ARCHIMEDES

en

DE OMTREK VAN DE CIRKEL

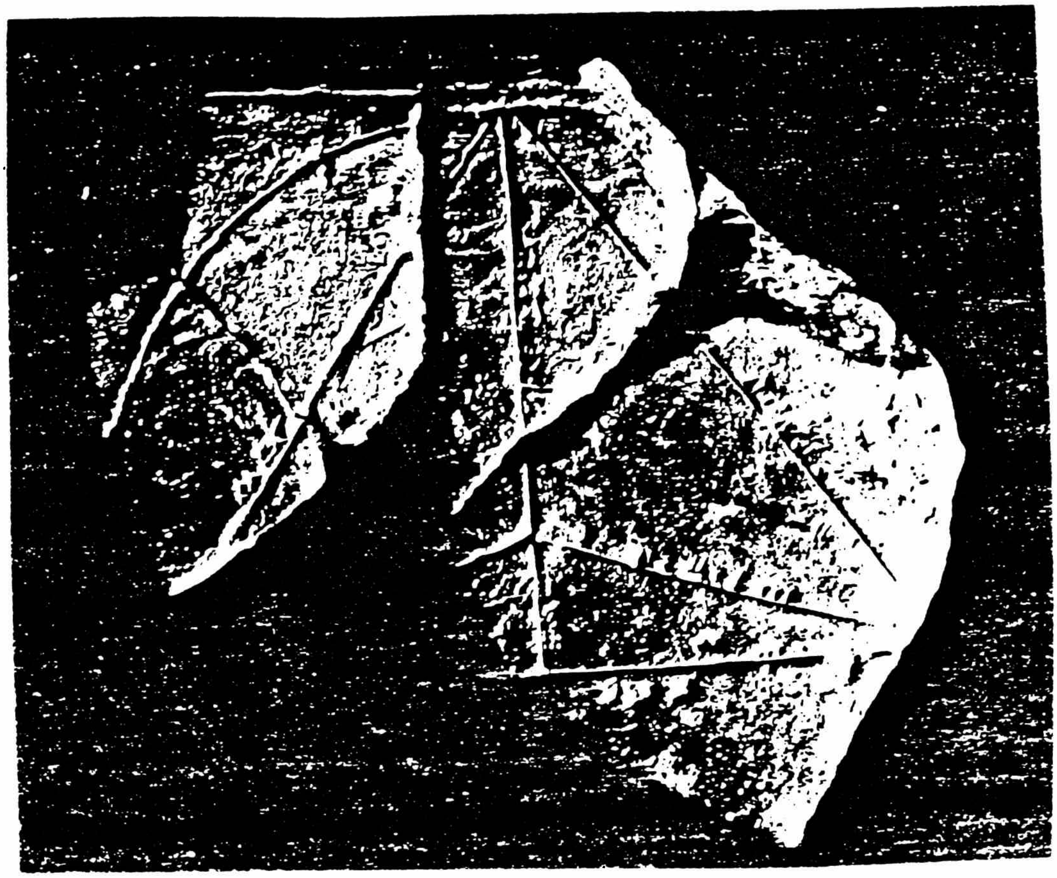
ARCHIMEDES

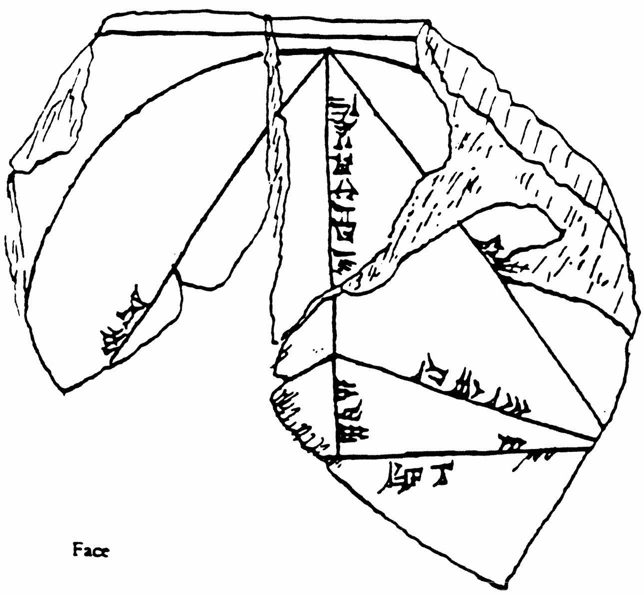
Joop Huisjes

Josien Langeland

ARCHIMEDES EN DE OMTREK VAN EEN CIRKEL

Al 2000 jaar voor het begin van onze jaartelling kenden de Egyptenaren en de Babyloniërs cirkels. Op onderstaande afbeelding zie je een gedeelte van een cirkel op een kleitablet die van de Babyloniërs afkomstig is. De Babyloniërs kwamen uit het gebied waar nu onder andere Irak ligt.





Face

Datering: rond 1700 v. Chr.

In de volgende lessen gaan we proberen de omtrek van een willekeurige cirkel te bepalen. Je kunt dat op de volgende manier doen; neem een bijvoorbeeld een blikje of een ander cilindervormig voorwerp en meet met behulp van een touwtje de omtrek van het voorwerp.

Opdracht 1: Bepaal van een aantal verschillende cilindervormige voorwerpen de omtrek door een touwtje om het voorwerp te leggen en meet daarna de lengte van het touwtje. Op deze manier vind je de omtrek van het voorwerp. Meet ook de middellijn van de cirkel. Middellijn is een ander woord voor diameter of doorsnede.
Schrijf de resultaten in een tabel:

middellijn (cm)	omtrek (cm)

Opdracht 2: Als je van twee verschillende blikjes de omtrek wilt bepalen, en blikje 1 heeft een kleinere middellijn dan blikje 2, welk blikje heeft dan de grootste omtrek?

Na het maken van de opdrachten 1 en 2 kun je je afvragen of er een verband bestaat tussen de middellijn van een cirkel en de omtrek van die cirkel.

Opdracht 3:

Petra heeft van twee blikjes de omtrek en de middellijn gemeten. Blikje 1: middellijn 10 cm omtrek 31,5 cm Blikje 2: middellijn 15 cm omtrek 47 cm

a. We delen de omtrek en de middellijn van blikje 1 op elkaar.

Dus: $$\frac{\text{omtrek cirkel in cm}}{\text{middellijn in cm}} = \ldots..$$

b. Doe hetzelfde als in onderdeel a voor blikje 2.

c. Deel ook de gevonden omtrekken en bijbehorende middellijnen uit opdracht 1 op elkaar. Wat valt je op?

d. Wat gebeurt er met de omtrek van een cirkel als we de middellijn van die cirkel drie keer zo groot maken?

In de laatste opdracht heb je gezien dat

omtrek : middellijn

telkens ongeveer gelijk is.

In een tabel ziet dat er zo uit:

	M	O
blikje 1	10	31,5
blikje 2	15	47

We noemen zo'n tabel een **verhoudingstabel**.

Het blijkt dat de omtrek gedeeld door de middellijn voor alle cirkels gelijk is. We geven deze vaste waarde aan met de Griekse letter π.

Dat de verhouding tussen de cirkelomtrek en de middellijn voor elke cirkel gelijk is aan een zelfde getal dat π genoemd is weet je nu.
Maar wanneer kwam men daar voor het eerst achter?

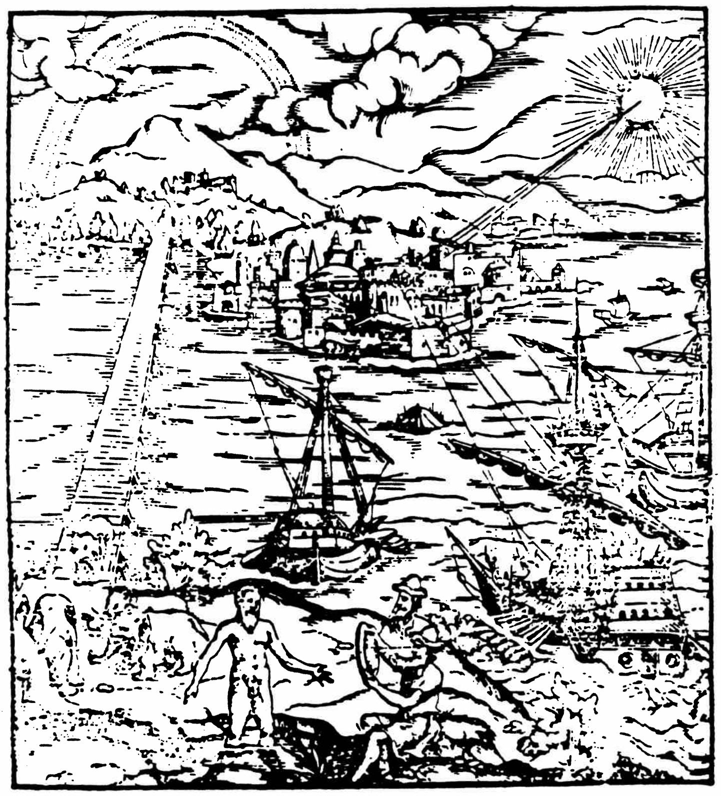
4000 jaar geleden, dus 2000 v.Chr., kenden de Egyptenaren en de Babyloniërs al een benadering voor π. Een benadering wil zeggen dat ze de echte waarde niet kenden maar er wel dicht bij in de buurt zaten. Zij dachten dat cirkelomtrek gedeeld door de middellijn ongeveer gelijk was aan 3.

Archimedes leefde ongeveer van 287 tot 212 voor Christus in Syracuse, een Griekse stad op Sicilië.
Hij vond in 250 v.Chr. een andere manier om de omtrek van een cirkel te bepalen.


ARCHIMEDES

Opdracht 4a. Wanneer kende men al cirkels en π?
b. Wanneer leefde Archimedes?

Archimedes was in de oudheid een beroemd man, niet alleen door zijn wiskundig werk maar vooral door zijn technisch vernuft. Men zegt dat toen Syracuse in een oorlog met de Romeinen werd belegerd, Archimedes een deel van de verdediging organiseerde. Hij kombineerde hefbomen en katrollen bij het bouwen van enorme kranen die de vijandelijke schepen de haven uit moesten hijsen. Ook had hij enorme holle spiegels gemaakt waarmee Romeinse schepen vanaf een grote afstand in brand werden gestoken. Waarschijnlijk klopt er van dit verhaal weinig. Archimedes had in zijn tijd niet de middelen voor zo'n operatie.



Zo stelde men zich in de zestiende eeuw voor hoe Archimedes met behulp van holle spiegels de Romeinse oorlogsschepen voor Syracuse in brand had gestoken. Afbeelding uit de *Opticae thesaurus* van Vitellio, Basel 1572.

We gaan nu stap voor stap bekijken hoe Archimedes de omtrek van een cirkel bepaalde.

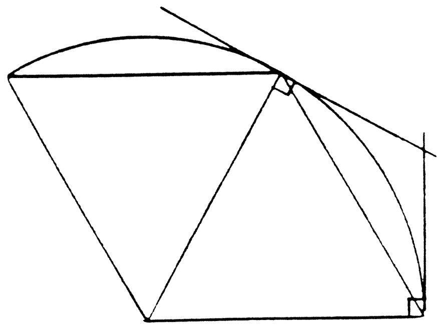
Opdracht 5a. Hij tekende eerst een cirkel met een middellijn van bijvoorbeeld 10 cm. Teken zelf zo'n cirkel midden op een lege bladzijde.

b. Vervolgens tekende Archimedes een zeshoek binnen de cirkel. Teken zelf in je cirkel een zeshoek.
Je kunt dat op de volgende manier doen:
Gebruik dezelfde passeropening als in onderdeel a.
Zet de punt van de passer op een willekeurige plaats op de cirkel en teken zo een tweede cirkel.
Vervolgens zet je de punt van de passer in een snijpunt van de beide cirkels en maakt opnieuw een cirkel. Zo ga je door tot je een 'bloemfiguur' krijgt met de cirkel van onderdeel a) in het midden en zes cirkels er omheen. De snijpunten van de zes cirkels en de middelste cirkel zijn de hoekpunten van de zeshoek.

c. Je ziet hier een stukje van de cirkel met een zeshoek erin.
Welk stukje is langer:
Boog AB of lijnstuk AB?
Waarom is dat zo?

d. Welke omtrek is groter, de omtrek van de cirkel (uit onderdeel b) of de omtrek van de zeshoek?
Waarom is dat zo?

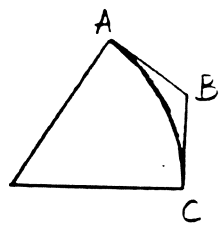
Opdracht 6a. Archimedes tekende daarna een zeshoek om de cirkel. Teken om de cirkel van opdracht 5 zelf zo'n zeshoek. Doe dat op de manier zoals is aangegeven in figuur 1.



figuur 1

Je tekent dus lijnen die loodrecht staan op de stralen van de cirkel uit de vorige opdracht. De snijpunten van deze loodlijnen zijn de hoekpunten van de gevraagde zeshoek.

b. Je ziet weer en stukje van de cirkel met een 6-hoek erom. Welk stukje is groter: Boog AC of de twee lijnstukken AB en BC samen?



c. Welke omtrek is groter, die van de cirkel (uit onderdeel a) of van de omgeschreven 6-hoek? Waarom is dat zo?

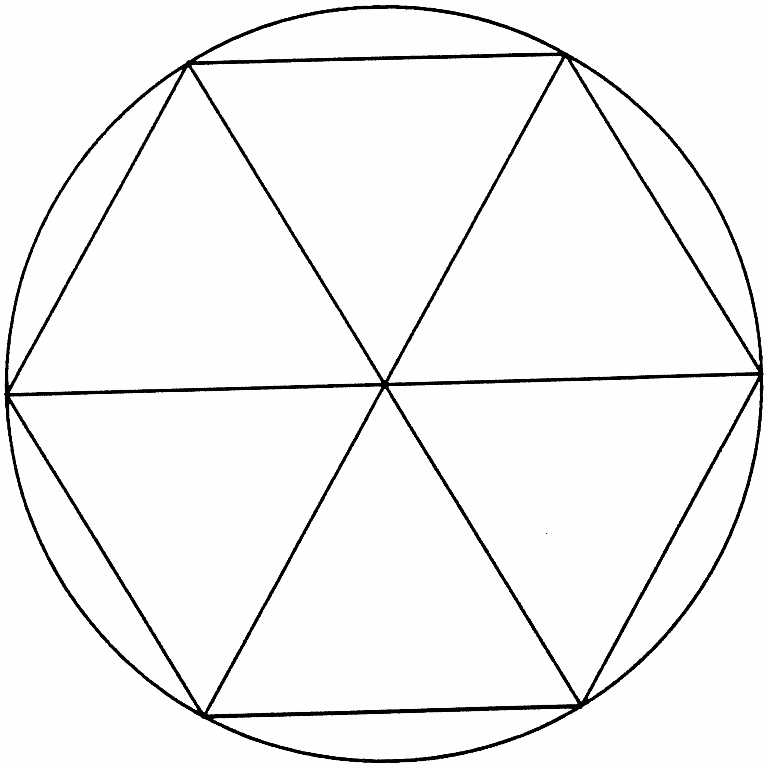
Opdracht 7: Vul in wat erop de stippellijntjes moet staan.
Je kunt kiezen uit de volgende mogelijkheden:
- cirkel
- ingeschreven zeshoek
- omgeschreven zeshoek

De omtrek van de .... is kleiner dan de omtrek van de .... en deze is kleiner dan de omtrek van ....

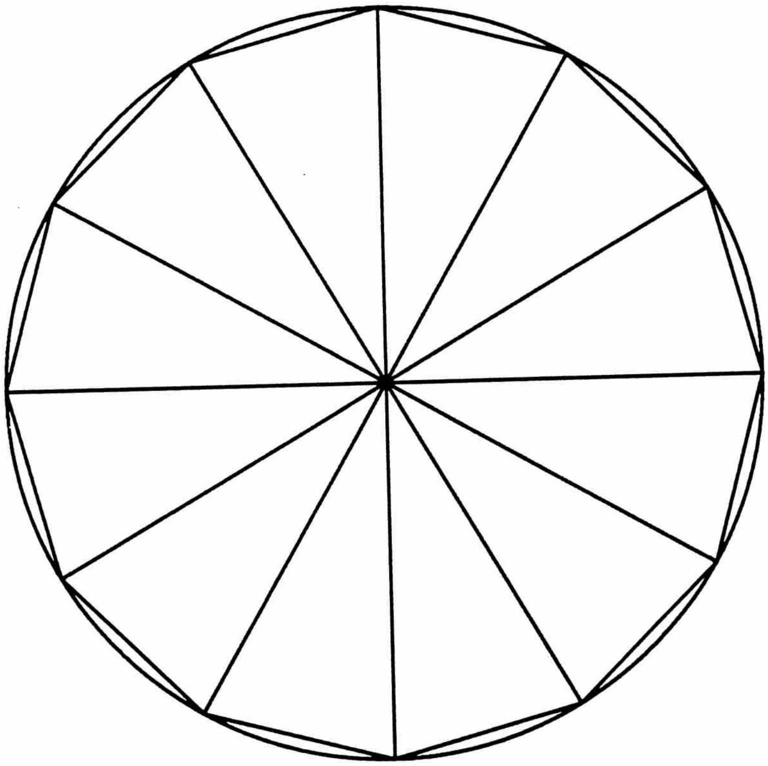
Nadat Archimedes dit gevonden had bedacht hij iets nieuws. Wat zou er nu gebeuren als je in plaats van een 6-hoek een 12-hoek nam en verder weer precies hetzelfde deed?

Opdracht 8: In figuur 2, op pagina 9, zie je een cirkel met een ingeschreven 6-hoek en in figuur 3 een cirkel met een ingeschreven 12-hoek. Welke omtrek is groter, die van de 6-hoek of van de 12-hoek? Waarom is dat zo?

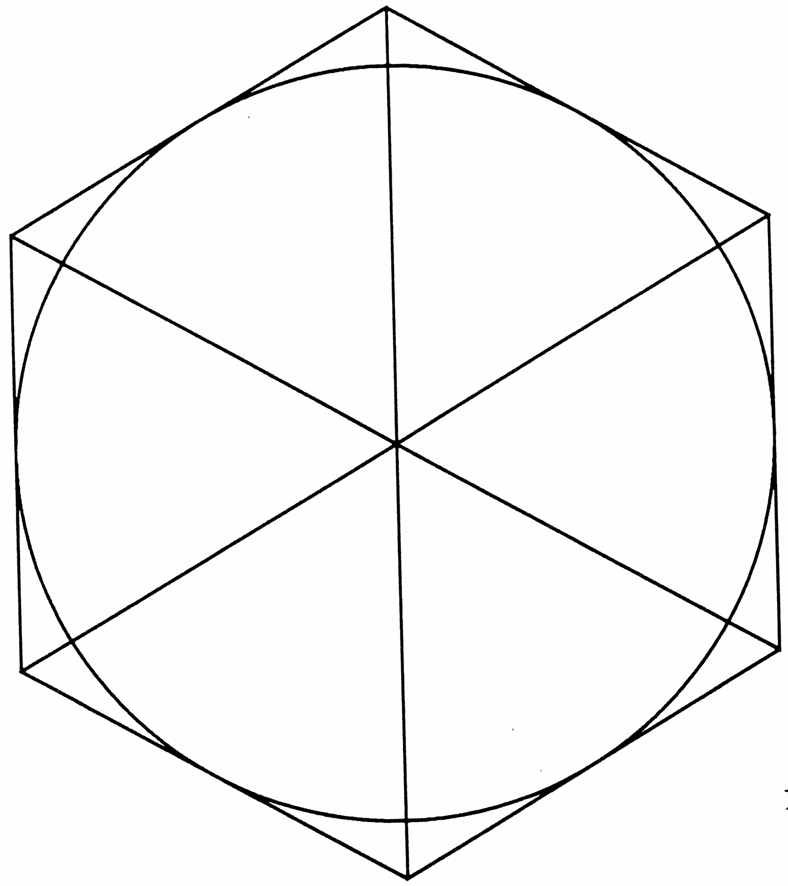
Opdracht 9: In figuur 4, op pagina 10, zie je een cirkel met een omgeschreven 6-hoek en in figuur 5 een cirkel met een omgeschreven 12-hoek. Welke omtrek is groter, die van de 6-hoek of die van de 12-hoek?
Waarom is dat zo?



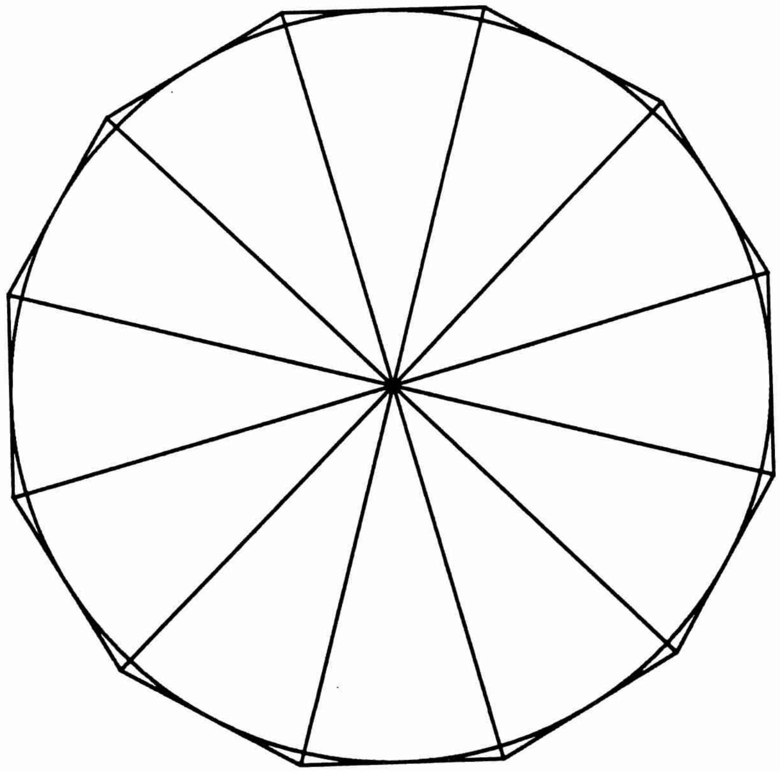
figuur 2



figuur 3



figuur 4



figuur 5

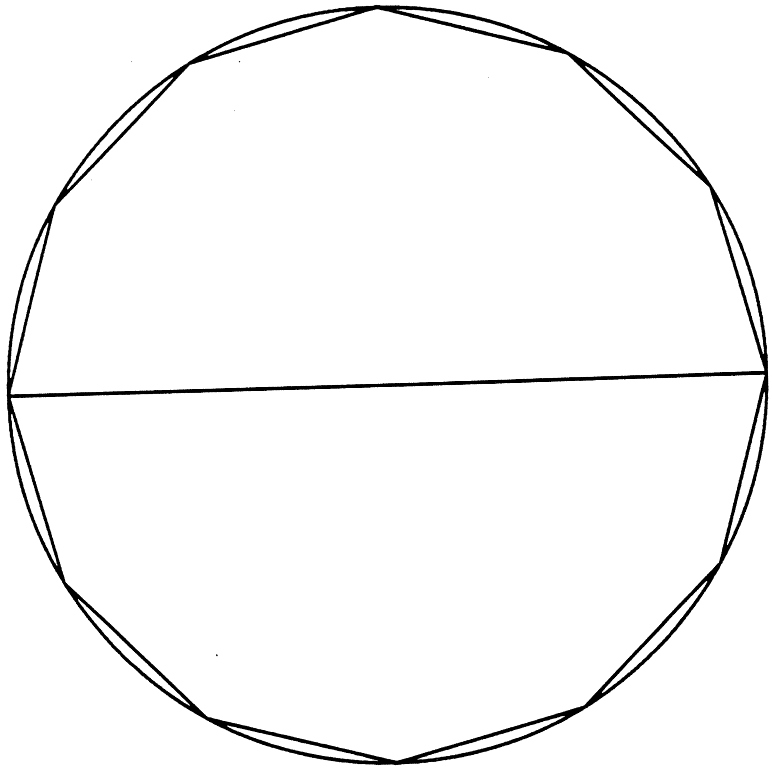
In opdracht 8 kon je zien dat de omtrek van een ingeschreven 12-hoek veel dichter bij de omtrek van de cirkel ligt dan de omtrek van een ingeschreven 6-hoek.

Uit opdracht 9 blijkt dat de omtrek van de omgeschreven 12-hoek ook veel dichter bij de omtrek van de cirkel ligt dan de omtrek van de omgeschreven 6-hoek.

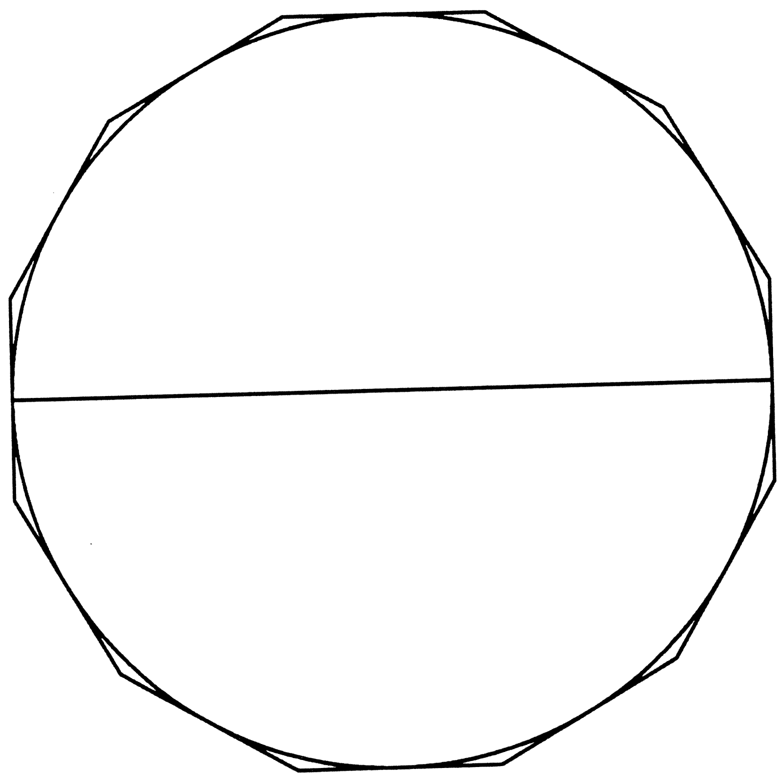
Als je 24- of 48-hoeken neemt wordt de benadering steeds nauwkeuriger. Archimedes ging door tot hij de omtrek van de 96-hoek bepaald had.

Opdracht 10a. In figuur 6, op pagina 12, zie je een cirkel met een middellijn van 10 cm, verder zie je een 12-hoek binnen de cirkel.
Meet de omtrek van de 12-hoek.

b. In figuur 7 zie je dezelfde cirkel maar nu met een 12-hoek er om heen.
Meet van deze 12-hoek ook de omtrek.



figuur 6



figuur 7

De omtrek van de cirkel ligt nu tussen de gevonden omtrekken van de beide twaalfhoeken in.
We zeggen dat de omtrek van de cirkel benaderd wordt door de omtrekken van de twaalfhoeken.

Archimedes vond de omtrek niet door te meten, maar door een berekening waarmee hij uit de zijde van een 6-hoek de zijde van een 12-hoek kon berekenen. Op dezelfde manier kon hij uit een zijde van een 12-hoek de zijde van een 24-hoek berekenen. Zo kon hij door blijven gaan met het bereken van de lengte van een zijde. Zijn manier is mooier dan meten omdat bij meten fouten worden gemaakt bij het aflezen van de liniaal. Archimedes kon de exakte waarde uitrekenen.

Als je de omtrek en de middellijn van een cirkel weet kun je π bepalen. Dat doe je als volgt:

omtrek : middellijn = π

We hebben nu twee benaderingen gevonden voor de omtrek van de cirkel; namelijk met een 12-hoek binnen de cirkel (omtrek 1) en met een 12-hoek om de cirkel (omtrek 2).

Opdracht 11a. Bepaal een benadering van π met behulp van omtrek 1.

b. Bepaal een benadering van π met behulp van omtrek 2.

c. Welke benadering van π is groter, die van onderdeel a of van b?

Omdat de echte omtrek van de cirkel tussen de omtrekken van de beide 12-hoeken ligt, is het zo dat de echte waarde voor π tussen de beide gevonden waarden voor π ligt.

d. Tussen welke waarden ligt nu de echte waarde van π?

Archimedes vond bij zijn 96-hoeken dat π tussen de volgende waarden ligt: $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$

Opdracht 12a. Wat is de decimale benadering van $3\frac{10}{71}$? Reken tot drie decimalen nauwkeurig.

b. Wat is de decimale benadering van $3\frac{10}{70}$? Reken tot drie decimalen nauwkeurig.

π is een getal dat niet precies opgeschreven kan worden. Als je op een rekenmachine π intoetst krijg je het volgende te zien:

$$\boxed{3.1415927}$$

Eigenlijk horen er nog veel meer cijfers achter de komma te staan. De computer kan nu al heel snel hele nauwkeurige benaderingen van π berekenen.
In de praktijk wordt meestal gewerkt met $3\frac{1}{7}$ of 3,14.

Met of zonder hulp van Archimedes werd Syracuse alsnog veroverd door de Romeinen in 212 v. Chr.
Deze verovering leidde tot de dood van Archimedes.
Volgens de Romeinse geschiedschrijver Livius zou Archimedes door een plunderende Romeinse soldaat gedood zijn terwijl hij over een meetkundige figuur, een cirkel, gebogen zat die hij in het zand had getekend. Maar over de dood van Archimedes doen meer verhalen de ronde.
Bij alle verhalen over Archimedes is het onduidelijk welke waar zijn en welke niet, maar één ding is zeker; Archimedes was een van de belangrijkste wetenschappers van zijn tijd.

Hoewel π een Griekse letter is, hebben Archimedes en ook de andere Grieken uit zijn tijd deze letter niet gebruikt om de verhouding tussen de cirkelomtrek en de middellijn aan te geven. Pas in de 18^e eeuw werd π voor het eerst gebruikt.

Wat de methode van Archimedes zo bijzonder maakt is het feit dat deze methode meer dan 2000 jaar geleden gevonden werd en dat we nu deze manier nog steeds gebruiken.

DOCENTENHANDLEIDING

ARCHIMEDES EN DE OMTREK VAN DE CIRKEL

HET PAKKET IN DE KLAS

Dit pakket is uitgeprobeerd in de tweede klas van een LBO school in Groningen. De leerlingen kenden π en de formule voor de omtrek van de cirkel al. De leerlingen zijn niet gewend zelfstandig te werken, bovendien wordt er op school een eigen methode gebruikt die voornamelijk bestaat uit een formule of een voorbeeld waarna enkele (soortgelijke) opgaven volgen.
De leerlingen vonden het over het algemeen leuk om met de geschiedenis van de wiskunde bezig te zijn.
Het pakket is na het uitproberen herzien en verbeterd.

DOCENTENHANDLEIDING

ARCHIMEDES EN DE OMTREK VAN EEN CIRKEL

<u>Beginnivo</u>: Dit pakketje is bestemd voor de 2e klas op b,c-nivo

<u>Doel</u>: Aan het eind van dit pakketje hebben de leerlingen geleerd hoe ze de omtrek van een cirkel kunnen bepalen.
Ook hebben ze kennisgemaakt met een manier van omtrek bepaling uit de geschiedenis, namelijk de methode van Archimedes.

<u>Omvang</u>: Voor dit pakket heeft u vier lessen van 50 minuten nodig.

Lesindeling:

Les 1: tijdsduur 50 minuten

- De docent(e) geeft een korte inleiding waarin vertelt wordt dat de mensen in 2000 v. Chr. al cirkels kenden. Op de eerste pagina van de leerlingentekst staat een afbeelding van een cirkel op een kleitablet. Verder het doel van de les, nl. de omtrek bepaling van de cirkel.
  tijdsduur : 5 minuten
  Suggestie: In de bijbel wordt gesproken over cirkels.
  Zie daarvoor 1 Koningen 7 : 23
  en 2 Kronieken 4 : 2
- In groepjes van twee moeten de leerlingen opdracht 1 maken.
  Benodigdheden voor deze opdracht: verschillende soorten blikjes of andere cilindervormige voorwerpen, touwtjes en een liniaal.
  tijdsduur : 15 minuten
- Klassikaal opdracht 2 behandelen: onderwijsleergesprek.
  tijdsduur : 5 minuten
- Vraag naar aanleiding van opdracht 1 en 2:
  Is er een verband tussen de lengte van de middellijn en de omtrek van een cirkel?
- Opdracht 3 individueel maken en daarna klassikaal bespreken.
  tijdsduur : 10 minuten
- De docent vertelt dat de verhouding omtrek : middellijn voor beide blikjes bijna gelijk is.
  Het blijkt zo te zijn dat die verhouding voor alle cirkels gelijk is. Die verhouding geven we aan met de letter π.
  tijdsduur : 5 minuten
- De docent(e) vertelt dat de Egyptenaren en de Babyloniërs al een benadering voor π kenden. Zij dachten dat deze ongeveer gelijk was aan 3. De eerste sporen van wiskunde dateren van rond 600 v.Chr.
  Daarna wordt vertelt de docent(e) over Archimedes. Hij vond een andere manier om de omtrek van een cirkel te bepalen.
  tijdsduur : 10 minuten.

Les 2: tijdsduur 50 minuten

De docent gaat door met het vertellen over Archimedes.
Wie was hij, waar en wanneer leefde hij en wat deed hij.
Zie daarvoor onderstaand verhaal:

Archimedes

Archimedes was de grootste wiskundige van de oudheid. Hij leefde ongeveer van 287-212 voor Christus in Syracuse, een Griekse stad op Sicilië.
Een kreet die bekend is van Archimedes is 'Eureka'. Het verhaal gaat dat Archimedes een opdracht van koning Hiëro van Syracuse kreeg. De koning had een goudsmid opdracht gegeven een kroon voor hem te maken. Toen deze klaar was verdacht de koning de goudsmid ervan een gedeelte van het meegekregen goud door zilver te hebben vervangen. Hij vroeg toen aan Archimedes dit aan te tonen zonder de kroon hierbij te beschadigen.
Geheel in beslag genomen door dit probleem bezocht Archimedes een badhuis en hij ontdekte daar dat bij het in bad stappen 'de hoeveelheid water die over de rand gutste gelijk was aan de hoeveelheid lichaam die werd ondergedompeld'. Meteen rende hij, nog nat en naakt, naar huis, onder het roepen van 'Heureka!'. (Dit is Grieks voor: 'Ik heb het gevonden'). Wat had Archimedes nu gevonden?
Hij had een manier gevonden om het volume van een voorwerp, hoe grillig van vorm ook, te bepalen. Men neme een bad dat tot de rand toe gevuld is, dompelt het voorwerp geheel onder water, en meet de hoeveelheid water die over de rand is gelopen, bijvoorbeeld door te kijken hoeveel water er nodig is om het weer aan te vullen nadat het voorwerp weggehaald is. Dit volume was nodig om te bepalen of het soortelijk gewicht van de kroon wel dat van zuiver goud was. Stel dat de smid zilver i.p.v. goud gebruikt zou hebben, dan zou de smid wel zo slim zijn geweest hetzelfde gewicht aan zilver te gebruiken als dat hij aan goud had.

Maar omdat zilver een lagere dichtheid (gewicht per volume) heeft dan goud zou de kroon van zilver dus een groter volume innemen dan de kroon van goud. Als er zilver bijgemengd was zou de dichtheid van de kroon ook lager zijn. Archimedes voerde zijn ontdekking uit en de edelsmid werd ontmaskerd.
Archimedes was in de oudheid een beroemd man, niet alleen door zijn wiskundig werk maar vooral door zijn technisch vernuft. Hoewel er in zijn tijd al hefbomen gebruikt werden kreeg Archimedes door hoe het te verplaatsen gewicht samenhing met de lengte van de arm van de hefboom: met een twee keer zo lange arm kun je een twee keer zo groot gewicht in beweging krijgen. Deze ontdekking was aanleiding voor zijn beroemde uitspraak: 'Geef me een plek om te staan, en ik breng de aarde in beweging'.
Archimedes dacht: 'Als ik een plaats buiten de aarde heb waar ik de hefboom kan laten draaien en als de arm waar de aarde op rust klein is en als de arm van de hefboom aan mijn kant lang genoeg is dan kan ik de aarde bewegen.
Het volgende verhaal wordt over Archimedes verteld.
Toen Syracuse in een oorlog met de Romeinen werd belegerd organiseerde Archimedes een deel van de verdediging. Hij kombineerde hefbomen en katrollen bij het bouwen van enorme kranen die de vijandelijke schepen de haven uit moesten hijsen. Ook had hij enorme holle spiegels gemaakt waarmee Romeinse schepen vanaf een grote afstand in brand werden gestoken. Waarschijnlijk klopt er van dit verhaal weinig. Archimedes had in zijn tijd niet de middelen voor zo'n operatie. Met of zonder de hulp van Archimedes, de verovering in 212 v. Chr.van Syracuse door de Romeinen kon niet worden verhinderd. Deze verovering leidde tot de dood van Archimedes en voegt een nieuw hoofdstuk toe aan zijn mythologie.
Volgens de Romeinse geschiedschrijver Livius zou Archimedes door een plunderende Romeinse soldaat gedood zijn terwijl hij over een meetkundige figuur, een cirkel, gebogen zat die hij in het zand had getekend. De Romeinse bevelhebber Marcellus zou hierover zeer bedroefd zijn geweest omdat hij had gehoopt dat Archimedes de Romeinen had kunnen helpen.

In zijn testament had Archimedes gezegd dat er een cilinder en een precies daarin gesloten bol op zijn graf zou moeten komen te staan, vergezeld van een versregel die de verhouding van hun inhouden gaf. Kennelijk beschouwde Archimedes deze formule als zijn belangrijkste ontdekking.
Er zijn meer verhalen over de dood van Archimedes. Een ander gaat als volgt. Marcellus stuurt een soldaat naar Archimedes om hem te ontbieden. Maar Archimedes die bezig is met een probleem wilde deze eerst oplossen voordat hij mee ging.
De soldaat werd daardoor woedend en doodde Archimedes.
Bij alle verhalen is het onduidelijk welke waar zijn en welke niet, maar een ding is zeker; Archimedes was een van de belangrijkste wetenschappers van zijn tijd.

Meer informatie is te vinden in het boek
'Archimedes in bad, mythen en sagen uit de geschiedenis van de wetenschap' van Maarten Franssen.

tijdsduur : 10 minuten

Eventueel kan men naar aanleiding van het verhaal over de gouden kroon een discussie in de klas houden:
Stel de smid pikt een gedeelte van het goud in en vervangt dat door zilver. Hij zorgt er wel voor dat het uiteindelijke gewicht van de kroon gelijk is aan het gewicht van het oorspronkelijke blok goud. Hoe merk je dat met de ontdekking van Archimedes?

- Na het vertellen over de Egyptenaren, Babyloniërs en Archimedes of na het lezen van de leerlingentekst door de leerlingen zelf, wordt opdracht 4 gemaakt en besproken.
  De docent kan eventueel meer vragen stellen hierover.
  Bijvoorbeeld: Waardoor is Archimedes beroemd geworden?

- Door het maken van opdracht 5 stap voor stap bekijken hoe Archimedes de omtrek van een cirkel bepaald heeft.
  De leerlingen maken de opdracht eerst zelf. Daarna wordt deze klassikaal besproken.
  tijdsduur : 20 minuten
- Opdracht 6 wordt op dezelfde manier gemaakt als opdracht 5.
  tijdsduur : 20 minuten

Les 3: tijdsduur 50 minuten

- Door middel van onderwijsleergesprek opdracht 7 maken.
  tijdsduur : 5 minuten
- Archimedes bedacht iets nieuws: 12-hoeken i.p.v 6-hoeken.
  Waarom begon hij niet direkt met 12-hoeken?
  Uit de 6-hoeken zijn makkelijk 12-hoeken te maken door loodlijnen te tekenen op de zijden van de 6-hoek. Op deze manier zijn 24-hoeken uit 12-hoeken te maken.
  Opdracht 8 door middel van een onderwijsleergesprek oplossen.
  tijdsduur : 10 minuten
- Opdracht 9 op dezelfde manier behandelen als de vorige opdracht.
  tijdsduur : 10 minuten
- Konklusie: Zowel de omgeschreven als de ingeschreven 12-hoek benaderen de omtrek van de cirkel beter dan de beide 6-hoeken.
  Met 24- of 48-hoeken wordt die benadering nog beter.
  Archimedes ging door tot de 96-hoek.
  tijdsduur : 5 minuten
- De leerlingen maken ieder voor zich opdracht 10.
  tijdsduur : 20 minuten

Les 4: tijdsduur 50 minuten

- Naar aanleiding van opdracht 10 kunt u zeggen dat de omtrek van de cirkel tussen de omtrekken van de beide 12-hoeken ligt. Archimedes vond de omtrek niet door te meten, maar door een berekening waarmee hij uit de zijde van een 6-hoek de zijde van een 12-hoek kon berekenen. Op dezelfde manier kon hij uit een zijde van een 12-hoek de zijde van een 24-hoek berekenen. Zo kon hij door blijven gaan met het bereken van de lengte van een zijde.
  tijdsduur : 5 minuten
- Als je de omtrek en de middellijn van een cirkel kent kun je π bepalen: **omtrek : middellijn** = π
  In opdracht 10 hebben de leerlingen twee benaderingen gevonden voor de omtrek van de cirkel. M.b.v. deze benaderingen gaan ze π bepalen in opdracht 11.
  tijdsduur : 20 minuten
- De leerlingen maken opdracht 12.
  tijdsduur: 5 minuten
- Samenvatting van de afgelopen lessen.
  Resultaat Archimedes met de 96-hoeken.
  Verhaal over de dood van Archimedes.
  π kan niet precies bepaald worden. De computer komt tot een hele nauwkeurige benadering.
  In de praktijk wordt vaak 3,14 of $3\frac{1}{7}$ gebruikt.
  De notatie π werd niet door Archimedes gebruikt, maar pas in de 18^{e} eeuw.

ANTWOORDEN

ARCHIMEDES EN DE OMTREK VAN DE CIRKEL

ANTWOORDEN

Opdracht 1:

middellijn	omtrek

Opdracht 2: blikje 2 heeft grootste omtrek

Opdracht 3:
a) 3,15 cm
b) 3,13 cm
c) -
d) omtrek wordt ook drie keer zo groot

Opdracht 4:
a) 2000 v.Chr.
b) 287-212 v.Chr.

Opdracht 5:
c) Boog AB is langer, omdat de kortste afstand tussen twee punten een rechte lijn is.
d) De omtrek van de cirkel is groter, zie de verklaring bij c) voor één zijde, dus dit geldt ook voor zes zijden.

Opdracht 6:
b) De lijnstukken AB en BC zijn samen groter dan boog AC. In de tekening is duidelijk te zien dat boog AC een stukje afsnijdt van AB + BC.
c) De omtrek van de omgeschreven 6-hoek is groter. Zie de verklaring bij b).

Opdracht 7: omtrek ingeschreven 6-hoek < omtrek cirkel < omtrek omgeschreven 6-hoek

Opdracht 8: De omtrek van de 12-hoek is groter. De 12-hoek snijdt veel kleinere boogjes af dan de 6-hoek.

Opdracht 9: De omtrek van de 6-hoek is groter. De 12-hoek snijdt veel kleinere boogjes af.

Opdracht 10: Door onnauwkeurig meten kunnen de antwoorden afwijken.

a) $\approx$ 31,2 cm

b) $\approx$ 31,8 cm

Opdracht 11: a) $\approx$ 3,12

b) $\approx$ 3,18

c) π van b) groter

d) $3,12 < \pi < 3,18$

Opdracht 12: a) 3,140

b) 3,142