



# Verantwoording

**Basisontwerp binnenwerk:** Marieke Zwartenkot, Amsterdam

**Opmaak binnenwerk:** Integra Software Services, India

**Beeldresearch:** Lineair Fotoredactie, Arnhem

**Technisch tekenwerk:** Integra Software Services, India en DDCom, Veldhoven

**Illustraties:** Marcel Jurriens, Boxtel

**Foto's en afbeeldingen:**

Kevin Foy / Alamy/ImageSelect / Wassenaar: p. 4

Nimitz Library/U.S. Naval Academy -Annapolis, Maryland: p. 8

Sunset Box / Allpix Press/HH – Amsterdam: p. 20

DPA/Lineair – Arnhem: p. 26

Ron Giling/Lineair – Arnhem: p. 33

NASA – Washington: p. 41

0 / 14

© 2014 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Houten, The Netherlands

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, [www.reprorecht.nl](http://www.reprorecht.nl)). Voor het overnemen van (een) gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, [www.stichting-pro.nl](http://www.stichting-pro.nl)).

*All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without prior written permission of the publisher.*

244022

# Relativiteit

se

In 1905 publiceerde Albert Einstein de speciale relativiteitstheorie, die zo radicaal vernieuwend was dat hij er de wetenschapper van de eeuw mee werd. Verrassende vragen en antwoorden behoorden opeens tot de fysica, zoals:

- bestaat gelijktijdigheid? (nee);
- is het (theoretisch) mogelijk om binnen een minuut van de aarde naar de zon te reizen? (ja);
- kan iets (theoretisch) sneller dan het licht? (nee);
- kun je materie vernietigen? (ja);
- kun je massa vernietigen? (nee).

Over de achtergronden van deze en andere vragen gaat dit hoofdstuk.

## Wegwijzer

Paragraaf	Site
<b>R</b> Relativiteit	<a href="#">Voorkennistest</a>
<b>R.1</b> Voorgeschiedenis	<a href="#">Kun je zo snel als het licht?</a>
<b>R.2</b> Tijd	<a href="#">Gelijktijdigheid</a> <a href="#">Gps en relativiteit</a>
<b>R.3</b> Ruimte en beweging	
<b>R.4</b> Energie en massa	
<b>R.5</b> Achtergronden	
<b>R.6</b> Afsluiting	<a href="#">Samenvatting</a> <a href="#">Extra opdrachten</a> <a href="#">Uitwerkingen oefenopgaven</a>

## Startopdrachten

1

Op de foto hiernaast zie je Einstein. In de inrotestekst hierboven staan vijf vragen met daarbij de antwoorden zoals die uit Einsteins relativiteitstheorie volgen. Welke antwoorden lijken met elkaar in tegenspraak?

2



Doe op de site de voorkennistest.

# R.1 Voorgeschiedenis

In figuur R.1 zie je een geblindeerde magneettrein die met constante snelheid rijdt. De trein rijdt *volledig* gelijkmatig: hij schokt nooit en gaat nooit door een bocht.

## Startopdracht

3

Is er een experiment dat je *in* die geblindeerde magneettrein kunt doen, waarmee je kunt bepalen hoe snel de trein gaat? Als je antwoord ja is, omschrijf het experiment.

### Het relativiteitsprincipe van Galilei

In figuur R.2 zie je Roy die op een rijdende auto staat. De auto rijdt 50 km/h. Hij gooit een bal met 60 km/h horizontaal naar achteren, naar Pink die stilstaat op straat. Roy ziet de bal dan met 60 km/h naar achteren gaan en Pink ziet de bal met 10 km/h op zich af komen.

Die twee waargenomen snelheden schelen 50 km/h met elkaar: precies de autosnelheid. Dit is geen toeval. Ook bij een andere waarde van de gooisnelheid gaat dit zo. Algemeen geldt: als je de snelheid weet die de één meet, kun je berekenen wat de ander meet.

Je zegt dat de twee personen zich in een verschillend **inertiaalstelsel** bevinden. Een inertiaalstelsel is een coördinatenstelsel dat met *constante* (ofwel eenparige) snelheid beweegt. Een **niet-inertiaalstelsel** is een stelsel dat niet met constante snelheid beweegt. Dan is er sprake van versnelling.

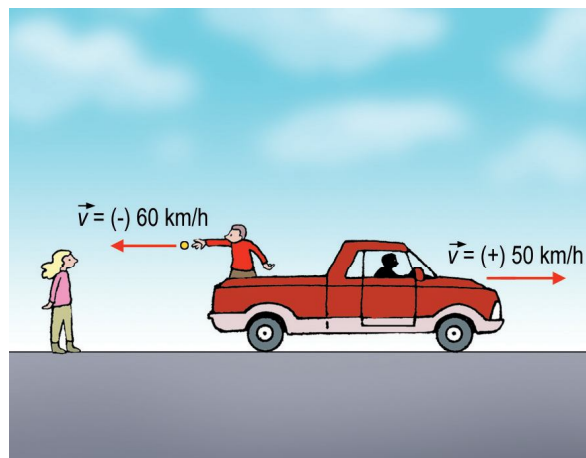
Strikt genomen bevinden Roy en Pink zich in een niet-inertiaalstelsel: ze zitten namelijk op de aarde, die zowel om haar as draait als om de zon. Bij cirkelbewegingen is sprake van (middelpuntzoekende) versnelling. De effecten hiervan zijn echter in bovenbeschreven situatie verwaarloosbaar. Over het algemeen beschouw je alles wat stilstaat op aarde, en ook alles wat met constante snelheid beweegt ten opzichte van de aarde, als iets wat zich in een inertiaalstelsel bevindt. Je kunt herkennen of je in een inertiaalstelsel zit. Dan geldt namelijk de eerste wet van Newton. Als je bijvoorbeeld in een remmende raket zit (een niet-inertiaalstelsel) en je laat een balletje los, dan zie jij dat balletje versneld omhoog bewegen, terwijl er geen krachten op het balletje werken, in tegenspraak met de eerste wet van Newton.

Galilei (en ook Newton) stelden dat de wetten van de mechanica in alle *inertiaalstelsels* hetzelfde zijn. Je noemt dit het **relativiteitsprincipe**.

Dit sluit aan bij je dagelijkse ervaring. Als je bijvoorbeeld gaat biljarten of tafeltennissen in de magneettrein uit de startopdracht, dan bewegen de ballen niet



R.1 Een geblindeerde magneettrein



R.2 Een bal gooien vanaf een rijdende auto

anders dan normaal. Ze bewegen wel anders als de trein bijvoorbeeld schudt. Maar het schudden maakt het stelsel meteen niet-inertiaal: het stelsel beweegt dan niet eenparig.

In bovengenoemde voorbeelden zag je dat het relativiteitsprincipe geldt voor *eenparige bewegingen*. Beide personen meten weliswaar een andere snelheid, maar ze zijn het erover eens dat die snelheid *constant* is. De achterliggende natuurwet (de eerste wet van Newton) geldt in beide stelsels. Beschouw als voorbeeld van een *niet-eenparige beweging* in twee verschillende inertiaalstelsels de volgende situatie: Roy staat weer op de rijdende auto, Pink staat stil op straat (tegenover de boom), de luchtweerstand is verwaarloosbaar. Roy laat een bal vallen en ziet een verticale rechtlijnige beweging, zie figuur R.3a. Pink ziet een parabolobaan, zie figuur R.3b. Dat de banen verschillen is niet in tegenspraak met het relativiteitsprincipe: het principe zegt alleen iets over de *wetten* van de mechanica, in dit geval de gravitatiewet en de bewegingswetten. Die wetten zijn in beide stelsels identiek. Roy ziet een vrije val *zonder* horizontale beginsnelheid, Pink ziet een vrije val *met* horizontale beginsnelheid.

Volgens het relativiteitsprincipe van Galilei zijn alle inertiaalstelsels equivalent (= gelijkwaardig) om mechanicaproblemen mee te beschrijven. Het ene

inertiaalstelsel is niet beter dan het andere. Hierdoor staat er geen stelsel in *absolute* zin stil. Absolute snelheid bestaat niet, alleen **relatieve snelheid**. Als raket 1 door een leeg heelal vliegt, terwijl raket 2 hem inhaalt, kun je zowel zeggen:

- raket 1 staat stil; raket 2 heeft een positieve snelheid,
- raket 2 staat stil; raket 1 heeft een negatieve snelheid,
- raket 1 heeft een (willekeurige!) positieve snelheid; raket 2 heeft een grotere positieve snelheid,
- raket 2 heeft een (willekeurige!) negatieve snelheid; raket 1 heeft een grotere negatieve snelheid.

(Hierbij is de positieve richting de richting waarin de neuzen van de raketten wijzen.)

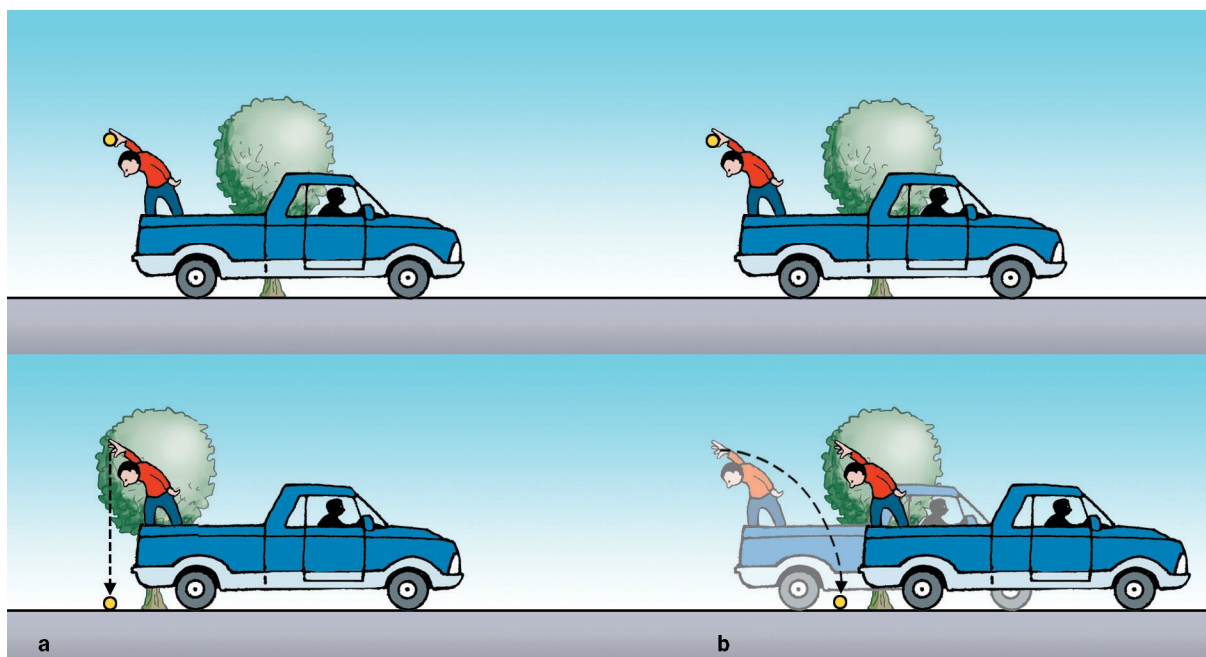
De vraag is of het relativiteitsprincipe alleen geldt voor de wetten van de mechanica, of voor alle natuurwetten.

● **Een inertiaalstelsel is een coördinatenstelsel dat met constante snelheid beweegt. Het relativiteitsprincipe van Galilei geldt:**

**a de wetten van de mechanica zijn in alle inertiaalstelsels hetzelfde;**

**b absolute snelheid bestaat niet, alleen relatieve snelheid.**

**Je kunt herkennen dat je in een inertiaalstelsel zit, doordat dan de eerste wet van Newton geldt.**



R.3 Een bal laten vallen als je op een rijdende auto staat: a waargenomen door Roy b waargenomen door Pink

## Het relativiteitsprincipe bij elektromagnetisme

In 1865 formuleerde de briljante fysicus en wiskundige Maxwell een aantal zeer succesvolle wetten: de maxwellvergelijkingen. Deze vergelijkingen beschrijven het elektromagnetisme, waaronder elektromagnetische golven. De vergelijkingen beschrijven die als wisselende elektrische velden die magnetische velden opwekken, en vice versa. Je kunt met de maxwellvergelijkingen de voortplantingssnelheid uitrekenen:  $3,0 \cdot 10^8$  m/s. Dit stemt overeen met de lichtsnelheid. Men leerde hiermee dat licht een elektromagnetisch verschijnsel is, een grote doorbraak in die tijd. De vraag was alleen: in welk inertiaalstelsel meet je die  $3,0 \cdot 10^8$  m/s? Hiervoor waren meerdere 'kandidaten' als antwoord.

*Kandidaat 1: in een inertiaalstelsel dat stilstaat in de 'ether'*

Alle overige bekende golven bewegen in een medium: bijvoorbeeld watergolven in water, geluidsgolven in lucht, en gitaargolven in een snaar. Men vermoedde dat ook licht een medium nodig heeft, de **ether** genaamd: een of andere ijle tussenstof die het heelal zou vullen. Alleen als je stilstaat ten opzichte van de ether meet je  $3,0 \cdot 10^8$  m/s, alleen dan gelden de maxwellvergelijkingen. Het zou mogelijk moeten zijn je snelheid ten opzichte van de ether te bepalen. Zou er zo toch een absolute beweging bestaan?

*Kandidaat 2: in het inertiaalstelsel van de waarnemer*

Als een ster met grote snelheid op je afkomt, meet je dan een andere lichtsnelheid? Als een ster bijvoorbeeld met  $2,0 \cdot 10^8$  m/s op je afkomt, meet je dan:  $2,0 \cdot 10^8 + 3,0 \cdot 10^8 = 5,0 \cdot 10^8$  m/s? Uit de maxwellvergelijkingen volgt dat je dan nog steeds  $3,0 \cdot 10^8$  m/s meet. Kandidaat 2 was een minder serieuze kandidaat dan kandidaat 1: bij geluid geldt dit bijvoorbeeld niet. Of een trein nu naar je toe beweegt of stilstaat, het geluid bereikt je in beide gevallen met 340 m/s.

*Kandidaat 3: in het inertiaalstelsel van de lichtbron*

Dit was een serieuzere kandidaat dan kandidaat 2. Als jij naar een geluidsbron toe beweegt, meet je wel een grotere geluidssnelheid dan 340 m/s. Uit de maxwellvergelijkingen volgt dat dit voor licht niet zo is: je meet altijd  $3,0 \cdot 10^8$  m/s. In de tijd van Maxwell sloten echter de meest gangbare theorieën en ook (indirecte) experimenten deze kandidaat uit.

Kandidaat 1 is in 1887 zeer nauwkeurig onderzocht door Michelson en Morley (zie de volgende pagina). Voor een directe meting van kandidaat 2 was in die tijd de apparatuur nog niet nauwkeurig genoeg. Kandidaat 2 is pas op een directe wijze gemeten in 1913 (acht jaar na de publicatie van Einsteins theorie), door de Nederlander De Sitter. Die onderzocht dubbelsterren waarbij ster 1 van ons af beweegt en ster 2 naar ons toe. De Sitter vond geen lichtsnelheidsverschillen tussen licht van ster 1 en licht van ster 2. Kandidaat 3 is pas in 1924 op directe wijze onderzocht en uitgesloten door Tomaschek, die licht van sterren onderzocht met de opstelling van Michelson en Morley.

Rond 1880 rees het vermoeden dat de maxwellvergelijkingen incompleet waren. Er waren bezwaren tegen de theorie van het elektromagnetisme.

*Bezwaar 1*

Allereerst voldeden de maxwellvergelijkingen niet aan het relativiteitsprincipe, omdat ze alleen geldig waren in een stelsel dat stilstaat in de ether. Men dacht dat er extra termen bij moesten om rekening te houden met een snelheid.

Einstein had nog meer bezwaren tegen het relativiteitsprincipe in combinatie met elektromagnetisme.

*Bezwaar 2*

Einstein deed het volgende gedachte-experiment: hij stelde zich voor wat er gebeurt als je met  $3,0 \cdot 10^8$  m/s meereist naast een lichtstraal. Je ziet dan een *stilstaand* elektromagnetisch bergen-en-dalenpatroon. Dit is in tegenspraak met de theorie van Maxwell: juist de *verandering* van het magnetisch veld wekt steeds het elektrisch veld van de golf op, en vice versa. Stilstaande golven bestaan niet. De oplossing van Einstein was dat reizen met de lichtsnelheid onmogelijk moest zijn.

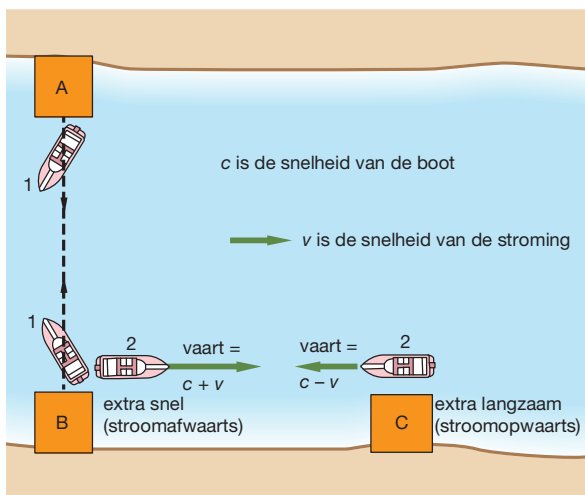
*Bezwaar 3*

Als een magneet beweegt, wekt dat een elektrisch veld op. Als elektrische lading beweegt, wekt dat een magnetisch veld op. Maar hoe zit dat in een inertiaalstelsel dat meebeweegt met de bewegende lading? In dat inertiaalstelsel staat de lading stil, dus volgens dat stelsel is er geen magneetveld. Dit voldoet op het eerste gezicht niet aan het relativiteitsprincipe: bij een stelsel dat niet meebeweegt ontstaat wel een magneetveld, bij een meebewegend stelsel niet.

De oplossing van Einstein was dat het afhangt van de waarnemer of het magnetische veld ontstaat of niet. Magnetische velden ontstaan niet doordat lading absoluut beweegt (ten opzichte van bijvoorbeeld ether), ze ontstaan doordat lading relatief beweegt ten opzichte van een waarnemer. Waarnemers nemen verschillende velden waar. Om een probleem objectief te beschrijven, moet je elektriciteit en magnetisme gezamenlijk beschouwen. Dit is vergelijkbaar met de twee personen die de bal zagen vallen uit de rijdende auto: de een ziet een parabolbaan, de ander een verticale rechte lijnige beweging. De waarneming in een ander inertiaalstelsel verschilt, de wetten niet. Dat geldt ook hier: de waarneming in een ander inertiaalstelsel verschilt (wel een magnetisch veld of geen magnetisch veld), de elektromagnetische wetten niet. In moderne termen kun je zeggen: een magnetisch veld, en ook een elektrisch veld, is een relativistisch effect.

● **De elektromagnetische theorie voldoet op het eerste gezicht niet aan het relativiteitsprincipe:**

- 1 de vergelijkingen lijken alleen te gelden voor een stelsel dat stilstaat in ether,**
- 2 als je met de lichtsnelheid meereist met een lichtstraal zie je de lichtstraal stilstaan, stilstaande lichtstralen bestaan niet volgens de theorie,**
- 3 in een inertiaalstelsel dat meebeweegt met bewegende lading ontstaat geen magneetveld, in ieder ander inertiaalstelsel wel.**



**R.4** Een boot legt op twee manieren dezelfde afstand af in een stromende rivier.

## Het experiment van Michelson en Morley

Michelson en Morley wilden in 1887 experimenteel verifiëren dat de aarde door de stilstaande ether beweegt. Dat was namelijk waar men toentertijd van uitging, door eerdere experimenten en theorieën. Ze wisten: de aarde beweegt in een cirkelbaan om de zon met  $3 \cdot 10^4$  m/s. Ze ontwikkelden een zeer nauwkeurig meetinstrument, een interferometer, waarmee de invloed van die  $3 \cdot 10^4$  m/s tot een meetbaar resultaat moest leiden.

Het achterliggende principe is als volgt. In figuur R.4 zie je twee boten in een stromende rivier die op twee manieren dezelfde afstand afleggen ( $AB = AC$ ), met dezelfde motorkracht.

Boot 1 vaart op en neer van A naar B en weer terug, in de richting loodrecht op de stroomrichting. Hiervoor moet deze boot steeds iets schuin varen ten opzichte van de lijn AB, om te corrigeren voor de stroomsnelheid.

Boot 2 vaart op en neer van A naar C, de heenweg is met de stroom mee, de terugweg tegen de stroom in. Boot 1 is sneller dan boot 2, met name doordat boot 2 langere tijd nadeel heeft van stroom tegen dan dat hij voordeel heeft van stroom mee. Als de boten tegelijk starten, komen ze met een tijdsverschil  $\Delta t$  weer terug bij het startpunt.

Michelson verwoordde het zelf zo voor zijn dochter: 'Twee lichtstralen doen wie het snelste kan, net als twee zwemmers; de een steekt de afstand simpelweg over en komt terug, de ander worstelt tegen de stroom in en weer terug. Als er in de rivier ook maar enige stroming staat, zal de eerste zwemmer altijd winnen.'

In figuur R.5b op de volgende pagina staat schematisch de opstelling van Michelson en Morley weergegeven. Lichtstraal 1 en 2 zijn vergelijkbaar met respectievelijk boot 1 en 2. Het tijdsverschil  $\Delta t$  leidt bij de lichtstralen tot een faseverschil en daardoor tot interferentie. Als de aarde door de ether beweegt, zou op aarde een soort 'etherwind' meetbaar moeten zijn. De stroomsnelheid van de rivier is in bovenstaande analogie de snelheid van de 'etherwind'. Een verschil met de boten is dat de richting van de 'etherwind' niet bekend was, terwijl de bootbestuurders wel de rivierstroomrichting kennen. Vandaar dat Michelson en Morley hun opstelling langzaam over  $360^\circ$  horizontaal lieten draaien, in de verwachting dat er veranderingen in het interferentiepatroon zouden optreden (bijvoorbeeld als lichtstraal 1 dezelfde richting heeft als de 'etherwind').

Tot hun verbazing veranderde er *niets* significant. Ze voerden de proef daarna overdag uit en 's nachts (zodat de oriëntatie van de aarde ten opzichte van de zon anders is door de draaiing van de aarde). Ze voerden de proef in verschillende seizoenen uit (zodat de aarde op een andere locatie in haar baan om de zon is). Niets had ook maar enig effect. Dit was in die tijd een schokkende ontdekking. Als je bij een experiment het verwachte effect niet waarneemt, noem je dat een **nulresultaat**.

Kandidaat 1 viel dus af, het ging niet om een snelheid ten opzichte van de ether. Zou het dan toch kandidaat 3 (of 2) zijn? Ging het toch om de snelheid ten opzichte van de bron? Bij hun experiment gebruikten Michelson en Morley een lokale bron. Om kandidaat 3 uit te sluiten, heeft Tomaschek in 1924 gemeten aan licht afkomstig van een ster. Ook dat gaf een nulresultaat en sloot kandidaat 3 uit.

Het experiment van Michelson en Morley is uiteindelijk de geschiedenis ingegaan als het beroemdste experiment dat 'mislukt' is.

● **Het experiment van Michelson en Morley gaf een nulresultaat: het resultaat was in tegenspraak met de toenmalige (foute) theorie dat de aarde door de ether beweegt.**

## De twee postulaten van Einstein

Einstein verwierp de ether: volgens Einstein kunnen elektromagnetische golven zich gewoon door vacuüm voortplanten en hebben ze geen medium nodig. De Maxwellvergelijkingen behoeften geen extra termen of aanpassing. Einstein formuleerde in 1905 twee postulaten, die alle bovenstaande problemen oplosten. Een postulaat is een niet-bewezen bewering die je aanvaardt. Mocht ooit het tegendeel worden bewezen, dan verwerp je het postulaat.

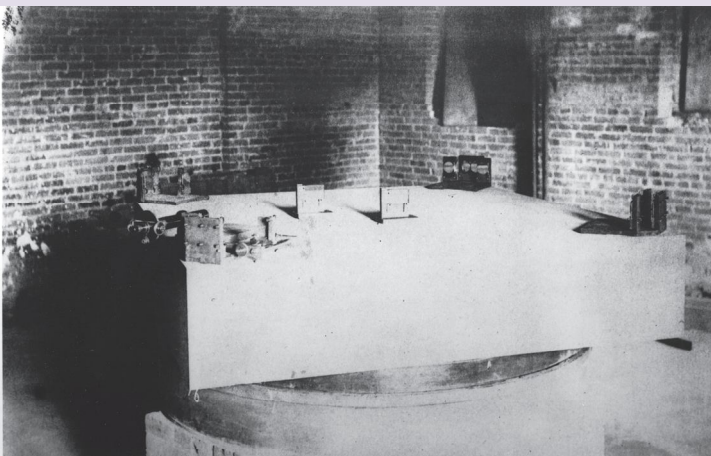
- 1 in elk inertiaalstelsel zijn alle wetten van de fysica hetzelfde,
- 2 de lichtsnelheid in vacuüm is in elk inertiaalstelsel gelijk aan  $c$ , ongeacht de snelheid van het inertiaalstelsel ten opzichte van de lichtbron.

Het tweede postulaat heeft verbluffende consequenties voor ruimte en tijd. Als jij ziet dat auto R met 100 km/h naar rechts rijdt en auto L rijdt met 300 km/h naar links, dan is de snelheid van auto R ten opzichte van auto L relatief 400 km/h.

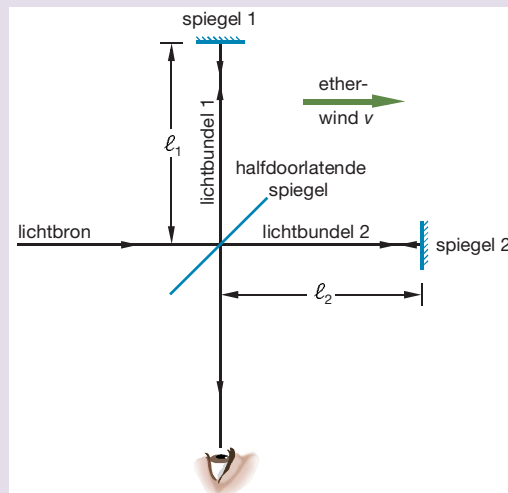
Als jij ziet dat een raket met 100 000 km/s naar rechts gaat, en een lichtstraal gaat met 300 000 km/s naar links, dan meet de raketbestuurder *niet* 400 000 km/s voor de snelheid van het licht, maar nog steeds 300 000 km/s. Dat kan alleen als:

- a ofwel ruimte voor jou anders is dan voor de raketbestuurder,
- b ofwel tijd voor jou anders verstrijkt dan voor de raketbestuurder,
- c beide het geval zijn.

### R.5 Michelson en Morley proberen in 1887 te verifiëren dat de aarde door de ether beweegt.



a de draaibare opstelling



b schematische weergave van de stralengang



In de volgende paragrafen leer je dat *beide* veranderen. Ruimte en tijd zijn niet absoluut. Alleen de lichtsnelheid is absoluut. Uit de relativiteitstheorie volgt dus niet dat *alles* relatief is. Er volgt wel uit: veel begrippen waarvan men dacht dat ze absoluut waren, blijken relatief. Terwijl één begrip waarvan men het niet verwachtte (de lichtsnelheid) juist absoluut blijkt. De relativiteitstheorie is om die reden ook wel eens de 'absolutiteitstheorie' genoemd: ze beschrijft de 'absolutiteit' van de lichtsnelheid. De wijze waarop je ruimte en tijd ervaart, hangt dus af van je bewegingstoestand.

Een belangrijk hulpmiddel dat Einstein gebruikte toen hij zijn theorie opstelde was het **gedachte-experiment**: een experiment dat je niet in werkelijkheid uitvoert, maar alleen in je gedachten.

● **Ether bestaat niet. De maxwellvergelijkingen zijn wel correct. De twee postulaten die volgens Einstein alles verklaren zijn:**

- 1 in elk inertiaalstelsel zijn *alle* wetten van de fysica hetzelfde,
- 2 de lichtsnelheid in vacuüm is absoluut, deze is in elk inertiaalstelsel gelijk aan *c*.

## Site

### Kun je zo snel als het licht?

Deze film geeft je een introductie in relativiteit.

## Opdrachten

### B 4

Hoe wist men (rond 1900) dat licht niet *lucht* als medium gebruikte? Waarom dacht men ether nodig te hebben in plaats van lucht?

### B 5

Ether vult (volgens ethertheorieën) het heelal. Men dacht ook dat het stoffen als glas en water vulde. Op grond van welke waarneming kun je tot die conclusie komen?

### B 6

Vul in: *afhankelijk van of niet afhankelijk van*.

Voor geluid geldt:

- a de geluidssnelheid is ... van de snelheid van de geluidsbron.
- b de geluidssnelheid waarmee geluid beweegt ten opzichte van jou is ... van je eigen snelheid.

Voor licht geldt:

- c de lichtsnelheid is ... van de snelheid van de lichtbron.
- d de lichtsnelheid waarmee licht beweegt ten opzichte van jou is ... van je eigen snelheid.

### C 7\*

Jongen 1 staat op een rijdende auto, die 96 km/h rijdt. Jongen 2 staat op de grond, achter de auto. Jongen 1 gooit een bal naar voren met een snelheid van 36 km/h.

- a Welke snelheid meet jongen 2 voor de bal?

Er vliegt een vogel voorbij. De snelheid van de vogel is 96 km/h. De snelheidsvector van de vogel staat loodrecht op de snelheidsvector van de auto.

- b Welke snelheid meet jongen 1?
- c Welke snelheid meet jongen 2?
- d Leg uit waarom de snelheden niet 96 km/h van elkaar verschillen.
- e Leg uit of het relativiteitsprincipe van Galileï en Newton nu is geschonden.

**C 8\***

Je bevindt je in een raket die met constante snelheid door de ruimte vliegt. Je hebt een voorwerp in je hand dat je loslaat.

- a Wat gebeurt er vervolgens met het voorwerp?
- b Leg uit of de eerste wet van Newton altijd geldig is als je je in een inertiaalstelsel bevindt.

Je bevindt je in een raket die eenparig versneld door het heelal vliegt. De versnelling is in de richting van je voeten naar je hoofd. Je houdt wederom een voorwerp in je hand, dat je loslaat.

- c Wat gebeurt er vervolgens met het voorwerp?
- d Leg uit of de eerste wet van Newton geldig is in dit niet-inertiaalstelsel.
- e Leg uit of het relativiteitsprincipe van Galilei en Newton nu is geschonden.
- f Leg uit hoe je kunt bepalen dat je in een niet-inertiaalstelsel zit.
- g Leg uit of je voor bovenstaand voorbeeld van de versnelde raket geldt dat je vanuit een inertiaalstelsel kunt berekenen wat iemand in een niet-inertiaalstelsel waarneemt.

**C 9**

Je bevindt je in een inertiaalstelsel: een raket die met constante snelheid door een leeg heelal vliegt.

- a Leg uit of je een experiment kunt doen waarmee je de snelheid van die raket kunt bepalen. Als je antwoord ja is, beschrijf dat experiment.

Je bevindt je in een niet-inertiaalstelsel: je bevindt je in een raket die met een versnelling van  $20 \text{ m/s}^2$  door het heelal vliegt.

- b Leg uit of je een experiment kunt doen waarmee je de versnelling van die raket kunt bepalen. Als je antwoord ja is, beschrijf dat experiment.
- c Leg uit of je een experiment kunt doen, waarmee je de snelheid van die raket kunt bepalen. Als je antwoord ja is, beschrijf dat experiment.
- d Leg uit of er ook maar één iemand kan zijn in het hele heelal, die terecht mag zeggen dat hij stilstaat.

**C 10\***

Je hebt het experiment van Michelson en Morley vergeleken met bootjes in een rivier. Het was belangrijk dat die bootjes in twee loodrechte richtingen *identieke*

afstanden aflegden. De twee loodrechte afstanden (de armen) zijn in het experiment van Michelson en Morley zo'n 11 m, licht heeft een golflengte van minder dan een micrometer.

- a Leg uit dat de twee loodrechte afstanden bij het experiment Michelson en Morley nooit *echt* identiek zijn.
- b Leg uit wat Michelson en Morley deden om dit probleem te omzeilen, waardoor ze toch conclusies konden trekken uit hun experiment.

**C 11**

Het volgende experiment is uitgevoerd meer dan vijftig jaar voor het experiment van Michelson en Morley. Je kijkt door een telescoop naar een lichtbron die stilstaat ten opzichte van de telescoop. De lichtbron zendt een evenwijdige lichtbundel uit in de richting van de telescoop. Een telescoop heeft twee lenzen: door de oculairlens kijk je met je oog, door de objectieflens komen de lichtstralen binnen. Figuur R.6 toont hoe de objectieflens een evenwijdige lichtbundel convergeert naar het brandpunt F.

Je kijkt door de telescoop naar een ster. Ga er bij **a** en **b** van uit dat er *wel* een effect van ether is. De ster en de zon staan beide stil in de stilstaande ether. De aarde draait om de zon en beweegt met  $30 \text{ km/s}$  naar de ster toe.

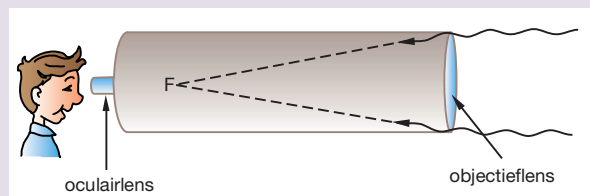
- a Schets hoe de objectieflens de evenwijdige bundel van de ster convergeert. Geef duidelijk aan wat er is veranderd aan de positie van het brandpunt F ten opzichte van figuur R.6.

Een half jaar later beweegt de aarde met  $30 \text{ km/s}$  van de ster af.

- b Schets hoe de objectieflens de evenwijdige bundel van de ster dan convergeert.

Een verplaatsing van het brandpunt is nooit gemeten.

- c Welke conclusie kun je daaruit trekken?



R.6 Een telescoop

**C 12\***

Mensen die sterren een jaar lang observeren, bemerken zowel parallax als aberratie. Parallax ontstaat doordat de positie van de aarde een half jaar later precies aan de andere kant van de zon is (zie ook hoofdstuk 11, paragraaf 3). Aberratie ontstaat door de snelheid van de aarde om de zon. Als je een ster observeert recht boven je, terwijl je een snelheid hebt loodrecht op de lichtstralen, dan neem je de ster (iets) schuin verschoven waar. Aberratie van sterren in de Melkweg ontstaat doordat de aarde met  $3 \cdot 10^4$  m/s om de zon draait. Parallax is afhankelijk van de afstand tot een ster, aberratie niet. Aberratie is alleen afhankelijk van de snelheid waarmee de aarde om de zon draait.

Om een beetje gevoel van grootteorde te geven:

- de jaarlijkse parallax van Alpha Centauri (4,3 lichtjaar van ons verwijderd) is 0,76 boogseconden,
- de jaarlijkse aberratie van alle sterren uit de Melkweg is voor iedere ster hetzelfde, en is gelijk aan zo'n 20 boogseconden.
- de jaarlijkse aberratie van sterren of sterrenstelsels buiten de Melkweg is zelfs nog groter, en hangt samen de snelheid waarmee het zonnestelsel rondraait in de Melkweg.

Waarnemingen aan aberratie zijn gebruikt om uit te sluiten dat de aarde de ether 'meesleept'.

Je kunt aberratie vergelijken met lopen door de regen. De regen valt loodrecht naar beneden, maar als jij erdoorheen loopt, neem je waar dat de regen schuin naar je toe valt.

Je bootst dit als volgt na. Je hebt een enorme 'douchekop' met een straal van 10 m, die recht boven je hangt. Het water valt eerst loodrecht omlaag. Jij staat op een kar. De kar rijdt tegen de klok in een rondje onder de 'regen' door.

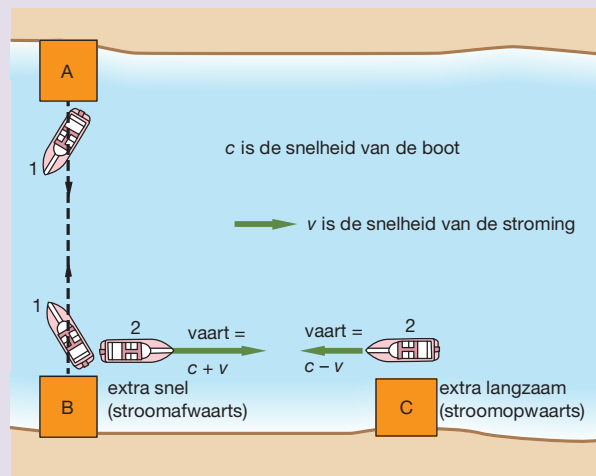
- a** Geef aan naar welke kant de regen voor jou beweegt als de kar:
- 1 noordwaarts beweegt,
  - 2 westwaarts beweegt,
  - 3 zuidwaarts beweegt,
  - 4 oostwaarts beweegt.
- b** Leg uit dat hoe je met dit experiment kunt aantonen dat de kar een rondje rijdt.

Je zet een enorme ventilator achter op het karretje. De wind die uit de ventilator komt heeft *dezelfde* snelheid als het karretje dat het rondje rijdt.

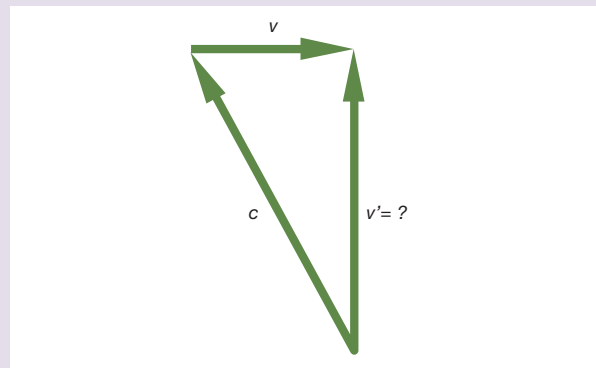
- c** Leg uit dat je nu geen aberratie meet.  
**d** Leg uit hoe je kunt aantonen of de aarde ether 'meesleept'. (Dit noem je de 'etherdrag'-theorie.)

**D 13**

In figuur R.7 zie je het botenmodel waarmee je het experiment van Michelson en Morley kunt vergelijken. De bootsnelheid noem je  $c$  (die is vergelijkbaar met de lichtsnelheid), de watersnelheid noem je  $v$  (die is vergelijkbaar met de ethersnelheid). Beide boten leggen een afstand  $\ell$  tweemaal af. Beschouw allereerst de boot die de rivier oversteekt (in de  $y$ -richting).



R.7 Botenmodel dat de opstelling van Michelson en Morley nabootst



R.8 De snelheidsvector voor het bootje dat de rivier oversteekt

- Figuur R.8 toont de snelheidsvector van deze boot.
- a** Leid een uitdrukking af voor  $v'$ , waarbij je  $v'$  uitdrukt in  $v$  en  $c$ . Zie figuur R.8.
- b** Leid een uitdrukking af voor de tijd die boot 1 over het op en neer gaan doet.

- c Leid een uitdrukking af voor de tijd die boot 2 over zijn heenweg doet.
- d Leid een uitdrukking af voor de tijd die boot 2 over zijn terugweg doet.
- e Wat is de totale tijd die boot 2 voor zijn trip nodig heeft?

Je hebt nu een uitdrukking voor de tijd van boot 1 en de tijd van boot 2. Die uitdrukkingen lijken (wellicht) nog niet genoeg op elkaar om al conclusies te kunnen trekken.

- f Schrijf de uitdrukking van antwoord b zodanig, dat in de noemer de term  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  voorkomt.
- g Schrijf de uitdrukking van antwoord e zodanig, dat in de noemer de term  $(1 - v^2 / c^2)$  voorkomt.
- h Vergelijk antwoord f en g met elkaar en leg uit dat zodra er stroming is, boot 1 altijd wint.

## Na deze paragraaf kun je:

- de volgende begrippen uitleggen: inertiaalstelsel, relativiteitsprincipe, ether, nulresultaat;
- uitleggen welke problemen de maxwellvergelijkingen hadden met betrekking tot het relativiteitsprincipe;
- uitleggen hoe het experiment van Michelson & Morley in elkaar zit en uitleggen waarom dit experiment op gespannen voet stond met het relativiteitsprincipe;
- de twee postulaten van Einstein noemen;
- kwalitatief de gevolgen van een constante lichtsnelheid benoemen voor ruimte en tijd.

## R.2 Tijd

In figuur R.9 zie je drie tekeningen van de afstoot van een poolbiljartwedstrijd. De afbeeldingen staan niet in chronologische volgorde.

### Startopdracht

14

a Zet de tekeningen in chronologische volgorde.

Stel, iemand beweert dat de volgorde *precies* andersom is van wat jij bij a als antwoord gaf.

b Leg uit of er *echt* een natuurwet wordt gebroken als je de tekeningen in tegenovergestelde volgorde zet.

De twee postulaten van Einstein lijken niet erg schokkend, maar de consequenties komen wel vreemd over. Deze paragraaf gaat over gelijktijdigheid, tweelingen die niet meer even oud zijn, klokken die niet gelijk meer lopen en over de vraag wat tijd is.

### Gelijktijdigheid

Waarnemers in verschillende inertiaalstelsels meten verschillende tijdsintervallen. Evenzo zullen ze van mening verschillen of gebeurtenissen gelijktijdig plaatsvinden. Dit blijkt uit het volgende gedachte-experiment. Waarnemer Trijntje zit in het midden van een zeer snel treinstel, waarnemer Stilly staat stil en ziet de trein voorbij rijden. Beiden kunnen lichtstralen zien bewegen.

Trijntje doet in het midden van het treinstel een lamp aan *precies* op het moment dat het hoofd van Trijntje recht voor het hoofd van Stilly is.

Trijntje ziet dan een lichtstraal naar links en rechts vertrekken, met *haar* hoofd als midden (zie figuur R.10). Stilly ziet een lichtstraal naar links en rechts vertrekken met *zijn* hoofd als midden (zie figuur R.11). De lichtstralen komen voor Trijntje gelijktijdig aan de linkerkant en rechterkant van het treinstel aan. Stilly ziet iets anders: hij ziet eerst de linkerlichtstraal de linkerkant van het treinstel bereiken (de linkerkant komt de lichtstraal tegemoet), pas daarna bereikt de



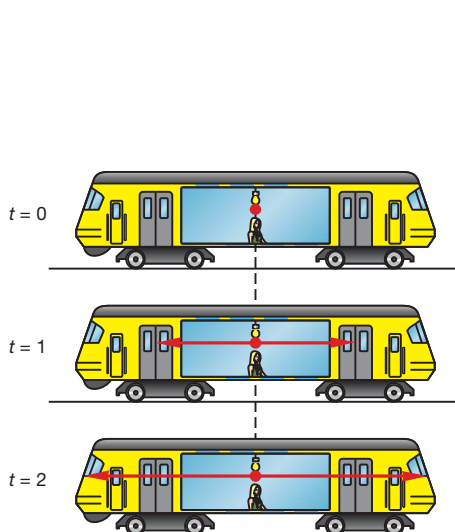
R.9a



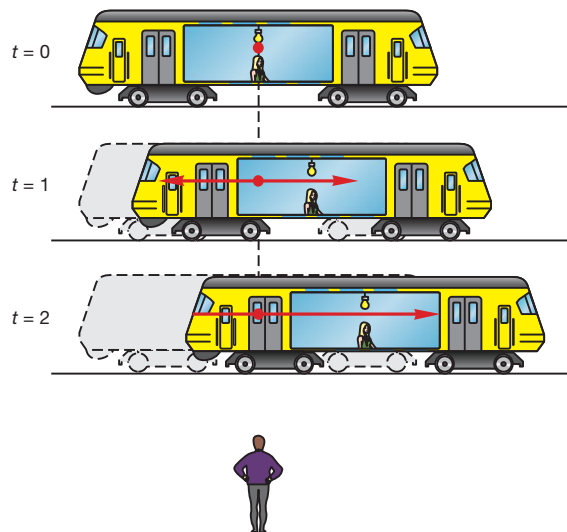
R.9b



R.9c



**R.10** Een lamp gaat aan in het stelsel van Trijntje. Trijntje ziet het licht *tegelijktijdig* de voorkant en achterkant van de trein raken.



**R.11** De lamp gaat aan in het stelsel van Stilly. Stilly ziet het licht eerst de linkerkant van de trein raken, en pas daarna de rechterkant.

rechterlichtstraal de rechtkant (de rechterkant beweegt weg van de lichtstraal).

Trijntje en Stilly zitten in verschillende inertiaalstelsels, voor beiden geldt postulaat 2. *Vandaar* dat ze van mening verschillen over of het licht gelijktijdig de linkerkant en rechterkant van het treinstel bereikt.

**Gelijktijdigheid** is in de relativiteitstheorie geen **absoluut begrip**, gelijktijdigheid is relatief.

● **Gelijktijdigheid is relatief. Of een gebeurtenis gelijktijdig plaatsvindt met een andere gebeurtenis, hangt af van in welk inertiaalstelsel je je bevindt.**

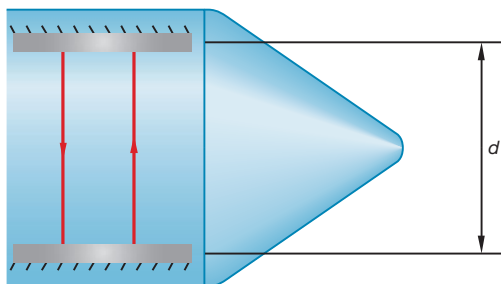
### Tijddilatatie

#### Kwalitatief

Tijd verstrijkt voor jou in een ander inertiaalstelsel steeds langzamer naarmate dat stelsel steeds sneller beweegt ten opzichte van jou(w inertiaalstelsel).  
Toelichting: In figuur R.12 zie je een 'lichtklok', een lichtstraal die steeds op en neer reist tussen twee perfecte spiegels. Iedere keer als de lichtstraal een spiegel raakt, 'tikt' de klok. Klok R bevindt zich in een raket die met zeer hoge snelheid  $v$  langs de aarde vliegt. Twee personen observeren de klok R: ruimtevaarder Rard in de raket en waarnemer Warren op aarde, zie figuur R.13. Warren heeft een klok W, volledig identiek aan klok R (klok W is niet weergegeven in figuur R.13). Figuur R.13a toont hoe de ruimtevaarder klok R waarneemt, figuur R.13b toont hoe Warren klok R waarneemt.

Warren ziet de lichtstraal een langere weg  $x$  afleggen dan wat de ruimtevaarder ziet. Beiden zien volgens postulaat 2 de lichtstraal met snelheid  $c$  gaan. Omdat Warren een langere weg ziet, tikt klok R voor Warren langzamer dan zijn eigen klok W. Hoe sneller de raket gaat, hoe langer de weg die de lichtstraal voor Warren aflegt, dus hoe langzamer voor hem klok R loopt in vergelijking met klok W.

Overigens ziet Rard bij Warrens klok W exact hetzelfde gebeuren: hij ziet Warrens klok langzamer tikken dan



R.12 Een lichtklok

zijn eigen klok. Dit is in overeenstemming met het relativiteitsprincipe. Beide waarnemers zien de klok van de ander langzamer tikken dan die van hemzelf en geen van beide waarnemers (noch iemand anders) kan uitmaken of hij degene is die stil zou staan, of de ander.

#### Kwantitatief

Uit de weglengte  $x$  van de lichtstraal in figuur R.13b kun je berekenen hoeveel langzamer de klok loopt. Je vergelijkt daartoe de tijdintervallen die het licht nodig heeft om van de onderste naar de bovenste spiegel te reizen en weer terug.

Je geeft de verschillende tijden elk een naam:

- 1 de **eigentijd** meet iemand die in rust is ten opzichte van twee gebeurtenissen. Hij ziet de gebeurtenissen op *dezelfde locatie* plaatsvinden;
- 2 de **gedilateerde tijd** meet iemand die de gebeurtenissen op *verschillende locaties* ziet plaatsvinden.

Voor ruimtevaarder Rard is dit tijdinterval  $\Delta t_0$ , de eigentijd, gelijk aan:  $\Delta t_0 = 2 \cdot d / c$ .

Voor Warren is dit tijdinterval  $\Delta t$ , de gedilateerde tijd, gelijk aan:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \sqrt{d^2 + x^2}}{c} = \frac{2 \cdot \sqrt{d^2 + \frac{(v\Delta t)^2}{4}}}{c}$$

maak  $\Delta t$  vrij  $\rightarrow \Delta t = \frac{2 \cdot d/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

Het verband tussen eigentijd en gedilateerde tijd is dan:

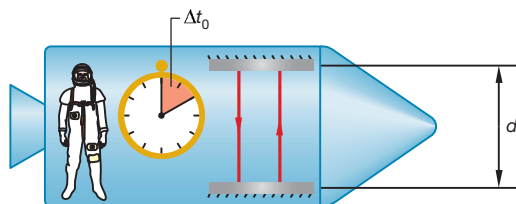
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$\Delta t_0$  is de eigentijd in seconde (s)

$\Delta t$  is de gedilateerde tijd in seconde (s)

$v$  is de snelheid waarmee een stelsel beweegt ten opzichte van een ander stelsel, in meter per seconde (m/s)

$c$  is de lichtsnelheid in meter per seconde (m/s)



ruimtevaarder

R.13a De lichtklok in een raket

Het is gebruikelijk om in de relativiteitstheorie snelheden uit te drukken in verhouding tot de lichtsnelheid. Bijvoorbeeld: een snelheid van  $2,8 \cdot 10^8$  m/s geef je weer als  $0,93c$ .

Ruimtevaarder Rard is in rust ten opzichte van klok R. Voor hem geeft klok R dus de eigentijd weer, voor Warren is de klok de tweede keer op een andere plaats: voor Warren geeft klok R een gedilateerde tijd weer. Gebeurtenis 1 was dat licht de onderste spiegel raakte, gebeurtenis 2 was dat licht voor de tweede maal de onderste spiegel raakte.

Omdat  $v < c$ , is  $\sqrt{1 - v^2/c^2} < 1$ , dus  $\Delta t > \Delta t_0$ . Ofwel: Warren ziet de klok van de ruimtevaarder een factor

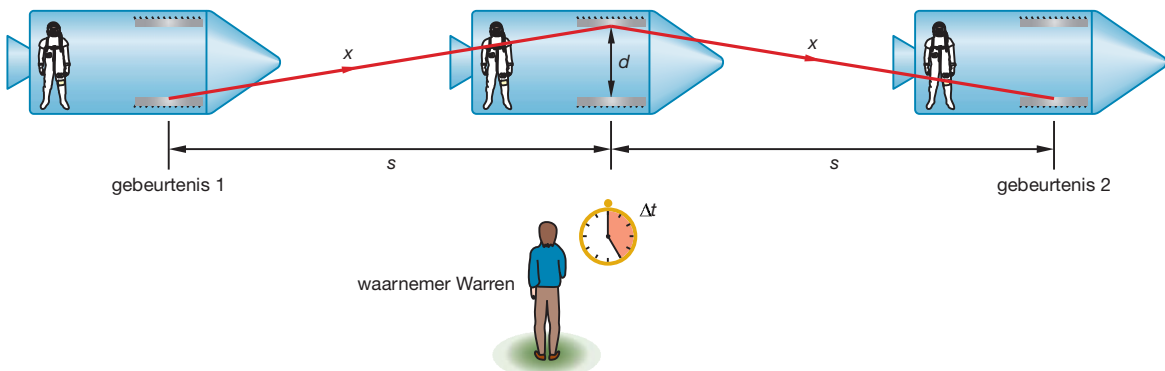
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

langzamer lopen dan zijn eigen klok.

Deze factor  $\gamma$  noem je de gammafactor of lorentzfactor (vernoemd naar de Nederlander Hendrik Antoon Lorentz die een rol had voorspeld voor de factor  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ). Omdat  $v < c$ , is de lorentzfactor  $\gamma$  altijd groter dan 1. Het effect dat je meet dat de tijd altijd langzamer verstrijkt in een ander inertiaalstelsel dan het jouwe, noem je tijddilatatie (tijd'uitzetting' of tijd'verwijding'). Dit is geen fout van klokken en ook geen meetfout, het is een gevolg van het tweede postulaat van Einstein. Als de lichtsnelheid absoluut is, is tijd dat niet.

Maar waarom merk je daar dan nooit iets van, waarom lijkt in de praktijk tijd (en ook ruimte) wel absoluut? De reden dat je hier in het dagelijks leven niets van merkt, is omdat normaal gesproken  $v \ll c$ . Pas als  $v$  in de buurt komt van  $c$ , verschilt de  $\gamma$ -factor merkbaar van 1. Bijvoorbeeld, in 1971 vloog een vliegtuig met een atoomklok met 1000 km/h de aarde rond (veel en veel minder snel dan de lichtsnelheid dus);  $\gamma$  was vrijwel gelijk aan 1. De tijddilatatie bedroeg slechts enkele nanoseconden, maar de klok was wel nauwkeurig genoeg om dit te meten en zo Einsteins theorie te bevestigen.

Opmerking: als je de gedilateerde tijd berekent van een foton (een massaloos 'lichtdeeltje' dat met de lichtsnelheid reist), zie je dat  $\gamma$  oneindig wordt, ofwel: voor een foton staat de tijd stil.



**R.13b** De raket met lichtklok waargenomen door de stilstaande waarnemer Warren

### Voorbeeld 1 De levensduur van een muon

Een muon is een elementair deeltje dat 'familie' is van het elektron. Muonen hebben in rust een levensduur van  $2,2 \cdot 10^{-6}$  s. Muonen worden op 10 km hoogte in de atmosfeer gecreëerd door kosmische straling.

Stel, de relativiteitstheorie is incorrect, en deze deeltjes kunnen zonder tijddilatatie met de lichtsnelheid reizen.

- a** Bereken of muonen dan de aarde kunnen bereiken.

Houd nu wel rekening met de relativiteitstheorie. Muonen reizen met  $0,998c$  naar de aarde.

- b** Bereken de levensduur van muonen ten opzichte van een waarnemer op aarde.  
**c** Bereken of muonen de aarde kunnen bereiken.  
**a**  $x = v \cdot t = 3,00 \cdot 10^8 \times 2,2 \cdot 10^{-6} = 6,6 \cdot 10^2$  m. Ze kunnen de aarde dus niet bereiken.

$$\mathbf{b} \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2,2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 - (0,998c)^2/c^2}} = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

- c**  $x = v \cdot t = 0,998 \times 3,00 \cdot 10^8 \times 3,48 \cdot 10^{-5} = 1,0 \cdot 10^4$  m. Ze kunnen de aarde dus net bereiken.

Opmerking: Het is experimenteel aangetoond dat muonen inderdaad de aarde bereiken. Dat is een bevestiging van de relativiteitstheorie.

- Als een inertiaalstelsel een snelheid  $v$  heeft ten opzichte van een ander inertiaalstelsel, dan meet je in beide stelsels dat de tijd in het andere

inertiaalstelsel een factor  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$  langzamer

verstrikt dan in je eigen inertiaalstelsel.

Iemand die twee gebeurtenissen op dezelfde locatie ziet gebeuren ten opzichte van zichzelf, meet de eigentijd.

Iemand die de twee gebeurtenissen op twee verschillende locaties ziet gebeuren ten opzichte van zichzelf, meet de gedilateerde tijd.

### Voorbeeld 2 Reizen naar Alpha Centauri

Alpha Centauri is een ster op 4,3 lichtjaar van ons vandaan. Een astronaut reist met  $0,90c$  hier naartoe.

- a** Hoelang duurt die reis volgens iemand op aarde?  
**b** Hoelang duurt die reis voor de astronaut?  
**a**  $x = v \cdot t \rightarrow 4,3 \times 3 \cdot 10^8 = 0,90 \times 3 \cdot 10^8 \cdot t \rightarrow t = 4,3 / 0,90 = 4,8$  jaar  
**b** De twee gebeurtenissen zijn: het vertrekken van de raket en de aankomst van de raket. Voor de persoon op aarde zijn die gebeurtenissen niet op dezelfde plaats, het antwoord van **a** is dus een gedilateerde tijd, gemeten door iemand op aarde. De astronaut meet de eigentijd:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow 4,8 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (0,90c)^2/c^2}} \rightarrow$$

$$\Delta t_0 = 2,1 \text{ jaar}$$

Het is dus (theoretisch) mogelijk om in 2 jaar tijd te reizen naar een ster die 4,3 lichtjaar van ons vandaan ligt, of binnen een minuut naar de zon.

### De tweelingparadox

Een paradox is een ogenschijnlijk tegenstrijdige situatie die ingaat tegen je gevoel voor logica. Een beroemd gedachte-experiment is de **tweelingparadox**. Stel, je hebt een tweeling, genaamd Homer en Journey. Homer blijft thuis op aarde, Journey gaat op ruimtereis en reist jarenlang met  $0,99c$ . Daarna keert hij huiswaarts en ziet uiteindelijk zijn tweelingbroer terug. Eén van de twee is nu ouder dan de ander. Homer zegt: 'Ik heb jou met mijn telescoop de hele tijd gevolgd en steeds gezien dat jouw tijd langzamer liep dan de mijne, dus ik ben ouder.'

Journey zegt: 'Niet waar: ik heb jou ook de hele tijd met mijn telescoop gevolgd, en juist jouw klok liep langzamer, ik ben ouder.'

Wie heeft er gelijk?

Of zijn beiden nog steeds even oud, het maakt toch niet uit vanuit welk inertiaalstelsel je kijkt? Het juiste antwoord is dat één van de twee zich niet altijd in een inertiaalstelsel bevond: als Journey vertrekt, moet hij versnellen; als hij huiswaarts keert, moet hij omdraaien, dus vertragen en versnellen. Als hij terugkomt, moet hij vertragen. Op die drie momenten kloppen de voorspellingen uit de *speciale*



relativiteitstheorie niet. Homer heeft dus gelijk, en Homer is ouder.

De *algemene* relativiteitstheorie houdt wel rekening met versnellingen en daarmee kun je aan bovenstaand probleem rekenen.

● **Een beroemd gedachte-experiment is de tweelingparadox. De oplossing daarvan is dat je goed moet kijken of iedereen zich wel in een inertiaalstelsel bevindt.**

### Wat is tijd?

Door de speciale relativiteitstheorie is men anders gaan aankijken tegen het begrip tijd. Tijd is geen absolute natuurkundige grootheid meer. Tijd en ruimte hangen met elkaar samen. Er zijn drie dimensies van ruimte. Tijd noem je sinds Einstein de vierde dimensie.

Uit onder andere de tweelingparadox blijkt dat het mogelijk is dat de tijd voor de een langzamer verstrijkt dan voor de ander, met andere woorden: het is (theoretisch) mogelijk om naar de toekomst te reizen. (Om daar echt aan te rekenen heb je de algemene relativiteitstheorie nodig.)

Praktisch gezien is naar de toekomst reizen niet mogelijk, je hebt namelijk snelheden nodig van ongeveer de lichtsnelheid. *Macroscopisch* is het snelste voorwerp dat door mensenhanden is gemaakt de ruimtesonde Helios 2, die zo'n  $7 \cdot 10^4$  m/s heeft gehaald: 0,02% van de lichtsnelheid. *Microscopisch*: het lukt in deeltjesversnellers om subatomaire deeltjes tot praktisch de lichtsnelheid te versnellen (soms wel tot 99,9999991% ervan).

Naar de toekomst reizen is dus theoretisch mogelijk, maar hoe zit het theoretisch met reizen naar het verleden?

Opmerkelijk is dat vrijwel alle fysische wetten symmetrisch zijn ten opzichte van de tijd. Dit houdt in dat de richting van de tijd er *niet* in besloten zit. Het maakt niet uit of bijvoorbeeld een bal omlaag valt of omhoog beweegt, dezelfde wetten en formules beschrijven beide bewegingen. De uitzondering waar de tijd-richting wel zichtbaar is, is de volgende wet: als tijd verstrijkt, neemt de wanorde (entropie) bij spontane processen toe (dit is een formulering van de tweede hoofdwet uit de thermodynamica). Het is deze wet waarmee je onmiddellijk kunt bepalen of je een video vooruit draait of achteruit. Maar het is ook de *enige* wet die gebroken wordt als de video achteruit draait.

Voorbeeld: een steen valt op de grond en blijft liggen. Het omgekeerde (een steen die spontaan omhoog springt) lijkt natuurwetten te breken. Echter, als je op microniveau inzoomt, zie je dat als de steen de grond raakt er allerlei grondmoleculen een tik krijgen en weg bewegen van de steen, andere moleculen raken die ook weg bewegen, et cetera. De kinetische energie van de steen wordt zo overgedragen op de thermische energie van de bodem en van de steen zelf, de wanorde neemt toe. Draai je deze gebeurtenis om in de tijd, dan zie je eerst enkele moleculen botsen, snelheid krijgen in de richting van de steen, andere aanstoten, tot er uiteindelijk een lawine aan moleculen gelijktijdig tegen de steen botst en hem omhoog stoot. De wet van behoud van energie is dan niet gebroken, het enige wat niet klopt aan bovenstaand verhaal is dat het *extreem* onwaarschijnlijk is dat de moleculen en de steen dit spontaan zo zou overkomen: de orde neemt namelijk spontaan toe.

Ondanks dat Einstein heeft aangetoond dat tijd en ruimte met elkaar samenhangen, zie je aan de tweede hoofdwet van de thermodynamica dat tijd op dat vlak fundamenteel verschilt van ruimte.

De fysica heeft tijdreizen naar het verleden (nog?) niet uitgesloten. Een probleem is wel dat oorzaak en gevolg dan omdraaien, iets wat nog nooit is waargenomen.

● **Het verstrijken van tijd blijkt uit toenemende wanorde. Volgens de relativiteitstheorie is het (theoretisch) mogelijk naar de toekomst te reizen.**

## Site

### Gelijktijdigheid

Filmpje uit 'Einstein voor iedereen', waarin Hendrik en Albert kijken naar licht en verschillen van waarneming over wat gelijktijdig is.

### Gps en relativiteit

Wat heeft gps met relativiteit te maken?

## Opdrachten

### A 15

De levensduur van een muon is  $2,2 \cdot 10^{-6}$  s. Leg uit hoe het mogelijk is dat een muon van de atmosfeer naar de aarde reist, een afstand van 10 km, zonder de lichtsnelheid te overschrijden.

### A 16

De tweeling Bart en Jeroen doen het volgende experiment. Bart blijft op aarde, Jeroen reist met hoge snelheid door de ruimte en keert na vijf jaar weer huiswaarts. Beide broers beweren dat de klok van de ander trager gelopen heeft, beide broers beweren dat zij de jongste zijn.

Leg uit wie daarin gelijk heeft.

### A 17

Bij tijddilatatie zie je klokken met andere snelheid lopen.

Beïnvloedt tijddilatatie alleen klokken, of ook andere processen?

### B 18\*

Bereken de lorentzfactor in twee significante cijfers voor de volgende snelheden:

- a 10 m/s
- b 1000 km/s
- c  $0,1c$
- d  $0,5c$
- e  $0,99c$
- f  $0,999c$
- g Bereken bij welke snelheid de lorentzfactor 1% afwijkt van 1, dus gelijk is aan 1,01.
- h Teken een diagram van de lorentzfactor als functie van de snelheid. Zet op de horizontale as de snelheid (uitgedrukt in percentage van de lichtsnelheid) en op de verticale as de lorentzfactor.
- i Vanaf welke snelheid moet je ongeveer rekening houden met de relativistische formule voor tijddilatatie?

### B 19\*

Een vuurtoren zendt om de 2,0 s een lichtsignaal uit. Jij vliegt met hoge snelheid langs de vuurtoren, en meet dat de tijd tussen twee opeenvolgende signalen 3,1 s is. Bereken je snelheid.

### B 20

a Bereken voor een tijdinterval  $\Delta t_0$  de tijddilatatie die een foton (een massaloos licht'deeltje') zou 'waarnemen'.

b Leg uit dat de tijd voor een lichtdeeltje stilstaat.

### B 21

Een onbekend elementair deeltje heeft een snelheid ten opzichte van jou van  $2,80 \cdot 10^8$  m/s. Jij meet dat de levensduur van het deeltje  $4,22 \cdot 10^{-6}$  s is.

Bereken wat de levensduur van dit deeltje is, als het in rust is ten opzichte van jou.

### C 22\*

Een pion (een elementair deeltje) heeft een levensduur van  $2,60 \cdot 10^{-8}$  s. Een pion vliegt voorbij, je meet dat dit pion een levensduur heeft van  $5,3 \cdot 10^{-8}$  s.

- a Bereken de snelheid van dat pion.
- b Bereken welke afstand het pion maximaal kan afleggen als het een snelheid heeft van  $0,993c$ .

In een laboratorium neem je waar dat een pion een afstand aflegt van 200 m, voordat het valt.

c Leg uit met welke snelheid je de snelheid van het pion goed kunt benaderen.

d Bereken de snelheid van het waargenomen pion.

Je neemt van een ander pion waar dat het een afstand van 16 m aflegt voordat het valt. Je kunt de snelheid van het pion nu niet benaderen met de lichtsnelheid.

e Bereken de snelheid van het pion.

### C 23\*

Je hoort het volgende nieuwsbericht: 'Astronaut André is in 5 jaar met  $0,80c$  naar huis gereisd.'

- a Als die 5 jaar zijn gemeten op aarde, hoeveel tijd is er dan in Andrés raket verstreken?
- b Als die 5 jaar zijn gemeten in de raket, hoeveel tijd is er dan op aarde verstreken?

### C 24\*

Je wilt in 5,00 jaar naar een ster reizen die op 100 lichtjaar afstand van de aarde ligt.

- a Bereken met welke constante snelheid je dan moet reizen.
- b Bereken hoelang jouw trip voor je achtergebleven familie duurt.

**C 25**

Je doet het volgende gedachte-experiment. Jij staat stil en kijkt naar een lichtklok die met de lichtsnelheid horizontaal voorbij vliegt (iets wat een lichtklok in werkelijk nooit kan doen).

Leg uit of de lichtstraal in die lichtklok dan ooit van de onderste spiegel naar de bovenste kan gaan, en weer terug.

**C 26**

Toon aan dat onderstaande manier van  $\Delta t$  vrijmaken klopt.

$$\Delta t = \frac{2 \cdot \sqrt{d^2 + \frac{(v\Delta t)^2}{4}}}{c} \text{ maak } \Delta t \text{ vrij} \rightarrow \Delta t = \frac{2 \cdot d/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

## Na deze paragraaf kun je:

- uitleggen waarom volgens de speciale relativiteitstheorie het begrip gelijktijdigheid niet absoluut, maar relatief is;
- kwalitatief en kwantitatief de gevolgen van een constante lichtsnelheid benoemen voor tijd;
- de formule voor tijddilatatie toepassen;
- herkennen wie de eigentijd meet en wie de gedilateerde tijd;
- uitleggen wat de oplossing van de tweelingparadox is.

## R.3 Ruimte en beweging

In de film Avatar (zie figuur R.14) reizen aardbewoners naar Alpha Centauri waarbij ze tijdens de zeer lange reis in 'cryoslaap' zijn. Wellicht wordt sneller reizen ooit mogelijk: bijvoorbeeld net zo snel als geschetst in voorbeeld 2. Aardbewoners zagen daar dat de reis van een astronaut 4,8 jaar duurt. Alpha Centauri bevindt zich voor *aardbewoners* op 4,3 lichtjaar afstand. Voor *hen* doet een lichtstraal er dus 4,3 jaar over om naar Alpha Centauri te reizen. Voor de *astronaut* duurt de reis 2,1 jaar.

### Startopdracht

27

- Leg uit dat het niet mogelijk is dat een lichtstraal er voor de astronaut ook 4,3 jaar over doet om van de aarde naar Alpha Centauri te gaan.
- Welke conclusie kun je hieruit trekken over de ruimte die de astronaut waarneemt in vergelijking met de ruimte die iemand op aarde waarneemt?

### Lengtecontractie

Een aardbewoner ziet een astronaut 4,8 jaar doen over zijn ruimtereis naar Alpha Centauri als hij reist met  $0,90c$ . Licht heeft 90% van die tijd nodig: 4,3 jaar. De afstand aarde-Alpha Centauri is voor een aardbewoner dus 4,3 lichtjaar.



R.14 Een scene uit de film Avatar, die zich afspeelt rondom Alpha Centauri

De astronaut ziet Alpha Centauri met  $0,90c$  op zich afkomen en hij doet 2,1 jaar over de afstand aarde-Alpha Centauri. Licht heeft 90% van die tijd nodig: 1,9 jaar.

Voor de astronaut is de afstand aarde-Alpha Centauri dus niet 4,3, maar slechts 1,9 lichtjaar. Deze afstand scheidt een factor  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  met wat iemand op aarde waarneemt.

Je hebt dus twee soorten lengte: eigenlengte en gecontracteerde (= 'gekrompen') lengte. De **eigenlengte**  $L_0$  meet een persoon die in rust is ten opzichte van een gemeten lengte. De **gecontracteerde lengte**  $L$  meet een persoon die beweegt ten opzichte van de gemeten lengte, en wel in dezelfde richting als die gemeten lengte. In het algemeen geldt:

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

- $L$**  is de gecontracteerde lengte in meter (m)
- $L_0$**  is de eigenlengte in meter (m)
- $v$**  is de snelheid waarmee een stelsel beweegt ten opzichte van een ander stelsel, in meter per seconde (m/s)
- $c$**  is de lichtsnelheid in meter per seconde (m/s)

Opmerking 1: omdat de factor  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  altijd kleiner is dan 1 (omdat  $v < c$ ), meet je lengtes die bewegen ten opzichte van jou altijd gecontracteerd.

Opmerking 2: de persoon die de eigenlengte meet, hoeft niet dezelfde persoon te zijn die de eigentijd meet. Idem: de persoon die de gedilateerde tijd meet, hoeft niet dezelfde persoon te zijn die de gecontracteerde lengte meet.

Opmerking 3: **lengtecontractie** noem je ook wel **lorentzcontractie**.

Opmerking 4: lengtecontractie vindt *alleen* plaats in de richting van de snelheid. Een lengte die loodrecht op de snelheidsrichting staat, meet je niet gecontracteerd.

In figuur R.15 staat de reis naar Alpha Centauri weergegeven, inclusief wie de eigentijd meet en wie de (langere) gedilateerde tijd. Ook zie je wie de eigenlengte meet en wie de (kortere) gecontracteerde lengte.

- Je ziet dat de persoon op aarde de gecontracteerde lengte van de raket meet (hij meet  $L$  van de raket), en ook dat hij de klok van de astronaut langzamer ziet lopen (hij meet  $\Delta t$  als tijd voor de astronaut). Hier zie je dat dezelfde persoon zowel de gecontracteerde lengte als ook de gedilateerde tijd meet.
- Je ziet ook dat de astronaut de eigentijd meet van de reis, maar niet de gecontracteerde lengte ervan. Hier meet één en dezelfde persoon dus niet zowel de eigenlengte als de eigentijd.

● **Ten opzichte van jou bewegende lengtes meet je in de snelheidsrichting gecontracteerd, gekrompen. Een persoon die twee gebeurtenissen op dezelfde locatie ziet plaatsvinden, meet de eigentijd. Een persoon die in rust is ten opzichte van een gemeten lengte, meet de eigenlengte.**

### Snelheden optellen

Als jij 100 km/h rijdt en een auto komt je tegemoet met 120 km/h, dan meet jij dat de tegemoetkomende auto een snelheid heeft van  $100 + 120 = 220$  km/h. Klassiek tel je snelheden (langs dezelfde lijn) gewoon bij elkaar op.

In de relativiteitstheorie mag dat niet, zo blijkt uit het volgende voorbeeld: Ten opzichte van jou vliegt raket X met  $1,2 \cdot 10^8$  m/s, raket Y komt hem tegemoet met  $2,3 \cdot 10^8$  m/s. X zal nu niet meten dat Y  $1,2 + 2,3 = 3,5 \cdot 10^8$  m/s gaat, want dan zou Y voor X sneller gaan dan het licht, en dat kan niet volgens de relativiteitstheorie.

Als je wilt aangeven dat raket X een snelheid heeft ten opzichte van de aarde, gebruik je indices bij de snelheid:

- $v_{XA}$  is de snelheid van raket X ten opzichte van de aarde A;
- $v_{AX} = -v_{XA}$  is de snelheid van de aarde A ten opzichte van raket X.

Snelheden tel je relativistisch als volgt bij elkaar op:

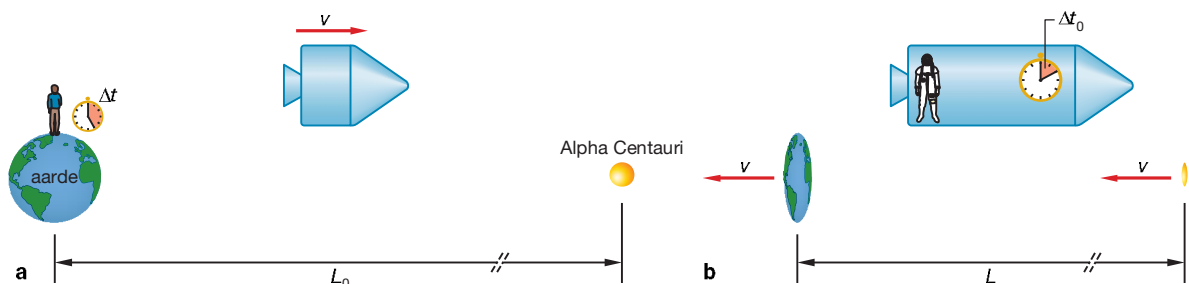
$$v_{AB} = \frac{v_{AC} + v_{CB}}{1 + \frac{v_{AC} \cdot v_{CB}}{c^2}}$$

$v_{AB}$  is de snelheid van A ten opzichte van B in meter per seconde (m/s)

$v_{AC}$  is de snelheid van A ten opzichte van C in meter per seconde (m/s)

$v_{CB}$  is de snelheid van C ten opzichte van B in meter per seconde (m/s)

$c$  is de lichtsnelheid in meter per seconde (m/s)



R.15 Reis naar Alpha Centauri: a wat een stilstaande persoon op aarde meet b wat de reizende astronaut meet

### Voorbeeld 3 Snelheden optellen

Welke snelheid heeft raket X (uit de tekst op de vorige pagina) ten opzichte van raket Y? Dus welke snelheid meet raket Y voor raket X?

Gevraagd:  $v_{XY}$

Gegeven:  $v_{XA} = 1,2 \cdot 10^8$  m/s en  $v_{YA} = -2,3 \cdot 10^8$  m/s  
 $\rightarrow v_{AY} = +2,3 \cdot 10^8$  m/s.

( $v_{YA}$ , de snelheid van Y, is negatief: hij gaat de andere kant op dan raket X, de waarde  $v_{YA}$  heeft dus het tegenovergestelde teken van de waarde van  $v_{XA}$ .)

$$v_{XY} = \frac{v_{XA} + v_{AY}}{1 + \frac{v_{XA} \cdot v_{AY}}{c^2}} \rightarrow v_{XY} = \frac{1,2 \cdot 10^8 + 2,3 \cdot 10^8}{1 + \frac{1,2 \cdot 10^8 \times 2,3 \cdot 10^8}{(3,00 \cdot 10^8)^2}} = \frac{3,5 \cdot 10^8}{1,31} = 2,7 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Opmerkingen:

- 1 De noemer is voor snelheden op aarde (die veel kleiner zijn dan de lichtsnelheid) vrijwel gelijk aan 1. Je kunt daarom 'normale' snelheden gewoon klassiek bij elkaar optellen.
- 2 Als Y een lichtstraal is, kun je met bovenstaande formule berekenen welke snelheid raket X meet voor die lichtstraal Y (zie opdracht B28). Uitkomst: raket X meet een snelheid gelijk aan  $c$ , in overeenstemming met het tweede postulaat van Einstein.

● **Klassiek tel je snelheden bij elkaar op. Voor te hoge snelheden mag dat niet en moet je de relativistische formule gebruiken.**

### Relativistische impuls

Met **impuls** bedoel je klassiek:

$$p = m \cdot v$$

**$p$**  is de impuls in kilogram keer meter per seconde (kg · m/s)

**$m$**  is de massa van een voorwerp in kilogram (kg)

**$v$**  is de snelheid van een voorwerp in meter per seconde (m/s)

Impuls is een maat voor de 'hoeveelheid van beweging'. Hoe groter de snelheid van een voorwerp en/of hoe groter de massa, hoe groter de impuls van het voorwerp en hoe lastiger het is om het voorwerp te stoppen.

Voor grote snelheden klopt de klassieke formule niet. De formule voor de **relativistische impuls** vind je door de klassieke impulsformule te vermenigvuldigen met de  $\gamma$ -factor:

$$p = \frac{m \cdot v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Aan deze formule kun je zien dat alles met massa nooit de lichtsnelheid kan bereiken: als  $v \approx c$ , wordt de noemer vrijwel nul, de  $\gamma$ -factor en daarmee de impuls gaat dan naar oneindig. Het enige wat de lichtsnelheid kan bereiken, is licht zelf (en andere vormen van elektromagnetische straling). Fotonen hebben geen massa, vandaar dat bovenstaande formule voor fotonen niet geldt. Stoffelijke deeltjes kunnen dus nooit de lichtsnelheid bereiken, onstoffelijke 'deeltjes' (als fotonen) daarentegen kun je niet stilzetten.

Opmerking: uit de relativistische impulsformule volgt *niet* dat de massa zelf verandert bij hoge snelheden. Als de massa heel groot zou worden, zouden deeltjes met heel grote snelheid bijvoorbeeld merkbare gravitatiekrachten moeten gaan uitoefenen op andere deeltjes. Dat is niet het geval. Dat massa zou toenemen is ook in tegenspraak met het relativiteitsprincipe: een subatomair deeltje dat voor *ons* praktisch de lichtsnelheid heeft, 'vindt' zelf juist dat hij stilstaat en dat *wij* praktisch de lichtsnelheid hebben. Vanuit het subatomaire deeltje geredeneerd zou onze massa dan toenemen.

Bij extreem hoge snelheden gaat een energietoever nauwelijks (meer) zitten in een (merkbare) snelheidstoename: of een deeltje nu  $0,999c$  gaat of  $0,9992c$  verschilt qua snelheid niet veel.

Als je subatomaire deeltjes ten opzichte van jezelf versnelt tot praktisch de lichtsnelheid, gaat een extra energietoever dus niet zitten in een massatoename of snelheidstoename, maar in een *impulstoename* en, daaraan gekoppeld, een toename van de kinetische energie. In de formule zie je dat die impuls-toename wiskundig gezien wordt veroorzaakt door de gammafactor die heel groot wordt voor snelheden nabij de lichtsnelheid.

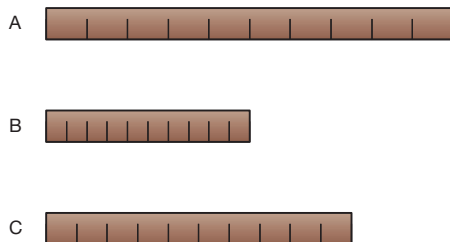
- Bij grote snelheden moet je impuls berekenen met een relativistische formule. Aan die formule merk je dat stoffelijke deeltjes nooit de lichtsnelheid kunnen bereiken. Onstoffelijke 'deeltjes' kun je niet stilzetten.

### Overzicht

Figuur R.16 toont een overzicht van de niet-relativistische formules en de relativistische variant, zoals je ze in dit hoofdstuk bent tegengekomen. Vanaf een snelheid van ongeveer 0,4c gebruik je relativistische formules. De  $\gamma$ -factor is dan ongeveer 1,1, ofwel, er is zo'n 10% afwijking van klassieke berekeningen.

niet-relativistisch (klassiek, $v \ll c$ )	relativistisch (ongeveer vanaf $v > 0,4c$ )
$\Delta t = \Delta t_0$	$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
$L = L_0$	$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$
$v_{AB} = v_{AC} + v_{CB}$	$v_{AB} = \frac{v_{AC} + v_{CB}}{1 + \frac{v_{AC} \cdot v_{CB}}{c^2}}$
$p = m \cdot v$	$p = \frac{m \cdot v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

R.16



R.17 Drie linialen met ieder een eigenlengte van 1 meter

## Opdrachten

### B 28\*

Ten opzichte van jou gaat raket X  $2,0 \cdot 10^8$  m/s, raket Y komt hem ten opzichte van jou met  $2,4 \cdot 10^8$  m/s tegemoet.

- Bereken de snelheid die raket Y meet voor raket X.
- Bereken de snelheid die raket X meet voor raket Y.

Raket X zendt een lichtstraal 1 in de richting van raket Y, en een lichtstraal 2 die van raket Y af beweegt.

- Bereken de snelheid die raket Y meet voor lichtstraal 1.
- Bereken de snelheid die raket Y meet voor lichtstraal 2.

### B 29

Een proton kan nooit de lichtsnelheid bereiken. Betekent dit, dat de impuls van een proton ook een maximale waarde heeft die nooit bereikt kan worden? Als je antwoord ja is, bereken dan die maximale impuls.

### B 30

Je staat op aarde. Er komen drie ruimteschepen langs. In ieder schip staat een astronaut met een liniaal van 1 meter in zijn hand. De liniaal wijst in de richting van de snelheid.

Figuur R.17 toont hoe jij die linialen waarneemt. Orden de ruimteschepen op hun snelheid, zet de snelste als eerste.

### B 31\*

Een schilderij heeft als afmetingen: lengte = 5,0 m, hoogte = 3,0 m. Het schilderij vliegt in zijn lengterichting met een snelheid van  $0,80c$  een raket voorbij.

- Bereken de oppervlakte van het schilderij, zoals de raketbestuurder die waarneemt.

Een tweede schilderij heeft in rust een oppervlakte van  $x$  m<sup>2</sup>. Het vliegt met dezelfde snelheid de raket voorbij.

- Bereken de oppervlakte van het schilderij, zoals de raketbestuurder die waarneemt.

**B 32**

Een raket nadert de aarde met een relatieve snelheid van  $0,80c$ . De raket heeft een massa van  $3,0 \cdot 10^7$  kg.

- Wat is volgens de klassieke mechanica de impuls van de raket voor een aardbewoner?
- Wat is volgens de relativiteitstheorie de impuls van de raket voor een aardbewoner?

**C 33**

Een deeltje heeft een snelheid van  $0,30c$ . Bereken bij welke snelheid de impuls van het deeltje verdubbeld is.

**C 34\***

Deze vraag gaat over de zogenaamde 'ladderparadox'.

Een schuur is  $8,0$  m lang en heeft op afstand bedienbare deuren aan de voorkant en achterkant. Een boer rent met een snelheid van  $0,80c$  met een horizontaal gehouden ladder de schuur door. In de schuur staat een knecht toe te kijken. Volgens de knecht past de ladder precies in de schuur.

- Wie meet de eigenlengte van de ladder, wie meet de eigenlengte van de schuur?
- Bereken de lengte van de ladder die de boer waarneemt.
- Bereken de lengte van de schuur die de boer waarneemt.
- Leg uit dat de ladder volgens de boer niet in de schuur past.

De knecht heeft een afstandsbediening van de schuurdeuren op zak. *Precies* op het moment dat de ladder in de schuur is, drukt hij op die afstandsbediening. Alle schuurdeuren gaan instantaan dicht en *meteen* weer open, snel genoeg zodat de ladder de deuren niet raakt.

- Leg uit, vanuit het gezichtspunt van de boer, hoe dit kan.
- Bereken de tijd die de boer meet tussen moment 1 dat de voorkant van de ladder de schuur *uitgaat*, en moment 2 dat de achterkant van de ladder de schuur *ingaat*.
- Bereken voor de boer hoelang de ladder in de schuur is.

**C 35**

Een astronaut reist met een zeer grote, constante snelheid langs de aarde, en reist met die constante snelheid verder door het heelal. Voor *hem* gemeten bereikt hij na  $1,000$  jaar een ster, die voor *ons* op  $70,00$  lichtjaar afstand ligt.

- Bereken de snelheid van de astronaut, uitgedrukt in een percentage van  $c$ .
- Bereken de afstand van de aarde tot de ster zoals de astronaut die meet, uitgedrukt in lichtjaar.

**C 36**

Je versnelt proton 1 tot  $99,990\%$  van de lichtsnelheid, proton 2 tot  $99,999\%$  van de lichtsnelheid. Beide protonen vliegen door hetzelfde sterke magnetische veld, dat ze afbuigt.

- Leg uit of proton 2 dan een andere massa heeft dan proton 1.
- Leg uit dat proton 2 dan nauwelijks een andere snelheid heeft dan proton 2.
- Leg uit hoe de baan van proton 2 wel merkbaar verschilt van de baan van proton 1.

**C 37**

Twee raketten hebben ieder een eigenlengte van  $100$  m. Ze vliegen elkaar tegemoet en passeren elkaar. Raket 1 meet dat de neus van raket 2 daar  $5,00 \cdot 10^{-7}$  s over doet.

- Bereken de snelheid die raket 2 heeft ten opzichte van raket 1.

De neus van raket 2 heeft een oneindig nauwkeurige stopwatch.

- Bereken het tijdsinterval dat de stopwatch registreert om van de neus van raket 1 naar de staart van raket 1 te reizen.

**C 38\***

Een staaf is  $600$  m lang en is in rust ten opzichte van jou. Midden op de staaf gaat op het tijdstip  $t = 0$  een lamp aan. Het licht bereikt de uiteinden van de staaf voor jou gelijktijdig. Het moment dat het licht het linkeruiteinde bereikt noem je gebeurtenis  $g_1$ , het moment dat het licht het rechteruiteinde bereikt is gebeurtenis  $g_2$ . Jeroen reist in zijn raket met  $0,800c$  in de lengterichting van de staaf naar rechts. Ook in zijn inertiaalstelsel gaat de lamp aan op  $t = 0$ .



- a Bereken op welk tijdstip de twee gebeurtenissen voor jou plaatsvinden.
- b Bereken op welk tijdstip  $t_1$  gebeurtenis  $g_1$  voor Jeroen plaatsvindt.
- c Bereken op welk tijdstip  $t_2$  gebeurtenis  $g_2$  voor Jeroen plaatsvindt.
- d Bereken voor Jeroen het tijdinterval tussen de twee gebeurtenissen.
- e Bereken voor Jeroen de afstand tussen de twee gebeurtenissen.

**C 39\***

Een raket heeft een eigenlengte van 200 m. De raket heeft ten opzichte van een radiozender een snelheid van  $0,600c$ . Op het moment dat de staart van de raket precies bij de radiozender is, zendt de zender een signaal uit. Op het tijdstip  $t$  ontvangt de neus van de raket het signaal. Die neus bevindt zich dan op een afstand  $x$  van de radiozender.

- a Bereken de tijd  $t$  die raket meet.
- b Bereken de afstand  $x$  die de raket meet.
- c Bereken de tijd  $t$  die de radiozender meet.
- d Bereken de afstand  $x$  die de radiozender meet.
- e Leg uit waarom je antwoord van a en c *niet* een factor  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  van elkaar verschillen, en ook waarom antwoord b en d niet een factor  $\sqrt{1-v^2/c^2}$  van elkaar verschillen.

**D 40**

Deze vraag gaat over de zogenaamde ‘vuurtorenparadox’. Je zwaait in het midden van een ronde kamer een laser zeer snel rond boven je hoofd, met constante snelheid. Over de muur zie je een stipje rond bewegen.

- a Leg uit wat er met de snelheid van het stipje gebeurt als de kamer twee keer zo groot wordt.

Je draait de laser dusdanig hard rond boven je hoofd, dat het stipje over een geostationaire satelliet heen beweegt met 80% van de lichtsnelheid. De maan bevindt zich pakweg tien keer zo ver van de aarde als een geostationaire satelliet.

- b Leg uit dat je dan het stipje over de maan heen moet zien bewegen met een snelheid die groter is dan de lichtsnelheid.
- c Leg uit of dat in tegenspraak is met de theorie van Einstein.

**D 41**

In oude(re) natuurkundeboeken kom je vaak de volgende *verouderde* formule tegen:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$m$  is de ‘relativistische massa’ van een voorwerp in kilogram (kg)

$m_0$  is de ‘rustmassa’ van een voorwerp in kilogram (kg)

$v$  is de snelheid van een voorwerp in meter per seconde (m/s)

Deze formule suggereert dat voorwerpen in stilstand een andere massa hebben dan wanneer ze bewegen. Leg uit wat er mis is met de formule en met dat beeld.

## Na deze paragraaf kun je:

- kwalitatief en kwantitatief de gevolgen van een constante lichtsnelheid benoemen voor lengte;
- de formules voor lengtecontractie en relativistische impuls toepassen;
- snelheden relativistisch bij elkaar optellen;
- herkennen wie de eigentijd meet, en wie de gedilateerde tijd;
- herkennen wie de eigenlengte meet en wie de gecontracteerde lengte;
- opgaven oplossen waarin zowel lengtecontractie als tijddilatatie een rol speelt;
- uitleggen waarom materie nooit de lichtsnelheid kan bereiken.

# Numerieke antwoorden

## Relativiteit

**C 7**

- a 37 m/s
- b 38 m/s
- c 27 m/s

**B 18**

- a 1,0
- b 1,0
- c 1,0
- d 1,2
- e 7
- f 22
- g  $5,9 \cdot 10^6 \text{ m/s} = 0,02c$

**B 19**

$$2,3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 0,76c$$

**B 21**

$$1,51 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

**C 22**

- a  $2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 0,87c$
- b 65,5 m
- d  $2,996 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- e  $2,4 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 0,81c$

**C 23**

- a 3 jaar
- b 8 jaar

**C 24**

- a  $2,99 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 0,999c$
- b 100 jaar

**B 28**

- a  $2,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- b  $-2,9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- c  $3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- d  $-3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

**B 31**

- a  $9,0 \text{ m}^2$
- b  $0,60 \cdot x \text{ m}^2$

**B 32**

- a  $9,0 \cdot 10^{15} \text{ kgms}^{-1}$
- b  $1,5 \cdot 10^{16} \text{ kgms}^{-1}$

**C 33**

$$0,53c = 1,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

**C 34**

- b 13 m
- c 4,8 m
- f  $3,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
- g  $7,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$

**C 35**

- a 99,99%
- b 1 lichtjaar

**C 37**

- a  $2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 0,667c$
- b  $3,73 \cdot 10^{-7} \text{ s}$

**C 38**

- a  $1,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- b  $3,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- c  $3,34 \cdot 10^{-7} \text{ s}$
- d  $2,67 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- e 1000 m

**C 39**

- a  $6,67 \cdot 10^{-7} \text{ s}$
- b 120 m
- c  $1,33 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- d 400 m

**B 45**

$$1,11 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$$

**B 48**

- a  $8,187 \cdot 10^{-14} \text{ J}$
- b  $1,83 \cdot 10^{-12} \text{ J}$
- c  $1,75 \cdot 10^{-12} \text{ J}$
- d  $6,10 \cdot 10^{-21} \text{ kg ms}^{-1}$

**B 49**

$$2,8 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 0,94c$$

**C 53**

$$7,7 \cdot 10^{-19} \text{ m}$$

**55**

- a  $-15 \text{ m/s}$
- b  $-250 \text{ m}$
- c  $-100 - 15 \cdot t$

**C 56**

- b (7,00; 0; -2)
- c (-353, 0, -2)
- d (-3; 0; 0)
- e (477; 0; 0)
- f (7,00; 0; -2; 180)
- g ( $7,20 \cdot 10^{10}$ ; 0; -2; 300)
- h (-3; 0; 0; 240)
- i ( $9,59 \cdot 10^{10}$ , 0, 0, 400)

**C 57**

- a 0 m en 71, 4 m
- b 71,4 m

**C 58**

- a 0 s en 140 s
- b 140 s

**D 59**

- a 0 s en  $-3,3 \cdot 10^{-7} \text{ s}$
- c  $1,7 \cdot 10^{-7} \text{ s}$
- d 0 s en  $-4,0 \cdot 10^{-7} \text{ s}$
- f 0 s en  $-6,5 \cdot 10^{-7} \text{ s}$

**D 61**

- a (-300 m;  $1,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ )  
en (+300 m;  $1,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ )
- b (-900 m;  $3,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ )  
en (-100 m;  $3,32 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ )
- c 0 s en  $2,67 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- d 600 m en 1000 m
- f beide  $-3,60 \cdot 10^5 \text{ m}^2$

# Register

<b>A</b>			<b>I</b>		<b>R</b>	
absoluut	35		impuls	22	relatieve snelheid	5
absoluut begrip	14		inertiaalstelsel	4	relativistische impuls	22
afstandinterval	35		invariante massa	28	relativiteitsprincipe	4
					ruimte-tijdinterval	35
<b>C</b>			<b>L</b>		rustenergie	26
causaal verband	39		lengtecontractie	20		
			lorentzcontractie	20	<b>T</b>	
<b>E</b>			lorentztransformaties	34	tijdinterval	35
eigenlengte	20				tweelingparadox	16
eigentijd	14		<b>M</b>			
equivalentieprincipe	37		materie	29	<b>W</b>	
ether	6		minkowskidiagram	35	wereldlijn	36
<b>G</b>			<b>N</b>			
galileïtransformaties	33		niet-inertiaalstelsel	4		
gecontracteerde lengte	20		nulresultaat	8		
gedachte-experiment	9					
gedilateerde tijd	14		<b>O</b>			
gelijktijdigheid	14		open systemen	28		
gesloten systeem	28					

# Verantwoording

**Basisontwerp binnenwerk:** Marieke Zwartenkot, Amsterdam

**Opmaak binnenwerk:** Integra Software Services, India

**Beeldresearch:** Lineair Fotoredactie, Arnhem

**Technisch tekenwerk:** Integra Software Services, India en DDCCom, Veldhoven

**Illustraties:** Marcel Jurriens, Boxtel

**Foto's en afbeeldingen:**

Kevin Foy / Alamy/ImageSelect / Wassenaar: p. 4

Nimitz Library/U.S. Naval Academy -Annapolis, Maryland: p. 8

Sunset Box / Allpix Press/HH – Amsterdam: p. 20

DPA/Lineair – Arnhem: p. 26

Ron Giling/Lineair – Arnhem: p. 33

NASA – Washington: p. 41

0 / 14

© 2014 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Houten, The Netherlands

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, [www.reprorecht.nl](http://www.reprorecht.nl)). Voor het overnemen van (een) gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, [www.stichting-pro.nl](http://www.stichting-pro.nl)).

*All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without prior written permission of the publisher.*

244022