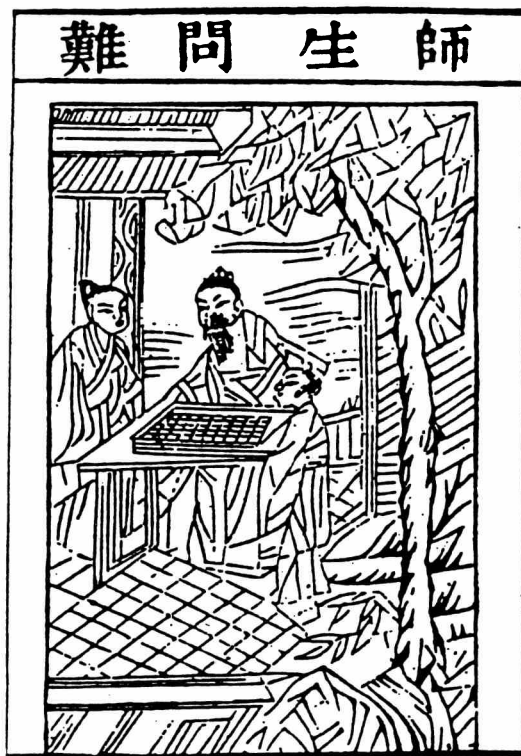


DE GESCHIEDENIS  
van  
HET NEGATIEVE GETAL

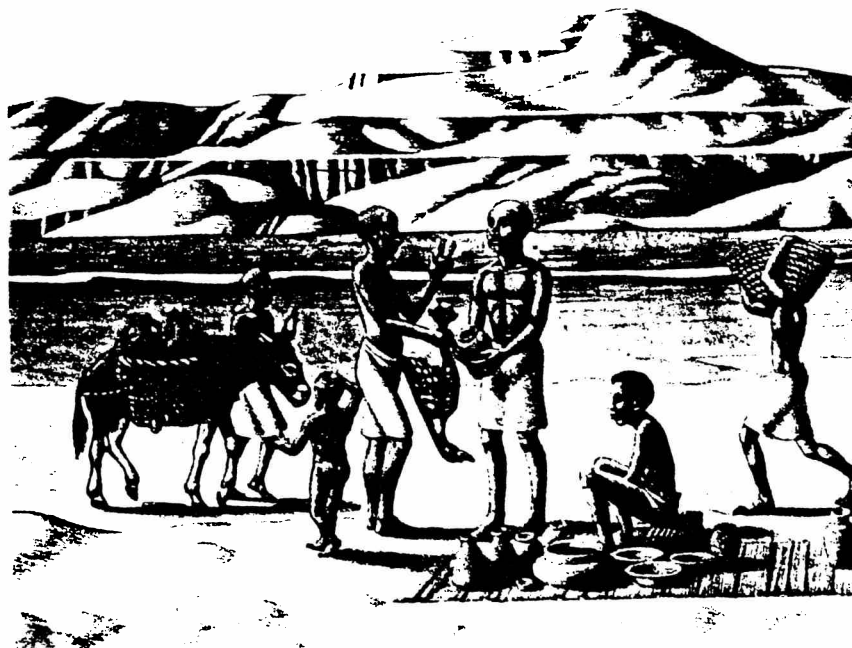


Joop Huisjes

Josien Langeland

Wanneer je een ijsje wilt kopen dan kan dat. Je geeft de ijsverkoper geld en in ruil daarvoor krijg je je ijsje.

Tegenwoordig is het erg makkelijk om iets te kopen maar vroeger was dat anders. Geld is er niet altijd geweest. Lang geleden deden de mensen aan ruilhandel. In Egypte deden ze dat al 4500 jaar geleden. De Egyptenaren ruilden toen dingen met elkaar. Een pottenbakker kon zijn potten bijvoorbeeld ruilen tegen een paar ganzen van een boer.



Er zijn nogal wat nadelen bij ruilhandel. Je moet maar net iemand kunnen vinden die heeft wat jij wilt hebben. Bovendien moet deze persoon ook behoefte hebben aan jouw goederen. Stel bijvoorbeeld eens dat de pottenbakker geen ganzen wil hebben. De boer zal zijn ganzen dan met iemand anders moeten ruilen. Een ander nadeel van ruilhandel is dat sommige goederen kunnen bederven. Een visser zal zijn vis snel moeten ruilen omdat deze anders bederft.

Men wilde dus het liefst ruilen met houdbare spullen. Natuurlijk waren er goederen die bijna iedereen waardevol vond en die niet bederven zoals vee, kralen en rijst. Dit soort goederen waren eigenlijk het eerste geld, het zogenaamde goederengeld. Een ander nadeel van ruilhandel is dat je niet kunt sparen. Niet alleen in Egypte hadden ze goederengeld. Ook in andere delen van de wereld deden de mensen aan ruilhandel of hadden ze goederengeld.

In China hadden ze ongeveer 3500 jaar geleden 'schelpengeld'. Ook in India en Afrika werden later schelpen gebruikt als betaalmiddel.

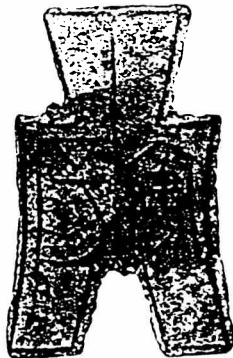
Opdracht 1 Noem enkele nadelen van ruilhandel?

Opdracht 2

- (a) Wat is goederengeld?
- (b) Waarom ging men na verloop van tijd over op goederengeld?

**D**e eerste munten zijn gemaakt in Lydië. Dit is een gebied in het huidige Turkije. Dit gebeurde al in de 7e eeuw v.Chr. Deze munten waren klompjes goud met zilver. De koning van Lydië liet een stempel in de klompjes slaan die de waarde van het muntstuk aangaf.

De eerste Chinese munten werden gemaakt ongeveer 500 jaar v.Chr.. Deze munten werden niet gemaakt van goud of zilver maar van brons. De munten hadden de vorm van gereedschap of schelpen.



*gereedschapsgeld*





















Opdracht 3

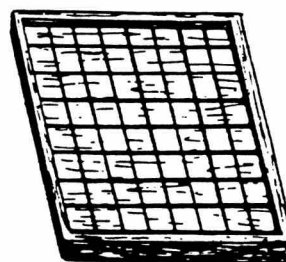
- (a) Waar kwamen de eerste munten vandaan?
- (b) Wanneer werden er voor het eerst munten gemaakt in China?

Lang geleden, meer dan 2000 jaar, was China al een heel groot land waar heel veel mensen woonden. De mensen woonden in huizen die ze zelf bouwden. China was toen al een beschaafd en welvarend land met een goed wegennet. De Chinezen deden veel aan handel. Ze gebruikten geld om dingen te kopen. Bij ons werd toen alleen nog maar aan ruilhandel gedaan. Wanneer er ergens geld is dan zijn er ook banken waar je bijvoorbeeld geld kunt lenen. En dus ook mensen die dat kunnen opschrijven.

De Chinezen schreven dat niet op, zoals wij dat nu doen, maar ze gebruikten een rekenbord waarop getallen werden aangegeven door middel van staafjes. Hieronder zie je hoe ze getallen van 1 tot 9 en van 10 tot 90 aangaven:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10  | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  |

Dus 5 gaven ze aan met vijf verticale streepjes en 50 met vijf horizontale streepjes. Op het rekenbord werden de staafjes neergelegd. Op het plaatje hieronder zie je zo'n rekenbord.



Opdracht 4 Hieronder zie je een rekenbord met staafjes:

|  |  |   |    |     |
|--|--|---|----|-----|
|  |  |   |    | 000 |
|  |  |   | 00 | 00  |
|  |  |   | 0  | 0   |
|  |  |   | 0  | 00  |
|  |  | 0 | 00 | 0   |

Er staan vijf getallen op aangegeven; in elke horizontale rij eentje. Welke getallen denk je dat er staan? Leg uit waarom je dat denkt.

In de meest rechtse kolom staan alle eenheden, dus getallen van 0 tot en met 9. In de volgende kolom (tweede van rechts) staan alle tientallen, dus van 10 tot en met 90. In de volgende kolom de hondertallen, daarna de duizendtallen en ga zo maar door. Omdat ze niet voor alle getallen de staafjes op weer een andere manier wilden of konden neerleggen, gebruikten ze voor 1 en 100 het zelfde, dus één vertikaal staafje. Voor 10 en 1000 gebruikten ze ook hetzelfde: één horizontaal staafje.

Opdracht 5 Welke getallen staan aangegeven op het rekenbord?

|  |     |     |     |     |
|--|-----|-----|-----|-----|
|  |     |     | 000 | 0   |
|  |     | 0   | 0   | 000 |
|  |     | 0   | 000 | 00  |
|  | 00  | 0   | 0   |     |
|  | 000 | 000 | 000 | 00  |

**Opdracht 6** Maak nu, op dezelfde manier als eerder beschreven is, de volgende getallen. Gebruik hiervoor een rekenbord van bladzijde 15 t/m 18:

34  
126  
780  
2539  
36721

**D**e Chinezen kenden ook al negatieve getallen. Wanneer iemand geld wilde lenen van de bank dan moest de bankbediende dat immers goed aan kunnen geven, net als in onze tijd ook het geval is. Ze hebben daar het volgende voor bedacht. De positieve getallen gaven ze aan met rode staafjes en de negatieve met zwarte staafjes.



**Opdracht 7** Stel je eens voor: 4500 jaar geleden waren er twee Egyptenaren die beiden iets te ruilen hadden. De ene had een os en de andere had 80 ganzen. De een wilde zijn os wel ruilen tegen ganzen. Hij vindt dat zijn os wel 100 ganzen waard is. Wat gebeurde er, werd er geruild of niet? Waarom denk je dat er wel of niet geruild werd?

**Opdracht 8** Probeer nu, met behulp van de vorige opdracht, de volgende vraag te beantwoorden: Waarom heb je bij ruilhandel geen negatieve getallen nodig?

**Opdracht 9** Ongeveer 2000 jaar geleden werkte er een meneer Chang op een bank in China. Op een dag komt meneer Li in de bank en hij wil graag 12 geldstukken lenen van de bank. Hoe schrijft meneer Chang dat op?

**Opdracht 10** Bij dezelfde meneer Chang komt een mevrouw Ye langs. Zij wil graag 8 geldstukken bij de bank achterlaten. Hoe schrijft meneer Chang dat op?



De Chinezen konden op het rekenbord ook getallen bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken. Stel ze wilden 21 en 34 bij elkaar optellen. Hoe deden ze dat? Ze legden eerst met behulp van de staafjes beide getallen op het bord. Daarna schoven ze alle staafjes in de rechter kolom bij elkaar. Vervolgens voegden ze staafjes uit de tweede kolom bij elkaar.

|  |  |  |     |      |
|--|--|--|-----|------|
|  |  |  | ○○  | ○    |
|  |  |  | ○○○ | ○○○○ |
|  |  |  |     |      |
|  |  |  |     |      |
|  |  |  |     |      |

|  |  |  |      |       |
|--|--|--|------|-------|
|  |  |  | ○○○○ | ○○○○○ |
|  |  |  |      |       |
|  |  |  |      |       |
|  |  |  |      |       |
|  |  |  |      |       |

Op het rechter bord kun je zien dat daar het getal 55 ligt. En  $55 = 21 + 34$ .

**Opdracht 11** Bereken met behulp van de staafjes de volgende opgaven. Gebruik hiervoor een van de rekenborden van de bladzijden 15 t/m 18.

(a)  $31 + 13$

(b)  $22 + 23$

(c)  $45 - 33$

Je ziet dat het optellen en aftrekken van twee getallen op deze manier vrij makkelijk is. We gaan nu eens een iets moeilijker opgave bekijken. Wanneer we bijvoorbeeld  $13 + 14$  willen uitrekenen gebeurt er het volgende, eerst zetten we weer de beide getallen onder elkaar en daarna schuiven we de getallen bij elkaar, je krijgt dan het volgende:

|  |  |  |   |      |
|--|--|--|---|------|
|  |  |  | ○ | 000  |
|  |  |  | ○ | 0000 |
|  |  |  |   |      |
|  |  |  |   |      |
|  |  |  |   |      |

|  |  |  |    |             |
|--|--|--|----|-------------|
|  |  |  | ○○ | 0000<br>000 |
|  |  |  |    |             |
|  |  |  |    |             |
|  |  |  |    |             |
|  |  |  | ○○ | ○○          |

In de rechter kolom staat het antwoord. Je ziet nu rechts 7 verticale staafjes, maar zo schreven de Chinezen niet 7 op. Zij deden dat als volgt:  $\overset{\circ}{00}$   
 Je moet dus eigenlijk het antwoord nog schrijven zoals de Chinezen dat deden. Op de laatste rij van het rekenbord zie je het goede antwoord dus liggen.  
 Tijdens het rekenen mag je het getal 7 wel door 7 staafjes vervangen, dit is soms veel gemakkelijker bij het optellen en aftrekken van getallen.

**Opdracht 12** Bereken met behulp van de staafjes de volgende opgaven. Gebruik hiervoor weer een van de rekenborden op pagina 15 t/m 18. Laat de tussenstappen ook zien.

(a)  $24 + 35$

(b)  $51 + 36$



Ook moet je er rekening mee houden dat wanneer je tien of meer staafjes in een vakje hebt je door moet schuiven naar de volgende kolom. Bij het eindantwoord moet je wel de juiste hoeveelheid staafjes gebruiken zoals de Chinezen dat deden. We bekijken eens een opgave waarbij zo iets gebeurt. We willen uitrekenen hoeveel  $19 + 22$  is. We leggen eerst weer de staafjes op het rekenbord. Wanneer we nu de staafjes bij elkaar schuiven krijgen we op het rechter rekenbord het antwoord.

|  |  |  |    |      |
|--|--|--|----|------|
|  |  |  | ○  | ○○○○ |
|  |  |  | ○○ | ○○   |
|  |  |  |    |      |
|  |  |  |    |      |
|  |  |  |    |      |

|  |  |  |      |       |
|--|--|--|------|-------|
|  |  |  | ○○○○ | ○○○○○ |
|  |  |  |      |       |
|  |  |  |      |       |
|  |  |  |      |       |
|  |  |  |      |       |

**Opdracht 13** Je ziet nu in de rechter kolom 1 horizontaal en 6 vertikale staafjes liggen. De Chinezen gaven het getal 11 niet op deze manier aan. Hoe deden ze dat dan wel? Hoe schreef men dus op de goede manier  $19 + 22$ ?

Wanneer dus bij het optellen van getallen meer dan tien staafjes in een vakje krijgt moet je elk tiental staafjes inwisselen voor een staafje in de volgende kolom.

**Opdracht 14** Bereken met behulp van de staafjes de volgende opgaven. Gebruik weer een leeg rekenbord van pagina 15 t/m 18. Laat de tussenstappen ook zien.

- (a)  $36 + 47$
- (b)  $17 + 98$
- (c)  $25 + 95$

Het optellen en aftrekken van getallen wordt lastiger als je met negatieve getallen te maken hebt.

**Opdracht 15** Wanneer je twee negatieve getallen bij elkaar op wilt tellen is er niets aan de hand. Waarom niet?

Stel dat je uit wil rekenen hoeveel  $-13 + 2$  is. Hoe doe je dat? We kijken weer naar het rekenbord. Met de open staafjes  $\bigcirc$  bedoelen we de rode staafjes.

|  |  |  |   |    |
|--|--|--|---|----|
|  |  |  | — |    |
|  |  |  |   | ○○ |
|  |  |  |   |    |
|  |  |  |   |    |
|  |  |  |   |    |

|  |  |  |   |  |
|--|--|--|---|--|
|  |  |  | — |  |
|  |  |  |   |  |
|  |  |  |   |  |
|  |  |  |   |  |
|  |  |  |   |  |

Ze voegden nu niet de staafjes bij elkaar maar ze haalden voor elk rood staafje in dezelfde kolom een zwart staafje weg. Het antwoord staat in de rechter kolom en dit is  $-11$ . Dus dat klopt.

**Opdracht 16** Waarom kun je bij het optellen van een negatief en een positief getal gelijke aantallen staafjes van beide kleuren weghalen?

Reken het eens na op de Chinese manier voor  $-26 + 14$ . Je kunt weer een rekenbord achter in het pakket gebruiken.

**Opdracht 17** Bereken met behulp van de staafjes de volgende opgaven. Gebruik een rekenbord van bladzijde 15 t/m 18.

(a)  $-321 + 222$

(b)  $-91 + 64$

(c)  $-126 + 35$

**Opdracht 18** Mevrouw Ye haalt 5 geldstukken op bij de bank, de dag daarna haalt ze 6 geldstukken op. Weer een dag later brengt ze 14 geldstukken naar de bank en de volgende dag haalt ze 3 geldstukken van de bank. Wat heeft de bankbediende deze vier dagen m.b.v. de staafjes op het rekenbord bijgehouden? Let op: hij 'schreef' alleen op wat er nog op de rekening van mevrouw Ye stond dus niet de bedragen die ze haalde en bracht. Je kunt weer een rekenbord van bladzijde 15 t/m 18 gebruiken.

De Chinezen noemden getallen niet positief of negatief. Ze gebruikten andere namen voor de verschillende getallen. De positieve getallen noemde ze Chêng. Chêng betekent in het chinees juist of oprecht. De negatieve getallen noemden ze Fu. Fu betekent iets als 'de rug toekeren'. Aan deze naamgeving kan je wel zien dat ze positieve getallen belangrijker vonden dan negatieve getallen.



Niet alleen de Chinezen kenden negatieve getallen. In andere delen van de wereld kenden de mensen deze getallen ook. Alleen waren ze daar soms later bekend. Zoals bij de Hindoes in Noord- en Midden India. Waarschijnlijk hebben zij het overgenomen van de Chinezen. De Hindoes hadden ook verschillende namen voor de positieve en negatieve getallen. Ze noemden de positieve getallen 'dhana' wat eigendom betekent. De negatieve getallen noemden ze 'rina' wat schuld of vermindering betekent. Zij hadden ook hun eigen manier om aan te geven dat een getal negatief was. Ze zetten een punt boven het getal, dus onze  $-7$  werd geschreven als  $\dot{7}$ .

**Opdracht 19** Waaruit blijkt dat de Chinezen positieve getallen belangrijker vonden dan negatieve getallen?

Opdracht 20 Hoe schreven de Hindoes negatieve getallen op?

De ontwikkeling van de negatieve getallen in West-Europa kwam veel later op gang. Pas in de 12e en 13e eeuw begon het hier, in Italië. In dit land ontstonden Europa's eerste handelssteden. Door deze handel waren er veel kooplieden. Deze kooplieden maakten verre reizen waardoor ze in allerlei landen terecht kwamen. Op deze reizen maakten ze kennis met de manier waarop andere volken leefden. Een van deze koopmannen was Fibonacci. Hij reisde door Arabië en schreef een boek over de Arabische cultuur. Dit boek heeft er voor gezorgd dat de mensen in Europa negatieve getallen leerden kennen.

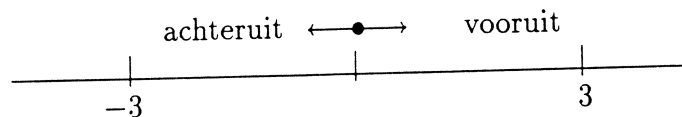
In 1489 schrijft de Duitser Johann Widmann een boek waar voor het eerst + en - tekens gebruikt worden voor optellen en aftrekken. Hij gebruikt niet echt negatieve getallen, dus hij schrijft wel  $7 - 5 = 2$  of  $3 + 4 = 7$ , maar niet  $-5$  of  $+6$ . Hij schrijft -- waar wij nu - schrijven.

|         |        |                     |  |   |
|---------|--------|---------------------|--|---|
|         |        | > 2                 |  |   |
|         | 4 + 5  | Wile du das wys     |  | 3 + 9 + das ist meer                                |
|         | 4 — 17 | sen oder defigley   |  | dar;ü Addierest) und > 5 minus. Nun                 |
|         | 3 + 30 | dier: So sumier     |  | solc du für Holz abschlahen allweg für              |
|         | 4 — 19 | die zentner und     |  | anlegel 24 lb. Und das ist 13 mal 24.               |
|         | 3 + 44 | lb und was auß      |  | und mache 3 12 lb dar;ü addier das —                |
|         | 3 + 22 | ist, das ist mir    |  | das ist > 5 lb und werden 387. Dye sub              |
| zentner | 3 — 11 | lb nus dz seg beson |  | erabier von 45 39. Und bleyben 41 52                |
|         | 3 + 50 | der vnnnd werden    |  | lb. Nun spuch 100 lb das ist ein zentner            |
|         | 4 — 16 | 4 5 3 9 lb (So      |  | pro 4 ff $\frac{1}{2}$ wie künien 41 52 lb und kumē |
|         | 3 + 44 | du die zentner      |  | 171 ff 5 ß 4 heller; Dñ ist reche gmache            |
|         | 3 + 29 | zū lb gemachete     |  |   |
|         | 3 — 12 | hast vnnnd das /    |  | Pfeffer   |

Langzaam maar zeker verschijnen in steeds meer boeken negatieve getallen, hoewel veel wiskundigen moeite hebben met deze getallen. De Duitser Stifel schrijft negatieve getallen bijvoorbeeld als  $0 - 3$  voor onze  $-3$  of  $0 - 8$  voor onze  $-8$ . Hij noemt deze getallen absurd, denkbeeldig onder nul of getallen die zijn ontstaan door echte getallen van nul af te trekken. In bovenstaand plaatje zie je bijvoorbeeld staan  $4 - -19$ . Hier liet Widmann dus ook  $4 - -19$  staan in plaats van  $-15$  te schrijven.

Opdracht 21 Waarom zou Stifel  $-8$  opgeschreven hebben als  $0 - 8$ ? Wat betekent  $0 - 8$  eigenlijk?

De zeventiende eeuw was een goede eeuw voor de ontwikkeling van de wiskunde. In deze eeuw werd veel aan meetkunde gedaan. Door de meetkunde werden negatieve getallen gemakkelijker aanvaard als echte getallen. De Engelse wiskundige Wallis gebruikt een getallenlijn om positieve en negatieve getallen voor te stellen.  $+3$  betekent voor hem 3 meter vooruit en  $-3$  betekent 3 meter achteruit, maar wel op dezelfde rechte lijn. In een plaatje ziet dat er zo uit:



**Opdracht 22** Deze opdracht gaat over de getallen op een getallenlijn.

- (a) Teken op een getallenlijn de volgende getallen:  
 $5 \quad 3 \quad -2 \quad -4 \quad 6 \quad 0 \quad -1 \quad -5$
- (b) Hoe heten de getallen rechts van 0?
- (c) Hoe heten de getallen links van 0?
- (d) Welk getal ligt dichtst bij 0?  
 $5$  of  $-4$   
 $-15$  of  $14$   
 $544$  of  $-523$

**Opdracht 23** Schrijf de volgende getallen in volgorde van grootte:  
 $100 \quad -100 \quad 5 \quad 10 \quad -25 \quad 0 \quad 30 \quad -75 \quad -10 \quad 40 \quad -70$

We gaan weer even terug naar de geschiedenis van het geld.

In Europa werd eeuwenlang aan ruilhandel gedaan. Pas toen de samenleving zich meer ontwikkelde, er steeds meer mensen waren en de handel opbloede begon men in Europa ook behoefte te krijgen aan geld. De muntstukken waren meestal van goud of van zilver. Maar deze munten hadden enkele nadelen. Een van die nadelen was dat reizigers overvallen werden door rovers. Daarom gaven mensen hun geld vaak in bewaring bij een bankier. In ruil voor het geld kregen ze een papier waarop stond hoeveel ze bij de bankier in bewaring hadden gegeven. Deze papieren zijn de voorlopers van het bankbiljet.

**H**et waren de Chinezen die voor het eerst papiergeld gebruikten. In de 10e eeuw liet de regering van China hele zware geldstukken maken van ijzer die maar weinig waarde hadden. De mensen vonden deze munten onhandig en gaven ze in bewaring bij kooplui. Ze kregen dan in ruil daarvoor een handgeschreven bewijs dat ze zoveel geld hadden ingeleverd. Een eeuw later nam de regering deze manier van de kooplui over. Er werden toen papieren gedrukt die als betaalmiddel gebruikt werden. Nu stond er niet een willekeurig bedrag op, net zoveel als je gegeven had. Ze gebruikten nu enkele vaste waarden.

De mensen vonden het in het begin vast vreemd om met een papiertje te betalen. Zo'n papiertje zelf is eigenlijk niets waard. Toen de mensen nog met goud betaalden hadden ze geld dat echt waardevol was.

**Opdracht 24** Welk volk gebruikte voor het eerst papiergeld? Hoe kwam het dat ze papiergeld gingen gebruiken?

**I**n Italië ontstond in de 12e eeuw een soort bank zoals wij die nu nog kennen. De zogenaamde geldwisselaars hadden klanten die hen geld in bewaring gaven. Voor deze klanten betaalden ze dan bijvoorbeeld de belasting. Net zoals je nu een bank de opdracht geeft een bepaald bedrag over te maken op de rekening van iemand anders.

De geldwisselaars hadden veel geld in hun bezit dat welliswaar niet echt van hen was. Ze wisten wel dat dat geld niet allemaal tegelijk opgevraagd zou worden door de echte eigenaren en daarom leenden ze een deel van het geld uit aan handelaren. De handelaren moesten dat bedrag dan terug betalen en bovendien moesten ze ook rente betalen. In plaats van al dat geld in een kluis te laten liggen konden de geldwisselaars en zelf dus mee verdienen.

Tegenwoordig hebben we nog veel modernere banken.

**Opdracht 25** Ken je andere manieren van betalen dan met munten of bankbiljetten?

Waarschijnlijk heb je wel eens mensen zien betalen met een cheque of girobetaalkaart. In plaats van geld te geven als je iets wilt kopen kun je zo'n kaart uitschrijven.

**Opdracht 26** Wat gebeurt er eigenlijk met zo'n cheque als je ermee betaalt?

Tegenwoordig kun je zelfs zonder geld of een cheque betalen. Je kunt dan een pasje gebruiken. Alleen het nummer van dat pasje is dan al voldoende voor de verkoper.

Eigenlijk komt er aan het hele betalingsverkeer steeds minder geld te pas. Wanneer je bijvoorbeeld je loon of studiebeurs krijgt komt er alleen een getal op je rekening te staan. Je krijgt geen echt geld in handen. En wanneer je rood staat, dus schuld hebt, staat er op je rekening een negatief getal. Er staat dan niet -100 maar 'tekort 100'. Vroeger schreven de banken een tekort ook met rood. Hier komt de uitdrukking rood staan vandaan. In Nederland werden dus negatieve getallen met rood geschreven en positieve getallen met zwart. In China was dat precies andersom. Ook al sta je rood, er gebeurt eigenlijk niets, je hoeft niet direkt te betalen.

Het geldverkeer bestaat tegenwoordig alleen nog uit getallen.

Nog een laatste verhaaltje over geld.

We weten dat een bankbiljet op zich eigenlijk niets waard is, het is tenslotte maar een stukje papier.

Een paar jaar geleden hadden we nog een muntstuk dat eigenlijk meer kostte dan dat het waard was. We hebben het over de cent. Op 1 maart 1983 is de cent afgeschaft omdat ze duur was om te maken. Het kostte namelijk 3 cent om een cent te maken. Het vervelende was ook nog dat de mensen er niet mee betaalden. Ze spaarden ze of vonden ze te weinig waard om altijd bij zich te hebben.

De cent wordt nog wel steeds als rekeneenheid gebruikt. Ook hieraan zie je dat het geld zelf eigenlijk geen rol meer speelt.

In dit pakketje heb je iets geleerd over de geschiedenis van geld en over de geschiedenis van het negatieve getal. Zoals je hebt kunnen zien hebben beide veel met elkaar te maken.

# Werkblad

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

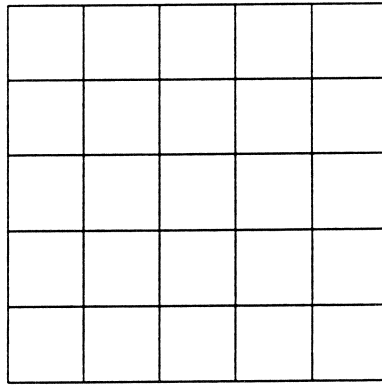
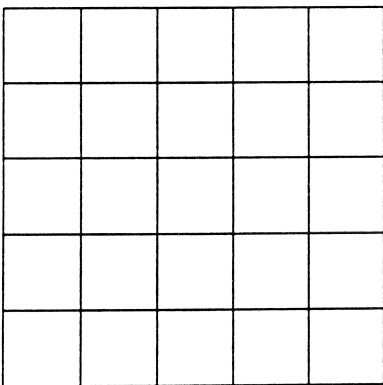
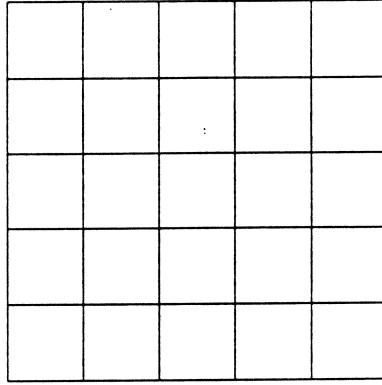
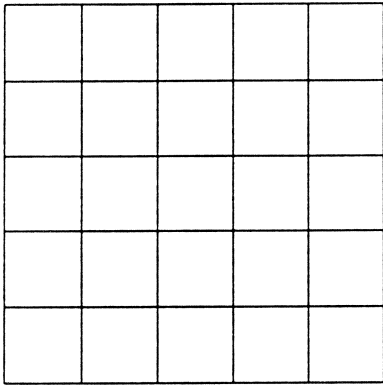
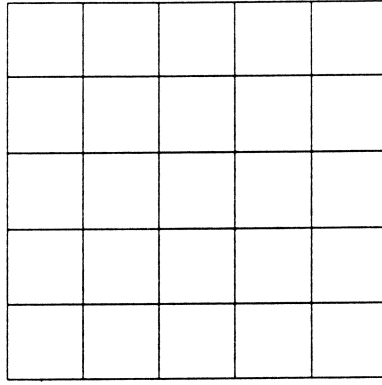
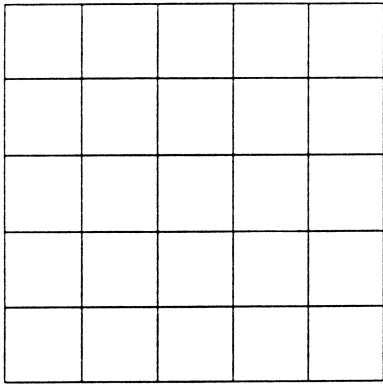
|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

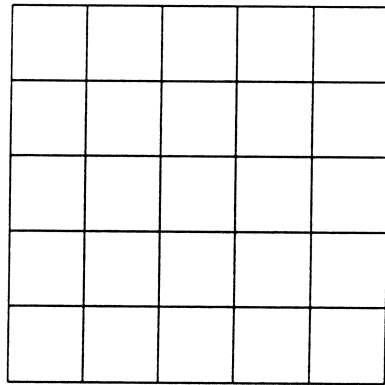
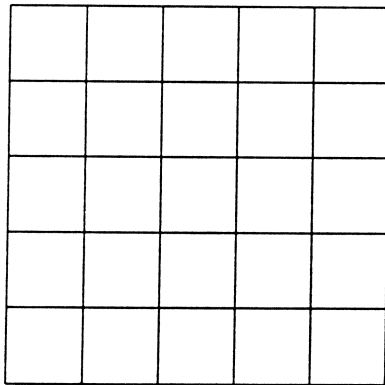
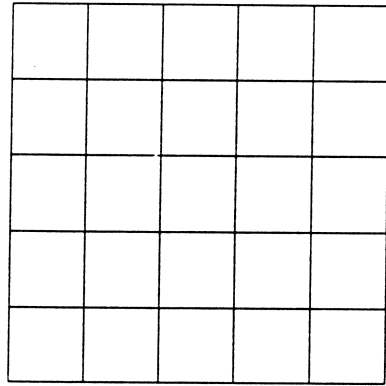
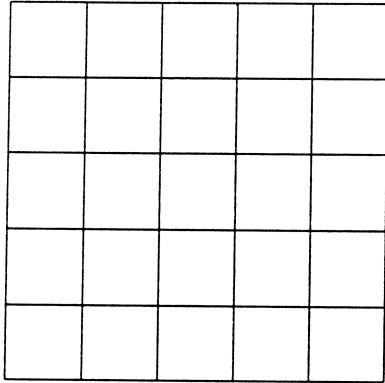
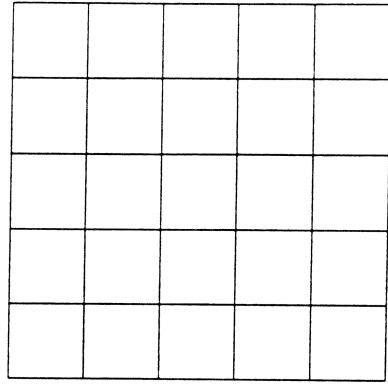
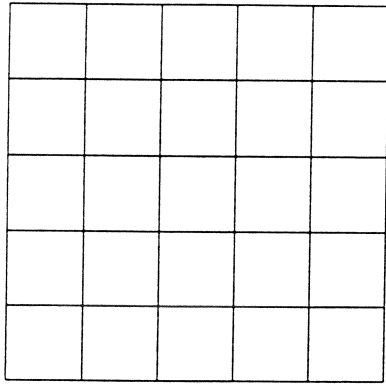
|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

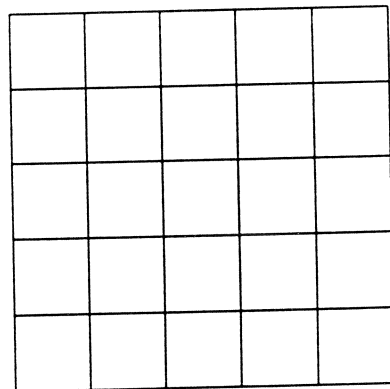
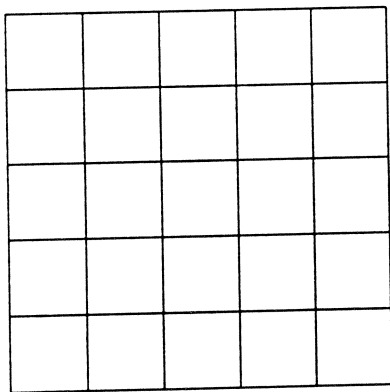
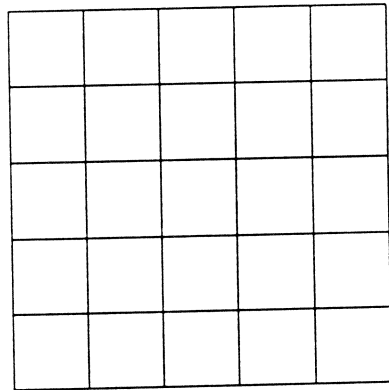
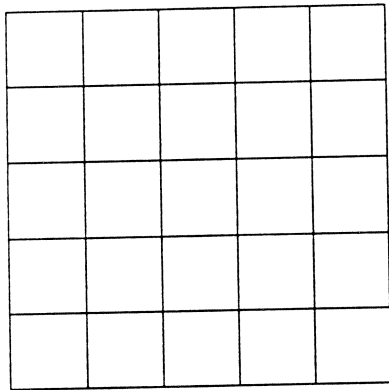
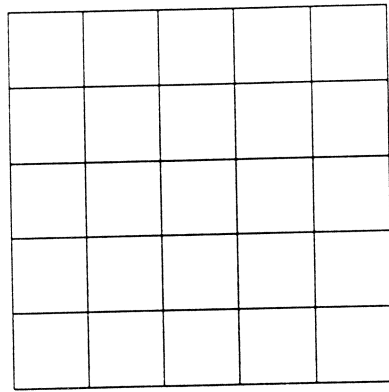
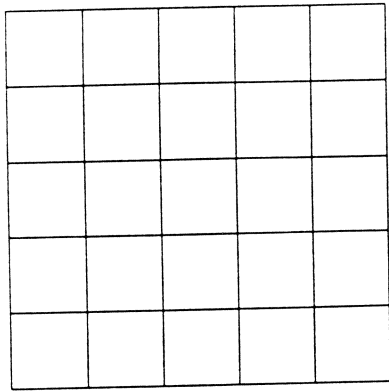
|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |









## HET PAKKET IN DE KLAS

Dit pakket is uitgeprobeerd in de tweede klas van een LBO school in Groningen. De leerlingen kenden al negatieve getallen en enkele rekenregels.

In deze klas hadden we al eerder een ander pakket uitgeprobeerd, dus de leerlingen waren al een beetje gewend aan het werken met een pakketje over de geschiedenis van de wiskunde.

Het pakket werd door de leerlingen wel leuk gevonden alleen bleek het gedeelte over de rekenmethode van de Chinezen erg moeilijk gevonden te worden. Dit gedeelte is na het uitproberen dan ook aangepast.

# Docentenhandleiding

**Beginsituatie:** De leerlingen hebben al kennisgemaakt met negatieve getallen. Het pakket is geschikt voor klas 1 en 2 van het LBO, b, c-nivo.

**Doelen:** Aan het eind van het pakket weten de leerlingen wanneer, waar en waarom men negatieve getallen ging gebruiken.  
Ze weten dat er een verband is tussen het ontstaan van geld en het gebruik van negatieve getallen.  
Ze hebben gezien dat negatieve getallen makkelijker te begrijpen zijn wanneer er een getallenlijn bij gebruikt wordt.

**Tijdsduur:** Dit pakket neemt vier lessen in beslag. Hierbij is er van uit gegaan dat de leerlingen het hele pakket op school maken. Het pakket kan dus minder tijd in beslag nemen als de leerlingen soms thuis iets maken.

# Lesindeling

## Les 1:

In dit pakket zal de docent regelmatig iets moeten vertellen over de geschiedenis van het geld en het negatieve getal. In de leerlingentekst staat hiervoor de nodige informatie.

- De docent houdt een inleiding over de komende lessen. Deze inleiding is een korte samenvatting van pagina 1 van de leerlingentekst.

De lessen gaan over de geschiedenis van het negatieve getal, maar eerst wordt de geschiedenis van het geld bekeken. Vroeger was er niet altijd geld. Heel lang geleden deed men aan ruilhandel. Hierbij kunt u een voorbeeld geven. Bijvoorbeeld, twee kinderen die knikkers ruilen met elkaar.

Tijdsduur: 5 minuten

- De leerlingen lezen vervolgens pagina 1 zelf nog eens door en maken opdracht 1 en 2. Daarna lezen ze de tekst op pagina 2 en maken opdracht 3.

Tijdsduur: 15 min

- De opdrachten 1, 2 en 3 worden klassikaal besproken.

Tijdsduur: 5 minuten

- De docent vat nog eens samen dat er in China geld was en vertelt het verhaaltje van pagina 3. Dat er banken waren en dus mensen die moesten opschrijven of iemand schuld had. De Chinezen gaven getallen aan met staafjes op een rekenbord. De docent doet enkele eenvoudige getallen voor op het bord.

Bijvoorbeeld: 0 : 1, 0000: 4,  $\infty$  : 20

Tijdsduur: 5 minuten

- De leerlingen lezen zelf pagina 3 en maken daarna opdracht 4.

(Dit kan individueel of in kleine groepjes gebeuren)

Tijdsduur: 10 minuten

- Opdracht 4 wordt besproken en de docent legt nog eens uit hoe het rekenbord werkt, dus 1 en 100 worden beiden aangegeven met een vertikaal staafje en 10 en 1000 met een horizontaal staafje.

Tijdsduur: 10 minuten

## Les 2:

- De leerlingen lezen eerst de tekst op pagina 4 en maken daarna opdracht 5 en 6. Bij opdracht 6 moeten de leerlingen bij voorkeur een rode pen gebruiken voor het tekenen van de staafjes. De Chinezen gaven positieve getallen aan met rode staafjes en negatieve getallen met zwarte staafjes.

Tijdsduur : 15 minuten

- De docent vertelt over de rode en de zwarte staafjes voor negatieve en positieve getallen. De leerlingen maken opdracht 7 en 8. Deze opdrachten worden besproken in een onderwijsleergesprek.

Tijdsduur: 15 minuten

- De leerlingen maken opdrachten 9 en 10.

Tijdsduur: 5 minuten

- De opdrachten 9 en 10 worden besproken en de docent vertelt over optellen en aftrekken met staafjes op een rekenbord. Het voorbeeld uit de leerlingentekst,  $21 + 34 = 55$  wordt voorgedaan op het bord.

Tijdsduur: 3 minuten

- De leerlingen beginnen met het maken van opdracht 11. Daarna wordt deze opdracht besproken.

Tijdsduur: 12 minuten

### Les 3:

- De docent legt uit wat er gebeurt wanneer we  $13 + 14$  gaan uit rekenen. Dit voorbeeld staat uit gewerkt op pagina 7. Vervolgens maken de leerlingen opdracht 12.

Tijdsduur: 10 minuten

- De docent legt klassikaal uit wat er gebeurt bij  $19 + 22$ . Dit voorbeeld staat ook uitgewerkt in de leerlingentekst. Opdracht 13 wordt opgelost door een onderwijsleergesprek. Conclusie: wanneer er meer dan tien staafjes in een vakje liggen dan moeten deze geruild worden voor een staafje in de volgende kolom.

Tijdsduur: 5 minuten

- De leerlingen maken opdracht 14.

Tijdsduur: 10 minuten

- Opdracht 14 wordt besproken.

Tijdsduur: 5 minuten

- Opdracht 15 en 16 worden gemaakt.

Tijdsduur: 5 minuten

- Opdracht 15 en 16 worden besproken.

Tijdsduur: 5 minuten

- De leerlingen maken opdracht 17.

Tijdsduur: 10 minuten



#### Les 4:

- Opdracht 17 wordt besproken.

Tijdsduur: 5 minuten

- Opdracht 18 wordt gemaakt.

Tijdsduur: 5 minuten

- De docent bespreekt opdracht 18 en vertelt over de naamgeving van 'positieve' en 'negatieve' getallen. Zie leerlingentekst pagina 10.

Tijdsduur: 10 minuten

- De leerlingen maken opdracht 19 en 20.

Tijdsduur: 5 minuten

- De docent vertelt over de ontwikkeling in Europa, over de handel in Italië, over Johann Widmann en zijn + en - tekens, over Stifel en over de getallenlijn. Zie pagina 11 van de leerlingentekst.

Tijdsduur: 5 minuten

- De leerlingen maken de opdrachten 21, 22 en 23.

Tijdsduur: 5 minuten

- De opdrachten 19 t/m 23 worden besproken.

Tijdsduur: 5 minuten

- De docent vertelt over de geschiedenis van het bankbiljet, op pagina 12 en 13 van de leerlingentekst, en over de bank van Italië. De opdrachten 24, 25, 26 worden klassikaal gemaakt.

Het pakket wordt afgesloten met een verhaal door de docent. Op pagina 14 van de leerlingentekst staat iets over het betalingsverkeer van nu. Tegenwoordig kun je zelfs zonder geld of cheques betalen. Ook kunt u nog vertellen over de afschaffing van de cent (zie ook pagina 14).

Konklusie: De geschiedenis van het negatieve getal heeft veel te maken met de geschiedenis van het geld.

Tijdsduur: 10 minuten

# Antwoorden

## Opdracht 1

1. Beide personen die betrokken zijn bij een ruil moeten belang hebben bij datgene wat de ander aan te bieden heeft.
2. Sommige goederen kunnen snel bederven.
3. Men kan niet sparen.

## Opdracht 2

- (a) Onder goederengeld verstaan we bijvoorbeeld vee, kralen en rijst. Dingen die niet konden bederven en die vrijwel iedereen waardevol vond.
- (b) Omdat de mensen nadelen ondervonden van ruilhandel. Sommige producten konden bederven. Soms konden twee personen het niet eens worden over de te ruilen goederen omdat de ene geen belangstelling had voor de producten van de ander. Daarom ging men over op ruilen met goederen die iedereen graag wilde hebben.

## Opdracht 3

- (a) De eerste munten kwamen uit Lydië
- (b) In 500 v.Chr.

Opdracht 4    3    22    71    17    121

Opdracht 5    31    118    632    2110    7832

Opdracht 6 De getallen staan aangegeven op de rekenborden.

|     |    |      |     |      |
|-----|----|------|-----|------|
|     |    |      | ○○○ | ○○○○ |
|     |    | ○    | ○○  | ○    |
|     |    | ○○   | ○○○ |      |
|     | ○○ | ○○○○ | ○○  | ○○○○ |
| ○○○ | ○  | ○○   | ○○  | ○    |

**Opdracht 7** Er werd niet geruild omdat er te weinig ganzen waren. Een ander mogelijkheid is nog dat er wel geruild werd maar dat de eigenaar van de os nog 20 ganzen tegoed hield.

**Opdracht 8** Bij ruilhandel ruilen twee personen dingen met elkaar. Beide zijn tevreden met wat ze terug krijgen voor hun produkt; anders hadden ze niet geruild. Hier komen dus geen negatieve getallen aan te pas. Soms kon het voorkomen dat iemand net niet genoeg had om te ruilen. Dan sprak men gewoon af dat de een nog iets tegoed hield van de ander. Je had dan bijvoorbeeld 10 ganzen tegoed. Ook hier zijn weer geen negatieve getallen nodig; je hebt een positieve hoeveelheid goederen tegoed of die ben je schuldig.

**Opdracht 9** Hij noteert dat op een rekenbord. Omdat het hier gaat om een lening gebruikt hij zwarte staafjes. In de rechter kolom liggen 2 verticale staafjes en in de volgende kolom 1 horizontaal staafje.

**Opdracht 10** Hij gebruikt nu rode staafjes, omdat mevrouw Ye dit tegoed houdt.

**Opdracht 11**

(a)  $31 + 13 = 44$

|  |  |  |     |     |    |
|--|--|--|-----|-----|----|
|  |  |  | ⊗⊗⊗ | 0   | 31 |
|  |  |  | ○   | ○○○ | 13 |
|  |  |  |     |     |    |
|  |  |  |     |     |    |
|  |  |  |     |     |    |

|  |  |  |     |      |    |
|--|--|--|-----|------|----|
|  |  |  | ⊗⊗⊗ | ○○○○ | 44 |
|  |  |  |     |      |    |
|  |  |  |     |      |    |
|  |  |  |     |      |    |
|  |  |  |     |      |    |

(b)  $22 + 23 = 45$

|  |  |  |    |     |    |
|--|--|--|----|-----|----|
|  |  |  | ○○ | ○○  | 22 |
|  |  |  | ○○ | ○○○ | 23 |
|  |  |  |    |     |    |
|  |  |  |    |     |    |
|  |  |  |    |     |    |

|  |  |  |      |       |    |
|--|--|--|------|-------|----|
|  |  |  | ○○○○ | ○○○○○ | 45 |
|  |  |  |      |       |    |
|  |  |  |      |       |    |
|  |  |  |      |       |    |
|  |  |  |      |       |    |

(c)  $45 - 33 = 12$

|  |  |  |      |       |    |
|--|--|--|------|-------|----|
|  |  |  | ○○○○ | ○○○○○ | 45 |
|  |  |  | ○○○○ | ○○○   | 33 |
|  |  |  |      |       |    |
|  |  |  |      |       |    |
|  |  |  |      |       |    |

|  |  |  |   |    |    |
|--|--|--|---|----|----|
|  |  |  | ○ | ○○ | 12 |
|  |  |  |   |    |    |
|  |  |  |   |    |    |
|  |  |  |   |    |    |
|  |  |  |   |    |    |

**Opdracht 12** (a)  $24 + 35 = 59$

|  |  |  |     |       |    |
|--|--|--|-----|-------|----|
|  |  |  | ○○  | ○○○○  | 24 |
|  |  |  | ○○○ | ○○○○○ | 35 |
|  |  |  |     |       |    |
|  |  |  |     |       |    |
|  |  |  |     |       |    |

|  |  |  |      |       |    |
|--|--|--|------|-------|----|
|  |  |  | ○○○○ | ○○○○○ | 59 |
|  |  |  | ○○○○ | ○○○○  | 59 |
|  |  |  |      |       |    |
|  |  |  |      |       |    |
|  |  |  |      |       |    |

(b)  $51 + 36 = 87$

|  |  |  |  |   |
|--|--|--|--|---|
|  |  |  |  | 0 |
|  |  |  |  | 0 |
|  |  |  |  |   |
|  |  |  |  |   |
|  |  |  |  |   |

51

36

|  |  |  |  |    |
|--|--|--|--|----|
|  |  |  |  | 00 |
|  |  |  |  | 00 |
|  |  |  |  |    |
|  |  |  |  |    |
|  |  |  |  |    |

87

87

**Opdracht 13** Het getal 11 gaven ze aan met 1 vertikaal staafje in de rechterkolom en 1 horizontaal staafje in de volgende kolom.  
 $19 + 22 = 41$ , dit werd als volgt geschreven:



**Opdracht 14**

(a)  $36 + 47 = 83$

|  |  |  |  |    |
|--|--|--|--|----|
|  |  |  |  | 0  |
|  |  |  |  | 00 |
|  |  |  |  |    |
|  |  |  |  |    |
|  |  |  |  |    |

36

47

|  |  |  |  |     |
|--|--|--|--|-----|
|  |  |  |  | 000 |
|  |  |  |  | 000 |
|  |  |  |  |     |
|  |  |  |  |     |
|  |  |  |  |     |

83

83

(b)  $17 + 98 = 115$

|  |  |  |     |     |
|--|--|--|-----|-----|
|  |  |  | ○   | ○○  |
|  |  |  | ○○○ | ○○○ |
|  |  |  |     |     |
|  |  |  |     |     |
|  |  |  |     |     |

17

98

|  |  |   |       |       |
|--|--|---|-------|-------|
|  |  |   | ○○○○○ | ○○○○○ |
|  |  | ○ | ○     | ○○○○○ |
|  |  |   |       |       |
|  |  |   |       |       |
|  |  |   |       |       |

115

115

(c)  $25 + 95 = 120$

|  |  |  |     |       |
|--|--|--|-----|-------|
|  |  |  | ○○  | ○○○○○ |
|  |  |  | ○○○ | ○○○○○ |
|  |  |  |     |       |
|  |  |  |     |       |
|  |  |  |     |       |

25

95

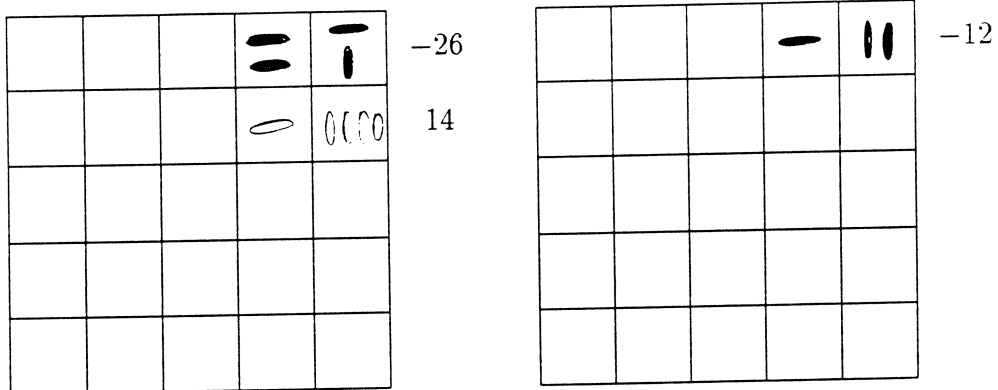
|  |  |   |       |       |
|--|--|---|-------|-------|
|  |  |   | ○○○○○ | ○○○○○ |
|  |  | ○ | ○     |       |
|  |  |   |       |       |
|  |  |   |       |       |
|  |  |   |       |       |

120

120

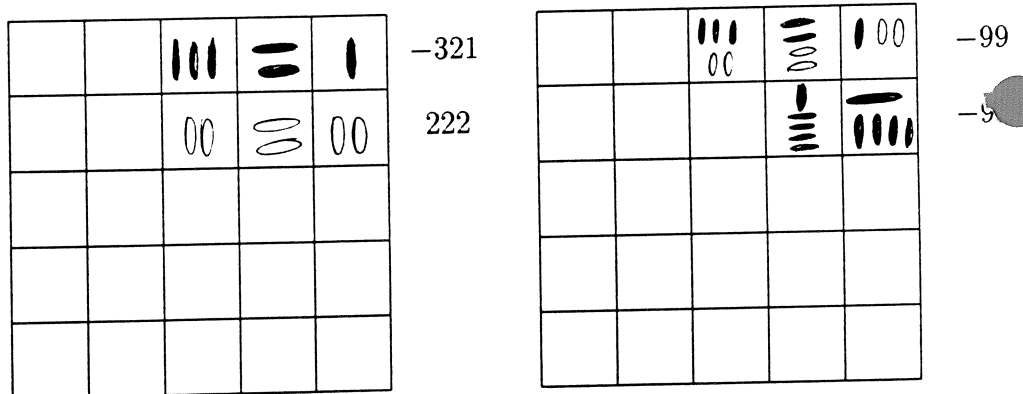
**Opdracht 15** Je kunt dan gewoon de zwarte staafjes bij elkaar voegen i.p.v. de rode staafjes als je met positieve getallen bezig bent, immers  $-1 + -3 = -4$ . Dus de 3 zwarte staafjes kunnen bij het ene staafje gevoegd worden, je krijgt dan 4 zwarte staafjes en dit is inderdaad  $-4$ .

**Opdracht 16** Bij het optellen van een negatief en een positief getal kunnen je gelijke hoeveelheden staafjes van beide kleuren weghalen, omdat een gelijke positieve en negatieve hoeveelheid elkaar opheffen, immers  $-5 + 5 = 0$ .  
 $-26 + 14 = -12$

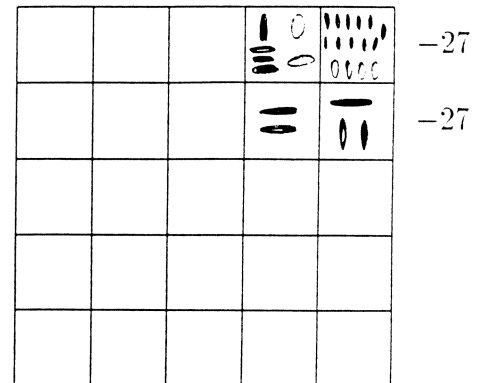
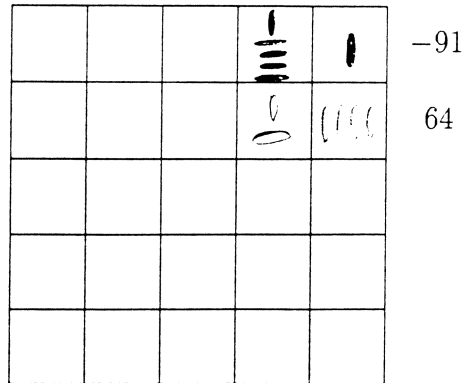


**Opdracht 17**

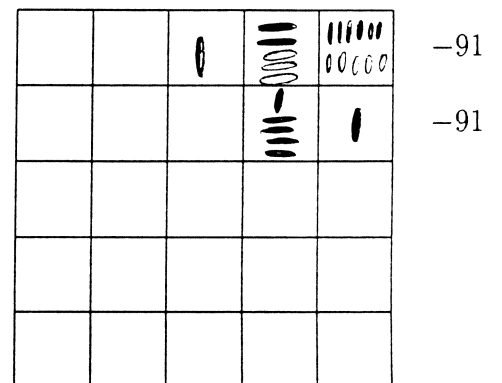
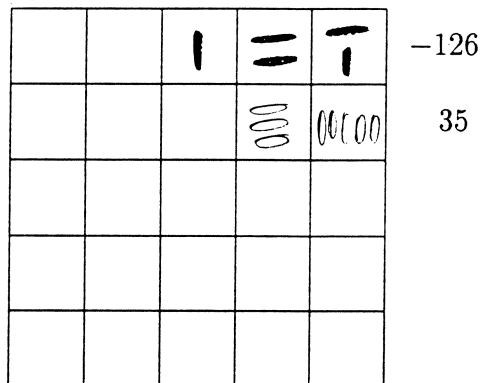
(a)  $-321 + 222 = -99$



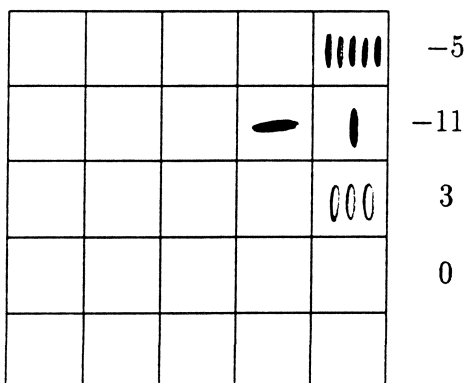
(b)  $-91 + 64 = -27$



(c)  $-126 + 35 = -91$



**Opdracht 18** Op het rekenbord staan de getallen voor de vier dagen onder elkaar.





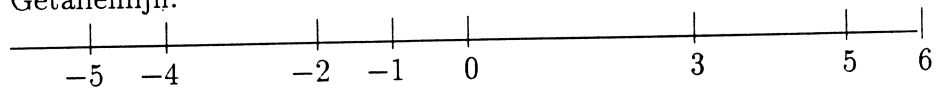
**Opdracht 19** Uit de naamgeving blijkt dat ze positieve getallen belangrijker vonden dan negatieve getallen. Positieve getallen noemden ze oprecht en negatieve getallen iets dat de rug toekeren betekent.

**Opdracht 20** Zij noteerden een negatief getal door boven het getal een punt te zetten.

**Opdracht 21** Volgens Stifel is  $-8$  niet echt iets. Hij vindt het een denkbeeldig getal. Hij schrijft  $0 - 8$  om hier mee aan te geven dat het gaat om het getal dat  $8$  van  $0$  afhaalt.  $0 - 8$  betekent dan ook  $8$  van  $0$  af, of  $8$  minder dan  $0$ .

**Opdracht 22**

(a) Getallenlijn:



(b) Positieve getallen

(c) Negatieve getallen

(d)  $-4$   $14$   $-523$

**Opdracht 23**  $-100$   $-75$   $-70$   $-25$   $-10$   $0$   $5$   $10$   $30$   $40$   $100$

**Opdracht 24** De Chinezen gebruikten voor het eerst papiergeld. Omdat de muntstukken in de 10e eeuw te zwaar waren leverden de mensen deze in bij kooplui. Ze kregen dan een geschreven bewijs dat ze geld hadden gegeven. De regering nam deze manier van de kooplui over en zo ontstond papiergeld.

**Opdracht 25** Girobetaalkaarten, cheques, creditcard.

**Opdracht 26** De cheque wordt door de winkelier ingeleverd bij de bank. De bank zorgt er dan voor dat het bedrag van de rekening van de koper wordt afgeschreven en op de rekening van de winkelier wordt gezet.

