

# Inhoudsopgave

<b>Inleiding</b>	p. 3
- Rekenen tot 1000: verschillende rekenvormen	
- Doel van dit katern	
<b>Waarom kolomsgewijs rekenen?</b>	p. 5
- Cijferend rekenen is complex	
- Kolomsgewijs rekenen wordt beter en sneller begrepen	
- Eindniveau	
<b>Wat gaat aan kolomsgewijs rekenen vooraf?</b>	p. 11
- Voorwaarden voor het kolomsgewijs leren rekenen	
<b>Kolomsgewijs optellen</b>	p. 13
- Kolomsgewijs optellen met behulp van geld	
- Kolomsgewijs optellen zonder geld	
- Lesbeschrijvingen	
<b>Kolomsgewijs aftrekken</b>	p. 23
- Kolomsgewijs aftrekken met behulp van geld	
- Kolomsgewijs aftrekken met tekorten	
- Kolomsgewijs aftrekken zonder geld	
- Lesbeschrijvingen	
<b>Kopieerbladen</b>	p. 39
<b>Bijlage</b>	
- Kolomsgewijs rekenen in Wis en Reken	
- Kolomsgewijs rekenen in De wereld in getallen	
- Kolomsgewijs rekenen in Pluspunt	





Bij hoofdrekenen en schattend rekenen gaan we flexibel om met de getallen en de bewerkingen (+, −, × en ÷). We mogen bij het hoofdrekenen van een getal als 292 gerust even 300 maken en dat later weer corrigeren door 8 bij de uitkomst van onze aftrekking op te tellen. Vanwege dit flexibel omgaan met getallen en bewerkingen zijn binnen het hoofdrekenen veel verschillende strategieën mogelijk.

Er bestaan ook rekenvormen die gebaseerd zijn op één manier van uitvoeren. Het kolomsgewijs rekenen en cijferend rekenen zijn hier voorbeelden van. Deze rekenvormen verlopen volgens een vaste standaardprocedure.

We streven ernaar dat kinderen verschillende rekenvormen gaan beheersen. Niet alleen de oplossingsmanieren waarbij flexibel wordt omgegaan met getallen en bewerkingen, maar ook standaardprocedures. In dit katern richten we ons alleen op het eigenmaken van de standaardprocedure ‘kolomsgewijs rekenen’.

### **Doel van dit katern**

De inhoud van dit katern sluit aan bij het kolomsgewijs rekenen zoals dat in de meeste reken-wiskundemethoden wordt aangeboden. *U kunt het katern inzetten wanneer leerlingen in de methode tegen problemen aanlopen of wanneer de methode het kolomsgewijs rekenen niet of slechts kort aan de orde stelt.* Het is dus niet de bedoeling dat u alle leerlingen dit pakket aanbiedt. In principe is het voldoende de leerstof in de reken-wiskundemethode te volgen.

Als leerlingen in de methode nog niet aan de getalverkenning tot 1000 en het rekenen in dit getallengebied toe zijn, kunt u dit pakket beter niet aanbieden. Het kolomsgewijs rekenen zal dan voor hen een onbegrepen truc worden waarin u te veel onderwijstijd moet investeren.

In dit katern vindt u achtergrondinformatie bij het kolomsgewijs rekenen en u leest suggesties voor het oplossen van vaak voorkomende problemen. Het kolomsgewijs optellen en aftrekken worden in het katern apart behandeld, te beginnen met het optellen. (Kolomsgewijs optellen is eenvoudiger dan kolomsgewijs aftrekken.) Voor beide bewerkingen zijn lesbeschrijvingen opgenomen.

Kolomsgewijs rekenen vindt op formeel niveau plaats en kan pas succesvol zijn wanneer er een inzichtelijke onderbouwing aan voorafgegaan is. Hiervoor zullen voornamelijk in andere pakketjes suggesties worden gedaan, te weten de katernen: ‘Ontdek het voordeel van structuur in de kralenlessen’, ‘Rekenen met eierdozen’ en ‘De waarde van geld’ (nog te verschijnen).

## Waarom kolomsgewijs rekenen?

Kolomsgewijs rekenen en cijferen zijn rekenvormen die verlopen volgens een standaardprocedure.

### Cijferend rekenen is complex

Het rekenen volgens één vaste manier heeft als voordeel dat we zeker kunnen zijn van het antwoord als we alle stappen op de juiste manier hebben gevolgd. Neem bijvoorbeeld de cijferprocedure van het aftrekken:

$$\begin{array}{r} \overset{3}{\cdot} \overset{15}{\cdot} \\ 456 \\ 292 - \\ \hline 164 \end{array}$$

Als we rechts beginnen met het uitrekenen van 6 eraf 2 en vervolgens 5 eraf 9 uitrekenen via het lenen bij de 4, enzovoort, kan het niet fout gaan. Behalve natuurlijk als we een rekenfout maken. Kenmerkend voor deze manier van rekenen is dat ze zekerheid biedt.

Toch heeft het cijferend rekenen ook nadelen. Het kost veel onderwijstijd om alle procedurestappen eigen te maken (en dat zijn er nogal wat!). Bovendien worden er bij het volgen van de procedurestappen veel fouten gemaakt. Vooral bij het aftrekken, omdat leerlingen de hierbij behorende stappen onvoldoende begrijpen. Zo blijkt uit de PPON-resultaten<sup>1</sup> dat veel kinderen getallen gaan omdraaien om een aftrekking mogelijk te maken, terwijl dit niet mag omdat ze daarmee de som veranderen. In het volgende voorbeeld gebeurt dit ook. In plaats van 2 eraf 6 wordt 6 eraf 2 gedaan.

$$\begin{array}{r} 682 \\ 486 - \\ \hline 204 \end{array}$$

Cijferend rekenen is eigenlijk voor veel leerlingen in het speciaal (basis)onderwijs – maar ook in het reguliere onderwijs – een geleerd trucje.

---

<sup>1</sup> PPON staat voor Periodieke Peiling van het OnderwijsNiveau en wordt uitgevoerd door de Citogroep. In het voorjaar van 1997 is een tweede peilingsonderzoek voor rekenen-wiskunde in LOM- en MLK-scholen uitgevoerd. Het peilingsonderzoek omvatte onder andere een onderzoek naar de rekenvaardigheid van 12- en 13-jarige LOM- en MLK-leerlingen. De resultaten staan beschreven in dit rapport: Kraemer, J.M., F. van der Schoot & Ron Engelen (2000). *Balans van het reken- en wiskundeonderwijs op LOM- en MLK-scholen 2*. Arnhem: Cito.

Dat blijkt ook uit de onderstaande observatie waarin Robin en Beau<sup>2</sup> de opgave  $448+236$  cijferend uitrekenen. Hun oplossing ziet er zo uit:

$$\begin{array}{r} 448 \\ + 236 \\ \hline 6714 \end{array}$$

Robin reageert met ‘oeps’ en begint de 14 door te krassen. Beau kijkt vragend, ook hij voelt dat er iets niet klopt. Dan begint er bij Robin weer iets te dagen: ‘Weet je nog Beau, van die ene die weg moet – dag, dag – enzo...?’ Beau weet het niet meer en kan er ook niets mee. Robin verandert zijn antwoord in 684. Hij stuurt de 7 weg (Dag, dag!) en maakt er een 8 van.

Maar is het dan nog wel aan te bevelen om leerlingen in het speciaal (basis)onderwijs het cijferend rekenen aan te bieden? Want een vaste rekenprocedure biedt geen houvast als ze niet wordt begrepen.

De vraag of cijferen nog wel nodig is wordt zeker legitiem als we bedenken dat de huidige reken-wiskundemethoden een mooi alternatief bieden, namelijk het kolomsgewijs rekenen. Deze rekenvorm verloopt ook volgens een min of meer vaste procedure, maar is omdat ze meer overeenkomsten vertoont met het hoofdrekenen eenvoudiger en vlotter te leren dan het cijferen.

Leren cijferen kost veel onderwijstijd

---

<sup>2</sup> Robin en Beau zitten op een school voor speciaal basisonderwijs. Ze zijn op het moment van het interview in de klas net begonnen met het rekenen tot 1000.

### Kolomsgewijs rekenen wordt beter en sneller begrepen

In de tweede helft van groep 5 bieden de meeste realistische rekenwiskundemethoden het kolomsgewijze rekenen aan.<sup>3</sup> Kolomsgewijs optellen en aftrekken zien er als volgt uit:

$$446 + 239 =$$

$$400 + 200 = 600$$

$$40 + 30 = 70$$

$$6 + 9 = 15$$

$$600 + 70 + 15 = \underline{685}$$

kolomsgewijs optellen

$$652 - 239 =$$

$$600 - 200 = 400$$

$$50 - 30 = 20$$

$$2 - 9 = -7$$

$$400 + 20 - 7 = \underline{413}$$

kolomsgewijs aftrekken

Na het opsplitsen van de getallen in honderdjes, tien en enen worden deze afzonderlijk bij elkaar opgeteld of van elkaar afgetrokken.

In bovenstaande voorbeelden zijn de sommen horizontaal genoteerd. Dit heeft als voordeel dat het voor de kinderen meer op een som lijkt waarmee ze al vertrouwd zijn. Het is in deze notatie echter lastiger te zien welke getallen met een bepaalde positiewaarde bij elkaar horen. Als ze onder elkaar staan zien de leerlingen in één oogopslag wat de honderdjes en wat de tien zijn die bij elkaar opgeteld of van elkaar afgetrokken moeten worden. Met het oog op dit laatste punt is het noteren onder elkaar aan te bevelen. Maar wanneer de leerlingen dan de som niet meer herkennen, kan worden terugggegrepen naar het naast elkaar noteren zoals in de voorbeelden hierboven.

In eerste instantie noteren de leerlingen de tussenberekeningen nog voluit.

Later is de schrijfwijze zoals hieronder afgebeeld voldoende:

$$\begin{array}{r} 446 \\ 239 + \\ \hline \end{array}$$

$$600 + 70 + 15 = \underline{685}$$

$$\begin{array}{r} 652 \\ 239 - \\ \hline \end{array}$$

$$400 + 20 - 7 = \underline{413}$$

Kolomsgewijs rekenen heeft kenmerken van hoofdrekenen en van cijferen. Zo wordt, net als bij het hoofdrekenen, rekening gehouden met de positiewaarden in een getal; 743 wordt gezien als  $700+40+3$  (en dus niet als een 7, een 4 en een 3 zoals bij cijferen). En wanneer een getal decimaal is opgesplitst in honderdjes, tien en enen begint het rekenen bij de grootste waarde. Bij een som als  $442+236$  worden dus eerst 400 en 200 bij elkaar

---

<sup>3</sup> 'De wereld in getallen' vormt een uitzondering. In deze methode wordt direct op een tussenvorm van kolomsgewijs rekenen en cijferen aangestuurd. In de bijlage vindt u een analyse van kolomsgewijs rekenen in de methoden 'Wis en Reken', 'De wereld in getallen' en 'Pluspunt'.

opgeteld. Pas daarna de tien en tot slot de enen. Zo werken we bij het hoofdrekenen ook; eerst de grote brokken. Dat maakt het ook eenvoudiger om te controleren of de uitkomst correct is.

Bij het cijferen wordt juist van rechts naar links gerekend en starten we dus bij de eenheden. De waarde van een positie in een getal telt dan niet mee. Op  $2+6$  volgt de tussenberekening  $4+3$  (in plaats van  $40+30$ ).

Kolomsgewijs rekenen heeft wel met het cijferen gemeen dat het een gestandaardiseerde rekenvorm is. Er is sprake van een in principe vaste werkwijze.

Na het kolomsgewijs rekenen gaat men in de methode uiteindelijk weer over op het cijferen. Maar leerlingen in het speciaal (basis)onderwijs kunnen prima volstaan met kolomsgewijs rekenen.

Als kinderen met inzicht kolomsgewijs kunnen rekenen is cijferen niet meer nodig

### **Eindniveau**

Voor optellen en aftrekken geldt dat met het in dit katern beschreven traject voor de meeste leerlingen in het speciaal (basis)onderwijs een acceptabel eindniveau is bereikt. Uiteraard is er ook een groep leerlingen voor wie het rekenen in het getallengebied tot 1000 niet haalbaar is. Voor kinderen die vertrouwd zijn met de getallen tot 1000 hoeft het kolomsgewijs rekenen echter geen grote moeilijkheden op te leveren. Experimenten in het speciaal (basis)onderwijs hebben uitgewezen dat kinderen in staat zijn in een relatief korte tijd inzichtelijk kolomsgewijs te leren rekenen. Hoe, dat leest u in dit katern.

Het zou goed zijn wanneer leerlingen in het speciaal (basis)onderwijs de fase waarin het namaakgeld als concrete basis wordt gebruikt, overstijgen. Een volgend streven kan zijn dat ze het voluit noteren van de tussenberekeningen achter zich laten en kunnen volstaan met het noteren van de tussenantwoorden:

$$\begin{array}{r} 652 \\ 239 - \\ \hline 400 + 20 - 7 = 413 \end{array}$$

Dit alles met het oog op een vlotter gebruik in het dagelijks leven.



Wanneer de getallen groter worden lijkt gebruik van de rekenmachine meer voor de hand te liggen. Met de kolomsgewijze aanpak moeten dan te veel tussenberekeningen worden gemaakt waardoor de kans op fouten toeneemt. Veel realistische reken-wiskundemethoden voor het basisonderwijs maken na het kolomsgewijs rekenen nog de overstap naar het cijferend rekenen. Zoals gezegd is kolomsgewijs rekenen in het speciaal (basis)onderwijs een volwaardige eindvorm.

Kolomsgewijs rekenen is een  
volwaardige eindvorm



## Wat gaat aan kolomsgewijs rekenen vooraf?

Het kolomsgewijs rekenen vindt op formeel niveau plaats en vloeit voort uit het splitsend rekenen<sup>4</sup> dat de leerlingen meestal al bij het rekenen tot 100 hebben geleerd. Er is al een lang leertraject achter de rug als leerlingen toe zijn aan het rekenen volgens deze standaardprocedure. Voor leerlingen die bij het rekenen tot 100 al voorkeur gaven aan de splitsstrategie verandert er niet zoveel; de getallen zijn alleen groter.

Leerlingen die sommen in het getallengebied tot 100 vooral via de rijgmethode<sup>5</sup> hebben opgelost zullen moeten omschakelen naar de splitsstrategie. Daarmee hebben ze in de methode wellicht al wel kennisgemaakt.

Wanneer leerlingen weinig ervaring met het splitsende rekenen hebben opgedaan en/of problemen bij het splitsen ondervinden, kunt u het katern 'Rekenen met eierdozen' inzetten. In dit katern is aandacht voor de onderbouwing van het rekenen met tien en enen in het getallengebied tot 100.

### Voorwaarden voor het kolomsgewijs leren rekenen

#### *Getalverkenning tot 1000*

Allereerst is een grondige verkenning van het getallengebied tot 1000 van groot belang voor het leren rekenen op formeel niveau in dit gebied.

Voor het kolomsgewijs rekenen is het vooral belangrijk dat de leerlingen getallen decimaal kunnen opsplitsen, dus 526 kunnen splitsen in  $500+20+6$  en 731 in  $700+30+1$ . Met andere woorden, ze kennen de positiewaarden in een getal.

Verder hebben de leerlingen er ook profijt van wanneer ze getallen globaal kunnen plaatsen op de getallenlijn. Wanneer ze de ligging van getallen kennen, hebben ze namelijk beter zicht op de orde van grootte van de getallen en de uitkomst van een opgave.

En last but not least, rekenen is vrijwel onmogelijk wanneer aan getallen geen inhoud kan worden gegeven, ofwel wanneer een getal nog niet aan een bepaalde hoeveelheid kan worden gekoppeld.

In de katernen 'Ontdek het voordeel van structuur in de kralenlessen', 'Rekenen met eierdozen' en 'De waarde van geld' (nog te verschijnen)

---

<sup>4</sup> Bij splitsend rekenen worden de getallen uit de som gesplitst volgens het tientallige systeem en worden de positiewaarden afzonderlijk bij elkaar opgeteld of van elkaar afgetrokken:

$$\begin{array}{r} 68+24= \\ 60+20=80 \\ \quad 8+4=12 \\ \hline 80+12=92 \end{array}$$

<sup>5</sup> Bij rijgend rekenen blijft het eerste getal uit de som heel en wordt de opteller of aftrekker er stap voor stap bij opgeteld of vanaf getrokken:

$$\begin{array}{r} 68+24= \\ 68+20=88 \quad \text{of} \quad 68+20=88 \\ \quad 88+2=90 \quad \quad 88+4=92 \\ \quad 90+2=92 \end{array}$$

wordt aan deze getalverkenning aandacht besteed. De inhoud van deze katernen gaat dan ook vooraf aan die van dit katern.

### *Basisvaardigheden rekenen*

Voor het kolomsgewijs rekenen is het eveneens een voorwaarde dat leerlingen (redelijk) vlot uit het hoofd tussenuitkomsten kunnen optellen en aftrekken. Het gaat dan om sommen als  $400+160$ ,  $40-20$  en  $7+8$ . Uiteraard worden deze opgaven ook nog geoefend door kolomsgewijs te rekenen.

In dit katern gaan we uit van een redelijk goede beheersing van de basisvaardigheden. Dit betekent dat sommen als  $400+160$  en  $40-20$  voor de leerlingen betekenisvol zijn; ze begrijpen hoe ze deze sommen kunnen oplossen. Soms vraagt het nog wat meer denktijd om tot het goede antwoord te komen. Maar hoe vaker dergelijke sommen worden geoefend hoe minder denktijd op den duur nodig zal zijn. Wanneer leerlingen té lang over een tussenuitkomst moeten nadenken en ze daardoor de oorspronkelijke opgave uit het oog verliezen, zijn ze nog niet toe aan het kolomsgewijze rekenen. In het katern 'Rekenen met eierdozen' komt het optellen en aftrekken tot 100 aan de orde. Daarin zijn ook verwijzingen te vinden naar ondersteuning bij het oplossen van sommen als  $7+8$ , die vaak nog veel moeite kosten.

## Kolomsgewijs optellen

In dit hoofdstuk wordt beschreven hoe het kolomsgewijs optellen kan worden aangeboden of ondersteund. U kunt de lesbeschrijvingen beschouwen als een aanvulling op het aanbod in de methode die u gebruikt, maar u kunt de lessen ook inzetten wanneer leerlingen problemen ervaren met de stof in de methode.

In tegenstelling tot wat vaak in de methode gebeurt, werken we in dit katern met *briefgeld* als *concrete basis* voor het kolomsgewijs rekenen. Uit experimenten op scholen voor speciaal basisonderwijs bleek dat het geld uitnodigt tot het bedenken van *eigen* oplossingen door kinderen.

Werken met geld heeft alleen zin als leerlingen daaraan betekenis kunnen verlenen. Wanneer niet duidelijk is dat een briefje van 100 evenveel waard is als honderd munten van 1 euro is de leerling er nog niet aan toe om met het geld te gaan rekenen. Een geldbriefje representeert een bepaalde hoeveelheid en dat vraagt een hoger niveau van betekenisverlening dan een zichtbare hoeveelheid die telbaar is. Voor activiteiten met betrekking tot deze vaardigheid verwijzen we naar het katern ‘De waarde van geld’ (nog te verschijnen).

Voor het kolomsgewijs leren optellen onderscheiden we de volgende fasen:

- kolomsgewijs optellen met behulp van geld
- kolomsgewijs optellen zonder geld.

De fasen worden hier achtereenvolgens uitgewerkt en afgesloten met twee lesbeschrijvingen.

### **Kolomsgewijs optellen met behulp van geld**

De leerlingen kijken naar de advertentie met daarin een aanbieding van een stereotoren met geluidsboxen (kopieerblad 1). De bedoeling is dat ze een schatting gaan maken. ‘Kun je de stereotoren met boxen kopen als je €600 hebt gespaard?’, is de vraag. Dit schatten nodigt de leerlingen uit tot het richten van de aandacht op de honderdjes (wat ook handig is bij het kolomsgewijs rekenen).



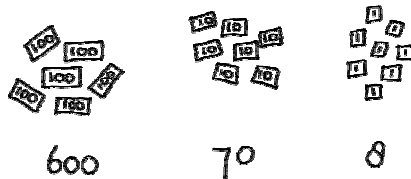
**NIEUW!!**

**JVC stereotoren voor slechts €442,-  
(incl. afstandsbediening)**

**JVC geluidsboxen samen €236,-**

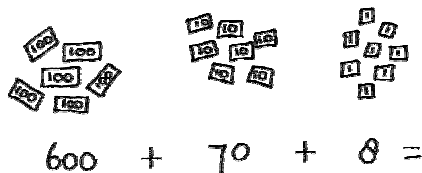
Vervolgens gaan de leerlingen uitrekenen wat de stereotoren en de bijbehorende boxen precies kosten. Ze maken hierbij gebruik van namaakgeld: briefjes van 100 en 10 en briefjes/munten van 1 (kopieerbladen 2, 3 en 4).

Ze leggen eerst €442 neer en doen er daarna €236 bij. Op de tafel ligt nu het volgende:



De ervaring heeft geleerd dat de meeste leerlingen van nature de briefjes sorteren, dus de honderdjes bij elkaar, de tieners en de enen. Zo niet, dan zullen de leerlingen snel genoeg ervaren dat ze het overzicht kwijtraken als alles door elkaar ligt en dat het totale bedrag dan lastig te bepalen is. Het kan ook helpen als u – zonder iets te zeggen – de briefjes met dezelfde waarde bij elkaar schuift.

Door de tussenberekeningen aan te vullen met plustekens en een is-gelijk-teken ontstaat er een som:



Kunnen de leerlingen na deze procedure opschrijven wat ze precies hebben gedaan? Eerst keken ze naar de honderdjes: die waren 400 en 200 waard, samen 600.

$$\begin{array}{r}
 442 + 236 = \\
 400 + 200 = 600 \\
 40 + 30 = 70 \\
 2 + 6 = 8 \\
 600 + 70 + 8 = \underline{678}
 \end{array}$$

De notatie helpt de kinderen bij te houden welke stappen ze hebben gezet. Belangrijk is ze in eerste instantie ruimte te geven om op hun eigen manier te noteren wat ze hebben gedaan. Dit, in verband met de betekenis die de kinderen aan de notatie moeten kunnen verlenen. Vervolgens wordt het belangrijk dat overzichtelijk dient te zijn wat ze opschrijven, anders verliest de notatie haar functie.

In dit voorbeeld zijn de getallen in de opgave naast elkaar genoteerd zodat het eruitziet als een som. Hierdoor kan het echter voor sommige leerlingen lastig zijn na te gaan welke positiewaarden precies bij elkaar horen. Voor deze leerlingen is het aan te bevelen de som onder elkaar te noteren zodat ze in één oogopslag zien wat de honderdjes, tien en enen zijn. De 2 komt dan immers recht onder de 4 te staan, de 3 onder de 4 en de 6 onder de 2.

$$\begin{array}{r}
 442 \\
 \underline{236} +
 \end{array}$$

Al vrij snel kan worden overgestapt op sommen waarin een tientaloverschrijding voorkomt, zoals een stereotoeren van €248 en boxen van €135 of een stereotoeren van €592 en boxen van €246. Telkens verloopt de procedure hetzelfde; eerst de bedragen met het geld neerleggen, dan bij elkaar nemen en de positiewaarden (honderdjes, tien en enen) gesplitst bij elkaar optellen. De leerlingen noteren deze stappen en de bijbehorende tussenantwoorden.

Door opgaven aan te bieden met grotere getallen (boven de 1000, bijvoorbeeld 1535+1360) wordt duidelijk of de leerlingen het principe van kolomsgewijs rekenen doorhebben. Ze krijgen nu ook briefjes van 1000 bij hun geldstapel (kopieerblad 5).

#### ***Wat kan moeilijk zijn voor de leerlingen?***

Kolomsgewijs rekenen vloeit voort uit het manipuleren met het geld. Het is *niet* aan te bevelen geld te gebruiken ter ondersteuning van het afzonderlijk optellen van de honderdjes, de tien en de enen. We zien leerlingen dan tellen: 1, 2, 3, 4, 5, 6 honderdjes. Beter is als ze er direct een optelling van maken: 200+400=600. En het geld is ook niet bedoeld ter ondersteuning van

het bepalen van de einduitkomst via doortellen, zoals in onderstaand voorbeeld waarin de som  $132+146$  centraal staat.

Richelle en Marleen<sup>6</sup> leggen de beide bedragen neer en tellen de honderdjes, de tientjes en de enen. Vervolgens bepalen ze via doortellen de einduitkomst: de honderdjes worden geteld, en de tientjes en enen komen er een-voor-een bij:  
100, 200, 210, 220, 230, (tot 270) en dan 271, 272, 273 tot 278.

Loskomen van dit tellen kan, door het geld niet of slechts deels zichtbaar te maken. Zolang de briefjes allemaal op tafel liggen en ermee gemanipuleerd kan worden, blijft tellen een strategie om het (hoofd)rekenen te omzeilen. Aan te bevelen is van de honderdjes, tientjes en enen drie stapels te maken waarvan de briefjes niet telbaar zijn. Zo biedt geld wel houvast bij het naspelen van de opgave, maar niet meer bij de berekening. Voor het uitrekenen van het antwoord dienen de kinderen dan naar de getallen in de som te kijken.

### **Kolomsgewijs optellen zonder geld**

De leerlingen krijgen nu opgaven voorgelegd waarbij ze *geen* beschikking hebben over het (namaak)geld. De sommen kunnen wel worden aangeboden in de winkelcontext, in dit geval het kopen van een stereotoeren met geluidsboxen. Maar een andere context is ook mogelijk.

Het noteren is bij het optellen zonder gebruik te maken van het geld van nog groter belang. Immers, de handelingen vinden niet meer plaats op basis van het manipuleren met concreet geld. De leerlingen rekenen uit het hoofd en noteren hun denkstappen met tussenberekeningen. De notatie dient nu als houvast en de vaardigheid van het noteren is dan ook een voorwaarde om zonder het geld te gaan rekenen.

Als blijkt dat het rekenen zonder geld een te grote overstap betekent kan gezocht worden naar een middenweg, bijvoorbeeld door gedeeltelijk gebruik te maken van het geld. Dat gaat zo:

Bij de som  $359+145=$  legt een leerling eerst met het geld €359 neer.

Vervolgens wordt €145 er in *gedachten* bij opgeteld. Eerst 100 (opschrijven:  $300+100=400$ ), dan 40 ( $50+40=90$ ) en tot slot 5 ( $9+5=14$ ). Uiteindelijk volgt de optelling van de tussenantwoorden:  $400+90+14=504$ .

Door slechts naar het geld te kijken kan een brug worden geslagen tussen manipuleren met het geld en denken aan het geld.

---


<sup>6</sup> Richelle en Marleen zitten op een school voor speciaal basisonderwijs. Ze rekenen op het moment van het interview in het getallengebied tot 100 en zijn begonnen met de getalverkenning tot 1000.



### **Lesbeschrijvingen**

In deze paragraaf zijn twee lessen beschreven waarin het kolomsgewijs optellen centraal staat. In de eerste beschrijving wordt ter ondersteuning van het kolomsgewijs optellen geld ingezet. In de tweede beschrijving laten de kinderen het geld los en rekenen ze op formeel somniveau.

Deze twee beschrijvingen lijken te suggereren dat kolomsgewijs optellen in twee lessen te leren is. Dit is echter niet zo. Van belang is dat deze rekenvorm regelmatig blijft terugkeren. Smeer de eerste les waarin geld wordt gebruikt gerust over meerdere lessen uit door zelf extra opgaven in te brengen (uit de methode) of de kinderen hiertoe uit te nodigen. U begint pas met het loslaten van het geld als de leerlingen daaraan toe zijn.

<b>Titel</b>	<b>Kolomsgewijs optellen met behulp van geld</b>
Groep / niveau	Tweede helft groep 5.
Leerstofaspecten	Splitsend optellen volgens een standaardprocedure (=kolomsgewijs rekenen) in het getallengebied tot 1000. Er wordt op formeel niveau gerekend, met ondersteuning van geld.
Benodigdheden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• advertentie (kopieerblad 1)</li> <li>• voor elke leerling namaakgeld (bestaand of van de kopieerbladen 2, 3 en 4)</li> <li>• optelopgaven in het getallengebied tot 1000 (bijvoorbeeld uit de reken-wiskundemethode)</li> </ul>
Organisatie	<p>De activiteit kan in een kleine groep of met de hele klas plaatsvinden.</p> <p>Het meest ideaal is als iedere leerling over namaakgeld kan beschikken.</p> <p>Het is aan te bevelen het aanbod uit deze beschrijving over meerdere lessen uit te smeren. Uw leerlingen zullen namelijk meer lessen nodig hebben om het kolomsgewijs optellen met behulp van geld onder de knie te krijgen.</p>
Bedoeling	In deze activiteit gaat het om het leren van kolomsgewijs optellen door opgaven in het getallengebied tot 1000 na te spelen met concreet geld.
Voorwaardelijke vaardigheden	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• hebben kennism gemaakt met splitsend optellen tot 100</li> <li>• kunnen getallen in het getallengebied tot 1000 decimaal splitsen: <math>536=500+30+6</math></li> <li>• kunnen positiewaarden optellen: <math>300+200</math>, <math>60+20</math>, <math>4+9</math>, <math>500+40+13</math>.</li> </ul>
Lesactiviteit	 <p><b>NIEUW!!</b></p> <p><b>JVC stereotoren voor slechts €442,- (incl. afstandsbediening)</b></p> <p><b>JVC geluidsboxen samen €236,-</b></p> <p><i>Eerst schatten</i></p> <p>Je ziet bovenstaande advertentie in een krant staan. De stereotoren en de boxen zijn best duur, maar je besluit ze toch te gaan kopen. Je</p>

hebt in de afgelopen schoolvakanties veel gewerkt en daarmee €600 bij elkaar gespaard. Kun je de stereo met geluidsboxen betalen? En als je €700 hebt gespaard, lukt het dan? Hoe kun je dit snel weten? Waar moet je dan op letten?

### *Nu precies*

Je vindt de stereotoren en de boxen wel duur, maar wil ze toch heel graag kopen. Je wilt weten hoeveel je precies moet betalen: €442 en €236.

Thuis zoek je je gespaarde geld op; briefjes van 100, van 10 en (munten) van 1. Je legt eerst €442 neer. En dan doe je net of je de geluidsboxen gaat betalen en legt er €236 bij.

U vertelt de leerlingen dat we gaan kijken hoeveel het bij elkaar is. Dit is het makkelijkst als de briefjes mooi gesorteerd liggen. Laat de leerlingen zelf deze ontdekking doen.



Met plustekens en een is-gelijk-teken verschijnt er een som:

The image shows a hand-drawn addition problem. Above the numbers are three groups of Euro banknotes and coins, corresponding to the numbers 600, 70, and 0. The equation is written as:  $600 + 70 + 0 =$

Kunnen de leerlingen nu opschrijven wat ze precies hebben gedaan? Eerst keken ze naar de honderdjes. Die waren 400 en 200 waard, dat is 600, enzovoort:

$$\begin{aligned}
 442 + 236 &= \\
 400 + 200 &= 600 \\
 40 + 30 &= 70 \\
 2 + 6 &= 8 \\
 600 + 70 + 8 &= 678
 \end{aligned}$$

De notatie is voor de leerlingen een hulpmiddel om bij te houden welke stappen er zijn genomen. Op den duur helpt het noteren ze ook om het geld los te laten.

### *Terug naar de schatting*

U kunt na het precies berekenen van het te betalen bedrag nog even de schatting controleren. Hebben de leerlingen goed geschat?

	<p><i>Een nieuwe som</i></p> <p>De hierboven beschreven aanpak wordt herhaald met een nieuwe som:</p> <p>je koopt iets van €248 en €135.</p> <p>Kunnen de kinderen deze som op dezelfde manier met behulp van het geld uitrekenen? Dus eerst met geld de bedragen neerleggen, dan bij elkaar leggen en per stapel de waarde bepalen. De waarden op een rij vormen de som van de tussenantwoorden. De procedure wordt door de leerling genoteerd. Het zou mooi zijn de kinderen vooraf eerst weer een schatting te laten maken in de trant van 'het is meer of minder dan €400'.</p> <p>Uiteraard is het van belang nog meer optelsommen in het getallengebied tot 1000 aan te bieden. U kunt hiervoor opgaven uit de methode gebruiken. Een andere mogelijkheid die kinderen aanspreekt is ze uit te nodigen zelf sommen te bedenken.</p>
Aanverwante toepassingen	Software op de cd-rom: 'Optellen en aftrekken tot 1000'.
Vervolg	<p>Het aanbieden van grotere sommen kan informatie opleveren over de mate waarin de leerlingen het kolomsgewijs rekenen hebben begrepen. Wanneer ze bijvoorbeeld de som <math>1535+1360</math> kunnen oplossen volgens de manier waarop ze zojuist hebben gerekend, hebben ze voldoende inzicht in de kolomsgewijze procedure opgebouwd.</p> <p>Bovendien, als dit lukt, levert het voor de leerlingen vaak een enorme succeservaring op!</p> <p>Voor briefjes van 1000 kunt u kopieerblad 5 gebruiken.</p>

<b>Titel</b>	<b>Kolomsgewijs optellen zonder geld</b>
Groep / niveau	Tweede helft groep 5.
Leerstofaspecten	Splitsend optellen volgens een standaardprocedure (=kolomsgewijs rekenen) in het getallengebied tot 1000. Er wordt op formeel niveau gerekend.
Benodigdheden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• optelopgaven in het getallengebied tot 1000 (bijvoorbeeld uit de reken-wiskundemethode)</li> <li>• eventueel namaakgeld om op terug te kunnen vallen (bestaand of van de kopieerbladen 2, 3 en 4)</li> </ul>
Organisatie	De activiteit kan in een kleine groep of met de hele klas plaatsvinden. Maar omdat sommige leerlingen al toe zijn aan het loslaten van het geld en andere nog niet, zal de instructie wellicht in groepjes plaatsvinden. Het is ook bij deze beschrijving aan te bevelen het aanbod over meerdere lessen uit te smeren. Uw leerlingen zullen namelijk meer lessen nodig hebben om het kolomsgewijs optellen zonder gebruik te maken van het geld onder de knie te krijgen. Vooral het noteren van de tussenstappen vraagt extra aandacht.
Bedoeling	Op formele wijze oplossen van optellingen in het getallengebied tot 1000 zonder gebruik te maken van concreet geld. De leerlingen kunnen bij het maken van de opgaven wel een voorstelling proberen te maken van het manipuleren met geld.
Voorwaardelijke vaardigheden	De leerlingen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• hebben kennisgemaakt met splitsend optellen tot 100</li> <li>• kunnen getallen in het getallengebied tot 1000 decimaal splitsen: <math>536=500+30+6</math></li> <li>• kunnen positiewaarden optellen: <math>300+200</math>, <math>60+20</math>, <math>4+9</math>, <math>500+80+13</math></li> <li>• begrijpen de stappen die bij het kolomsgewijs optellen worden genomen en kunnen deze stappen noteren.</li> </ul>
Lesactiviteit	De leerlingen gaan aan de slag met optellingen in het getallengebied tot 1000 zonder gebruik te maken van geld. U kunt de sommen inbedden in een verhaal (bijvoorbeeld het kopen van elektrische apparaten), maar dat is niet noodzakelijk. Belangrijk is wel dat u de kinderen herinnert aan het betalen met geld. Weten ze nog dat eerst de honderdjes, dan de tien en de enen pas als laatste aan bod komen? Voorbeelden van opgaven die aan de orde kunnen komen zijn: $583+368=$ $274+483=$ De procedure van het kolomsgewijs rekenen wordt door

	<p>de leerlingen genoteerd, dus:</p> $583+368=$ $500+300=800$ $80+ 60=140$ $3+ 8= 11$ $800+140+11=951$ <p>Ook hier geldt dat het van belang is te blijven oefenen. Dit kan met opgaven uit de methode, maar het kan ter afwisseling ook aardig zijn kinderen te vragen zelf sommen voor elkaar te bedenken.</p> <p><i>Als het moeilijk is ...</i></p> <p>Als blijkt dat het rekenen zonder het geld (dus op formeel somniveau) veel problemen oplevert, kunt u het geld weer gedeeltelijk inzetten. Bij een som als <math>369+145=</math> werkt dit als volgt:</p> <p>De leerlingen leggen 369 neer met het geld. Dan tellen ze er in gedachten 145 bij op:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• eerst 100, de leerlingen schrijven op: <math>300+100=400</math></li> <li>• dan 40, de leerlingen schrijven op: <math>60+40=100</math></li> <li>• tot slot 5, de leerlingen schrijven op: <math>9+5=14</math>.</li> </ul> <p>Dan volgt de optelling van de tussenantwoorden: <math>400+100+15=514</math>.</p> <p>Als dit ook goed lukt bij andere sommen kan het geld weer worden losgelaten. Wanneer ook het in gedachten bijvoegen van geld lastig blijkt, gaat u terug naar het niveau waarop de som met geld wordt uitgespeeld (zoals in de voorgaande lesbeschrijving).</p>
Aanverwante toepassingen	Software op de cd-rom: 'Optellen en aftrekken tot 1000'.

## Kolomsgewijs aftrekken

In dit hoofdstuk komt het kolomsgewijs aftrekken aan de orde. Bij aftrekken doen zich over het algemeen meer problemen voor dan bij het kolomsgewijs optellen. Zeker wanneer in de aftrekking een tiental wordt overschreden. De som  $382-135$  wordt aanzienlijk slechter gemaakt dan de opgave  $382-131$ .

Voor het kolomsgewijs leren aftrekken kunnen de volgende fasen worden onderscheiden:

- kolomsgewijs aftrekken met behulp van geld
- kolomsgewijs aftrekken met tekorten
- kolomsgewijs aftrekken zonder geld.

Er wordt, evenals bij het optellen, gebruikgemaakt van (namaak)geld. Geld ondersteunt het leerproces:

- *bij het decimaal opsplitsen van getallen*  
Door de bedragen met geld neer te leggen, ervaren de leerlingen de opbouw (samenstelling) van getallen in honderdjes, tien en enen.
- *om de denkstappen van de procedure inzichtelijk te maken*  
Eerst de honderdjes van elkaar aftrekken, dan de tien en tot slot de enen.
- *bij het inzichtelijk maken van een tekort*  
Een veel voorkomende fout bij een aftrekking als ' $652-239$ ' is dat kinderen de 9 niet van 2 kunnen aftrekken en ze daarom maar omdraaien: 9 eraf 2 gaat namelijk wel. Met deze oplossing hebben ze echter de som veranderd in  $659-232$ . Door gebruik te maken van het geld zien de leerlingen dat er maar twee euro's zijn en ervaren ze aan den lijve dat ze er 7 'te kort' komen. Die moeten nog worden afgetrokken. Experimenten in het S(B)O leren dat het geld leerlingen uitnodigt tot het zelf bedenken van oplossingen voor het hierboven genoemde tekortenprobleem.

Zoals eerder vermeld, kunt u het rekenen met geld alleen aanbieden wanneer de biljetten voor de leerlingen betekenis hebben. Dat ze dus weten dat zeven briefjes van 10 zeventig waard zijn en niet zeven. Voor meer informatie hierover verwijzen we naar het katern 'De waarde van geld' (nog te verschijnen).

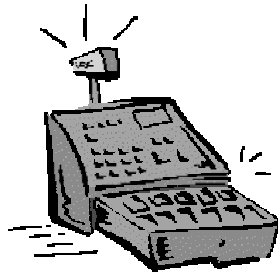
In de volgende paragrafen staan toelichtingen bij de onderscheiden fasen in het kolomsgewijs leren aftrekken. Ze worden opgevolgd door de bijbehorende lesbeschrijvingen.

### Kolomsgewijs aftrekken met behulp van geld

Ook voor het aftrekken kiezen we een context waaraan we de opgave koppelen. In dit geval een kassa waaruit geld wordt gehaald. Deze situatie is met het namaakgeld eenvoudig na te spelen. Natuurlijk kan ook een andere situatie worden gekozen die leerlingen meer aanspreekt.

In deze eerste fase lossen we alleen opgaven op waarin we binnen het tiental en honderdtal blijven, zodat het tekortenprobleem zich nog niet voordoet.

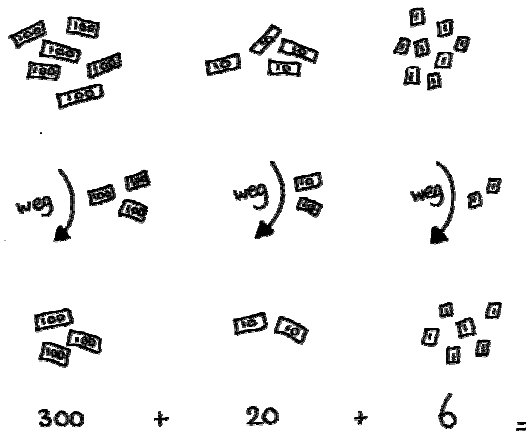
De leerlingen beelden zich in dat in een kassa €648 zit. Iemand haalt er vervolgens €322 uit. De vraag aan de leerlingen is een schatting te maken van het geld dat in de kassa is overgebleven; zit er volgens hen nog meer of minder dan €300 in de kassa?



Bij het aftrekken starten we dus eveneens met het maken van een schatting om de aandacht te vestigen op de hoogste positiewaarde. Zo weten we al bij benadering hoe groot het antwoord ongeveer zal zijn en sluiten we aan bij het kolomsgewijs rekenen waarbij ook eerst naar de ‘grote brokken’ wordt gekeken.

Om vervolgens precies uit te rekenen wat er in de kassa is overgebleven, hebben de leerlingen weer namaakgeld (briefjes van 100 en 10 en briefjes/munten van 1) tot hun beschikking en kunnen ze de situatie van de som naspelen.

Ze doen €648 in hun denkbeeldige kassa en halen er €322 uit, te beginnen bij de honderdjes, dan de tien en tot slot de enen.





De som die overblijft is om te bepalen hoeveel geld er nog in de kassa zit:  $300+20+6$ . De handelingen worden als volgt genoteerd door de leerling of in eerste instantie nog door de leerkracht:

$$\begin{array}{r} 648 - 322 = \\ 600 - 300 = 300 \\ 40 - 20 = 20 \\ 8 - 2 = 6 \\ 300 + 20 + 6 = \underline{326} \end{array}$$

Ook hier geldt dat de getallen uit de som (648 en 322) naast elkaar en onder elkaar kunnen worden genoteerd.

#### *Wat kan moeilijk zijn voor de leerlingen?*

Voor sommige kinderen is het lastig te doorgronden dat de tussenuitkomsten van een aftrekking zonder tientaloverschrijding bij elkaar worden opgeteld. Remco is zo'n leerling en trekt zijn tussenantwoorden bij de som  $648-322$  van elkaar af, omdat het nu eenmaal om een 'min-som' gaat. In het onderstaande leest u hoe Remco, Youssef<sup>7</sup> en de leraar-onderzoeker hierover een gesprek houden.

- Youssef: Ik heb het hele antwoord al. 326.  
Leraar: En wat denk jij Remco?  
Remco: Ook 326.  
Leraar: Hoe heb je dat gedaan? Dan gaat Youssef met jou meedenken.  
Remco: Ik had 600 eraf 300.  
Dan doe ik dit eraf (wijst naar  $40-20=20$ ), dat is 280.  
En dan haal ik 6 eraf.  
Dan heb ik 274.  
Leraar: Helemaal uit je hoofd, knap hoor. Ligt er op tafel ook nog 274? 322 euro hebben we weggehaald. Zit er nog 274 euro in de kassa?

Youssef en Remco zien samen dat er in de kassa (op tafel) nog 326 euro zit.

- Leraar: Er gebeurt eigenlijk iets gek. Remco zegt dat er nog 274 euro in de kassa zit. En jij, Youssef, zegt 326 euro. Hoe kan dat nu?

Youssef en Remco weten niet precies wat er gebeurde. De leraar herhaalt wat Remco heeft gedaan.

- Leraar: Remco, weet je nog waarom je alles eraf deed?  
Remco: Omdat het een min-som is.  
Leraar: Maar we hadden er toch al 322 euro vanaf gehaald?  
Remco: Ja.  
Leraar: En toen ging je 20 en 6 ook van 300 af doen.

De leraar legt een link met het geld dat nog op tafel ligt.

- Leraar: Je mag wat je over hebt bij elkaar optellen. Anders raak je nog meer kwijt uit je kassa!

---

<sup>7</sup> Remco en Youssef zitten op een school voor speciaal basisonderwijs. Ze zijn op het moment van het interview in de klas bezig met de getalverkenning tot 1000.

Om tot het inzicht te komen dat de tussenuitkomsten in dit geval bij elkaar moeten worden opgeteld, speelt het *geld* een belangrijke rol. De optelling krijgt betekenis als de kinderen zien dat de optelling bedoeld is om na te gaan hoeveel geld er ná de aftrekking nog op tafel ligt.

Het kan waardevol zijn bij dit probleem reflectie uit te lokken. Laat de kinderen, ook als ze de tussenuitkomsten wel optellen, nadenken over deze handeling. Mag je eigenlijk wel optellen als het een erafsom is? Is dat niet een beetje raar?

Ricardo<sup>8</sup> vindt het niet gek dat er plusjes tussen de tussenuitkomsten staan terwijl het een min-som is. Hij licht dit toe: ‘Als je hebt weggehaald wat weg moet, dan moet je de rest nog even optellen om te zien hoeveel je nog over hebt.’

### **Kolomsgewijs aftrekken met tekorten**

Een aftrekking wordt in deze tweede fase weer met geld nagespeeld. We beginnen met de som: In de kassa zit €323. Iemand haalt er €115 uit. Hoeveel euro blijft er in de kassa over?’<sup>9</sup>

We zien dat er vijf euro moet worden afgehaald, maar dat er maar drie in de kassa zitten. Er ontstaat dus een *tekort* bij de eenheden. Het is van belang dat de leerlingen zélf een oplossing bedenken voor dit probleem. Ze kunnen bijvoorbeeld voorstellen om eerst drie enen weg te halen (dan blijven er geen enen meer over) en om dan later in gedachten nog twee enen van het totaal af te halen. Of ze lenen twee enen bij de bank en geven deze later weer terug door ze van het totaal af te trekken.<sup>10</sup>

De notatie van de tussenstappen kan er als volgt uitzien:

$$\begin{array}{r} 323 - 115 = \\ 300 - 100 = 200 \\ 20 - 10 = 10 \\ 3 - 5 = -2 \\ 200 + 10 - 2 = \underline{208} \end{array}$$

---

<sup>8</sup> Ricardo zit op een school voor speciaal basisonderwijs. Hij is op het moment van het interview in de klas begonnen met de getalverkenning tot 1000.

<sup>9</sup> Uiteraard kan de som 323–115 ook eenvoudiger worden opgelost door 300–100 te doen en vervolgens 23–15. Normaal gesproken is er in de les ruimte voor verschillende mogelijke oplossingen. In dit katern richten we ons echter op het kolomsgewijs rekenen en wordt de opgave 323–115 volgens een vaste procedure opgelost.

<sup>10</sup> Een andere mogelijke inbreng van de kinderen is het voorstel om een tien in te wisselen voor tien enen. Voor meer informatie over deze oplossing verwijzen we naar de paragraaf ‘Wat kan moeilijk zijn?’ op bladzijde 27-29.

De notatie  $-2$  heeft alleen zin als daar voor de leerlingen een *betekenis* aan vastzit. Het is daarom ook hier beter leerlingen eerst zelf een notatie te laten bedenken die bij hun eigen oplossing past. Zoals Max en Sultan, beide leerlingen uit het speciaal basisonderwijs, bijvoorbeeld doen:

$$\begin{array}{r}
 514 - 309 = 205 \\
 500 = 300 = 200 \\
 10 - 0 = 10 \\
 4 - 9 = 0 \\
 \text{nog 5 er af halen}
 \end{array}$$

Max

$$\begin{array}{r}
 323 - 115 = \\
 300 - 100 = 200 \\
 20 - 10 = 10 \\
 3 - 5 = 2^- \\
 200 + 10 - 2 = 208
 \end{array}$$

Sultan

Het kan voor kinderen al heel duidelijk en betekenisvol zijn om ‘te kort’ of ‘moet er nog af’ voluit op te schrijven zoals we zien in het werk van Max. Later kan erop worden aangestuurd de officiële, minder informele notatie van

$-2$ , te gebruiken.

Vervolgens oefenen de leerlingen meer sommen met een tekort, niet alleen in de eenheden, maar ook tekorten in de tientallen.

#### *Wat kan moeilijk zijn voor de leerlingen?*

Een behoorlijk grote groep kinderen is geneigd het probleem van het tekort op te lossen door de eenheden (of tienten) om te draaien en er zo voor te zorgen dat de aftrekking wel mogelijk is. Hiermee veranderen ze echter de som. Het gebruik van geld kan van grote waarde zijn om deze leerlingen te laten ervaren dat je de eenheden (of tienten) niet zomaar mag verwisselen. Als er twee enen op tafel liggen moet je het daarmee doen ook als je er meer, bijvoorbeeld zeven, vanaf moet halen. Het geld stuurt aan op het besef dat je er in dit geval vijf *te kort* komt om de aftrekking te kunnen uitvoeren.

Hamid en Kimberley<sup>11</sup> liepen bij de som  $452-137$  ook tegen het tekortenprobleem aan en zochten naar een oplossing:

$$400 - 100 = 300$$

$$50 - 30 = 20$$

Tot dusver geen probleem, maar...  $2-7$  ...

Leerling: Dat gaat niet.

Leerling: Nee, het is nul.

We nemen nu het geld erbij; er liggen twee euro's. Hamid en Kimberley zien dat je die twee kunt weghalen en ze doen dat.

Leraar: Ja, er zijn al twee euro's weggehaald, maar hoe moet dat nu met die 5?

<sup>11</sup> Hamid en Kimberley zitten op een school voor speciaal basisonderwijs. Ze zijn op het moment van het interview net begonnen met het rekenen tot 1000.

Leerling: Dat is vijf min.  
Leraar: Mooi, vijf min, je mag ook zeggen: min vijf.

De kinderen nemen dat direct over en zeggen:  
'Ja, min vijf' en ze schrijven dat ook op:  $-5$ .

Belangrijk is de leerlingen ruimte te geven om zelf oplossingen te bedenken en hier als leerkracht ook serieus op in te gaan. 'Vijf min' is helemaal geen probleem mits de gedachte erachter klopt.

Het principe van meegaan in informele oplossingen van kinderen kan soms ook tot een dilemma leiden. Sommige oplossingen zijn heel mooi, maar kunnen bij de kolomsgewijze aanpak tot verwarring leiden. Eerder werd in een voetnoot al ingegaan op zo'n situatie waarin kinderen voorstellen via inwisselen het tekort op te lossen.

Aan het woord zijn Jelle en Nigel<sup>12</sup> met de opgave 323–115.

Leraar: En nu de enen. (3–5)

Jelle en Nigel denken lang na en overleggen, maar ze komen er niet uit.

Leraar: Doe het eens met geld.  
Nigel: Het ken niet, drie en vijf eraf.  
Leraar: Wat doet de juffrouw in de winkel?  
Jelle: Oh ja, ik leen twee euro van u.

Na enig heen-en-weer geschuif geven Jelle en Nigel het op, want de leraar wil die geleende twee euro's weer terug natuurlijk.

Op verzoek van Jelle wisselt de leraar een briefje van tien in voor tien losse euro's. Als ze dit zien, breekt plotseling bij beide leerlingen een inzicht door. 'Oh ja, nu halen we 5 eraf, het is 208.'

We zien in het bovenstaande fragment dat het manipuleren met het namaakgeld ook een andere rekenvorm uitlokt, namelijk die van het cijferen. Op het moment dat Jelle voorstelt een briefje van 10 euro in te wisselen voor tien losse euro's past hij de techniek van het cijferend aftrekken toe (inwisselen of lenen).

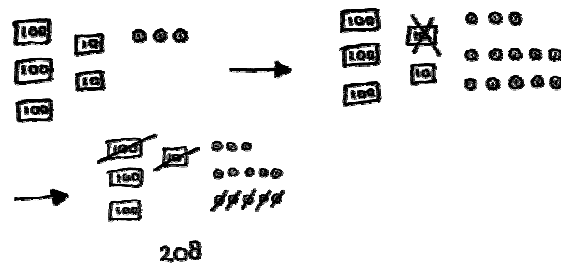
Het is goed oog te hebben voor dergelijke initiatieven van kinderen en deze te waarderen. Echter, deze oplossing sluit niet aan bij de werkwijze die bij het kolomsgewijs rekenen wordt toegepast.

In de volgende afbeelding lichten we aan de hand van een geldsituatie het verschil tussen de cijferaanpak (inwisselen) en de kolomsgewijze aanpak (tekorten) toe. We gaan uit van de opgave 323–115.

---

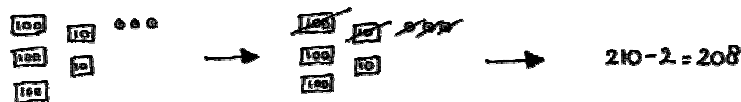
<sup>12</sup> Jelle en Nigel zitten op een school voor speciaal basisonderwijs. Ze rekenen op het moment van het interview in het getalengebied tot 100 en zijn begonnen met de getalverkenning tot 1000.

Cijferaanpak: inwisselen  
 $323 - 115 =$



3-5 gaat niet. Wissel een tientje in voor tien enen. Nu liggen er dertien enen, waarvan er wel vijf kunnen worden weggenomen. Na de aftrekking van €115 blijft er €208 op tafel liggen.

Kolomsgewijze aanpak: tekorten  
 $323 - 115 =$



3-5 gaat niet. €113 kan ik wel weghalen, maar dat is twee te weinig. Die haal ik in gedachten af van het bedrag dat nog op tafel is blijven liggen:  $210 - 2 = 208$ .

Twee aanpakken met een verschillende gedachte erachter en die ook leiden tot twee verschillende standaardprocedures. Wat kunt u, als leerkracht, nu doen?

U kunt Jelle en Nigel uitnodigen tot het bedenken van nóg een oplossing, een andere oplossing. Stel dat er bijvoorbeeld geen geld aanwezig is, dan kan er niet gewisseld worden. (Door het geld dat niet voor de som gebruikt wordt weg te halen, komen kinderen minder snel in de verleiding om te vragen of een tien voor tien enen kan worden ingewisseld.)

Verder kunt u voorstellen dat de kinderen het tekort best even mogen lenen om de aftrekking mogelijk te maken. Maar ... dan moeten ze het wel weer teruggeven, waardoor het tekort alsnog van de einduitkomst moet worden afgetrokken.

Met het oog op het inzicht in de tekorten is het soms ook van belang om hints te geven en de leerlingen daarmee een stukje op weg te helpen. Maar dan wel zonder het helemaal voor te zeggen waardoor het voor de leerlingen toch nog een onbegrepen handeling zou kunnen worden.

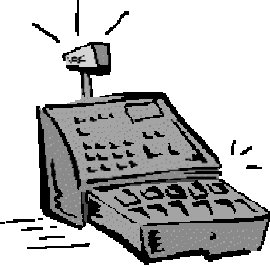
### **Kolomsgewijs aftrekken zonder geld**

Wanneer leerlingen laten merken het geld niet meer nodig te hebben kan het achterwege blijven. (Vaak vinden ze het dan te veel werk om de bedragen neer te leggen en ervaren ze het als overbodig.) Het noteren van de tussenstappen is nu extra belangrijk als vervanging van de handelingen met concreet geld.

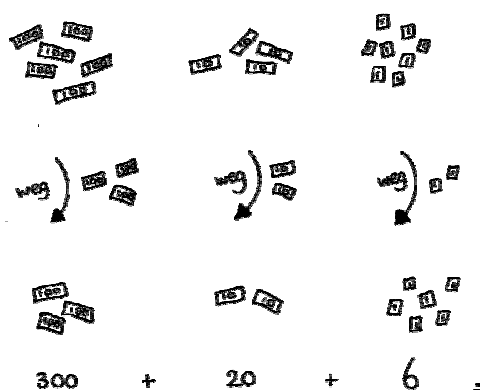
Mocht blijken dat het rekenen zonder het geld een te grote overstap betekent dan kan naar een middenweg worden gezocht, bijvoorbeeld door gedeeltelijk gebruik te maken van het geld. Bij een som als  $475-139$  legt de leerling dan eerst met het geld €475 neer. Vervolgens wordt €139 er in *gedachten* van afgetrokken. Eerst 100 (opschrijven:  $400-100=300$ ), dan 30 ( $70-30=40$ ) en tot slot 9 (eerst 5 eraf en onthouden dat er later nog 4 afmoeten). Dan volgt de berekening van de einduitkomst:  $300+40-4=336$ .

### **Lesbeschrijvingen**

In deze paragraaf vindt u de drie fasen in het kolomsgewijs leren aftrekken uitgewerkt in lesbeschrijvingen. Besteedt u gerust meerdere lessen aan één lesbeschrijving, zeker als het gaat om de lessen waarin het tekortenprobleem centraal staat. Hierin wordt door de leerlingen namelijk een belangrijk inzicht opgedaan. Een inzicht, dat van groot belang is voor het verdere rekenen in het getallengebied tot 1000 en verder. Wacht bij leerlingen die nog veel steun aan het geld ondervinden gerust wat langer met het loslaten ervan.

<b>Titel</b>	<b>Kolomsgewijs aftrekken met behulp van geld</b>
Groep / niveau	Tweede helft groep 5.
Leerstofaspecten	Splitsend aftrekken volgens een standaardprocedure (=kolomsgewijs rekenen) in het getallengebied tot 1000. Er wordt op formeel niveau gerekend, met ondersteuning van geld.
Benodigheden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• voor elke leerling namaakgeld (bestaand of van de kopieerbladen 2, 3 en 4)</li> <li>• aftrekepgaven zonder tientaloverschrijding in het getallengebied tot 1000 (bijvoorbeeld uit de rekenwiskundemethode)</li> </ul>
Organisatie	De activiteit kan in een kleine groep of met de hele klas plaatsvinden. Het meest ideaal is als iedere leerling over namaakgeld kan beschikken.
Bedoeling	In deze les staat het kolomsgewijs aftrekken zonder tientaloverschrijding centraal. De handelingen bij deze standaardprocedure vloeien voort uit het manipuleren met concreet aanwezig (namaak)geld.
Voorwaardelijke vaardigheden	De leerlingen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• hebben kennism gemaakt met splitsend aftrekken in het getallengebied tot 100</li> <li>• kunnen getallen in het getallengebied tot 1000 decimaal splitsen: <math>536=500+30+6</math></li> <li>• kunnen positiewaarden aftrekken (<math>300-200</math>, <math>60-20</math>, <math>9-4</math>) en de tussenantwoorden optellen (<math>100+40+5</math>)</li> <li>• beheersen de principes van het kolomsgewijs optellen en kunnen de stappen in deze procedure noteren.</li> </ul>
Lesactiviteit	 <p><i>Eerst schatten</i></p> <p>In deze kassa zit €648. Iemand haalt er €322 uit. Wat denk je, zit er nog meer of minder dan €300 in de kassa? Hoe heb je gedacht?</p> <p><i>Nu precies</i></p> <p>Je wilt nu weten hoeveel er precies in de kassa is overgebleven nadat iemand er €322 uit haalde.</p>

U vertelt de leerlingen dat we de som weer met geld kunnen naspelen. Ze doen €648 in hun denkbeeldige kassa. Daarna halen ze volgens de principes van het kolomsgewijs rekenen €322 uit de kassa (dus eerst de honderdjes, dan de tien en tot slot de enen). Vervolgens stellen de leerlingen vast welk bedrag in de kassa is overgebleven.



De tussenantwoorden 300, 20 en 6 worden net als bij het optellen weer in een somnotatie opgeschreven door er plussen, en zo nodig minnen, tussen te zetten.

De leerlingen oefenen met de notatie van de tussenstappen zoals hieronder. Ze leren dat ze met de notatie precies kunnen bijhouden wat ze hebben gedaan, net als bij het optellen.

$$\begin{aligned}
 648 - 322 &= \\
 600 - 300 &= 300 \\
 40 - 20 &= 20 \\
 8 - 2 &= 6 \\
 300 + 20 + 6 &= \underline{326}
 \end{aligned}$$

#### *Terug naar de schatting*

U kunt na het precies berekenen van het overgebleven bedrag in de kassa nog even de schatting controleren. Hebben de leerlingen goed geschat?

#### *Een nieuwe som*

De hierboven beschreven aanpak wordt herhaald met een nieuwe som:

Nu zit er €476 in de kassa en iemand haalt er €234 uit. Hoeveel geld blijft er in de kassa over?

Kunnen de kinderen deze som op dezelfde manier met het geld uitrekenen? De procedure wordt door de



	<p>leerlingen genoteerd. Het zou mooi zijn de kinderen vooraf eerst weer een schatting te laten maken in de trant van 'is het meer of minder dan €200'.</p> <p>Uiteraard is het van belang nog meer aftrekkingen zonder tentaloverschrijding in het getallengebied tot 1000 aan te bieden. U kunt hiervoor opgaven uit de methode gebruiken. Een andere mogelijkheid die kinderen aanspreekt is ze uit te nodigen zelf sommen voor elkaar te bedenken.</p> <p><i>Reflecteren: nadenken over de handelingen</i></p> <p>In de vorige sommen moest je <math>300+20+6</math> en <math>200+40+2</math> uitrekenen. Dat zijn erbij-sommen. Mag dat eigenlijk wel als het een eraf-som is? Is dat niet een beetje raar?</p> <p>Met deze reflecterende vragen worden de leerlingen zich nog meer bewust van de procedure 'kolomsgewijs aftrekken'.</p>
Aanverwante toepassingen	Software op de cd-rom: 'Optellen en aftrekken tot 1000'.
Vervolg	<p>Door opgaven aan te bieden met grotere getallen (boven de 1000) wordt duidelijk of de leerlingen het principe van het kolomsgewijs aftrekken doorhebben.</p> <p>In de kassa zit €2365. Iemand haalt er €1230 uit. Hoeveel euro blijft er in de kassa over?</p> <p>Kun je deze som op dezelfde manier oplossen als de sommen die we eerder hebben geoefend? Hoe kun je dat doen? Probeer het eens.</p> <p>Laat de leerlingen zelf een oplossing bedenken. Briefjes van 1000 ontbreken, maar kunnen op verzoek van de leerlingen worden toegevoegd.</p>

<b>Titel</b>	<b>Kolomsgewijs aftrekken met tekorten</b>
Groep / niveau	Tweede helft groep 5.
Leerstofaspecten	Splitsend aftrekken volgens een standaardprocedure (=kolomsgewijs rekenen) in het getalengebied tot 1000. Er wordt op formeel niveau gerekend, met ondersteuning van geld.
Benodigheden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• voor elke leerling namaakgeld (bestaand of van de kopieerbladen 2, 3 en 4)</li> <li>• aftrekopgaven met tientaloverschrijding in het getalengebied tot 1000 (bijvoorbeeld uit de rekenwiskundemethode)</li> </ul>
Organisatie	<p>De activiteit kan in een kleine groep of met de hele klas plaatsvinden.</p> <p>Het meest ideaal is als iedere leerling over namaakgeld kan beschikken.</p> <p>Het is aan te bevelen het aanbod uit deze beschrijving over meerdere lessen uit te smeren. Uw leerlingen zullen namelijk meer lessen nodig hebben om het kolomsgewijs aftrekken met een tekort onder de knie te krijgen.</p>
Bedoeling	In deze les staat het kolomsgewijs aftrekken met tientaloverschrijding waardoor een tekort optreedt centraal. Concreet aanwezig namaakgeld dient ter ondersteuning van het oplossen van dit tekortenprobleem.
Voorwaardelijke vaardigheden	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• hebben kennisgemaakt met splitsend aftrekken in het getalengebied tot 100</li> <li>• kunnen getallen in het getalengebied tot 1000 decimaal splitsen: <math>536=500+30+6</math></li> <li>• kunnen positiewaarden aftrekken (<math>300-200</math>, <math>60-20</math>, <math>9-4</math>) en de tussenantwoorden optellen (<math>100+40+5</math>) en zo nodig aftrekken (<math>400+30-5</math> en <math>500-40+8</math>)</li> <li>• beheersen de principes van het kolomsgewijs optellen en aftrekken (zonder tientaloverschrijding) en kunnen hun rekenstappen noteren.</li> </ul>
Lesactiviteit	<p><i>Sommen met een tekort</i></p> <p>In de kassa zit €323. Iemand haalt er €115 uit. Hoeveel euro blijft er in de kassa over?</p> <p>U nodigt de leerlingen uit het bedrag van €323 in de denkbeeldige kassa te doen. Het geld dat overblijft nadat de kassa is gevuld komt bij de 'bank' te liggen. Daar kunnen de leerlingen bij het rekenen met een tekort eventueel gebruik van maken.</p> <p>Vervolgens halen de leerlingen er €115 uit. Wat blijft er over in de kassa? (U kunt trouwens ook voor een andere situatie dan die van de kassa kiezen.)</p>

	<p>Er ontstaat een tekort van twee enen: er liggen namelijk drie enen en er moeten er vijf worden weggehaald. Laat de leerlingen zelf een oplossing bedenken voor dit probleem. Mogelijke ideeën waar kinderen mee kunnen komen vindt u op bladzijde 27 van dit katern.</p> <p>De notatie van de tussenstappen ziet er als volgt uit:</p> $323 - 115 =$ $300 - 100 = 200$ $20 - 10 = 10$ $3 - 5 = -2$ $200 + 10 - 2 = \underline{208}$ <p>De notatie <math>-2</math> heeft alleen zin als daar voor de leerlingen een betekenis aan vastzit, namelijk 'ik kom twee enen te kort die ik later van het totaal afhaal'. Daarom is het beter de leerlingen zelf een notatie te laten bedenken die bij hun eigen oplossing past. Later kunt u aansturen op de officiële, minder informele notatie. Het kan ook al helpen 'tekort' of 'moet er nog af' voluit op te schrijven.</p> <p><i>Nieuwe sommen</i></p> <p>Nu zit er €514 in de kassa en iemand haalt er €273 uit. Hoeveel geld blijft er in de kassa over.</p> <p>De opgave wordt weer met geld nagespeeld. Mogelijke opgaven met een tientaloverschrijding die u kunt aanbieden zijn in de reken-wiskundemethode te vinden.</p>
Aanverwante toepassingen	Software op de cd-rom: 'Optellen en aftrekken tot 1000'.
Vervolg	Laat de leerlingen voor klasgenoten sommen bedenken waarbij het tekortenprobleem zich voordoet. Als een leerling komt met een opgave als $478-236$ weet u dat hij of zij het tekortenprobleem nog niet herkent. Leerlingen die sommen met een tekort aan tien of enen bedenken hebben het uiteraard wel begrepen en zijn wellicht toe aan een volgende stap. Zij kunnen proberen de sommen op te lossen zonder gebruik te maken van het geld.

<b>Titel</b>	<b>Kolomsgewijs aftrekken zonder geld</b>
Groep / niveau	Tweede helft groep 5.
Leerstofaspecten	Splitsend aftrekken volgens een standaardprocedure (=kolomsgewijs rekenen) in het getallengebied tot 1000. Er wordt op formeel niveau gerekend.
Benodigdheden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• aftrekopgaven met en zonder tientaloverschrijding in het getallengebied tot 1000 (bijvoorbeeld uit de reken-wiskundemethode)</li> <li>• eventueel namaakgeld om op terug te kunnen vallen (bestaand of van de kopieerbladen 2, 3 en 4)</li> </ul>
Organisatie	De activiteit kan in een kleine groep of met de hele klas plaatsvinden. Maar doordat sommige leerlingen al toe zijn aan het loslaten van het geld en andere nog niet, zal de instructie wellicht in groepjes plaatsvinden. Het is ook bij deze beschrijving aan te bevelen het aanbod over meerdere lessen uit te smeren. Uw leerlingen zullen namelijk meer lessen nodig hebben om het kolomsgewijs aftrekken zonder gebruik te maken van het geld, en in het bijzonder het noteren van de tussenstappen, onder de knie te krijgen.
Bedoeling	Op formele wijze oplossen van aftrekkingen in het getallengebied tot 1000 zonder gebruik te maken van concreet geld. De leerlingen kunnen bij het maken van de opgaven wel denken aan het manipuleren met geld.
Voorwaardelijke vaardigheden	De leerlingen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• hebben kennisgemaakt met splitsend aftrekken in het getallengebied tot 100</li> <li>• kunnen getallen in het getallengebied tot 1000 decimaal splitsen: <math>536=500+30+6</math></li> <li>• kunnen positiewaarden aftrekken (<math>300-200</math>, <math>60-20</math>, <math>9-4</math>) en de tussenantwoorden optellen (<math>100+40+5</math>) en zo nodig aftrekken (<math>400+30-5</math> en <math>500-40+8</math>)</li> <li>• beheersen de principes van het kolomsgewijs optellen en aftrekken en kunnen hun rekenstappen noteren</li> <li>• doorzien het tekortenprobleem en kunnen daar een oplossing voor vinden.</li> </ul>
Lesactiviteit	De leerlingen gaan aan de slag met diverse aftrekkingen in het getallengebied tot 1000 zonder gebruik te maken van het geld. Belangrijk is weer, net als bij het optellen op formeel niveau, dat u de leerlingen herinnert aan het geld. Daaraan kunnen ze steun hebben.  <i>Als het moeilijk is ...</i> Als blijkt dat het rekenen zonder het geld (dus op formeel somniveau) veel problemen oplevert, kunt u het

	<p>geld gedeeltelijk inzetten. Bij een opgave als <math>475-139</math> gaat dit als volgt:  De leerlingen leggen 475 neer met het geld. Dan halen ze er in gedachten 139 vanaf.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• eerst 100, de leerlingen schrijven op: <math>400-100=300</math></li> <li>• dan 30, de leerlingen schrijven op: <math>70-30=40</math></li> <li>• tot slot 9, de leerlingen schrijven op: <math>5-9=4</math> tekort of <math>-4</math>.</li> </ul> <p>Dan volgt de berekening van de einduitkomst:  <math>300+40-4=336</math>.</p> <p>Als dit met andere sommen ook goed lukt kan het geld weer worden losgelaten. Wanneer ook het in gedachten wegnemen van geld lastig blijkt, gaat u terug naar het niveau waarop de som met geld wordt uitgespeeld.</p>
Aanverwante toepassingen	Software op de cd-rom: 'Optellen en aftrekken tot 1000'.



## **Kopieerbladen**