

Lessenserie Oppervlakte

Groep 6, 7

Het TAL-boek 'Meten en meetkunde in de bovenbouw' (Wolters-Noordhoff, 2006) beschrijft de grote lijn van de leergang rond meten. Deze lessenserie heeft betrekking op het meten van oppervlakte. De lessenserie is ontworpen binnen het project TienVeertien van het Freudenthal Instituut.

De lessen zijn bedoeld voor groep 6 of 7 en richten zich op het meten van oppervlakte. Er wordt van uit gegaan dat de leerlingen in voorgaande jaren al enigszins vertrouwd zijn geraakt met het begrip oppervlakte.

De lessen zijn beschreven als vijf lessen van 30 tot 45 minuten, maar veel hangt af van hoe de leerlingen zullen reageren. Het kan mogelijk zijn om lessen te combineren binnen hetzelfde reken-uur, maar het kan ook nodig blijken om meer dan één rekenles aan een probleem te besteden.

Achtergrond

Oppervlakte is voor kinderen een lastig begrip. Wanneer hen gevraagd wordt om een oppervlakte te berekenen hebben ze meestal wel 'lengte maal breedte' paraat, maar waarom dat een oppervlakte oplevert kunnen ze niet uitleggen. Vaak geloven ze ook dat je alleen maar van rechthoekige vormen de oppervlakte kunt uitrekenen, want hoe kan er oppervlakte zijn zonder een lengte en een breedte?

Dat leerlingen zoveel moeite hebben met oppervlakte komt onder andere omdat we in het dagelijks leven het woord 'oppervlakte' niet vaak gebruiken. We zeggen vaak alleen maar dat iets 'groot' is, waarbij uit de context maar moet blijken of we lengte, oppervlakte of inhoud bedoelen.

Een andere reden is dat de rekenmethoden betrekkelijk snel gaan. Al gauw ligt de nadruk inderdaad op het rekenen met lengte en breedte, alsof het werken met oppervlaktematen vanzelfsprekend is. In feite moeten leerlingen echter heel wat leren. We kunnen die kennis als volgt samenvatten:

- Oppervlakte heeft betrekking op de grootte van een vlak.
- In principe kun je meten met allerlei zelfgekozen maten, maar als je oppervlaktes met elkaar wilt vergelijken is het natuurlijk handig als je steeds dezelfde maat gebruikt.
- Je moet als maat een vorm kiezen die steeds aansluit. Met rondjes, bijvoorbeeld, kun je oppervlakte niet goed meten.
- Om te bepalen hoeveel maal een maat past kun je vaak gebruik maken van vermenigvuldigen.
- Als je wilt vermenigvuldigen is het handig om een vierkante vorm als maat te gebruiken, want dan ontstaan er nooit problemen door het in verschillende richtingen leggen van de maat.
- Om te weten hoe vaak een maat in een bepaalde richting past kun je meten met een strook. Je kunt oppervlakte dus berekenen vanuit lengtes.

- Het is handig om te werken met standaardmaten. Daarbij kan worden aangesloten bij het systeem van de lengtematen.
- Net als bij het meten van lengte in standaard lengtematen (mm, cm, dm, m, enzovoort), kunnen we oppervlakte in de ene standaardmaat omrekenen naar een andere standaardmaat.
- Als de lengte en breedte van een vlak twee keer zo groot worden, wordt de oppervlakte niet ook simpelweg twee keer zo groot. Het gaat om een verandering in twee richtingen.
- Oppervlakte is niet gebonden aan een bepaalde vorm; ook niet-rechthoekige vormen hebben een oppervlakte.

Het moeilijkst voor leerlingen is de overstap van het meten met vierkante blaadjes of een soortgelijke maat naar het rekenen via lengtes. De redenering achter die overstap is:

- Je wilt weten hoeveel vlakjes (maten) er in de ene richting passen en hoeveel in de andere richting. Als je dat wilt weten hoef je alleen te meten hoe vaak de maat past. Je kunt een lineaal of meetlint - instrumenten voor het meten van lengte - dus ook gebruiken om oppervlakte te bepalen.

Door de stap naar het rekenen met lengtes verdwijnt bij veel kinderen het idee dat het om het volleggen gaat. Ze weten dat ze iets moeten doen met 'lengte maal breedte', maar in die lengtematen zien ze geen relatie meer met oppervlakte.

Les 1: Wat is oppervlakte?

De les is bedoeld om het onderwerp te introduceren en te inventariseren wat leerlingen al weten over oppervlakte.

'Groot'

De kinderen in de klas zijn niet allemaal even groot. Wat betekent 'groot' in dit geval? Hoe kun je nagaan of een kind groter is dan een ander?

Wat zou je doen als je een kind wilt vergelijken met haar nichtje in Australië?

In het gesprek zou naar voren moeten komen dat 'groot' in dit geval iets zegt over lengte, en niet bijvoorbeeld over dik of dun zijn.

Je kunt nagaan wie van twee leerlingen het grootst is door hen te vragen naast elkaar te gaan staan.

Om een kind met een nichtje in Australië te kunnen vergelijken heb je echter een maat nodig.

'Groot' kan ook naar iets anders dan lengte verwijzen..

Een grote tafel

Is deze tafel (bijvoorbeeld de tafel van de leerkracht) net zo groot als de eettafel bij jullie thuis ?

Wat bedoel je in dit geval met 'groot'? En hoe zou je kunnen nagaan welke tafel groter is?

Wanneer iemand zegt dat de ene tafel groter is dan een andere bedoelt hij vooral dat er meer op past, dat de 'oppervlakte' van de tafel groter is. Welke tafel het grootst is kun je bijvoorbeeld nagaan door ze vol te leggen met allemaal even grote blaadjes.

Als leerlingen met de suggestie komen om de tafel op te meten met een centimeter, laat hen dan precies uitleggen wat er gemeten moet worden, want aan één getal - zoals bij de lengte van een kind - heb je in dit geval niet genoeg. Wanneer dat zo uitkomt kunt u vragen hoe je een lange en smalle tafel zou kunnen vergelijken met een korte, brede tafel. De leerlingen zouden moeten begrijpen dat het uiteindelijk gaat om hoeveel blaadjes op de tafel passen.

Laat leerlingen vertellen over situaties waarin het er om gaat hoe groot iets is in oppervlakte. Inventariseer daarbij wat leerlingen weten over het meten van oppervlakte en over oppervlaktematen. Ga er nog niet te diep op in, want het meten van oppervlakte is het onderwerp van de volgende lessen.

Een interessante opdracht is om de leerlingen te laten uitzoeken wie thuis de grootste eettafel heeft. Laat hen vrij in hoe ze de tafel precies gaan opmeten.

Les 2: Meten met rechthoekige blaadjes

De les is bedoeld om het handig tellen via vermenigvuldigen aan de orde te stellen. Met opzet meten de leerlingen met rechthoekige blaadjes, want dat zal leiden tot conflictsituaties als de blaadjes in verschillende richtingen worden neergelegd. Van hieruit wordt de vraag gesteld wanneer je wel, en wanneer je niet mag vermenigvuldigen.

Materiaal

U kunt laten werken met blaadjes van het formaat A4 of A5, afhankelijk van de grootte van de tafels die de leerlingen op gaan meten. Een kleine leerling-tafel kan het beste met A5 worden opgemeten. Opmeten van een grotere tafel geeft echter meer aanleiding tot samenwerking tussen leerlingen en maakt ook de kans groter dat er discussie komt over de richting van het neerleggen.

De opdracht

Groepswerk. Gebruik de velletjes papier als maat voor oppervlakte. Zoek uit hoeveel velletjes papier op de tafel passen.

Een vraag die zal opkomen is wat je moet doen met de randen die overblijven. Laat leerlingen schatten hoeveel blaadjes daarop passen, het gaat om de totale oppervlakte van de tafel.

Observeer of leerlingen vermenigvuldigen gebruiken om het totaal te vinden.

- Als leerlingen de tafel volleggen, berekenen ze het totaal dan via vermenigvuldigen, of tellen ze de blaadjes stuk voor stuk? Ook als ze de blaadjes in verschillende richtingen hebben gelegd - bijvoorbeeld langs de randen - kan een groot deel via vermenigvuldigen worden geteld.
- De kans is groot dat de blaadjes in twee verschillende richtingen worden gelegd, bijvoorbeeld omdat de ene leerling het anders wil doen dan een ander. Maken leerlingen in dit geval correcte vermenigvuldigingen?
- Misschien zijn er groepjes die volstaan met het afpassen van blaadjes aan

de zijranden. Op grond van de randen kun je via vermenigvuldigen al het totaal berekenen.

Ga in de bespreking kort in op het probleem van de randen. Laat de leerlingen vertellen hoe ze dat hebben opgelost.

Het gesprek moet verder vooral gaan over het vermenigvuldigen. Punten zijn:

- Vermenigvuldigen is een manier van handig tellen. Misschien maakt het bij een tafel nog niet zo veel verschil, maar zeker als het vlak groter is, is vermenigvuldigen slim.
- Om te kunnen vermenigvuldigen moeten de blaadjes in dezelfde richting liggen. Waarom is dat eigenlijk?

Les 3: Allerlei maten

In deze les gaat het om de vorm en om de grootte van mogelijke oppervlakte-maten. De maat moet zo'n vorm hebben dat je er een aaneengesloten vlak mee kunt bedekken. Werken met een kleine maat heeft zowel voor- als nadelen.

Materiaal

Stapeltjes papier van verschillende vorm:

- ronde vouwblaadjes,
- vierkante vouwblaadjes, liefst groot en klein,
- rechthoekig: A4 papier, A5 papier, brede stroken.

Bij voorkeur van elke soort tenminste zoveel blaadjes dat een tafeltje helemaal bedekt kan worden.

Het probleem

Je kunt oppervlakte meten met verschillende maten. Er liggen allemaal verschillende blaadjes klaar die jullie als maat kunnen gebruiken.

Werk in groepjes en meet de tafels op met die verschillende blaadjes. De vragen waar het om gaat zijn:

- Maakt het verschil welke maat je gebruikt?
- Welk soort blaadje zou je het liefst als maat willen gebruiken? Waarom?

U kunt dit organiseren door de groepjes van tafel naar tafel te laten gaan waar al een stapel blaadjes klaarligt, of door de blaadjes door te laten geven.

Laat op papier noteren hoeveel blaadjes er op een tafeltje passen, dus wat de oppervlakte is in die maat.

Observeer of de leerlingen vermenigvuldigen gebruiken bij het vaststellen van het totale aantal blaadjes. Volstaan ze ook met gedeeltelijk volleggen, bijvoorbeeld alleen de randen, omdat je dan al kunt vermenigvuldigen?

Vorm

Laat in de bespreking op de eerste plaats aan de orde komen dat de blaadjes zo'n vorm moeten hebben dat ze op elkaar aansluiten. Met rondjes kun je oppervlakte niet meten omdat die rondjes op verschillende manieren neergelegd kunnen zijn, en in het ene geval blijft er meer ruimte onbedekt dan in het andere geval.

Met rechthoekige of vierkante blaadjes kun je wel een aaneengesloten vlak be-

dekken. Welke voor- en nadelen zien leerlingen aan de verschillende vormen? Rechthoekige blaadjes hebben bijvoorbeeld als nadeel dat je ze in dezelfde richting moet leggen, anders kun je niet vermenigvuldigen.

Vermenigvuldigen

Ga verder in op het vermenigvuldigen. Hebben de groepjes vermenigvuldigen gebruikt, en kun je altijd vermenigvuldigen?

Grootte

De derde vraag is of het uitmaakt hoe groot de blaadjes zijn. Grote blaadjes hebben als voordeel dat je sneller klaar bent met volleggen, maar je houdt een groter stuk over aan de randen. Met kleine blaadjes kun je in principe preciezer meten.

Les 4: Meten met een strook

In deze les wordt de stap gemaakt naar het opmeten van de zijden met een meetstrook. Het totaal aantal blaadjes dat op een vlak past kan worden gevonden via vermenigvuldigen.

Materiaal

– Per groepje een strook van aan elkaar geplakte vierkante blaadjes.

Voordat u het probleem introduceert moet u er zeker van zijn dat de leerlingen het volgende begrijpen:

- Als je een tafel volgelegd hebt met de blaadjes die je als maat gebruikt kun je het totaal aantal blaadjes uitrekenen via vermenigvuldigen.
- Het is niet nodig om de hele tafel vol te leggen, want je hoeft alleen maar te weten hoeveel blaadjes er in de ene richting en in de andere richting passen.
- Het handig om te werken met vierkante blaadjes, want dan hoeft je niet na te denken over de richting waarin ze liggen.

Ga eventueel in een klassengesprek nog een keer in op deze punten.

Het probleem

Jullie krijgen per groepje een strook. waarmee je kunt meten hoeveel blaadjes in een bepaalde richting passen.

- Hoeveel blaadjes passen er op de tafels? Gebruik de meetstrook.
- Schrijf op hoe jullie het gedaan hebben en leg uit waarom je dat zo kunt doen.

Het is belangrijk dat de leerlingen echt begrijpen waarom je kunt volstaan met de zijden op te meten en te vermenigvuldigen. Besteed daarom veel aandacht aan wat de groepjes hebben opgeschreven. Laat de uitleg van de verschillende groepjes vergelijken en bespreek met de klas wat een duidelijke uitleg is.

Wanneer voor iedereen duidelijk is hoe je de meetstrook kunt gebruiken en waarom dat mag op die manier, kunt u de leerlingen opdracht geven nog een aantal oppervlaktes te bepalen met de strook. Vergelijk in het nagesprek de uitkomsten en ga met de leerlingen na waar eventuele verschillen uit voortkomen.

Anders

U kunt er voor kiezen om de groepjes meer dan één meetstrook te geven, gemaakt van blaadjes van verschillende grootte. Zorg er in dat geval voor dat de

naamgeving duidelijk is. In een klas waar de les werd uitprobeerde kozen de leerlingen bij de drie stroken waar ze mee gingen werken voor 'mini', 'medium' en 'big'. Een kastje bleek bijvoorbeeld '30 medium' te zijn en het aanrecht '105 big'.

Les 5: Standaardmaten

In deze les wordt de stap gezet naar de standaardmaten.

Materiaal

- Een vierkant van 1m bij 1 m (bijvoorbeeld op het bord) en blaadjes van 1 dm bij 1dm, en van 1cm bij 1cm
- Per groepje een meetlint met centimeters.

Standaardmaten

Breng de meetactiviteiten van de voorgaande lessen in herinnering. In die lessen hebben de leerlingen gemeten met blaadjes van verschillende grootte en verschillende vormen. Vertel dat er in ons land en een heleboel andere landen voor gekozen is om oppervlakte te meten in vierkante centimeters, vierkante decimeters, vierkante meters, enzovoort. Voordelen van het systeem zijn dat iedereen de lengtematen al kent en dat de oppervlaktetmaten in elkaar omgerekend kunnen worden.

Licht het systeem van oppervlaktetmaten toe aan vierkanten van 1m x 1m, 1dm x 1dm en 1cm x 1cm.

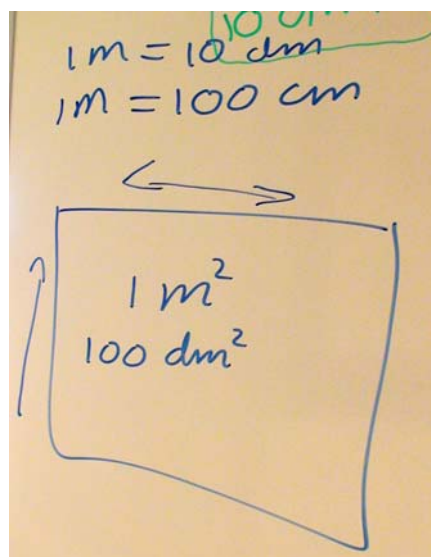
Het probleem

We hebben hier een vierkante meter, een vierkante decimeter en een vierkante centimeter.

- Hoeveel vierkante decimeters passen er in een vierkante meter?
- Hoeveel vierkante centimeters passen er in een vierkante decimeter?
- Hoeveel vierkante centimeters passen er in een vierkante meter?

De leerlingen werken in groepjes aan deze vragen.

Laat in de bespreking iemand van elk groepje uitleggen hoe het probleem is opgelost.



Het meest lastig zal de derde vraag zijn. Het plaatje hieronder geeft de oplossing van een groepje dat op 1000 x 1000 kwam voor het aantal cm² in een m². Hun redenering was:

"In één blokje zitten 100 vierkante centimeter. Dan doe je 100 keer 10, dan heb je 1000 centimeter, en dan doe je dat ook zo (leerling maakt een vertikaal gebaar) en dan heb je ook 1000 centimeter. Dan doe je 1000 keer 1000 en dan heb je 1 miljoen vierkante centimeter."

