STEMkey
Teaching standard STEM topics with a key competence approach

STEMkey Module 2

Functies

Werkbladen

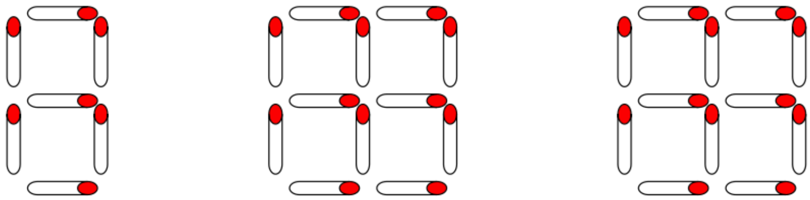
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Dit document met werkbladen is gebaseerd op het werk binnen het project *Teaching standard STEM topics with a key competence approach* (STEMkey). Coördinatie: Prof. Dr. Katja Maaß, International Centre for STEM Education (ICSE) aan de University of Education Freiburg, Germany. Partners: Charles University, Constantine the Philosopher University, Haceteppe University, Institute of Education of the University of Lisbon, Norwegian University of Science and Technology, University of Innsbruck, University of Maribor, University of Nicosia, Faculty of Science of the University of Zagreb, Utrecht University, Vilnius University.

Het project STEMkey is medegefinancierd door het Erasmus+ programma van de Europese Unie onder subsidienummer 2O2O-I-DEO1-KA203.005671. Noch de Europese Unie/Europese Commissie, noch de Duitse Academische Uitwisselingsdienst DAAD zijn verantwoordelijk voor de inhoud of aansprakelijk voor enig verlies of schade voortvloeiend uit het gebruik van deze bronnen.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Werkblad 1.1 – Een patroon ontdekken



Hier zijn drie vormen die uit een aantal lucifers bestaan.

Als we doorgaan met het bouwen van meer vormen in deze reeks, hoeveel lucifers zouden er dan in de tiende vorm zitten? En in het algemeen: wat kun je zeggen over het nummer van de vorm en het aantal lucifers?

Bespreek:

Hoe kun je verschillende vormenreeksen maken en met welke doelen?

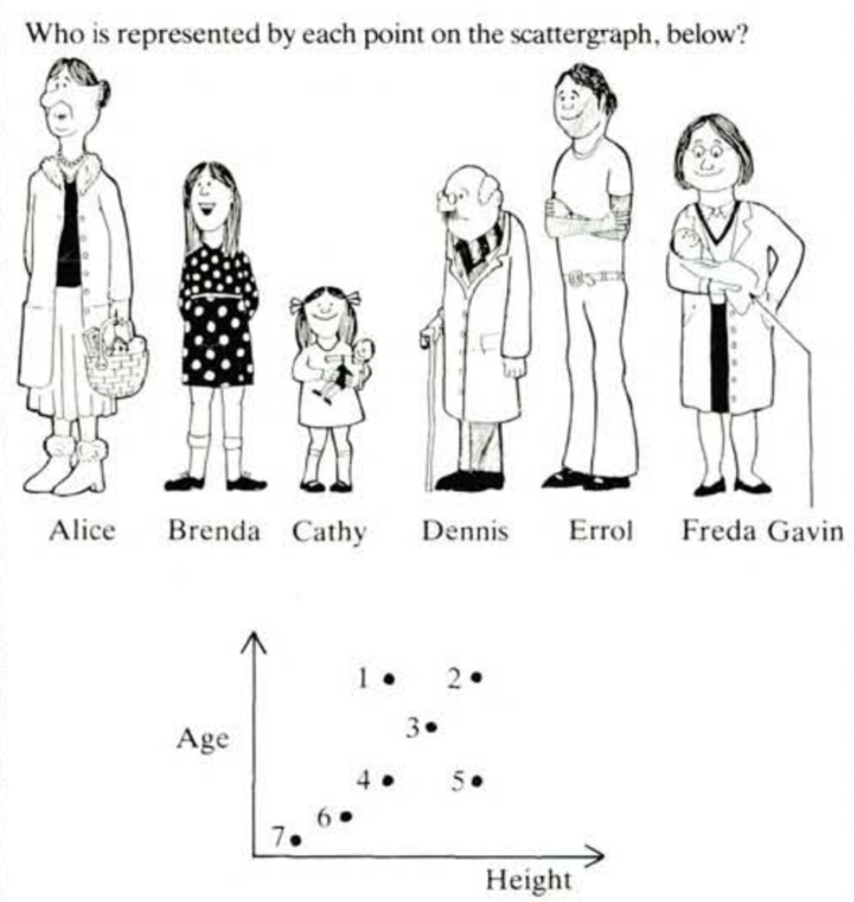
Wat is de rol van inductief redeneren en voor welke leeftijd is de opdracht geschikt?

Wat zijn de verschillende strategieën die iemand kan gebruiken om deze opdracht aan te pakken?

Leg uit hoe dit soort oefeningen functioneel denken en creativiteit opbouwen.

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Werkblad 1.2 – Relaties en functies



Bron: The Language of Functions and Graphs, Shell Centre for Mathematical Education Publications, 1985.

Los het bovenstaande probleem op. Bespreek in tweetallen hoe dit probleem het begrip functie introduceert.

Welke strategieën verwacht je van de leerlingen?

Zijn je leerlingen gewend om in discrete of continue voorbeelden te denken?

Kun je meer voorbeelden verzinnen om de eigenschappen van functies te bespreken?

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Werkblad 1.3 – Parachutesprong

Beschouw het probleem van het modelleren van een parachutesprong.

Wat zou de motivatie van de springer kunnen zijn? Wat is het doel?

Als we een 'ideaal' model willen maken, welke aspecten van de sprong kunnen dan worden verwaarloosd en welke zijn belangrijk om te behouden?

Welke aannames leiden tot de natuurkundige en wiskundige beschrijving van de situatie

Wat voor grafische beschrijvingen verwacht je dat leerlingen kunnen maken?

Welke afhankelijkheden zouden de leerlingen in deze situatie kunnen beschrijven?

Kun je bijvoorbeeld het adrenalineniveau in het bloed van een springer tijdens de sprong beschrijven?

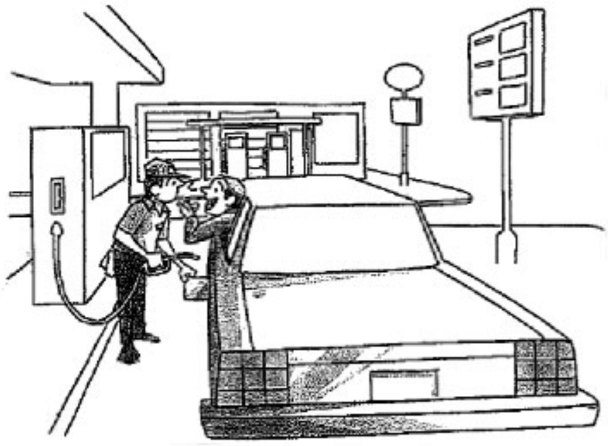
Werkblad 1.4 - Welke bezinepomp?

Overweeg om benzine te kopen bij twee verschillende benzinepompen. Eén tankstation heeft hogere prijzen, maar het ligt op de gebruikelijke weg van huis naar werk. Het tweede ligt niet op die weg en vereist een omweg, maar heeft goedkopere benzine.

Met welke parameters zou je rekening houden?

Kun je een functie schrijven die berekent hoe efficiënt het is om benzien te kopen met een omweg?

Kun je de situatie concreter maken en een plaatje erbij tekenen?

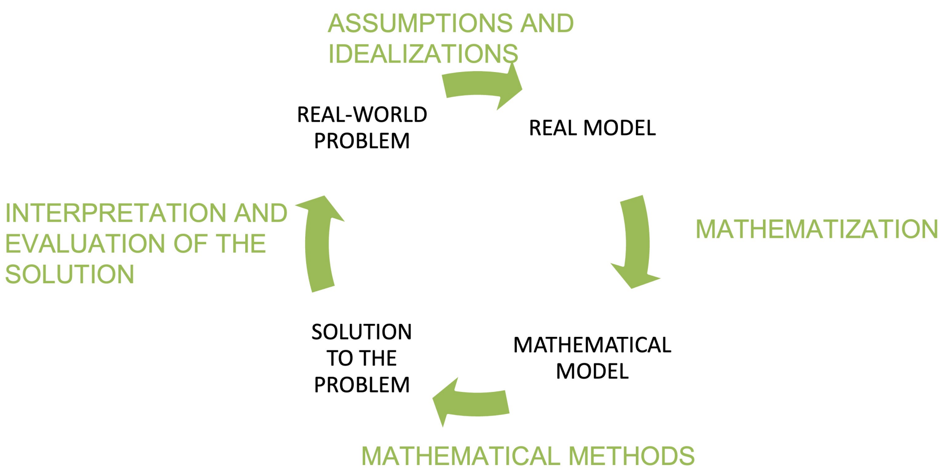


"Just enough to get me across the street to the cheaper station."

(Parade, 12 Nov 2005)

Welke fasen van de modelleercyclus kunnen worden weggelaten (omdat ze al gegeven zijn) als we de volgende opgave behandelen?

> *Frank koopt meestal benzine bij de pomp op zijn route tussen huis en werk voor de prijs van 2,00 EUR per liter. Bij een benzinepomp op 5 kilometer van zijn route wordt benzine verkocht voor 1,80 EUR per liter. Loont het om van zijn gebruikelijke route af te wijken om goedkopere benzine te kopen?*



Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Werkblad 2.1 – Grafieken schetsen op basis van beschrijvingen


Source: Pixabay

De leerlingen wordt gevraagd onderstaand assenstelsel te gebruiken om de uitspraak: "*Hoe meer mensen ons helpen, hoe sneller we klaar zijn met het plukken van de aardbeien*" te illustreren. De grafieken moeten worden vergeleken en besproken met medeleerlingen.

De opdracht vraagt de leerlingen om hun oplossing te vergelijken met die van medeleerlingen en om er kritisch over te zijn. De verwachting is dat de leerlingen zich zullen ‘vastzetten’ in de opvatting dat een grafiek van een functie een rechte lijn moet zijn, d.w.z. dat ze zullen aandringen op 'lineair denken'. Door dit obstakel te overwinnen, gaan de leerlingen zich realiseren dat er veel nuttige functies zijn die niet lineair zijn.

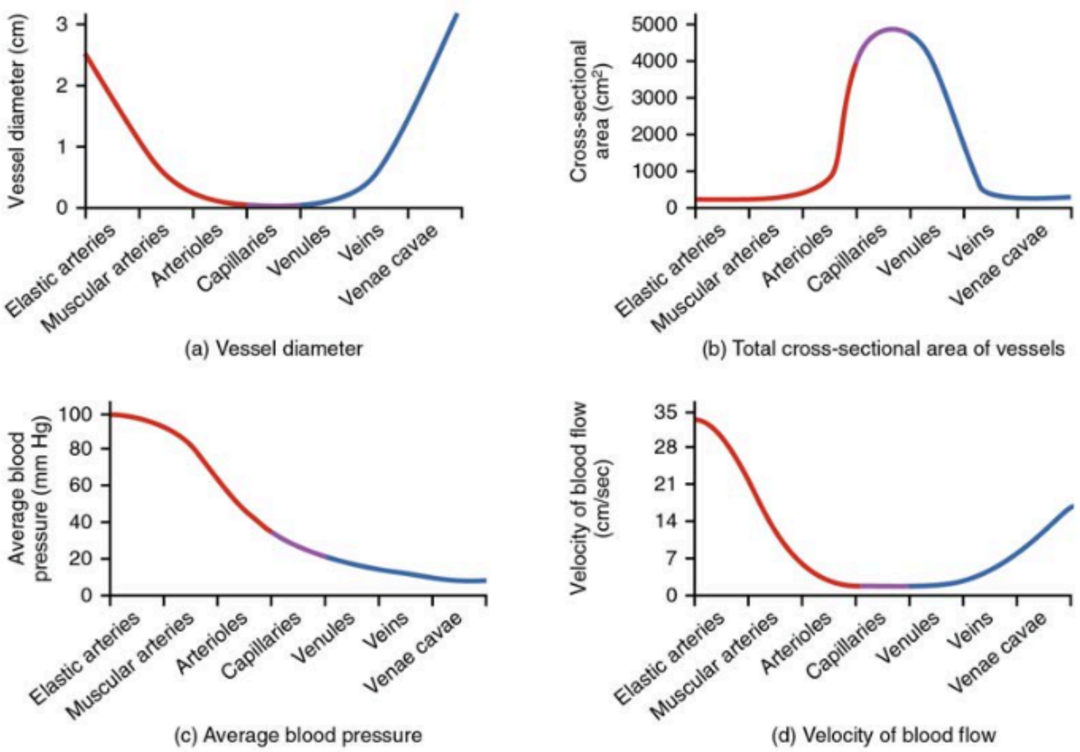
Geef jij weleens de opdracht om een grafiek te tekenen die een echte situatie beschrijft?

Verzin uitspraken die niet-lineaire grafieken opleveren - denk aan verschillende contexten zoals sport, koken, verkoop enz. De situaties die door de grafieken worden beschreven hoeven niet numeriek te zijn, je kunt vragen om grafieken van emotionele toestanden, vermoeidheid of honger gedurende een bepaalde periode te tekenen

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Werkblad 2.2 – Grafieken interpreteren

Grafieken van functies kunnen heel informatief zijn, maar je moet wel weten hoe je ze moet lezen. De opdracht is om informatie af te lezen uit een grafiek waarin de ‘waarden’ op de x-as vaten in een menselijk lichaam zijn. De grafieken moeten worden **uitgelegd in woorden**.



Bron van de illustratie: *Blood Flow, Blood Pressure and Resistance*, Anatomy and Physiology II, course on Lumen Learning. Link: https://courses.lumenlearning.com/suny-ap2/chapter/blood-flow-blood-pressure-and-resistance-no-content/

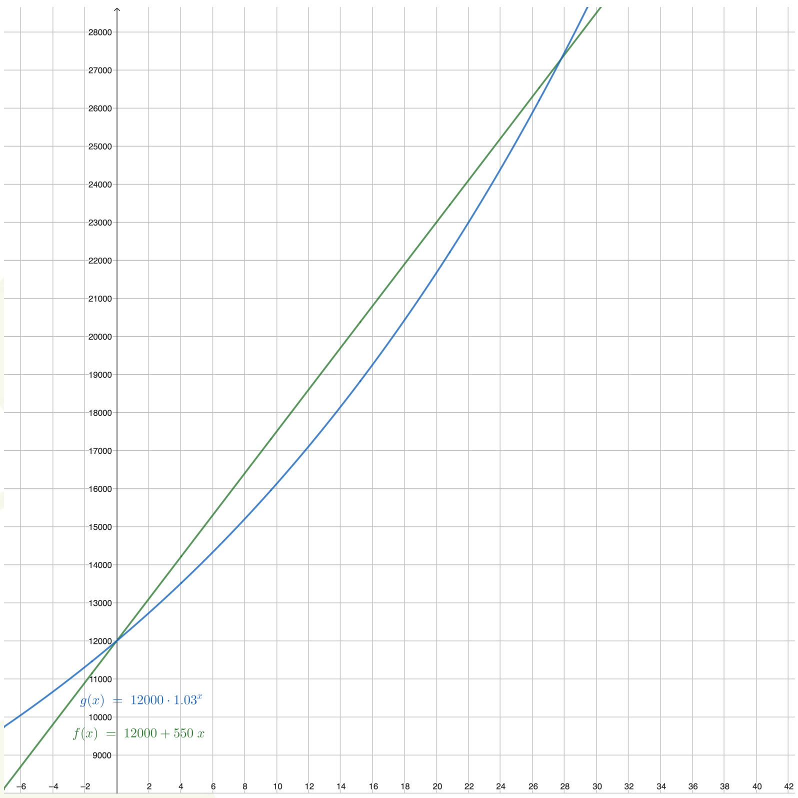
Werkblad 2.3 – Groei vergelijken

Bespreek het volgende vraagstuk:

In 2018 had Andy 12000 EUR. Elk jaar voegde hij 550 EUR toe op zijn rekening. In 2018 had Barbara 12000 EUR. Elk jaar ontving ze 3% rente op het totaal (omdat ze het geld op de rekening liet staan). Bereken het bedrag dat ze ieder elk jaar tot en met 2030 zullen hebben, maak een algemene formule voor het bedrag dat ze na x jaar zullen hebben en vergelijk de groei.

x	Andy ($12000+550x$)	Barbara ($12000\cdot 1.03^x$)
5	14 750	13 911
10	17 500	16 127
15	20 250	18 696
20	23 000	21 673
25	25 750	25 125
30	28 500	29 127

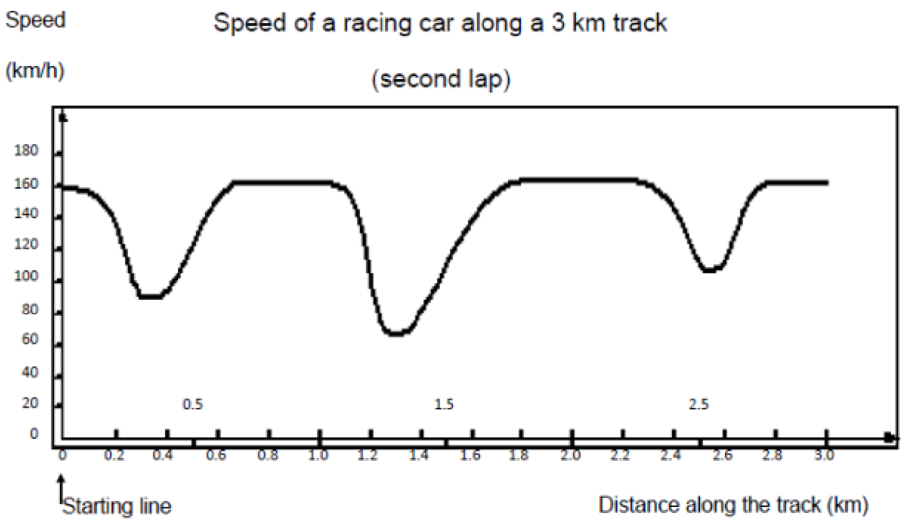
Vergelijk de groei van twee functies op het getekende interval.



Wat kan verrassend zijn leerlingen? Was het verrassend voor jou in het begin? Is het mogelijk om de snijpunten van de twee grafieken te berekenen?

Worksheet 2.4 – Racebanen

Deze grafiek laat zien hoe de snelheid van een raceauto varieert op een vlak parcours van 3 kilometertijdens zijn tweede ronde.



Wat is bij benadering de afstand van de startlijn tot het begin van het langste rechte stuk van het racecircuit?

A. 0,5 km
B. 1,5 km
C. 1,8 km
D. 2,3 km
E. 2,6 km

Leg uit hoe je hebt gedacht.

Waar werd de laagste snelheid gemeten tijdens de tweede ronde?

A. Bij de startlijn.
B. Bij ongeveer 0,8 km.
C. Bij ongeveer 1,3 km.
D. Halverwege het circuit.

Leg uit hoe je hebt gedacht.

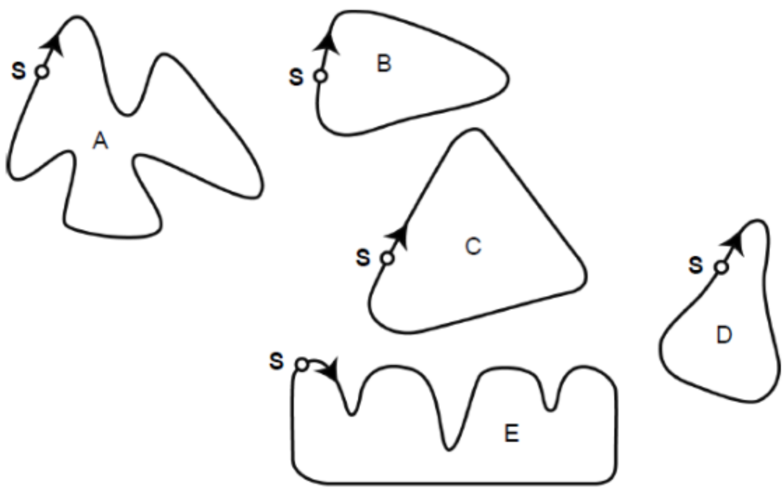
Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Wat kun je zeggen over de snelheid van de auto tussen de 2,6 km en 2,8 km?

A. De snelheid van de auto blijft constant.
B. De snelheid van de auto neemt toe.
C. De snelheid van de auto neemt af.
D. De snelheid van de auto kan niet worden bepaald uit de grafiek.

Leg uit hoe je hebt gedacht.

Hier zie je plaatjes vSchets voor elke racebaan hieronder een passende snlheidsgrafiekan vijf racebanen (circuits). Op welk van deze circuits reed de auto waarbij de snelheidsgrafiek past die je eerder zag?



S: Starting point

Leg uit hoe je hebt gedacht.

Schets voor elke racebaan hierboven een passende snelheidsgrafiek.

Werkblad 2.5 – Racebanen – kritische reflectie

Evaluatiedoel: manieren verkennen om het kritisch denken van studenten en leerlingen te beoordelen terwijl ze een complexe taak oplossen in een reële context. Zie IO1 voor informatie over de rubric voor kritisch denken en de onderbouwing ervan.

De leerlingen hebben de taak om verschillende racebanen te bestuderen en ze te verbinden met de grafiek die de afhankelijkheid van de snelheid langs de racebaan beschrijft. Hoe zou je de aanpak en redenering van de studenten (of leerlingen) bij deze taak evalueren? Gebruik de volgende rubric.

Neutraal niveau

- De naïeve oplossing dat de grafiek gekromd is op de plaatsen waar de baan gekromd is
- Verkeerd geïnterpreteerde variabelen op de assen van de grafiek
- Geen perspectief vanuit de bestuurder van de auto
- Slordige grafieken
- Duidelijk verkeerde grafieken tekenen

Basisniveau

- Een strategie toepassen die alleen werkt voor sommige racebanen die lijken op een getoond voorbeeld
- De kromming van de grafiek expliciet koppelen aan de kromming van de racebaan
- Nette grafieken, hoewel niet altijd correct
- Beschrijving van de redenering in tekst
- Duidelijke verandering van een grafiek tijdens het oplossen
- De grafiek vergelijken en concluderen of deze wel of niet correct is

Vaardig niveau

- Minstens twee manieren om de vorm van de grafiek te verklaren
- Algemene patronen zoals constante kromming van de baan leidt tot constante snelheid
- Uitleg geven waarin praktische en psychologische aspecten van een race zijn meegenomen
- Nette en correcte grafieken
- Vertrouwen in de grafieken en de redenering erachter

Expertniveau

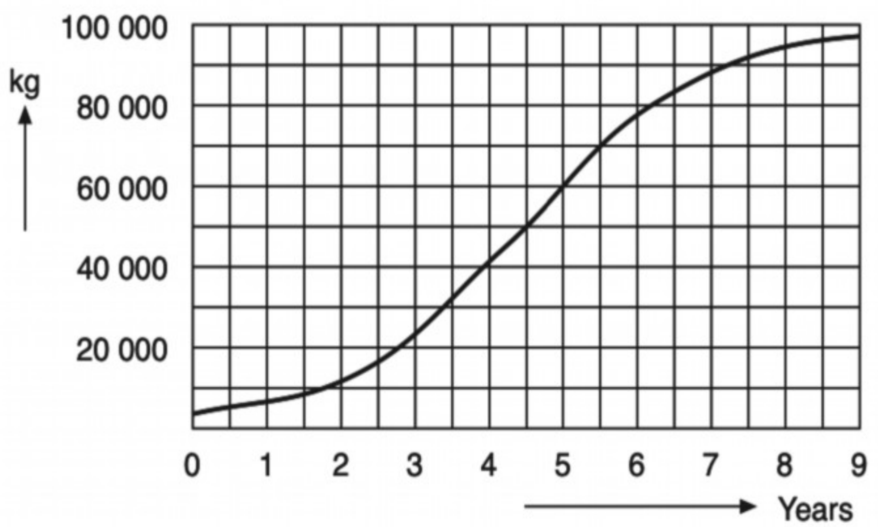
- Verschillende soorten racebanen en grafieken bedenken en bespreken, die niet door een bron worden gegeven
- Uitleg geven over de efficiëntie van de methode die de kromming van de baan en de grafiek direct met elkaar verbindt
- De waarde van functioneel denken onder woorden brengen
- Het verschil tussen tijdsafhankelijkheid en ruimteafhankelijkheid van de snelheid bespreken
- Bespreken van mogelijke misvattingen of valkuilen die beginners kunnen tegenkomen

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Werkblad 2.6 – De groei van een populatie vissen

Stel je voor dat je een visser bent die vis wil kweken in een vijver. Je weet dat het enige tijd duurt voordat de populatie groeit, dus je wacht een aantal jaren en begint dan vis te vangen in de vijver. Je zult elk jaar vis vangen, hopelijk vele jaren lang.

De grafiek toont een model van de groei in het totale gewicht van de vissen in de vijver. Hoeveel jaar moet de visser wachten als hij of zij het aantal gevangen vissen wil maximaliseren?



Wat zijn de kenmerken van deze opdracht?

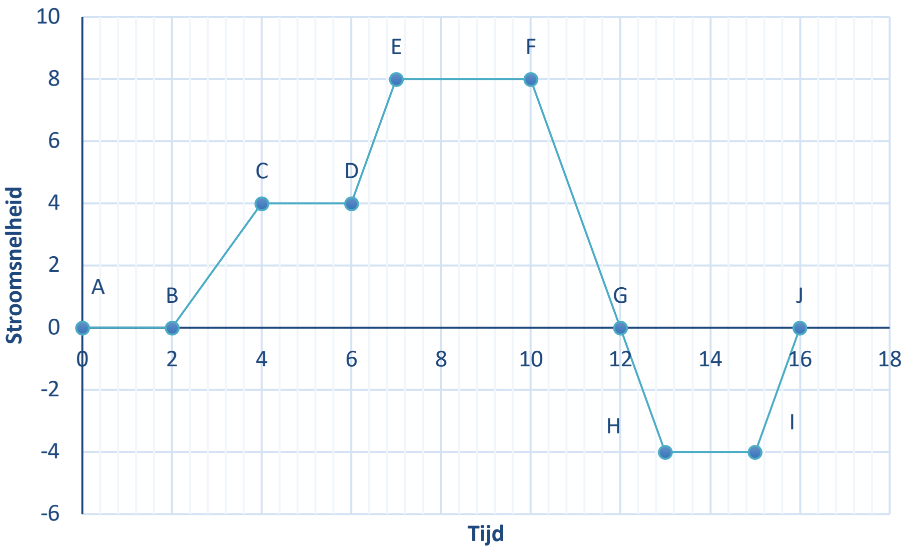
Beschrijf het meest 'subtiele' moment van het oplossen van de opdracht en hoe je dat als leerkracht zou uitleggen. Hoe zou je een discussie op gang brengen zodat leerlingen zelf tot de verklaring kunnen komen?

Bron van de illustratie: Measuring Student Knowledge and Skills - A New Framework for Assessment, OECD Programme for International Student Asseessment, 1999. Link:

https://www.oecd.org/education/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/33693997.pdf

Werkblad 2.7 – De stroomsnelheid

De figuur toont de snelheid waarmee het water in of uit een bak stroomt op verschillende tijdstippen.



Wanneer neemt het watervolume toe en wanneer neemt het af?

Met welke snelheid?

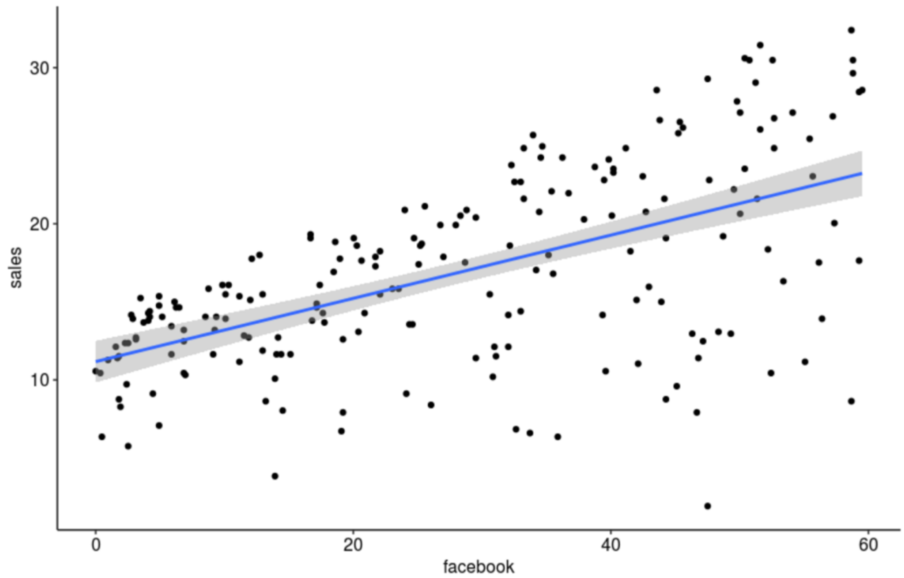
Hoe verbinden we de stroomsnelheid met het totale volume?

In welke lessen en bij welke onderwerpen zou je deze opdracht kunnen gebruiken? Met welke doelen?

Werkblad 3.1 – Lineaire regressie

Beschouw het volgende probleem:

Stel je voor dat je wilt nagaan hoe de omzet van je bedrijf afhangt van de investering die je doet in reclame. Wat is het effect van Facebook-reclame op de omzet van het bedrijf, gegeven de effecten van YouTube en advertenties in kranten?



Bekijk meer gegevens in deze link**:** https://towardsdatascience.com/predicting-the-impact-of-social-media-advertising-on-sales-with-linear-regression-b31e04f15982

Hoe introduceer je lineaire modellen? Beschrijf je niet-lineaire groei in woorden?

Hoe motiveer je het probleem van voorspellingen doen met behulp van lineaire modellen?

Hoe kom je tot het punt dat je onderstaande functie moet optimaliseren?

$$F(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2$$

En hoe voer je die optimalisatie uit?

Behandel je de methode van de kleinste-kwadraten? Gebruik je het "evenwichtsprincipe" of een andere vorm van heuristische uitleg om te beredeneren waarom het gemiddelde op de regressielijn moet liggen?

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union