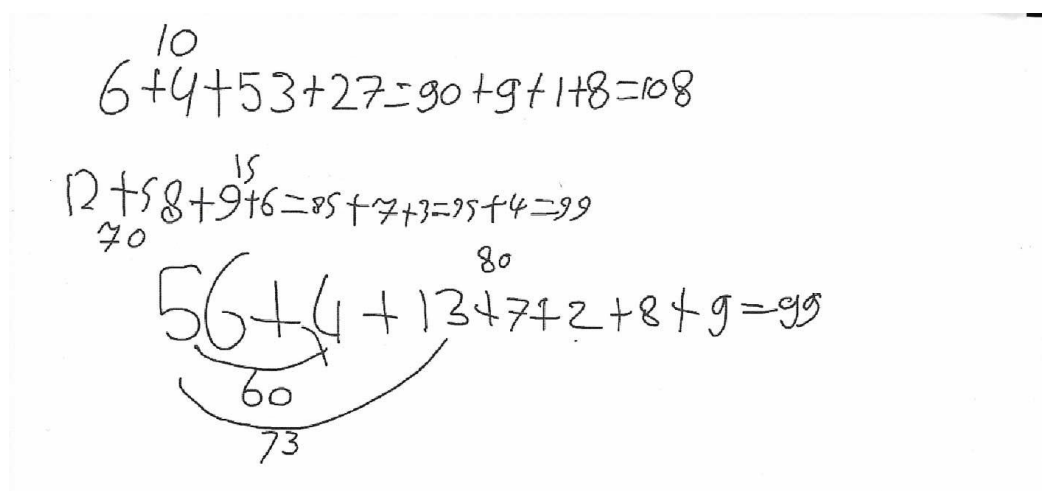


Al gauw wordt er geroepen: "Ik heb het". Ik loop rond en laat zien welke cijfers niet gebruikt zijn. Herhaal de opdracht nog maar een keer. Zie ook dat bijna alle kinderen de cijfers 1 t/m 9 boven aan het werkblad gebruiken om de stand bij te houden. Welk cijfer heb ik gehad en welk nog niet?

Ik vraag de leerlingen ook om niet hun werk door te krassen of uit te gummen. Begin gewoon een keer opnieuw.

Na een poosje werken zie ik verschillende leerlingen dichtbij de 100 komen met 99 en ook 108 is er een aantal keer.

We gaan het werk nabespreken. Op het bord verschijnt een aantal oplossingen.



De bovenste regel laat een oplossing zien die tot 108 leidt. De leerling schrijft een 10 als tussenantwoord erboven en ook die 90 is een tussenantwoord.

Op de tweede regel zie je ook tussenantwoorden: 70, 15, 85 en 95.

De derde regel laat ook tussenantwoorden zien met boogjes en nog een keer 80 erboven. Ook deze leerling komt tot 99.

We komen niet echt toe aan waarom het niet kan. Ik stel ze ook gerust. Het dichtstbij is 99 en ook 108. Dichterbij kun je niet komen. In een latere les zou je nog eens naar die tafel van negen uit de voorbereiding kunnen kijken.

Leerlingenwerk

Hieronder zie je het werk van enkele leerlingen met een kort commentaar.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Naam: Mara

$$5 + 2 + 3 = 10 +$$

$$6 + 4 = 10 + 53 + 27 = 90 + 9 + 1 = 100 + 8 = 108$$

$$32 + 48 = 80 + 9 + 1 = 90 +$$

Mara doet eerst $5 + 2 + 3 = 10$. Dan begint ze met $6 + 4 = 10$, daar nog 53 en 27 bij en dat brengt haar naar 90. Dan nog 9 en 1 erbij, dan heeft ze 100. Ze moet de 8 nog gebruiken en dat brengt haar naar 108. Op de volgende regel begint ze 32 en 48. Dan is ze bij 80. Als ze door zou gaan zou ze weer bij 108 komen. Mara's werk staat bovenaan op het bord.

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9~~

Naam: jesse

~~12 + 8 + 10 + 34 + 6 = 60~~

$$56 + 4 + 13 + 7 + 2 + 8 + 9 = 99$$

Jesse liet zijn werk ook op bord zien. Het is daar de derde regel.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Naam: Tessa

~~10 + 60 = 70~~
~~2 + 3 = 5 + 5 = 10~~

12 + 58 = 70 + 15 = 85 + 10 = 95 + 4 = 99

9 + 6 = 15
 7 + 3 = 10

Ook Tessa's werk staat op het bord. Waar ze in haar werk met pijltjes werkt, doet ze het op bord met boogjes.

x x x x x x x x x

x x x x x x x x x

x x x x x x x x x

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Naam: yinthe

56 + 4 + 9 + 1 + 2 + 3 + 7 + 8 = 90

65 + 7 + 8 + 9 + 1 + 2 + 3 + 8 + 4 = 107

23 + 5 +

Yinthe begint met 56. Ze gebruikt alle cijfers en komt dan bij 90. Dan begint ze met 65. Ze houdt wel bij welke cijfers ze gehad heeft, maar doet toch twee keer een 8. Dat brengt haar bij 107. Trek je die ene 8 eraf dan is haar antwoord 99.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Naam: XAVI

$$\begin{aligned} \cancel{98+2} &= 100 \\ \cancel{67+33} &= 100 \\ \text{[scribble]} \end{aligned}$$

$$23+7=30+4+6=40+59+1=100$$

Xavi komt mooi tot 100. Maar hij heeft de 8 niet gebruikt.



Achteraf

Veel enthousiasme bij de hele groep. Ook de juf was onder de indruk van de werklust en het enthousiasme van haar leerlingen. Heb haar aangemoedigd om met de voorbereiding van deze les in de hand nog een vervolgles te doen om op zoek te gaan naar een verklaring op hoger niveau waarom het niet kan om samen 100 te maken.

Met dank aan de leerlingen en leerkrachten van groep 7 van de Jan Campertschool in Driehuis.
Willem Uittenbogaard

Email: w.uittenbogaard@uu.nl

huispagina: <http://www.staff.science.uu.nl/~uitte104/>

Redactie en foto's: Sylvia Eerhart