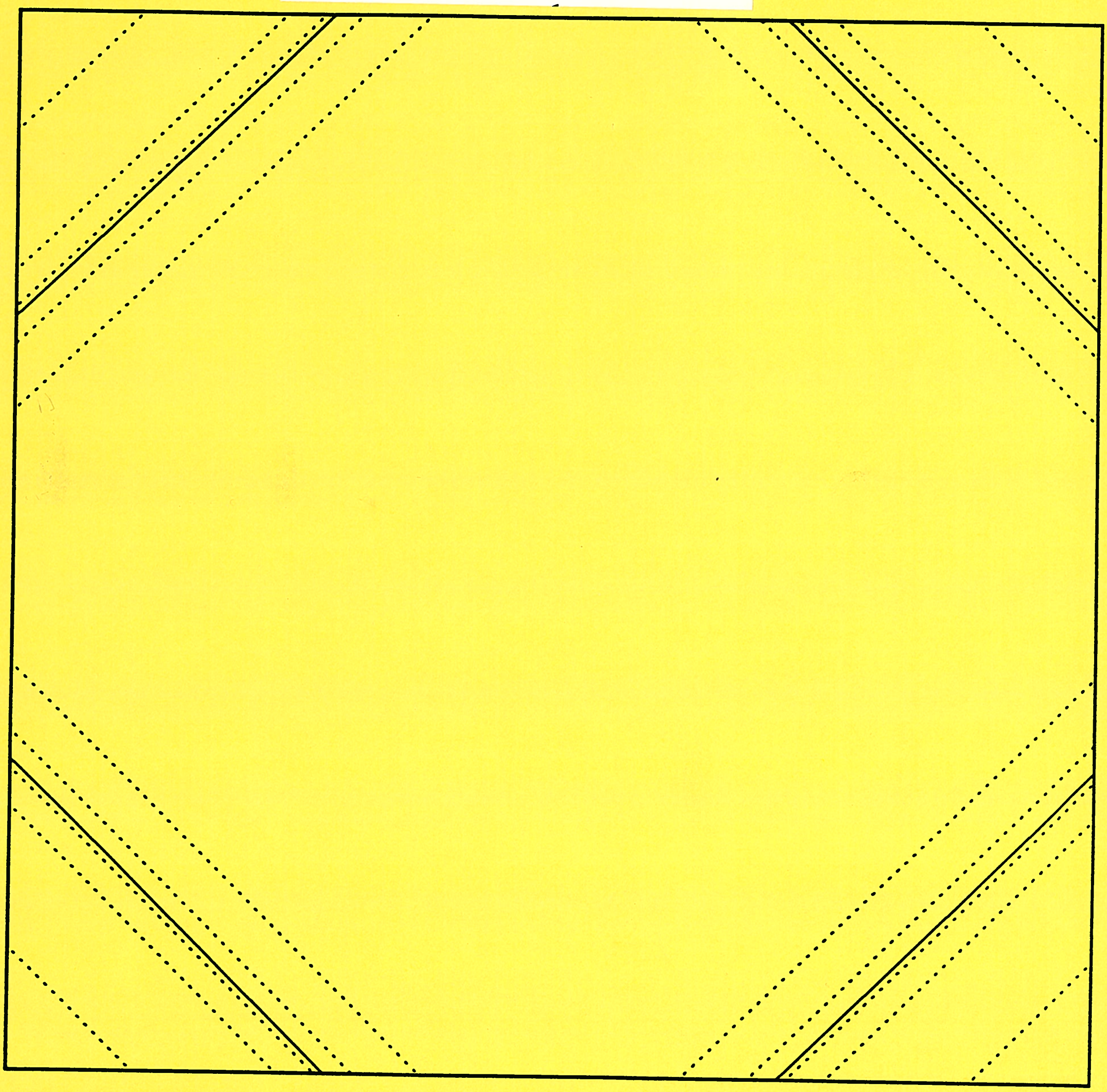
oktober 1991

experimentele versie



Ergens Ertussen

leerlingentekst

inhoud

Publicatie in het kader van het project
Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs

Ontwerp: Aad Goddijn

A: getal raden

Een spel voor twee

Dit is een spel voor twee personen.
De een is de WETER, de ander de RADER.

spelregels

De WETER bedenkt een getal onder de honderd.
De RADER moet dat getal vinden. Die mag een getal zeggen en dan zegt de WETER:
"Te groot" of **"Te klein"** of **"Goed!"**.

Méér mag er niet gezegd worden. De RADER mag wel iets opschrijven. De RADER probeert natuurlijk het getal in zo weinig mogelijk beurten te vinden.

1. Doe het spel met zijn tweeën. Ieder is een keer WETER en een keer RADER.
Hoeveel keer raden hadden jullie nodig?

Jijzelf : . . . . . keer
Je maat : . . . . . keer

2. De RADER kan het handig zo opschrijven:

30	te klein
90	te groot
25	te klein
...	...

Er is dus geprobeerd: 30, 90, 25.
Waarom is die 25 niet zo handig gekozen?

3. Een andere RADER deed:

95	groot
5	klein
93	groot
...	...

Wat vind je van beginnen met 95 ?

En van doorgaan met 93?

4. Wat is een goed getal om mee te beginnen?

5. Na de eerste beurt is het meestal "Te klein" of "Te groot". Wat is in die twee gevallen een goede keus voor de tweede beurt?

6. Speel nu nog een paar keer hetzelfde spel.
Probeer het steeds in 7 beurten voor elkaar te krijgen. Dat kan!

ergens ertussen en middenin

samenvatting

Je hebt een tactiek geleerd om getallen waar je niets van weet toch te vinden.

Daarbij spelen twee dingen een grote rol:

ergens ertussen
middenin

7. Dat van ergens ertussen, dat had je zelf vast al gedaan. Maar in een van de voorbeelden gebeurde dat niet. Welk voorbeeld?

8. En "middenin". Bij welke vraag bleek dat dat toch ook wel handig is?

9. Speel het spel nog eens (ieder één keer), maar nu met de getallen tussen -2500 en 3500.
Schrijf weer op hoeveel keer raden je nodig had.

   Jijzelf : ..... keer
   Je maat : ..... keer

   Kan het nu altijd in 7 beurten?

10. Speel het ook eens met de getallen tussen 2 en 3. Maar nu mogen getallen met komma's ook mee doen.

11. Als kommagetallen mee mogen doen, zou het dan altijd in 10 beurten te doen zijn? Waar zou dat van afhangen?

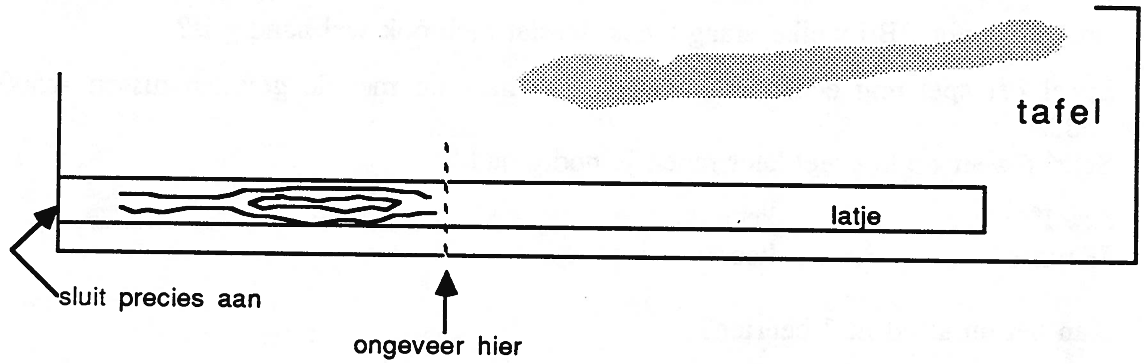
B: het midden van de lat

zonder liniaal

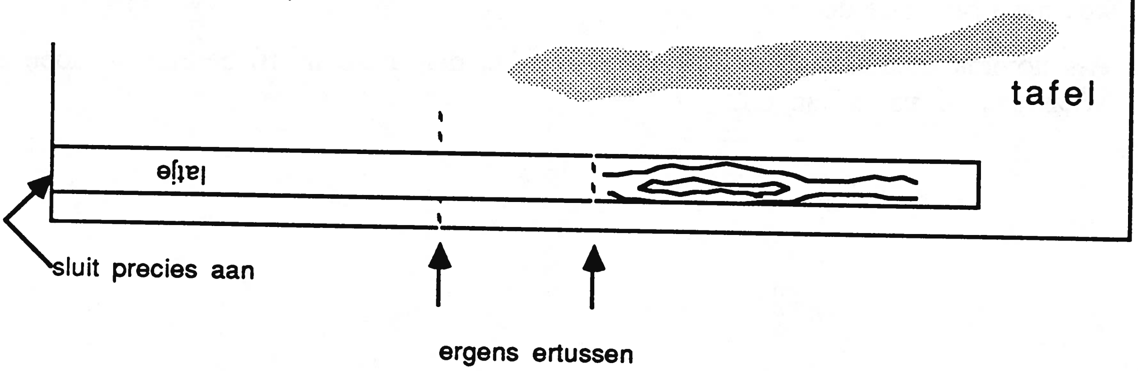
Stel je voor: je moet het midden van een lat vinden, het moet heel precies en je hebt geen liniaal.

Dat gaat dan zo:

Leg de lat op tafel, het eind juist tegen de kant.
Zet een streepje waar je denkt dat het midden ongeveer is. (Het hoeft nog niet precies).
De streep loopt op de lat èn op de tafel.



Draai de lat nu om:



Ergens ertussen had het streepje moeten staan.
Nu kun je een beter streepje zetten. Doe dit en verbeter wéér met omkeren.

Ga zo een paar keer door!

12. Vind het midden van een strookje papier dat je van de rand van dit blad afknipt. Zonder liniaal en zonder vouwen!

ergens ertussen en middenin

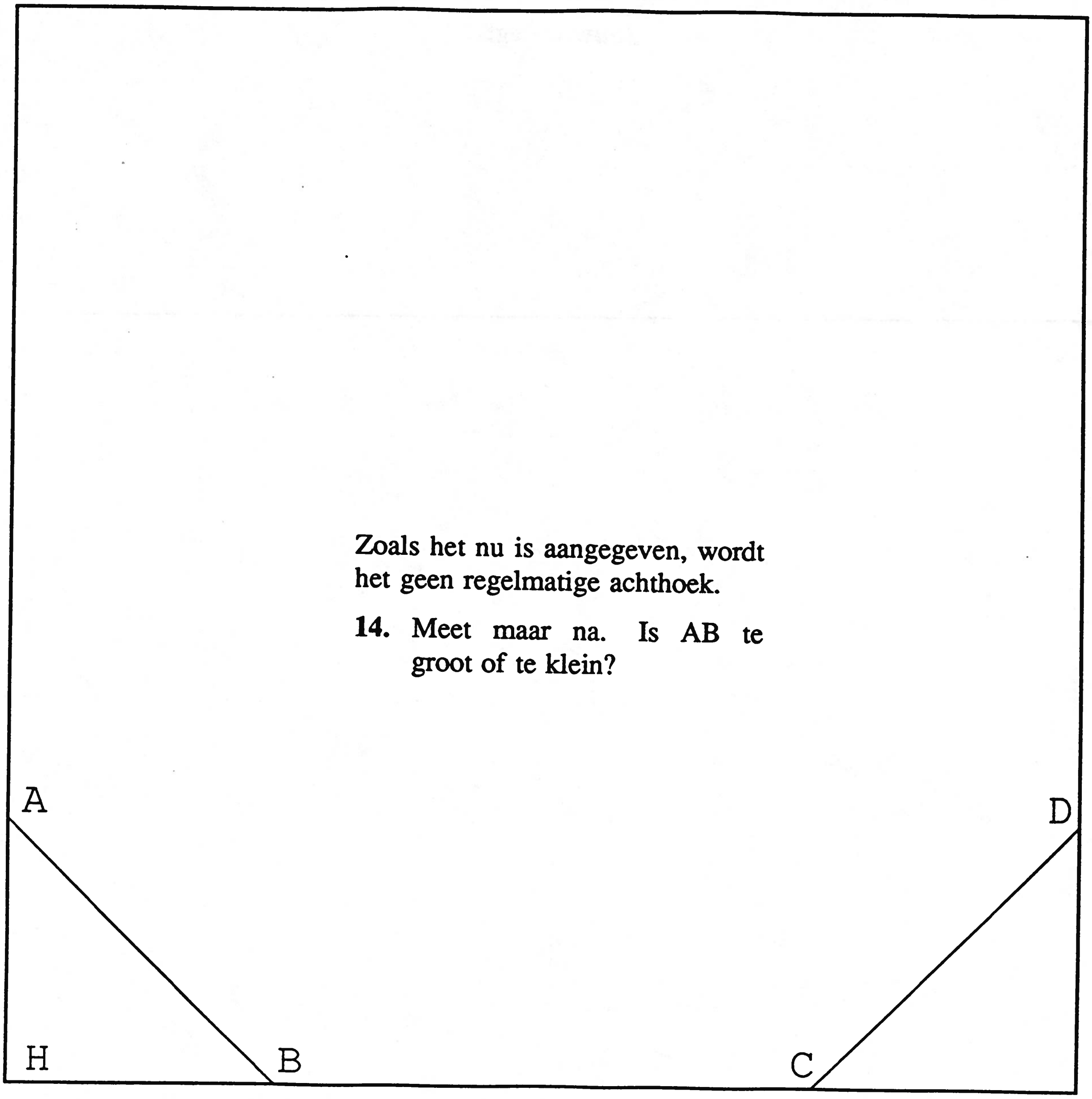
13. Wat heeft dit met het raden van getallen te maken? Leg het kort uit en gebruik daarbij weer "ergens ertussen" en "middenin".

Jouw uitleg:

C: van vierkant naar achthoek?

punten eraf

Van dit vierkant moeten de hoeken afgesneden worden om een regelmatige achthoek te krijgen.



Zoals het nu is aangegeven, wordt het geen regelmatige achthoek.

14. Meet maar na. Is AB te groot of te klein?

15. Doe een betere poging. Geef **nieuwe** lijnen AB en CD aan en meet weer. (AB en CD zijn wel gelijk in lengte!)

ergens ertussen en middenin

16. Met de methode van "ergens ertussen" en "middenin" kun je zorgen dat AB en BC precies gelijk worden.
Gebruik deze tabel om te zoeken.

HB	AB	BC	AB is:
4	5.7	8	te klein
..	..	..	..
..	..	..	..

Zorg dat het verschil hoogstens zoveel is :

Hoeveel cm is AB dan? (Geef je antwoord met 1 cijfer achter de komma)

samenvatting

Je hebt weer gewerkt met de methode van 'ergens ertussen en middenin'.

De tabel die je gebruikt heb is anders dan de tabel bij het getalraden.

In deze tabel **vergelijk** je steeds twee dingen. Je vond nu eens dat AB te klein was, dan weer dat BC te klein was.

Je moest zorgen dat ze **gelijk** werden.

17. Je hebt wel eerder (bij wiskunde) moeten vergelijken en moeten zorgen dat twee dingen gelijk werden. Weet je nog een voorbeeld daarvan?

D: plus tien keer de wortel

zoeken met de rekenmachien

OPGAVE:

Zoek een getal dat samen met 10 keer zijn eigen wortel juist gelijk is aan 1000.

18. Reken met je rekenmachine eerst $500+10*\sqrt{500}$ uit.
Was 500 te groot of te klein om 1000 te krijgen?

19. Los de opgave op met de methode van "ergens ertussen" en "middenin" en je reken machine.

Gebruik de tabel hieronder. Maak eerst de formule in het vak middenboven af.

getal	getal + ...	te groot of te klein
500	...	. . . . .
...	....	. . . . .
...	....	. . . . .
...	....	. . . . .
...	....	. . . . .

Zoek door tot de uitkomst op hoogstens 0.1 na goed is.

oefensommen

20. Zoek op dezelfde manier een getal zodat: **getal + 1 / getal = 5**
Maak een tabel erbij als je dat handig vindt.

We zeggen in zo'n geval:

> Je hebt een oplossing van de vergelijking
>
> gevonden met de
>
> **inklemmethode.**

21. Los de volgende vergelijkingen op met de inklemmethode.
Je antwoorden moeten met twee cijfers achter de komma worden gegeven.

a. **10 * x = x * x + 15** **(x = ...)**

b. $40 - y = \sqrt{y}$ **(y = ...)**

c. **U * U = 1400 + U** **(U = ...)**

22. Wat is de ribbe van een kubus die een oppervlakte van 5000 cm^2 heeft?
Zoek dat uit door

- eerst een formule te maken voor de oppervlakte van de kubus
- dan de methode van inklemmen te gebruiken.

De gevonden ribbe is . . . .

E: zoeken met de computer

In dit gedeelte gebruiken we dezelfde zoekmethode als eerder, alleen laten we nu de computer al het rekenwerk doen. Jij **helpt** de computer met zoeken.

Je gebruikt het programma TABEL, dat je misschien al eerder gebruikt hebt.

23. Start het TABEL-programma zoals je al eerder gedaan hebt:

- schijven erin
- aanzetten en wachten...
- **TABEL** intikken
- nog even wachten tot alles rustig is

zoeken in de tabel

24. Zorg dat de bovenkant van de tabel op het scherm er zo uit ziet:

TABEL

	n	153*n +3227	166*n - 5704	
r1 :	1	3380	-5538	
r2 :	2	3533	-5372	

↑ KEUZE ↓
ENTER = JA
■ RONDJE

Dat doe je door steeds op ENTER te tikken en in de vakken die je dan tegen komt in te vullen wat nodig is.

25. Je komt ook langs de vakjes waar "r1" en "r2" voor staat. Daar kun je invullen wat je wilt. De computer vult dan zelf r3 t/m r15 aan zodat het regelmatig is.
Probeer dit een paar keer.

26. Het is handiger als je r2 en r14 zou kunnen invullen. Dat kan, en je doet het zo:

> Ga eerst naar **RONDJE**.
> Ga daarvandaan (met de pijlneertoets) naar **OPTIES**.
> Tik op ENTER.
>
> Een nieuw scherm ontstaat!
>
> Zoek daarop waar **r2~r14** staat. Stuur het lopertje ('t knipperding) er met pijlen heen en tik op ENTER.
>
> Terug naar gewone scherm met **ESC**
>
> Bij de volgende ronde loopt de knipper langs veld r2 en r14.

27. Zet nu 0 en 1000 achter r2 en r14.

28. We willen **'153*n + 3227'** zo dicht mogelijk bij **'166*n - 5704'** zien te krijgen.

Moet je daarvoor zoeken in het gebied tussen r2 en r8 of in het gebied tussen r8 en r14 ?

29. Neem het getal dat achter 'r8' staat over in ofwel regel r2, ofwel regel r14. Kies de regel van je antwoord bij de vorige vraag.

TIP: je kunt inplaats van dat getal ook gewoon **r8** intikken. De computer weet dan dat je het getal achter r8 bedoelt.

30. Zoek door tot het klopt.

31. Je hebt gevonden :

153*n + 3227 = 166*n - 5704 als n = ...

Vul op de stippels je uitkomst in.

32. Doe hetzelfde, nu met de tabelkop:

TABEL

	n	1000 - n*n	n * n * n	
r1 :	1	999	1	
r2 :	2	996	8	

↑ KEUZE ↓
ENTER = JA

■ RONDJE

Schrijf je eindresultaat op zoals in de vorige opgave.

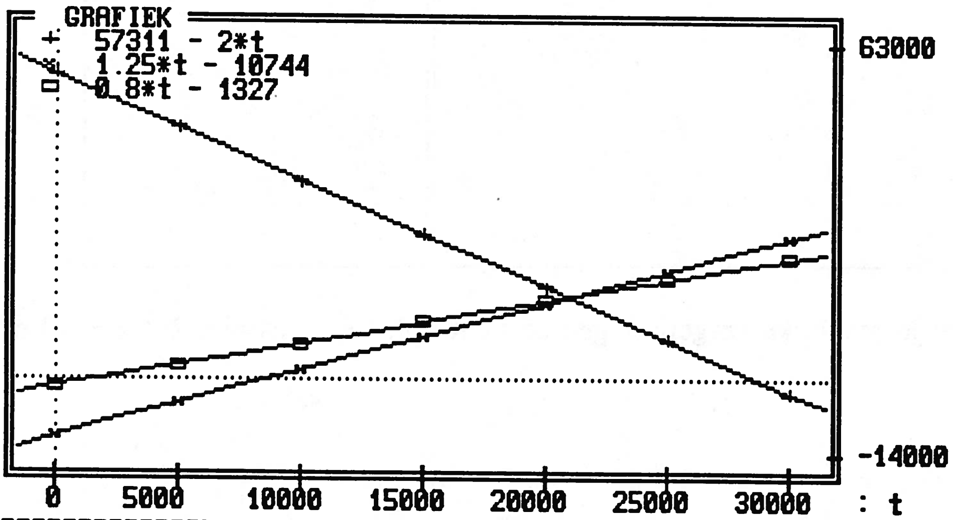
33. Zoek het getal dat past in: **getal^3 + 100 = getal^4 - 1000 .**

zoeken met de GRAFIEK

Als de knipperaar bij RONDJE staat, kun je hem met de pijltoetsten naar GRAFIEK sturen.
Er ontstaat een scherm met een grafiek erop.

34. Oefen dat maar eens even. Maak een rondje over het grafiekscherm.

35. Zorg dat je scherm er zo uit komt te zien:



↑ KEUZE ↓
ENTER = JA

■ RONDJE
TABEL
OPTIES
STOPPEN

F1 : Uitleg
F10: Kortin

Terug naar normaal :

ESC

57311	47311	37311	27311	17311	7311	-2689	:	57311 - 2*t
-10744	-4494	1756	8006	14256	20506	26756	:	1.25*t - 10744
-1327	2673	6673	10673	14673	18673	22673	:	0.8*t - 1327

Je doet dat door een rondje te maken en van alles in te vullen.

36. De spannende vraag is: gaan die drie grafieklijnen nu echt door één punt of lijkt het maar zo.

Zoek het uit door niet tussen 0 en 30000 te gaan zitten, maar op een kleiner stukje; zorg dat je drie lijnen steeds òp het scherm snijden.

37. Wat vind je uiteindelijk? Is er één snijpunt of zijn er meer?

38. Los de vergelijking

n = (n-10)*(n-10)

op.
Kijk daarvoor goed op het grafiekscherm; en begin met het gebied van 0 tot 20.

Je moet TWEE antwoorden vinden!

Je vond: .... en ....

39. Als er nog tijd is, bedenk dan zelf nog een paar vergelijkingen en los ze op.

Schrijf ze hier op:

vergelijking	**oplossing(en)**

Laat wel zien dat je moeilijke vergelijkingen zo kunt oplossen, dus niet 2 * x = 10 of zo iets doen!

F: twee moeilijke problemen

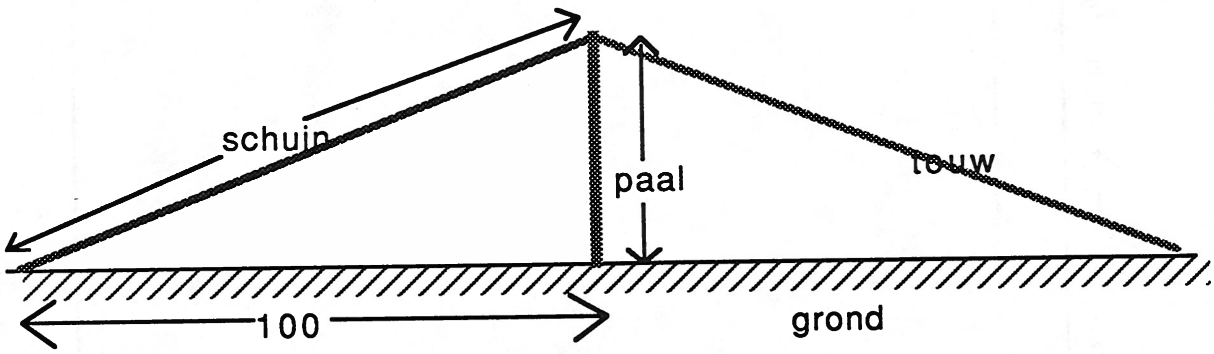
een touw ligt op straat

Stel je voor:

> Een touw van 200 meter lang is met zijn uiteinden vast aan de grond gemaakt. Het zit zó strak dat je met geen mogelijkheid er nog maar een vinger onder kunt krijgen.
>
> Nu nemen we een touw dat precies 20 cm langer is en we maken het met de uiteinden op dezelfde punten goed vast.
> Dit touw zit wat losser.

40. Wat denk je, kun je onder dat lossere touw door kruipen ?

We gaan met een paal dat touw in het midden ondersteunen:



41. Dit is niet de goede tekening, want het schuine touw is veel te lang.

Met **Pythagoras** kun je een verband aan geven tussen **schuin, paal** en het stuk van **100** meter :
Vul maar aan:

schuin * schuin = ... * ..... + ... * .....

42. We zoeken uit hoe **schuin** en paal samenhangen met de computer.
Maak deze tabelkop, en lees verder als de computer je iets gaat vragen:

TABEL

	paal	schuin		
r1	1			
r2				

↑ KEUZE ↓ ENTER = JA
RONDJE

43. De computer wil weten wat 'schuin' is.
Je weet wel wat schuin-in-het-kwadraat is; er moet dus nog iets met de wortel gedaan worden! Dit wordt het :

schuin = **wrt(..............................)**

en op de puntjes staat wat je zonet al had bedacht.
Tik de boel maar verder in.

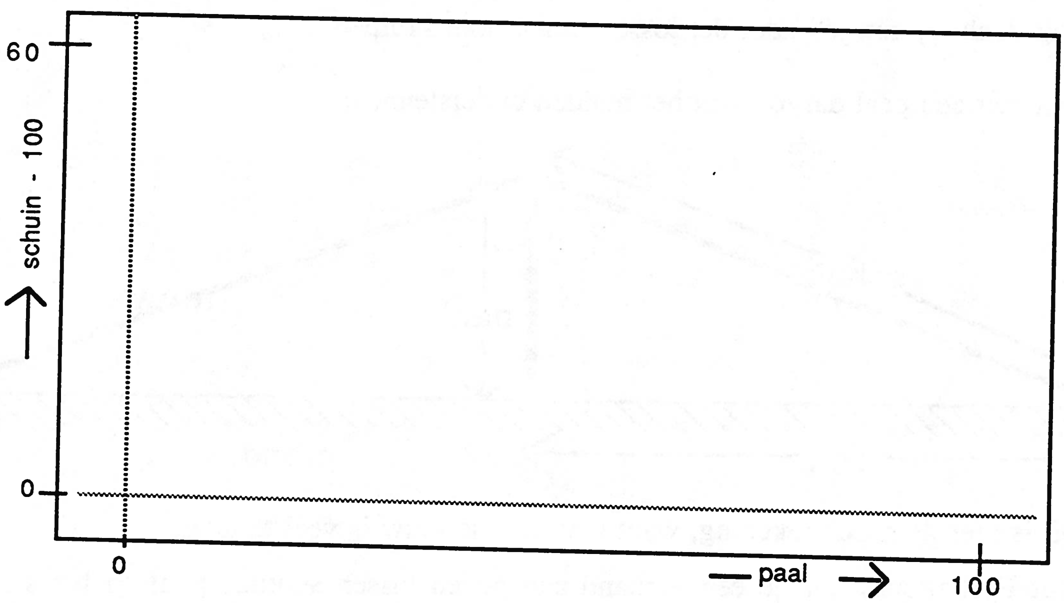
44. Laat **paal** maar eens van 0 to 20 lopen; gebruik r2~r14 op de computer.
Kom je al een 'schuin' van 100.10 tegen ?

45. Zoek precies naar die waarde. Je mag ook het vak met **schuin** veranderen in **schuin - 100.**

Waarom zou dat handig zijn ?

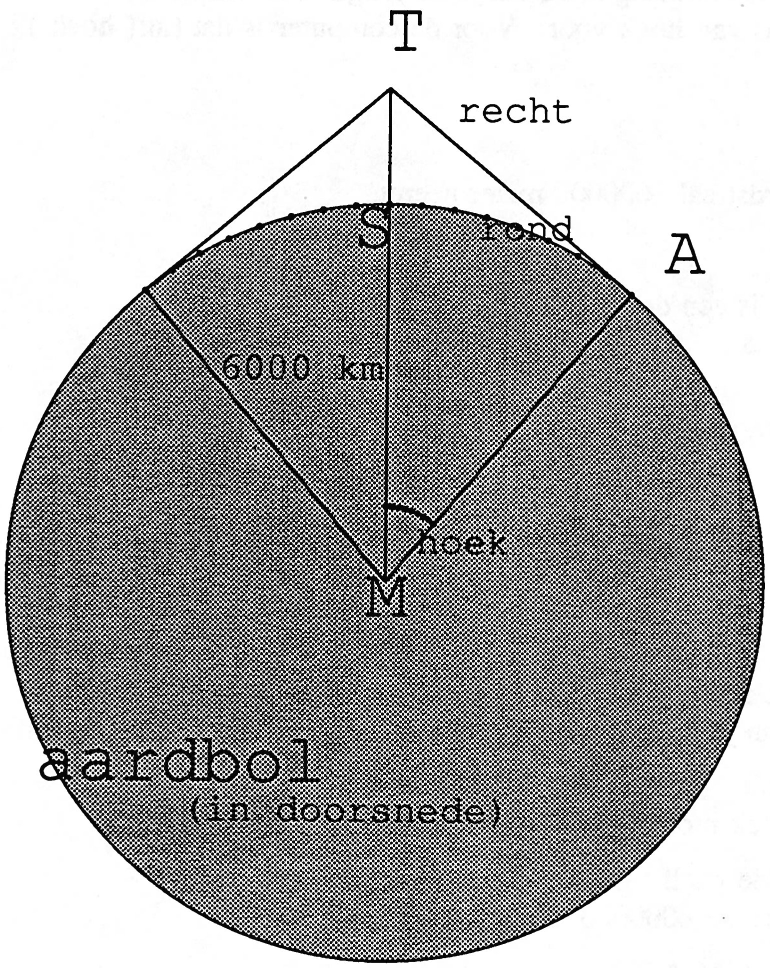
46. Hoe hoog kan het slappere touw van toen straks dus opgelicht worden in het midden?

47. Schets het verband tussen **paal** en **schuin -100** in deze grafiek. Je mag van het scherm over tekenen.



touw om de aarde

Stel je voor: een (lang) koord is om de aarde gespannen. Het zit strak.
Nu knippen we het ergens door en lassen precies 20 cm in.
Daardoor komt het iets losser te zitten. Je zou er een paal (of een paaltje?) onder kunnen zetten. De aarde met het koord en de paal zien er dan ongeveer zo uit, van opzij gezien. De maten kloppen niet, want die weten we nog niet precies.



Bij S sta je.

T is de Top van de paal.

M is het Midden van de aarde.

Van M naar het aardoppervlak is 6000 km, dat is 6000000 meter.

Bij A begint het gespannen koord juist los van de grond te komen.

Je kunt zien dat het koord eerst rond liep en dat er nu een recht stuk door de lucht loopt.

De vraag is : **Hoe hoog moet die paal zijn?**

We lossen het in stappen op.

48. Eerst zoeken we de goede **hoek** die in het Midden ontstaat.
Met de computer gaan we de **hoek** opzoeken waarbij **recht** en **rond** precies 10 cm schelen. Dat is 0.1 meter. Vanaf nu alleen nog meters!

We doen het met wat je nu geleerd hebt.

Zorg dat de kop van het TABEL-programma er zo uit ziet:

```
TABEL
      hoek          | recht - rond |          |          |        ↑ KEUZE ↓
r1    :      1      |              |          |          |        ENTER = JA
```

49. De computer vraagt je hoe **recht** met **hoek** samenhangt.
Je moet de formule zelf bedenken, maar hier is een **TIP** :
Gebruik dat driehoek M-A-T rechthoekig is en dat je de lengte van MA al weet.
In de formule komt de tangens van **hoek** voor. Voor de computer is dat **tan(hoek)** .

Dus:

recht = ...

Denk eraan dat je voor de aardstraal 6000000 meter neemt.

50. Nu de formule voor **rond**.

Het ronde stuk tussen S en A is een deel van de hele cirkel.
De omtrek van de hele cirkel is . . . .
(Gebruik π in wat je invult)

De hele cirkel, dat hoort bij 360 graden.
Dus hoort bij 1 graad: . . . . / . . . . .

En zo wordt de formule voor **rond** uiteindelijk:

rond = ...

Je formules kun je nu aan de compter doorgeven, tik daarbij π gewoon in met PI.

51. Breng de computer aan het rekenen, door weer r2 en r14 in te vullen!
Met wat je al geleerd hebt kun je nu zorgen dat **recht** en **rond** juist 0.1 gaan verschillen.

Je vindt uiteindelijk dat de hoek moet zijn: . . . . . . graden.

52. Nu nog TS zelf. Want dat is de paal!
Eerst TM uitrekenen, dan daarvan 6000000 afhalen.

Gebruik Pythagoras in driehoek M-A-T.
Doe het rekenwerk op de computer. Tik op toets F3, dan staat er een rekenmachine klaar.
Let erop dat daar geen worteltoets op zit. Tik

WRT (1000) in plaats van $\sqrt{1000}$

Controleer of TM groter is dan 600000, en trek dan de 6000000 er van af.

53. Jouw uiteindelijke uitkomst voor de hoogte van de paal is nu: . . . .
Had je verwacht dat het zoveel of zo weinig zou zijn?

54. Als we nu eens . . . 1 m in plaats van 20 cm hadden in gelast. Wat zou er dan uit komen ?

archief FI 02.01.62

Ergens Ertussen

leerlingentekst

Goddijn, A.