|  |  |
| --- | --- |
| Vraag | Gekrabbel |
| Schooltype | Vwo |
| Type | Klassenactiviteit |
| Trefwoorden | Stelling van Pythagoras, exact, rekenen met wortels, WDA |
| Domein+subdomein | D |
| Tussendoelnummer | 5.7, 10.3 |
| Bereidt specifiek voor op | WB/WD |
| Niveau | III |
| Status | Definitief |
| Opmerkingen | Vraag b wordt behoorlijk moeilijk gevonden. |

**Gekrabbel**



Peter krabbelt wat aaneengesloten lijnstukken op roosterpapier. Elk lijnstuk begint en eindigt op een roosterpunt. De totale lengte van het linkerfiguur is groter dan van het rechterfiguur. Peter wil daarom vanuit punt *P* nog één lijnstuk tekenen, zó dat beide figuren een even grote totale lengte hebben.

1. Bereken de exacte lengte van het extra lijnstuk.

En: Peter wil graag weer precies op een roosterpunt uitkomen.

1. Leg uit dat het niet mogelijk is om een lijnstuk vanuit punt P te tekenen dat aan beide voorwaarden voldoet.
2. Met één of meer aanpassingen van het rechterfiguur het is wél mogelijk om een extra lijnstuk te tekenen dat aan beide voorwaarden voldoet. Onderzoek welke aanpassing tot het gewenste resultaat leidt. Probeer hierbij het rechterfiguur zo min mogelijk te veranderen.

**Uitwerkingen:**

1. Lengte linkerfiguur: $\sqrt{1^{2}+1^{2}}+ \sqrt{1^{2}+2^{2}}+\sqrt{1^{2}+3^{2}}+\sqrt{2^{2}+3^{2}}+2∙\sqrt{1^{2}+4^{2}}=\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{13}+2\sqrt{17}.$

Lengte rechterfiguur: $\sqrt{1^{2}+1^{2}}+ 2∙\sqrt{1^{2}+2^{2}}+\sqrt{1^{2}+3^{2}}+\sqrt{2^{2}+3^{2}}+\sqrt{1^{2}+4^{2}}=\sqrt{2}+2\sqrt{5}+\sqrt{10}+\sqrt{13}+\sqrt{17}.$

Het verschil is dus $\sqrt{17}-\sqrt{5}$ (of direct $\sqrt{17}-\sqrt{5}$ als opgemerkt wordt dat de figuren voor alle andere lijnstukken gelijk zijn).

1. De lengte van het extra lijnstuk moet $\sqrt{17}-\sqrt{5}$ zijn. Er geldt $\sqrt{v^{2}+h^{2}}=\sqrt{17}-\sqrt{5}$ met *v* voor de verticale afstand tussen *P* en het eindpunt en *h* de horizontale afstand. Dan geldt dus ook $v^{2}+h^{2}=\left(\sqrt{17}-\sqrt{5}\right)^{2}$ dus $v^{2}+h^{2}=17+5-2\sqrt{17∙5}=22-2\sqrt{85}$. Omdat het eindpunt een roosterpunt moet zijn, zijn *v* en *h* gehele getallen. De kwadraten van *v* en *h* zijn dan ook gehele getallen en de som daarvan is dan ook een geheel getal. Maar $22-2\sqrt{85}$ is geen geheel getal dus het is niet mogelijk om op een roosterpunt te eindigen.

*Of*: $\sqrt{17}-\sqrt{5}≈1,887$.Het eindpunt zou dus op die afstand van het *P* moeten liggen. Een cirkel met straal 1,89 gaan nergens door een roosterpunt. Het is dus niet mogelijk om aan de voorwaarden te voldoen.



1. Bijvoorbeeld: Het lengteverschil was $\sqrt{17}-\sqrt{5}$. Zonder de $-\sqrt{5}$ is het mogelijk om een extra lijnstuk met lengte $\sqrt{17}$ te tekenen. Er wordt dus één lijnstuk met lengte $\sqrt{5}$ geschrapt en vanuit *P* een lijnstuk met lengte $\sqrt{17}$ toegevoegd.