

Probleemoplossen in interactie



Realistisch rekenen in het
speciaal (basis)onderwijs

S p e c i a a l
R e k e n e n

www.speciaalrekenen.nl



Probleemoplossen in interactie

Rijke reken-wiskundeproblemen in het speciaal (basis)onderwijs

Projectleiding

Drs. Nina Boswinkel

Drs. Erica de Goeij (assistent-projectleider)

Prof. dr. Jan de Lange (supervisor)

Projectmedewerkers

Mieke Abels

Peter Boon

Pascal Goderie

Drs. Toon Meeuwisse

Dr. Jo Nelissen

Drs. Marjolijn Peltenburg

Ing. Chris Rauws

Sita Strikwerda

Drs. Rob van Tricht (tot 01-01-2007)

Drs. Iris Verbruggen

Corry Verschure

Vormgeving

Jasper Lisman

Redactie

Sylvia Eerhart

Meryem Tatar

www.speciaalrekenen.nl

© Freudenthal Instituut, Utrecht (2007)

In samenwerking met CED-Groep en KPC Groep

Achtergrond informatie

Rijke reken-wiskunde problemen

Rijke reken-wiskunde problemen dagen leerlingen uit om naar oplossingen te zoeken en hierover te communiceren met klasgenoten. De leerlingen werken in tweetallen of groepjes aan de oplossing van een dergelijk probleem. Onze ervaring leert dat dit een mooie aanleiding biedt voor het uitwisselen van gedachten en het gezamenlijk oplossen ervan. Rijke reken-wiskunde problemen voldoen aan zoveel mogelijk van de volgende kenmerken. Rijke reken-wiskunde problemen:

- zijn ‘echte’ problemen die leerlingen willen oplossen, ofwel betekenisvol
- lokken verbazing of verwondering uit
- zijn een aanleiding om gedachten uit te wisselen
- kunnen op verschillende manieren en / of niveaus worden opgelost
- kunnen verschillende uitkomsten opleveren

De reken-wiskunde problemen die u in de module aantreft, worden elk door meerdere van deze punten gekenmerkt. Waar het in elk geval om gaat, is dat het probleem de leerlingen aanspreekt en hen uitdaagt om tot een oplossing te komen. Een voorbeeld van een dergelijk probleem is het onderstaande ontbijt-probleem:

Ontbijt

Stel dat er volgende week een feest op school wordt gehouden en iedereen mag helpen bij het organiseren ervan. Het feest begint al 's morgens vroeg met een gezamenlijk ontbijt met de hele school.

Bedenk een manier om uit te zoeken hoeveel broden we nodig hebben voor het ontbijt. Laat zien wat jullie hebben bedacht.

Dit probleem heeft weinig tekst en uitleg nodig. Het daagt leerlingen uit om in tweetallen het probleem op te lossen. Ze gaan in overleg om aannames te maken, zoals het aantal personen, het aantal sneetjes in een brood en het aantal boterhammen per persoon. Aangezien er verschillende aannames worden gemaakt, komen er verschillende antwoorden naar voren. Bovendien worden er verschillende rekenstrategieën gebruikt. Dit maakt een klassikale nabespreking interessant en leerzaam.

Rijke reken-wiskunde problemen dagen leerlingen uit

Probleemoplossen en zelfredzaamheid

De zelfredzaamheid van leerlingen staat in het speciaal (basis)onderwijs hoog in het vaandel. Zo is het van belang dat zij voorbereid worden op het oplossen van problemen waarmee zij in het dagelijkse leven geconfronteerd zullen worden. Hierbij kan worden gedacht aan het kunnen maken van een globale (of schattende) berekening als belangrijke rekenvaardigheid. Wanneer je bijvoorbeeld moet schatten of je voldoende geld hebt voor de boodschappen die in je winkelwagentje liggen, is het handig om een schattende berekening te kunnen maken.

Maar ook andere ervaringen zijn belangrijk en dragen bij aan de ontwikkeling van hun zelfredzaamheid. Voorbeelden hiervan zijn: vertellen of laten zien wat je gedaan hebt om een probleem op te lossen, of vertellen wat je hebt geprobeerd in geval het probleem (nog) niet opgelost is. Met de lesactiviteiten kunnen leerlingen veel van dit soort ervaringen opdoen tijdens de reken-wiskunde les.

Het oplossen van rijke reken-wiskunde problemen draagt bij aan de ontwikkeling van zelfredzaamheid

Interactie

Interactie in de klas is niet vanzelfsprekend. Voor veel leerlingen in het s(b)o is het verwoorden van en reflecteren op hun aanpak niet eenvoudig. Toch zou interactie ook voor deze leerlingen een manier kunnen zijn om hen bewust te maken van verschillende strategieën en van meer en minder efficiënte strategieën. De rijke reken-wiskunde problemen die in deze lessenseries worden aangeboden dagen leerlingen uit om naar oplossingen te zoeken en erover te communiceren met klasgenoten. Hiermee zijn positieve ervaringen opgedaan in het s(b)o. Kinderen gaan klassikaal of in tweetallen met elkaar in gesprek over hun aanpak en vergelijken eigen strategieën met die van anderen. Hierdoor wordt reflectie uitgelokt. De efficiëntie van de gevolgde oplossing wordt dan vergeleken met die van anderen. Dit kan aanleiding zijn tot bijstelling van de eigen strategie. Op deze manier wordt het denken en de strategiekeuze van de leerling op een hoger plan gebracht.

In interactie worden strategieën uitgewisseld

Interactie en sociale vaardigheden

Wanneer leerlingen samen aan de oplossing van een probleem werken, ontwikkelen zij indirect hun sociale vaardigheden met betrekking tot het samenwerken. Gedacht kan worden aan vaardigheden zoals naar elkaar luisteren, reageren op wat een ander zegt, elkaar herinneren aan de opdracht, delen van materialen en elkaar helpen.

Interactief probleemoplossen draagt bij aan de ontwikkeling van sociale vaardigheden

Organisatie en uitvoering

De leerkracht

De leerkracht heeft een belangrijke rol in de interactieve lessen. In eerste instantie bij het introduceren van het probleem. Het is namelijk niet vanzelfsprekend dat de leerlingen direct aan het werk gaan en aan het werk blijven. Daarom is het van belang dat het probleem als een 'echt' probleem wordt neergezet. Tijdens de introductie wordt de interesse van de leerlingen geprikkeld, zodat zij het als een probleem gaan ervaren dat zij willen oplossen. Hun betrokkenheid is cruciaal.

In de beschrijvingen van de lesactiviteiten vindt u suggesties voor de introductie van de beschreven problemen en voor vragen om bijvoorbeeld voorkennis op te roepen, om reacties van leerlingen uit te lokken, of om het denkvermogen te stimuleren.

Nadat het probleem is geïntroduceerd en de eerste vragen van de leerlingen zijn beantwoord, gaan de leerlingen in tweetallen aan het werk. Door rond te lopen, te luisteren naar de discussies en het werk van de leerlingen te bekijken, houdt u zicht op de gevolgde aanpakken. In deze fase van de lesactiviteit heeft u als leerkracht een meer terughoudende rol dan tijdens de introductie. Het is van belang dat er geen sturing plaatsvindt in de richting van bepaalde oplossingsstrategieën. In het geval een tweetal niet op gang komt of vastloopt in hun gekozen strategie kunt u hen natuurlijk wel verder op weg helpen door vragen te stellen. Denk bijvoorbeeld aan vragen zoals:

'Wat hebben jullie gedaan? O, jullie hebben groepjes gemaakt, hoe kun je die nu gebruiken om het probleem op te lossen?' of 'Wat betekent het getal dat je hebt uitgerekend?'

Op basis van wat u heeft gezien en gehoord tijdens het werken in tweetallen bepaalt u de volgorde waarin de verschillende aanpakken worden gepresenteerd en besproken (zie afbeelding 1). Het is aan te raden om met een strategie te beginnen die voor elke leerling is te volgen en te eindigen met een strategie op een hoger niveau. Bij de lesactiviteiten worden ook strategieën die u kunt verwachten geschetst. Hier zijn tevens suggesties voor het bespreken van dergelijke strategieën toegevoegd.



Afbeelding 1: Presenteren van gevolgde aanpak

Tijdens de nabespreking is het belangrijk dat u geen uitspraken doet over welke strategie het beste is of een voorkeur uitspreekt voor een bepaalde strategie.

Nadat een aantal strategieën de revue zijn gepasseerd, is het aan de leerlingen om hun voorkeur voor een bepaalde strategie toe te lichten. De follow-up activiteiten die bij een aantal lesactiviteiten zijn opgenomen, bieden de gelegenheid om met deze voorkeursstrategie te experimenteren.

De leerkracht organiseert, observeert en stimuleert

De leerlingen

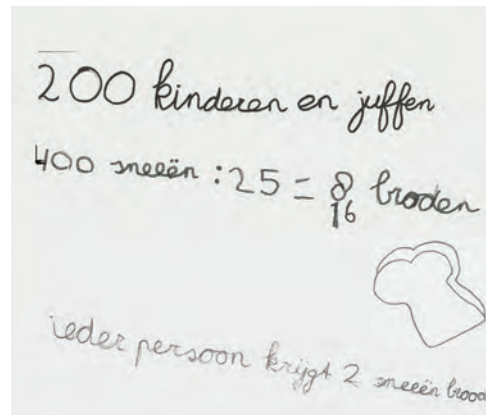
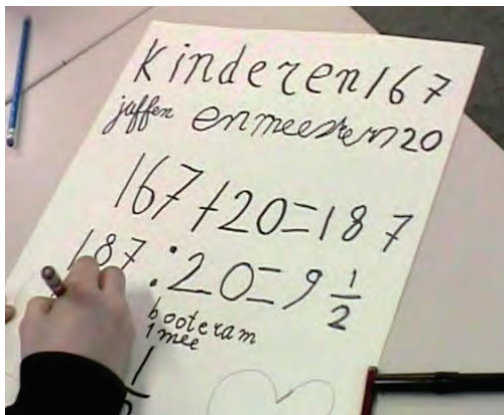
De rijke reken-wiskundeproblemen van deel I en II zijn alle uitgeprobeerd.

Een hulpmiddel dat hierbij regelmatig werd ingezet, is een groot stuk papier voor elk tweetal waarop de leerlingen weergeven welke aanpak zij hebben gevolgd voor het oplossen van het betreffende probleem. Het grote vel papier is:

- een hulp bij het ordenen van de gedachten over de aanpak van een rijk probleem;
- een weergave van de gevolgde aanpak
- een aanleiding voor anderen om (kritische) vragen te stellen aan het betreffende tweetal.

Het papier is bedoeld om aan anderen duidelijk te maken hoe een probleem is aangepakt en om hierover een gesprek op gang te brengen. Hiermee wordt benadrukt dat de aandacht bij het oplossen van rijke problemen niet zozeer ligt op het geven van een correct antwoord, maar op de helderheid van de uitleg.

Hier volgen twee voorbeelden van wat leerlingen uit het sbo hebben genoteerd naar aanleiding van het probleem over het ontbijt:



Afbeelding 2 en 3: Strategieën

Het vel papier vormde in de lesactiviteit over het ontbijt een middel om met klasgenoten te bespreken hoe er was gedacht en hoe er tot een oplossing was gekomen. Het papier gaf houvast bij het onder woorden brengen van het oplossingsproces. Andere leerlingen en de leerkracht stelden vragen als iets in de uitleg of op het papier niet duidelijk was.

Tijdens het uitproberen van de lesactiviteiten is gebleken dat het grote vel papier een goed middel is om interactie in de klas te ondersteunen. Ten eerste vindt interactie plaats tussen de leerlingen die in tweetallen aan het probleem werken. Zij maken hun gedachten aan elkaar duidelijk ten aanzien van het probleem en de te kiezen aanpak. Uiteraard moeten ze tot overeenstemming komen over wat er op het papier wordt genoteerd.

Ten tweede vindt er interactie plaats tijdens de klassendiscussie die volgt op het werken in tweetallen. Tijdens de klassendiscussie worden de gevolgde aanpakken van de leerlingen besproken. Aan de hand van hun papier kunnen de leerlingen uitleggen hoe zij aan het werk zijn gegaan. Ook reageren leerlingen op elkaars werk. Op deze manier komen verschillen en overeenkomsten in gevolgde aanpak aan bod, maar ook meer en minder efficiënte strategieën. Voor sommige leerlingen zal dit overleg aanleiding zijn tot reflectie en aanscherping van de gevolgde aanpak.

Het voornaamste doel van het gebruik van de grote vellen papier is dat leerlingen eraan gewend raken om hun gedachten te noteren. Het grote vel papier is in die zin een soort kladblaadje dat steun biedt bij het ordenen van de gedachten. Verschillende leerlingen hebben het vel papier een ‘denkwolk’ genoemd. Deze leerlingen begrijpen dus precies wat de bedoeling ervan is.

Als leerlingen er eenmaal aan gewend zijn hun gedachten op grote vellen papier te krijgen, kunnen ze later kleinere kladblaadjes gebruiken. Het grote vel papier mondt op die manier uit in het gebruik van kladpapier dat ook tijdens de reguliere rekenles goed dienst kan doen. Met een kladblaadje houden de leerlingen zicht op wat ze hebben geprobeerd en berekend. Bovendien kunnen leerlingen aan de leerkracht en klasgenoten laten zien welke aanpak ze hebben gekozen.

De leerlingen presenteren in tweetallen hun werk aan de groep. Echter, er is een zekere durf vereist om op deze manier met klasgenoten te communiceren. Tijdens een try-out koos de leerkracht ervoor om in het begin zelf het werk aan de klas te laten zien, zodat het betreffende tweetal vanaf hun plaats hun werkwijze kon toelichten (zie afbeelding 4). De leerkracht stelde vragen aan het tweetal, zodat zij werden gestimuleerd om hun strategie mondeling toe te lichten. Tijdens één van de volgende activiteiten kwamen de verschillende tweetallen wel zelf voorin de klas staan om hun werk te presenteren. Hun klasgenoten werden door de leerkracht aangemoedigd om vragen te stellen over de gevolgde aanpakken. Ook werden de leerlingen uitgenodigd om strategieën van andere tweetallen te verwoorden. Op die manier kon worden nagegaan of zij werkelijk hadden begrepen hoe hun klasgenoten te werk waren gegaan.



Afbeelding 4: Strategieën bespreken

Leerlingen laten hun aanpak zien

Verrijkte reken-wiskunde problemen

De reken-wiskundemethoden bieden allerlei opdrachten waarmee interactie tussen leerlingen kan worden gestimuleerd. De ervaring leert echter dat wanneer de vraagstelling bij bepaalde opdrachten uit de methoden op een iets andere manier wordt gesteld, er nog meer interactie wordt uitgelokt. Het gaat om een kleine aanpassing waarmee opdrachten uit de methoden verrijkt worden tot een 'echt' probleem dat de leerlingen uitdaagt om naar oplossingen te zoeken en hierover te praten met klasgenoten. Zo kan door een net iets andere vraagstelling een opdracht meer 'open' worden gemaakt. Met een kleine aanvulling of wijziging kan een opdracht dichter bij de kinderen komen te staan. Dit illustreren we aan de hand van het volgende voorbeeld.

Schatten

Het schatten van ongestructureerde hoeveelheden komt in de meeste reken-wiskundemethoden voor. In Alles telt wordt de strategie 'verdeel de foto in stroken' getoond in het werkboek (zie afbeelding 5).

Maar er zijn meer strategieën mogelijk. Daarom kan het probleem van het schatten interessanter worden als de leerlingen de vrijheid hebben zelf een strategie te bedenken.

Om de volgende opdracht te verrijken zouden de lijntjes in de afbeelding weggehaald kunnen worden. Aangezien dit grafisch-technisch niet eenvoudig is, wordt een alternatief werkblad aangeboden: 'Olifanten' (zie afbeelding 6). Het schatten van een olifantenpopulatie blijkt bovendien een aansprekende context te zijn voor leerlingen.



Afbeelding 5: Hoeveel kinderen zie je hier ongeveer? Uit: Alles telt, leerlingenboek 5A p. 52.



Afbeelding 6: Werkblad 'Olifanten'

In deel II vindt u voorbeelden van opdrachten uit de methoden die ‘verrijkt’ zijn op de manier, zoals in het voorbeeld. De opdrachten zijn afkomstig uit de methoden ‘Wis en Reken’, ‘Pluspunt’, ‘De Wereld in Getallen’ en ‘Alles telt’. De opdrachten die worden aangegeven zijn meestal het begin van een leerlijn (zoals de aanloop naar het leren delen en de deelnotatie) of sluiten aan bij een cruciaal leermoment (zoals begrip van de oppervlaktemaat vierkante meter).

Overzicht:

Deel I	Deel II	Deel III
Rijke reken-wiskundeproblemen voor de: - Onderbouw - Middenbouw - Bovenbouw	Verrijkte reken-wiskunde opdrachten uit de methoden voor de: - Onderbouw - Middenbouw - Bovenbouw	Een overzicht van opdrachten per methode die mogelijkheden bieden tot verrijking voor de: - Onderbouw - Middenbouw - Bovenbouw
Vijf lesactiviteiten per bouw	Vijf lesactiviteiten per bouw	Suggesties ter verrijking

Afbeelding 7: Schematische weergave opbouw lessenseries

De lesactiviteiten voor de onderbouw zijn geschikt voor niveaugroepen 3 en 4, voor de middenbouw voor niveaugroepen 4 en 5 en de lesactiviteiten voor de bovenbouw zijn geschikt voor niveaugroepen 5 en 6.

Bij een aantal lesactiviteiten is een follow-up lesactiviteit ontwikkeld. Een dergelijke les is bedoeld om leerlingen de gelegenheid te bieden om dat wat zij in de voorgaande les hebben geleerd toe te passen in een andere context, dan wel verder uit te breiden.

Deel I bestaat uit lesactiviteiten met rijke reken-wiskundeproblemen. Bij het ontwerpen van dit deel zijn nieuwe reken-wiskundeproblemen ontwikkeld, maar er is ook gebruik gemaakt van bestaand lesmateriaal. Het gaat om lesactiviteiten uit het project Speciaal Rekenen en lessuggesties afkomstig uit het TAL-project, het practicum van de Nationale Rekendagen en het Rekenweb. Sommige lesactiviteiten zijn hier en daar aangepast om een prominentere rol te geven aan interactie. Zo is de lesactiviteit ‘Robbie de Rover’ uit de groep 3 map¹ van Speciaal Rekenen in een aangepaste vorm opgenomen.

Deel II bestaat uit lesactiviteiten met verrijkte opdrachten uit de eerder genoemde reken-wiskundemethoden. Deze opdrachten zijn verrijkt door een anders geformuleerde vraagstelling, waardoor het probleem dichterbij de leerlingen komt te staan, het probleem meer ‘open’ wordt en interactie tussen leerlingen wordt uitgelokt.

Deel III biedt een overzicht van opdrachten per methode die mogelijkheden bieden tot verrijking, maar ook enkele opdrachten uit de methoden die als ‘rijk’ bestempeld kunnen worden. De opdrachten zijn geselecteerd uit de niveaugroepen 3 tot en met 6. Dit deel is in de map opgenomen als handreiking om zelf ervaring op te doen met het verrijken van opdrachten die vast onderdeel

¹ Boswinkel, N. , Moerlands, F . & Goeij, E . de (2006). *Structureren helpt! Getalbegrip groep 3: Structureren*. Utrecht: Freudenthal Instituut

zijn van de reken-wiskundemethoden. Deel III vormt een op zichzelf staand katern. Ook in dit deel wordt de indeling naar onderbouw, middenbouw en bovenbouw aangehouden.

In de praktijk

Zoals aangegeven zijn de lesactiviteiten uit deze map uitgeprobeerd door leerkrachten die werkzaam zijn in het s(b)o. Voor sommige van hen was het geven van een interactieve les rond een rijk reken-wiskunde probleem een heel nieuwe ervaring. Het is immers niet vanzelfsprekend dat deze interactieve lessen waarin 'rijke' problemen aan de orde worden gesteld, in één keer vlekkeloos verlopen.

Het oplossen van rijke problemen vraagt enige gewenning voor zowel de leerkracht als de leerlingen. Er wordt bijvoorbeeld een groot beroep gedaan op de eigen inbreng van de leerlingen. Ook het samen oplossen van een probleem kan voor veel leerlingen nieuw zijn. Het noteren van je gedachten op een groot stuk papier is iets wat de leerlingen enkele keren moeten hebben ervaren voordat zij het nut ervan inzien. Het presenteren aan de klas en het verwoorden van de gevolgde aanpak vraagt bovendien een zekere durf. Daarnaast is voor de klassikale discussie een betrokken, actieve houding nodig waarin alle leerlingen (hardop) meedenken en reflecteren op de gepresenteerde aanpakken. Het is aan de leerkracht om dit in goede banen te leiden. Dit vraagt om inzicht in de bedoeling van de werkwijze die in deze map wordt beschreven. Ons advies is dan ook om de tijd te nemen om met deze werkvorm te experimenteren.

Enkele praktische tips voor het uitvoeren van de lesactiviteiten.

- Besteed voldoende aandacht aan de inleiding van de context van het betreffende probleem. Probeer zoveel mogelijk aan te sluiten bij de belevingswereld van de kinderen of bij een actuele gebeurtenis die hen aanspreekt.
- Maak een bewuste keuze bij het samenstellen van de tweetallen. Het is niet altijd aan te raden om de leerlingen zelf te laten kiezen met wie ze willen samenwerken.
- Geef elk tweetal één werkblad. De ervaring leert dat hierdoor interactie beter op gang komt.
- Zorg tijdens de nabespreking dat de kinderen elkaar en elkaars werk goed kunnen zien. Een kringgesprek biedt de mogelijkheden hiertoe.
- Nodig de leerlingen uit om vragen te stellen over het gepresenteerde werk. Hoewel het stellen van 'goede' vragen een hele kunst is, loont het om daar regelmatig aandacht aan te besteden.