

MEER PARKEREN VOOR MINDER



Voorronde opdracht van de 22^e Wiskunde A-lympiade

19 November 2010



Werkwijzer bij de voorronde opdracht van de Wiskunde A-lympiade 2010/2011

Deze Wiskunde A-lympiade opdracht bestaat uit twee instapopdrachten en drie eindopdrachten.

Algemene adviezen bij het werken aan deze opdracht:

- Lees eerst de volledige tekst van de opgave door zodat je weet wat jullie allemaal te doen staat.
- **Bewaak de tijd die jullie besteden aan de instapopdrachten, houd genoeg tijd over voor de eindopdrachten.** Verdeel de taken waar mogelijk en overleg indien nodig.
- Als je taken hebt verdeeld, bespreek dan, voordat je aan de volgende opdrachten begint, de resultaten met elkaar.
- Bij de eerste twee eindopdrachten is het belangrijk dat je eerst een werkschema opstelt voor het onderzoek dat je gaat uitvoeren. Bij iedere opdracht staat expliciet vermeld wat je in moet leveren.
- De antwoorden op de instapopdrachten (1 en 2) horen niet in de uitwerking van de eindopdrachten (3, 4 en 5). Voeg de resultaten van de instapopdrachten toe als bijlage.

Inleveren:

- Zie de beschrijving bij de eindopdrachten
- Als bijlagen: de resultaten van de instapopdrachten (opdracht 1 en 2)

De jury krijgt kopieën van jullie werk. Die kopieën moeten uiteraard goed leesbaar zijn.

Schrijf en teken daarom met een zwarte pen, print alleen op A4 formaat, eventuele tekeningen liever niet met potlood. Maak zelf een testkopie in geval van twijfel!

Beoordeling:

Bij de beoordeling kan onder andere gelet worden op:

- de leesbaarheid en de duidelijkheid van de eindopdrachten,
- de volledigheid van het werk,
- het gebruik van wiskunde,
- de gebruikte argumentatie en de verantwoording van gemaakte keuzes (hierbij kan de realiteitswaarde een rol spelen),
- de diepgang waarmee een en ander is gedaan,
- de manier van presenteren: o.a de vorm, leesbaarheid, structuur, gebruik en functie van bijlagen, enzovoort.

Veel plezier en succes!

Meer parkeren voor minder

Schiphol hanteert verschillende tarieven voor het parkeren: niet iedereen betaalt dezelfde prijs per dag. Ter illustratie zie je hieronder een voorbeeld van een advertentie. In deze Olympiade-opdracht ga je uitzoeken hoe je de opbrengst van een parkeerplaats met 500 plaatsen (bijvoorbeeld bij een luchthaven) zo groot mogelijk kunt maken.

Schiphol Smart Parking

Zoekt u een veilige, goedkope parkeerplek op de luchthaven? Dan is Schiphol Smart Parking de voordeligste manier om uw auto te parkeren op Schiphol. Hiervoor moet u minimaal 1 week voor vertrek online reserveren en betalen met uw credit card.

Rekenvoorbeeld Schiphol Smart Parking

| | Normaal tarief | Schiphol Smart Parking tarief |
|----------|----------------|-------------------------------|
| 3 dagen | € 52,50 | € 37,50* |
| 8 dagen | € 85,00 | € 49,50 |
| 15 dagen | € 130,50 | € 89,50 |
| 22 dagen | € 176,00 | € 110,00 |

* Dit tarief is te reserveren tot 2 weken voor vertrek

[Check uw tarief, de beschikbaarheid en reserveer](#)



EXTRA
vroegboek
korting!

In heel 2010 krijgt u nog meer korting op Smart Parking wanneer u vroeg boekt.

Boekt u bijv. min. 6 weken van te voren, betaalt u voor 22 dagen maar EUR 95,- (4,32 per dag).

Het aanbod van deze extra vroegboekorting is beperkt. Wees er dus snel bij want op=op!

[Reserveer nu!](#)

Inleiding

Je zou een parkeerplaats met 500 plaatsen heel eenvoudig als volgt kunnen beheren: Stel een vast tarief per dag vast, bijvoorbeeld € 10,00, en je ziet wel hoeveel auto's er iedere dag komen en hoe lang die blijven staan. Als de parkeerplaats vol is, dan hebben nieuw aankomende auto's pech gehad, terwijl zij misschien meer dan € 10,00 per dag hadden willen betalen.

Bovenstaande benadering is qua opbrengst beslist niet optimaal. Er zullen op sommige dagen veel plaatsen leeg blijven. Verder kan voor mensen die langer willen parkeren omdat ze op vakantie gaan, het tarief te hoog zijn. Voor die mensen geldt: hoe lager het tarief, hoe meer er zullen komen. Er zijn echter ook zakenmensen voor wie het hoge tarief geen bezwaar is, als ze er maar zeker van zijn dat er een plaats is. Deze zakelijke parkeerders blijven meestal maar een paar dagen staan. Het zou zonde zijn als je die dure klanten teleur moet stellen omdat je een parkeerplaats al voor een laag tarief verkocht hebt.

Kortom:

- er moet een aantal plaatsen vastgehouden worden voor een hoog tarief, voor de parkeerders van wie je vrij zeker weet dat ze komen als ze weten dat er plek voor ze is (ongeacht de prijs), en:
- er moet een lager tarief bepaald worden voor de vakantieparkeerders, die van tevoren een plek kunnen reserveren.

Als er maar genoeg gegevens bekend zijn, dan kun je dat voor iedere dag opnieuw bepalen. In deze A-lympiade opdracht ga je onderzoeken hoe je een parkeerplaats optimaal kunt vullen door te variëren met tarieven.

Deel 1: De eerste week

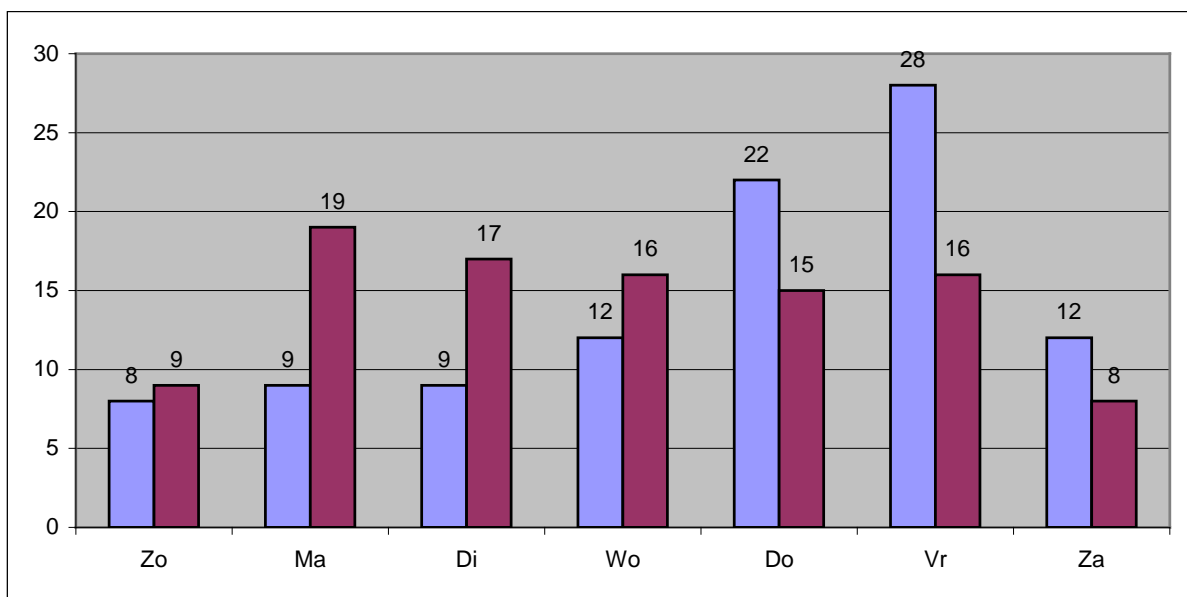
We gaan uit van twee soorten parkeerders:

- zakelijke parkeerders die een hoog vast tarief betalen en kort blijven
- vakantieparkeerders die op de lagere tarieven (aanbiedingen) afkomen en lang blijven

Uit onderzoek blijkt dat beide soorten parkeerders een bepaald patroon in aankomstdagen hebben, zie onderstaande grafiek. Deze grafiek geldt voor een gewone week, die niet in een vakantieperiode valt. Gemiddeld komen er in een dergelijke week 500 zakelijke parkeerders die hun auto gemiddeld twee dagen laten staan, en 200 vakantieparkeerders die hun auto gemiddeld vier dagen laten staan. We gaan vooralsnog steeds uit van het volgende:

- als iemand op de parkeerplaats parkeert, dan is dat 's ochtends;
- als iemand zijn auto weer ophaalt, dan is dat 's avonds.

grafiek 1



■ percentage vakantieparkeerders dat op een weekday aankomt
(200 vakantieparkeerders per week; laten auto gemiddeld 4 dagen staan)

■ percentage zakelijke parkeerders dat op een weekday aankomt
(500 zakelijke parkeerders per week; laten auto gemiddeld 2 dagen staan)

Je kunt in de grafiek bijvoorbeeld aflezen dat 15% van de zakelijke parkeerders op donderdag komt (zij halen hun auto dan vrijdagavond laat weer op).

Instapopdracht 1

We beginnen op zondagochtend met een leeg parkeerterrein.

Hoeveel auto's van zakelijke parkeerders zullen er dan naar verwachting op woensdagmiddag in totaal op het parkeerterrein staan? En op zaterdagavond?

Instapopdracht 2

Een week later zal het parkeerterrein naar verwachting op zondagochtend niet leeg zijn. Er staan bijvoorbeeld auto's van vakantieparkeerders die vrijdag zijn gekomen. Vanaf een bepaalde dag wordt de situatie stabiel en zijn de aantallen parkeerders (in de eerder beschreven situatie) elke maandag hetzelfde, en elke dinsdag ook, en zo verder.

Bereken (in de hierboven beschreven stabiele situatie) de te verwachten weekopbrengst van het parkeerterrein bij een vast tarief van € 10,00 per dag voor zakelijke parkeerders en van € 6,00 voor vakantieparkeerders.

Inleveren: een bijlage met de uitwerking van beide instapopdrachten

Deel 2: Het tarief voor de vakantieparkeerders in een vakantieperiode

We gaan nog steeds uit van 500 zakelijke parkeerders per week, verdeeld over de dagen volgens de eerder gegeven grafiek, die € 10,00 per dag betalen. Een deel van het parkeerterrein wordt gereserveerd voor deze zakelijke parkeerders. De overige plaatsen kunnen dan bezet worden door vakantieparkeerders.

In het voorgaande gingen we uit van 200 vakantieparkeerders per week. In de weken waarin er schoolvakanties zijn, gaan we ervan uit dat de vraag naar parkeermogelijkheden niet meer beperkt is tot 200 plekken voor vakantieparkeerders. Het aantal vakantieparkeerders zal daarbij afhangen van de prijs.

Hoeveel vakantieparkeerders zullen er naar verwachting komen, en tegen welk tarief willen ze parkeren? De meeste vakantiegangers zullen niet per sé met de auto naar het vliegveld komen. Ze laten zich wegbrengen of komen met de trein als ze het parkeertarief te hoog vinden. Deze vakantieparkeerders kunnen worden verleid met lage tarieven: een voorbeeld daarvan zie je in het advertentievoorbeeld op bladzijde 3 van deze opdracht.

Naar het aantal vakantieparkeerders dat per week verwacht mag worden in vakantieperiodes bij een bepaald parkeertarief is onderzoek gedaan. Dit onderzoek heeft de volgende grafiek opgeleverd:

grafiek 2



Het is, gezien de grootte van de parkeerplaats, 500 plaatsen, direct duidelijk dat een tarief van 1 euro voor de vakantieparkeerders niet verstandig is... maar welk tarief dan wel? De €6,00 uit de eerste twee opdrachten? Pas je die aan of juist niet? Bovendien zou het kunnen zijn dat je een nog grotere verwachte totale weekopbrengst krijgt als je een aantal zakelijke parkeerders teleur stelt, of dat juist het plek vrij houden voor alle zakelijke parkeerders gunstig is voor de verwachte totale weekopbrengst. De percentages van grafiek 1 gelden nog steeds.

Eindopdracht 3

a

Bedenk vooraf een werkwijze hoe je gaat onderzoeken welk tarief voor de vakantieparkeerders tot de grootste opbrengst van het parkeerterrein leidt. Beschrijf deze werkwijze in detail.

b

Voer het onderzoek uit volgens de bedachte werkwijze, kijk of dit tot gewenste resultaten leidt en pas eventueel de werkwijze aan.

Inleveren: een uitvoerige beschrijving van de werkwijze van het onderzoek, geïllustreerd met (verkennende) berekeningen en een kritische beschouwing over de kwaliteit van je onderzoeksresultaat.

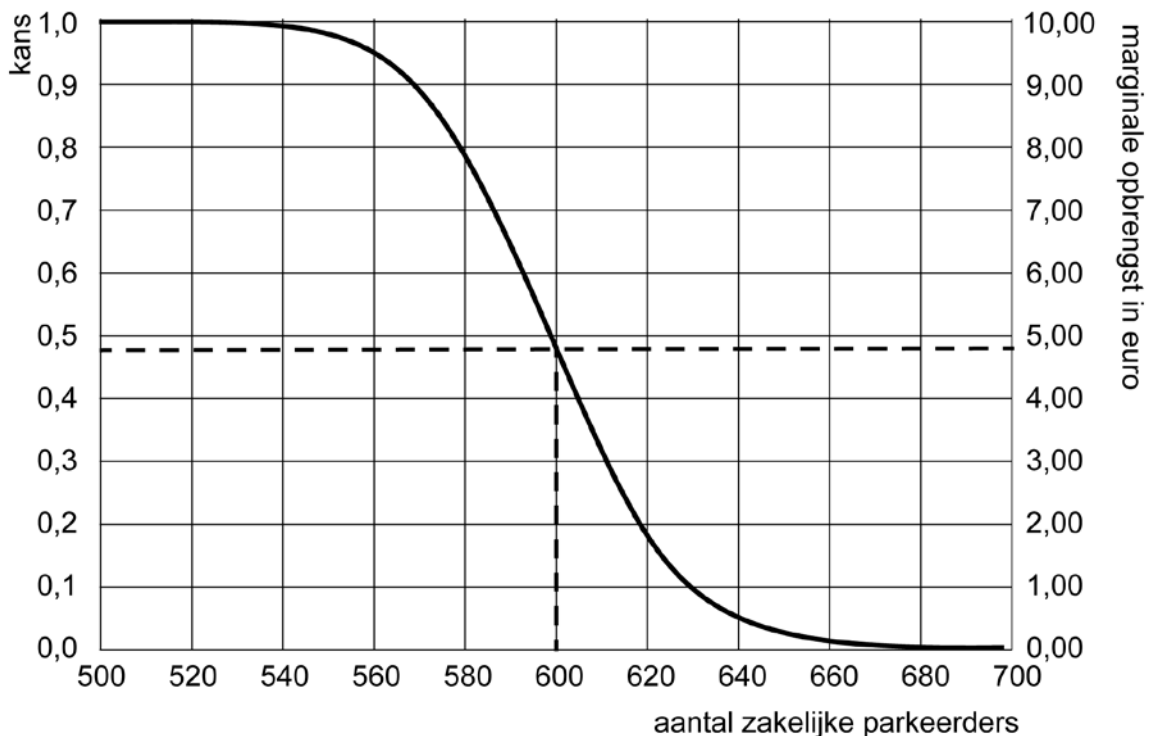
Deel 3: De zakelijke parkeerder

Tot nu toe zijn we uitgegaan van (naar verwachting) 500 zakelijke parkeerders per week. Maar zijn het er ook echt 500? Dat weet je nooit van te voren... Het is belangrijk om er wel iets over te kunnen zeggen: vakantiegangers reserveren immers al een aantal weken van te voren, terwijl zakelijke parkeerders gewoon aan komen rijden. Er moeten dus plekken vrij gehouden worden voor de zakelijke parkeerders. Maar hoeveel? Lege plekken leveren immers niets op!

Uit onderzoek blijkt dat er een kansverdeling geldt voor het aantal zakelijke parkeerders. Daaruit blijkt dat die 500 zakelijke parkeerders er wekelijks vrijwel zeker zijn, maar in sommige weken zijn er meer, en heel soms zijn het er wel bijna 700!

Onderzoek heeft de volgende grafiek opgeleverd:

grafiek 3



In deze grafiek kun je zien wat het naar verwachting oplevert om een extra parkeerplaats te reserveren voor zakelijke parkeerders. Hoe meer parkeerplaatsen er al gereserveerd zijn, hoe lager de verwachte extra (zakelijke) opbrengst van een parkeerplek is. We laten dat zien met behulp van het volgende voorbeeld:

In de grafiek zie je dat de kans op minstens 600 zakelijke parkeerders 0,48 is. De bijbehorende verwachte extra zakelijke opbrengst van het reserveren van 600 (in plaats van 599) parkeerplaatsen bij een tarief van 10 euro is dan $€10,00 \times 0,48 = €4,80$.

Er spelen dus drie factoren een rol om te komen tot het bepalen van de optimale opbrengst:

- de verdeling van de aankomsten in de week (grafiek 1)
- het aantal vakantieparkeerders afhankelijk van het tarief (grafiek 2)
- de kansverdeling van het aantal zakelijke parkeerders (grafiek 3)

Eindopdracht 4

Onderzoek het effect van de gegeven kansverdeling in grafiek 3 op de optimale situatie die je in eindopdracht 3 gevonden hebt. Je krijgt nu dus geen opbrengsten meer, maar verwachtingen van opbrengsten. (Dat wil zeggen: een opbrengst vermenigvuldigd met de kans op die opbrengst) Doe dat weer door eerst een werkwijze te bedenken en te beschrijven en vervolgens je onderzoek volgens die werkwijze uit te voeren.

Inleveren: een uitvoerige beschrijving van de werkwijze van het onderzoek, geïllustreerd met (verkennde) berekeningen en een kritische beschouwing over de kwaliteit van je onderzoeksresultaat.

Eindopdracht 5

In de voorgaande opgaven heb je een beeld gekregen van een methode om zoveel mogelijk geld te verdienen aan een parkeerplaats, waarbij je te maken hebt met mensen die vantevoren reserveren en het liefst zo min mogelijk betalen (de vakantieparkeerder) en mensen die het bij wijze van spreken niet uitmaakt hoeveel ze betalen - als ze maar een parkeerplaats hebben (de zakelijke parkeerder).

Schrijf een kwalitatieve analyse van deze methode: waar zitten de zwakke schakels, welke gegevens zijn goed of minder goed te bepalen, welke gegevens zou je nog meer willen hebben enz. Verwerk je eigen bevindingen in deze analyse en verwijs naar de vorige eindopdrachten om je mening te staven.

Inleveren: een kritisch betoog over deze methode in de vorm van een kort artikel in een vaktijdschrift. Dit artikel bestaat hooguit voor de helft uit illustrerende berekeningen