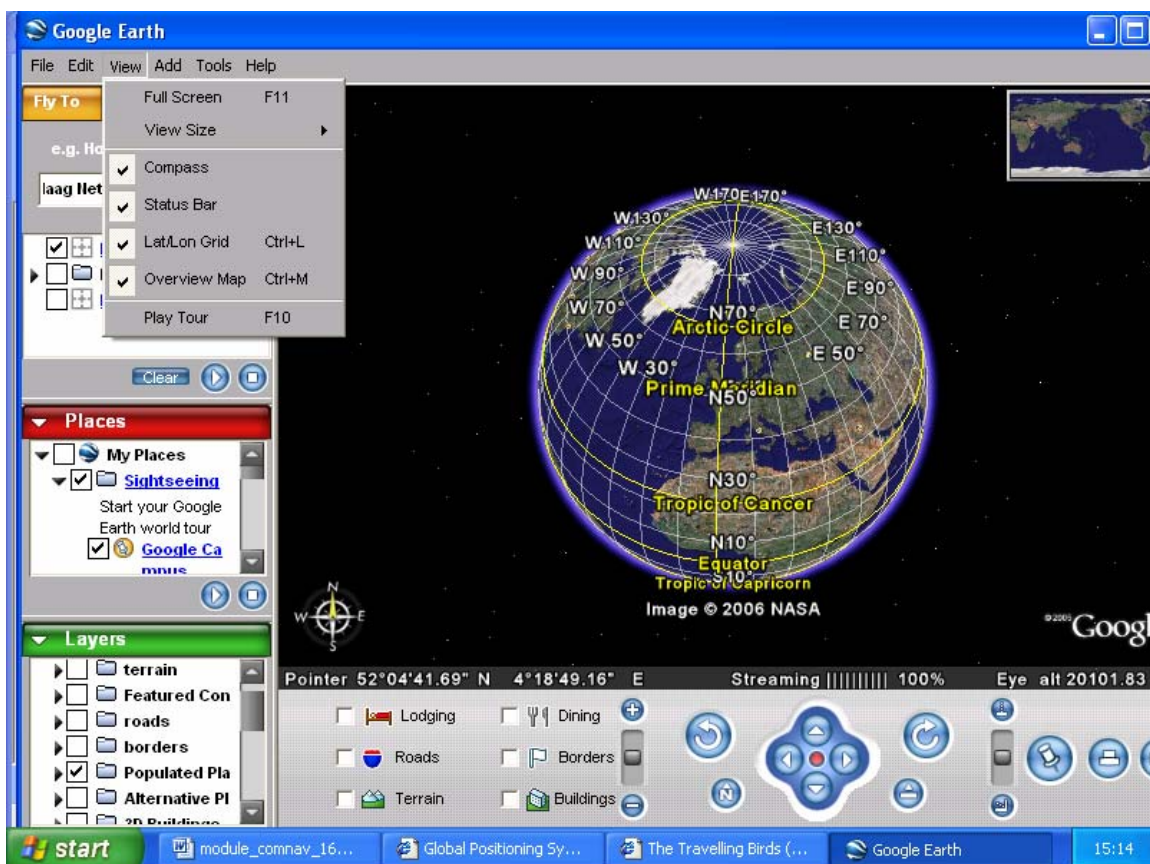


Plaatsbepaling en navigatie



NLT module
voor havo

Colofon



Colofon

De module Plaatsbepaling en navigatie is bestemd voor de lessen Natuur, Leven en Technologie (NLT). De module is op 20 november 2007 gecertificeerd door de Stuurgroep NLT voor gebruik op het havo in domein H (communiceren en navigeren) Het certificeringsnummer van de module is 1009-010-HH.

De originele gecertificeerde module is in pdf-formaat downloadbaar via ► <http://www.betavak-nlt.nl>.

Op deze website staat uitgelegd welke aanpassingen docenten aan de module mogen maken, voor gebruik in de les, zonder daardoor de certificering teniet te doen.

De module is gemaakt in opdracht van het Landelijk Ontwikkelpunt NLT.

Deze module is ontwikkeld door:

- A. Roland, Holst College, Hilversum
- R.D.J. Vonk, Bonhoeffercollege, Castricum
- A. de Graaf, ESERO, Amsterdam
- M. van Breemen

Aangepaste versies van deze module mogen alleen verspreid worden, indien in dit colofon vermeld wordt dat het een aangepaste versie betreft, onder vermelding van de naam van de auteur van de wijzigingen.

Materialen die leerlingen nodig hebben bij deze module zijn beschikbaar via het vaklokaal NLT:

► <http://www.digischool.nl/nlt>

© 2007. Versie 1.0

Het auteursrecht op de module berust bij Stichting Leerplan Ontwikkeling (SLO). SLO is derhalve de rechthebbende zoals bedoeld in de hieronder vermelde creative commons licentie. De auteurs hebben bij de ontwikkeling van de module gebruik gemaakt van materiaal van derden en daarvoor toestemming verkregen. Bij het achterhalen en voldoen van de rechten op teksten, illustraties, enz. is de grootst mogelijke zorgvuldigheid betracht. Mochten er desondanks personen of instanties zijn die rechten menen te kunnen doen gelden op tekstgedeeltes, illustraties, enz. van een module, dan worden zij verzocht zich in verbinding te stellen met SLO.

De module is met zorg samengesteld en getest. Landelijk Ontwikkelpunt NLT, Stuurgroep NLT en SLO aanvaarden geen

enkele aansprakelijkheid voor onjuistheden en/of onvolledigheden in de module. Ook aanvaarden Landelijk Ontwikkelpunt NLT, Stuurgroep NLT en SLO geen enkele aansprakelijkheid voor enige schade, voortkomend uit (het gebruik van) deze module.

Voor deze module geldt een

Creative Commons Naamsvermelding-Niet-commercieel-Gelijk delen 2.5 Nederland Licentie

► <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/nl>



Inhoudsopgave

Voorwoord	1
Wegwijzer	2
1. Navigeren zonder hulpmiddelen	4
1.1 Een route ontwerpen	4
1.2 Navigeren nu en vroeger	5
1.3 De rol van het geheugen	6
1.4 Herkenningspunten en koerscorrecties	7
1.5 Erfelijke factoren en leerprocessen	8
1.6 Coördinaten	10
1.7 De kortste route en de grootcirkelkoers	13
1.8 De kortste route berekenen	15
1.9 Aardmagnetisme	17
1.10 Eindopdrachten	18
2. Plaatsbepaling en navigatie met behulp van hemellichamen	23
2.1 Informatie over hoofdstuk 2	23
2.2 Coördinatenstelsels voor de hemel	24
2.3 De maan	25
2.4 De zon	26
2.5 De sterrenhemel	28
2.6 Eindopdrachten	29
3. Plaatsbepaling en navigatie met gps	33
3.1 Inleiding	33
3.2 Plaatsbepaling met behulp van navigatiesatellieten en gps	33
3.3 Europa's navigatiesysteem Galileo	36
3.4 Eindopdrachten	37
Bijlage 1 Beknopte handleiding Google Earth	45
Bronnen	48
URL-Lijst	49

Voorwoord

De module 'Plaatsbepaling en navigatie' is tot stand gekomen binnen het samenwerkingsverband Bètapartners. Bètapartners is een netwerk waarin scholen, HO-instellingen en het bedrijfsleven samenwerken. Voor informatie:

► www.betapartners.nl

De module is tot stand gekomen in samenwerking met de Hogeschool van Amsterdam (HvA). Van deze onderwijsinstelling was Gilles van der Hoeven betrokken als inhoudelijk expert.

Dank gaat uit naar Jenneke Krüger (SLO) voor het aanleveren van ideeën en lesmateriaal over driehoeksmeting.

Inspiratie is verkregen uit de module "Waar ben ik?" En ook uit een praktische opdracht natuurkunde 1/12 en wiskunde b1/b12 in havo 4 van het Martinus College. Lesmateriaal van de website

► <http://www.wiswijzer.nl/pagina.asp?nummer=293> leverde ideeën over hoogtebepaling.

Wegwijzer

Navigatie is de kunst om vanaf een gekozen vertrekpunt een vooraf bepaalde eindbestemming te bereiken. Navigatie wordt ook wel ‘stuurmanskunst’ genoemd.

In oude tijden navigeerde de mens door zijn geheugen te gebruiken. Punten van herkenning gaven hem aanwijzingen voor zijn route. Ook nu nog maken dieren die grote afstanden afleggen (trekvoegels) gebruik van herkenningspunten en dus van hun geheugen; daarnaast hebben ze ook andere mogelijkheden om zich te oriënteren.

De mens heeft in de loop der tijden verschillende navigatie-instrumenten ontwikkeld, zoals het kompas, de graadstok en de sextant.

In onze moderne samenleving maken wij voor plaatsbepaling en navigatie vaak gebruik van gps. Gps wordt veel toegepast in de transportindustrie (luchtvaart, zeevaart, wegtransport) en bij militaire doeleinden. Maar ook privé neemt het gebruik van gps hand over hand toe. Veel auto’s en privé-voertuigen zijn tegenwoordig toegerust met een gps-ontvanger.

Gps is zeer nauwkeurig, maar kan ook kwetsbaar zijn. Als midden op de oceaan de gps-apparatuur uitvalt, dan heb je een serieus probleem. Navigatie is een kunst die verder gaat dan het goed bedienen van een gps-ontvanger. Voor navigatie is een breed scala aan kennis en vaardigheden nodig. In deze module gaan we daaraan werken.

De drie centrale vragen die in deze module aan de orde komen zijn:

- Hoe kun je in het dagelijkse leven navigeren zonder hulpmiddelen?
- Hoe kun je bij het navigeren gebruik maken van hemellichamen en hoe hebben mensen in de loop der tijden genavigeerd?
- Hoe navigeren we met gps in onze moderne samenleving en waarop berust de werking van gps?

Om deze vragen te kunnen beantwoorden kijken we naar vragen zoals:

- Hoe bepaal jij je route van huis naar school?
- Welke rol kunnen erfelijke factoren en aangeleerd gedrag spelen bij navigatie?
- Hoe kun je je plaats met coördinaten zo aangeven dat iedereen kan nagaan waar je bent?
- Hoe bereken je de kortste route tussen twee locaties?
- Hoe kun je het aardmagnetisme gebruiken om te navigeren?

- Hoe komen landkaarten tot stand?
- Hoe navigeren trekvogels?
- Hoe kun je de plaats van sterren aan de hemel aangeven?
- Hoe komen de verschillende vormen van de maan tot stand en welke rol kan de maan spelen bij de navigatie?
- Hoe kun je de zon gebruiken om te navigeren?
- Hoe kun je de sterrenhemel gebruiken om te navigeren?
- Waarop berust de werking van klassieke navigatie-instrumenten, zoals de zonnwijzer, de sextant en de jakobsstaf? Kun je deze instrumenten zelf nabouwen?
- Welke rol speelt de tijdmeting bij het navigeren?
- Waarop berust de werking van gps?

De opgedane kennis en vaardigheden kun je aan het eind van ieder hoofdstuk toepassen bij het maken van een eindopdracht. Soms bevat die eindopdracht nieuwe elementen die een uitbreiding vormen van wat er in het hoofdstuk werd besproken. Voor het werken aan deze module heb je 40 studielasturen beschikbaar. In die tijd zul je niet alles kunnen doen. Je moet dus in overleg met je leraar keuzes maken.

Veel succes!

1. Navigeren zonder hulpmiddelen

1.1 Een route ontwerpen

Navigatie is de kunst om vanaf een gekozen vertrekpunt een vooraf bepaalde eindbestemming te bereiken. Navigatie wordt daarom ook wel 'stuurmanskunst' genoemd.

Om te kunnen navigeren zijn drie dingen van belang:

- Je moet weten waar het vertrekpunt is.
- Je moet weten welke eindbestemming je wilt bereiken.
- Je moet een haalbare route naar je eindbestemming kunnen uitstippelen.

Voor navigatie zijn kennis (van het beginpunt en van het eindpunt) en vaardigheden (het vinden van een route) nodig. Navigatie is van alle tijden. Al duizenden jaren navigeert de mens aan de hand van herkenningspunten op het land, de zee of in de lucht. En in de praktijk doen we dit vaak nog steeds. Het van huis naar school fietsten is daar een voorbeeld van. Alle informatie over deze voor jou bekende route ligt in je hersenen opgeslagen. Je kunt bij wijze van spreken de route gedachteloos fietsen.

Het wordt anders als de route onbekend en ingewikkeld wordt. Bijvoorbeeld bij een dropping in een onbekend gebied. Je hebt dan geen herkenningspunten meer en het wordt lastig de juiste richting te kiezen. De kans dat je verdwaalt, neemt dan uiteraard toe.

1. Opdracht

1.1 Route

Stel je voor dat je de route van je huis naar school moet uitleggen aan een onbekend persoon.

- a. Maak uit je geheugen een routebeschrijving en noteer enkele opvallende herkenningspunten.
- b. Maak ook een schematische tekening van de route. Noteer in de tekening het noorden, oosten, zuiden en westen.

1.2 Google Earth

Ga naar de computer en open het programma Google Earth. Het kan zijn dat je nog nooit met Google Earth hebt gewerkt.

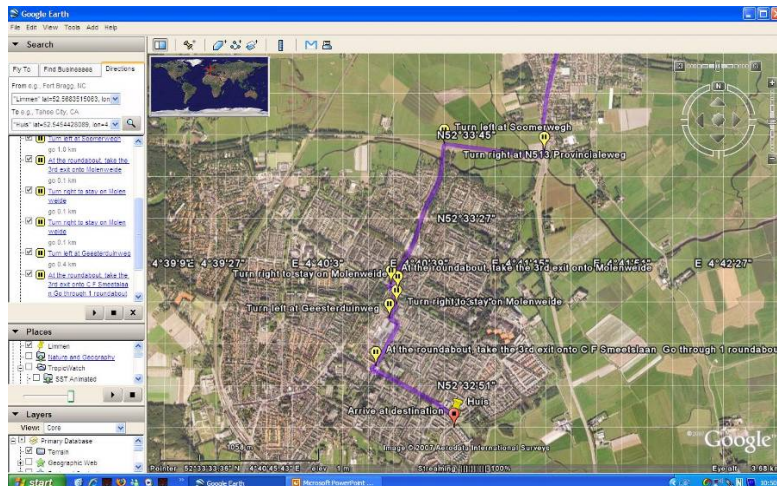
Bijlage 1 bevat een beknopte handleiding voor Google Earth 4.1. Het programma heeft een helpfunctie.

Een handleiding kun je downloaden van internet ► URL1:

- a. Plaats een plaatsaanduiding (placemark) op je woonhuis.

- b. Plaats ook een plaatsaanduiding op de school.
- c. Maak een routeplanner. Speel de route af. Je vliegt nu virtueel op een hoogte van ongeveer 100 - 300 m boven de route.
- d. Komt de route in Google Earth overeen met de route die jij iedere ochtend neemt? Zo nee, geef een verklaring voor het verschil.

Let op: Sla je gegevens op! Je hebt ze later weer nodig.



Figuur 1: een routeplanner van huis naar school gemaakt in Google Earth.

1.2 Navigeren nu en vroeger

Mensen reizen tegenwoordig veel. Iedere ochtend en avond staan er lange files door heel Nederland. Ook reizen mensen steeds vaker naar het buitenland.

Technische ontwikkelingen volgen elkaar snel op en apparatuur wordt steeds geavanceerder en nauwkeuriger. Satellietssystemen bieden tal van mogelijkheden. Zo kun je tegenwoordig met gps je positie op aarde bepalen met een nauwkeurigheid van 5 tot 15 meter.

In Google Earth kun je je eigen woonhuis zichtbaar maken en een route bepalen naar een andere bestemming. Speciaal voor Google Earth worden nu 'layers' ontwikkeld: tekstvelden en foto's die zich automatisch openen als een bezoeker een stad of een regio op een plattegrond of satellietfoto aanklikt. Zo kun je snel informatie en beelden van belangrijke bestemmingen oproepen.

Het zal niet lang meer duren of je kunt met driedimensionale animaties en plattegronden de aardbol nauwkeurig in beeld brengen. De tijd van het navigeren aan de hand van herkenningspunten en met het gezonde verstand lijkt dus ver achter ons te liggen.

Maar de realiteit is anders. Een deel van de menselijke bevolking heeft niet of nauwelijks te eten. Laat staan dat ze het geld hebben voor een gps-ontvanger of een computer. En er zijn culturen die een moderne leefwijze afwijzen en die hun traditionele leefwijze proberen te handhaven (bijvoorbeeld nomaden). Deze mensen navigeren op traditionele wijze, zonder instrumenten. Gebruikmakend van informatie uit de omgeving. Een manier van navigeren die in het dierenrijk al miljoenen jaren wordt gehanteerd.

De centrale vragen in dit hoofdstuk zijn:

- Hoe navigeer je in het dagelijkse leven zonder navigatie-instrumenten?
- Hoe bepaal jij je plaats op aarde?

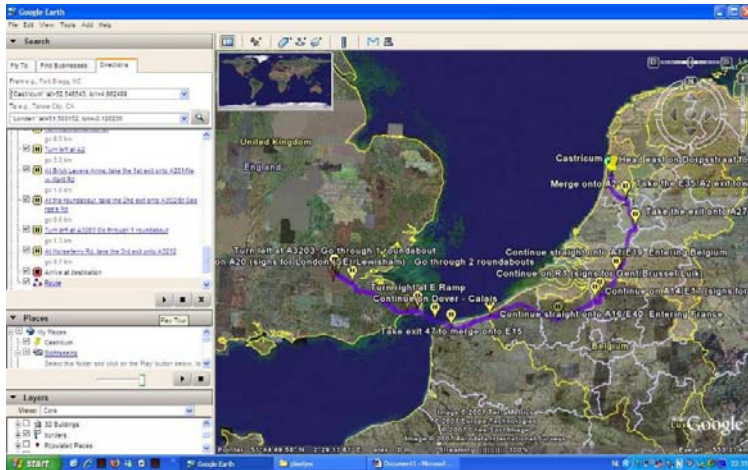
Om deze vragen te kunnen beantwoorden kijken we eerst naar een paar dingen die bij het navigeren van belang zijn:

- De rol van het geheugen.
- Herkenningspunten en koerscorrecties.
- Erfelijke factoren en leerprocessen.

1.3 De rol van het geheugen

De route van huis naar school is betrekkelijk kort en simpel. De informatie over die route kun je nog vrij gemakkelijk in je geheugen opslaan. Er zullen weinig leerlingen zijn die verdwalen op weg naar school.

Anders wordt het bij een voor jou onbekende route. Neem bijvoorbeeld de route van je woonhuis naar Zuid-Engeland. Die route zul je niet zo gemakkelijk zonder hulpmiddelen (kaart, wegbewijzing, gps-ontvanger) kunnen doorlopen. Je kunt de route zichtbaar maken en uitwerken in Google Earth (figuur 2). Daarna kun je de route helemaal uit je hoofd leren. Maar voor de meeste mensen zal dat een te moeilijke opgave zijn, zodat reizen naar Zuid-Engeland zonder enig hulpmiddel toch een risico is. Een probleem waar mensen en dieren al miljoenen jaren mee worstelen is: hoe sla je informatie voor navigatie betrouwbaar en nauwkeurig op in het geheugen?



Figuur 2: een route naar Zuid-Engeland, uitgewerkt en zichtbaar gemaakt met Google Earth.

Er zijn mensen die een uitzonderlijk goed geheugen hebben voor beelden of getallen. Stephen Wiltshire is een voorbeeld van een persoon met een fenomenaal visueel geheugen. Laat hem een gebouw of zelfs een hele stad zien en hij tekent alles exact na. Geen detail ontbreekt.

2. Vraag

- Bekijk de streaming-video op ►URL
- Is een dergelijk visueel geheugen een voordeel bij navigatie? Waarom wel/niet?

1.4 Herkenningspunten en koerscorrecties

Tijdens een reis (bijvoorbeeld de reis van je woonhuis naar school) zijn er verschillende momenten waarop je je koers controleert. Je controleert dan je positie ten opzichte van je uitgestippelde route. Valt je positie niet binnen de route, dan moet je de koers aanpassen. Dit heet *koerscorrectie*. Nu is de omgeving rond de school je waarschijnlijk goed bekend. Daarom zal koerscorrectie op de route van huis naar school geen probleem hoeven te zijn. Maar bij een route die voor jou onbekend is, ligt dat anders. Bij koerscorrectie moet er namelijk een nieuwe route uitgestippeld worden tussen de huidige positie en de eindbestemming. Maar hoe stippel je een nieuwe route uit zonder kennis van de omgeving?

3. Vraag

3.1 Herkenningspunten

In Nederland komt het nauwelijks voor, maar stel je voor dat je verdwaald bent en dat ieder hulpmiddel ontbreekt. Er is geen wegbewijzing, je bent je plattegronden vergeten en in de huurauto ontbreekt een gps-ontvanger. En de benzine is ook bijna op.

Noem minstens drie mogelijke herkenningspunten op het land of in de lucht die je kunnen helpen bij het navigeren naar het doel van bestemming.

3.2 Google Earth 2

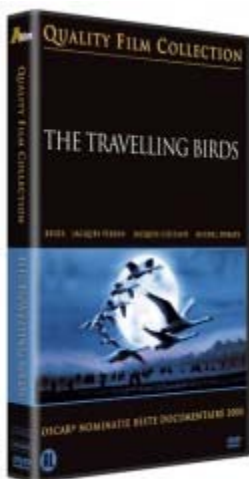
In deze opdracht werk je in tweetallen. Doe de opdracht om de beurt.

Ga naar de computer en open het programma Google Earth. Open de route van huis naar school uit opdracht 1.2. Eén persoon van het tweetal gaat nu virtueel verdwalen. Je partner plaatst een plaatsaanduiding op maximaal 300 meter naast de route die je dagelijks neemt van huis naar school. Noem de plaatsaanduiding “verdwaalde positie”. Kijk maximaal 10 seconden naar je verdwaalde positie.

- Maak uit je geheugen een nieuwe routebeschrijving van de plaatsaanduiding “verdwaalde positie” naar school. Maak ook een schematische tekening van de route. Noteer in de tekening het noorden, oosten, zuiden en westen.
- Maak in Google Earth een routebeschrijving van de plaatsaanduiding “verdwaalde positie” naar school. Speel de route af. Komt de route in Google Earth overeen met de route die je hebt gekozen? Zo nee, geef een verklaring voor het verschil.

1.5 Erfelijke factoren en leerprocessen

Hoe komt kennis van plaatsbepaling en navigatie tot stand? Kennis en vaardigheden die te maken hebben met plaatsbepaling en navigatie kun je jezelf aanleren. Maar een persoon kan ook buitengewoon getalenteerd zijn op dit terrein. Erfelijke aanleg kan dus ook een rol spelen. De invloed van erfelijke aanleg op het gedrag van mens en dier is wetenschappelijk onderzocht. Vooral bij dieren zijn indrukwekkende ontdekkingen gedaan. Evenals de primitieve mens hebben dieren niet de beschikking over navigatiehulpmiddelen zoals wij die nu kennen (kompas, wegbewijzing, kaarten, gps-ontvanger). Met de zintuigen (oog, oor, neus, et cetera) wordt de omgeving verkend en de route bepaald. Dieren hebben op deze wijze miljoenen jaren lang genavigeerd (dierentrek). Vooral bij het veranderen van de seizoenen trekken dieren weg naar voedselrijkere gebieden. Dierentrek is het resultaat van miljoenen jaren evolutie, waarbij een aantal diersoorten de kunst van het navigeren tot in de perfectie hebben weten te beheersen. Daar kan de mens soms jaloers op zijn.



*Figuur 3: The Travelling Birds dvd (Quality Film Collection).
(Bron: <http://www.a-film.nl/dvd.php?id=00001394>)*

4. Vraag

Bekijk een fragment van de film 'The Travelling Birds' (2001) van Jacques Perrin, Jacques Cluzaud en Michel Debats. Welke waarnemingen en welke herkenningspunten zijn naar jouw mening voor vogels van belang voor het navigeren?

Bij vogels, zo blijkt uit wetenschappelijk onderzoek, is de kunst van het navigeren voor een deel aangeboren en voor een deel aangeleerd.

Neem bijvoorbeeld de koekoek. Een koekoek is een vogel die zijn eieren legt in een nest van andere zangvogels. De koekoek legt in het algemeen één ei in een vreemd nest. Als het koekoeksjong 1 - 4 dagen oud is, gooit het de jongen van zijn stiefouders uit het nest, zodat het zelf alle zorg van zijn stiefouders krijgt. Eenmaal grootgebracht, vliegt het koekoeksjong uit en volgt in het najaar een vaste route naar Afrika. De route die zijn voorouders al duizenden jaren vliegen.

5. Vraag

Leg uit hoe uit het gedrag van de koekoek geconcludeerd kan worden dat het navigatievermogen bij de koekoek voor de reis van Europa naar Afrika aangeboren is en dus gebaseerd op erfelijke factoren?

Bij de koekoek is het navigatievermogen dus aangeboren. Anders ligt het bij de spreeuw.

Spreeuwen vliegen in het najaar van de Baltische landen, over Nederland naar Zuid-Engeland. Wat bepaalt hun vliegrichting en hoe gedragen spreeuwen zich als ze uit koers raken?

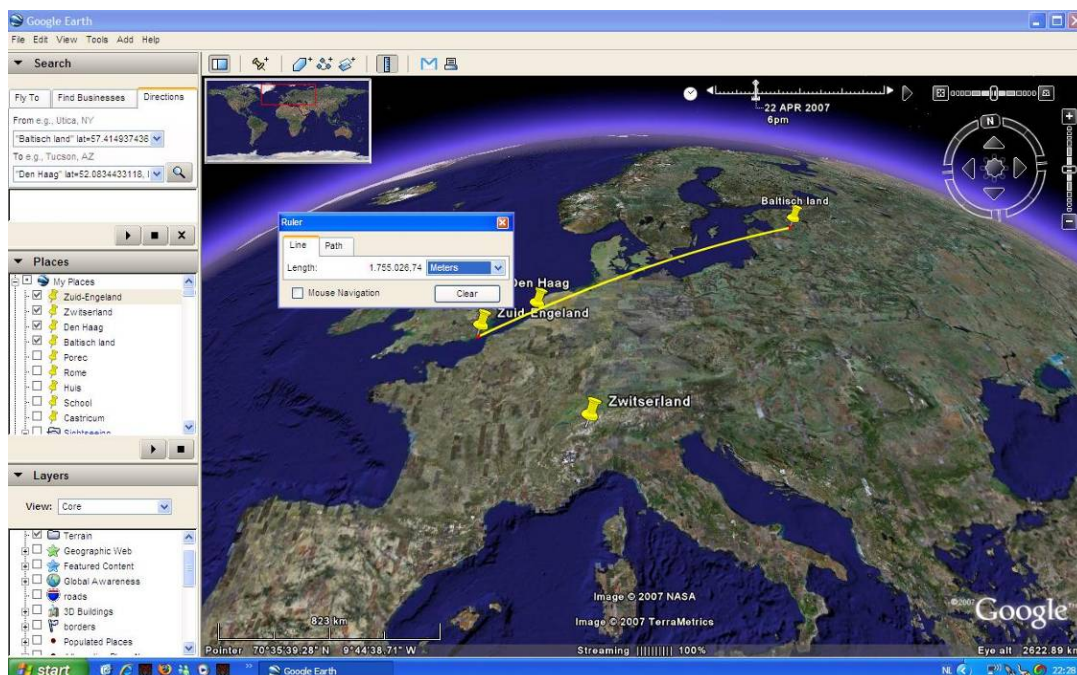
Om dit te onderzoeken heeft men in de buurt van Den Haag een groot aantal spreeuwen gevangen die op doortocht waren naar hun overwinteringgebieden in Zuid-Engeland. Zij werden geringd en verplaatst naar Zwitserland en daar één voor één gelost. Er bleek dat vogels die nog nooit in Zuid-Engeland waren geweest (eerstejaars jongen) hun oorspronkelijke koers vervolgden en dus niet op de plaats van bestemming kwamen. Vogels die al eerder in Zuid-Engeland waren geweest, merkten wél op dat ze 'uit de koers' waren en zij veranderden van koers richting Zuid-Engeland.

6. Opdracht: 'spreeuwen-experiment'

Bovenstaand experiment is een voorbeeld van een klassiek experiment, een experiment dat keer op keer in de literatuur wordt naverteld. Het verloop van het experiment kan zichtbaar gemaakt worden in Google Earth.

- a. Ga naar de computer en open het programma Google Earth. Plaats een plaatsaanduiding (placemark) boven Letland en Zuid-Engeland. Plaats ook een plaatsaanduiding boven Den Haag. Breng geheel Europa in beeld. Trek een lijn van de plaatsaanduiding boven Letland naar die boven Zuid-

- Engeland (Figuur 4). Ligt Den Haag op deze route? Noteer de afstand die de vogels hebben afgelegd (in meters).
- Plaats nu een plaatsaanduiding boven Zwitserland. Trek een lijn in dezelfde richting als onder vraag a vanuit Zwitserland naar Zuid-Europa. Dit is de route die eerstejaars spreuwen blijven volgen nadat ze verplaatst zijn naar Zwitserland. In welk deel van Zuid-Europa zullen de eerstejaars spreuwen waarschijnlijk terecht komen?
 - Vervolg in gedachten de route van Zwitserland naar Zuid-Engeland. Dit is de route die ouderejaars spreuwen zullen nemen nadat ze verplaatst zijn naar Zwitserland. Welke verandering in vliegrichting moeten ouderejaars spreuwen tot stand brengen om op de goede plaats van bestemming aan te komen?



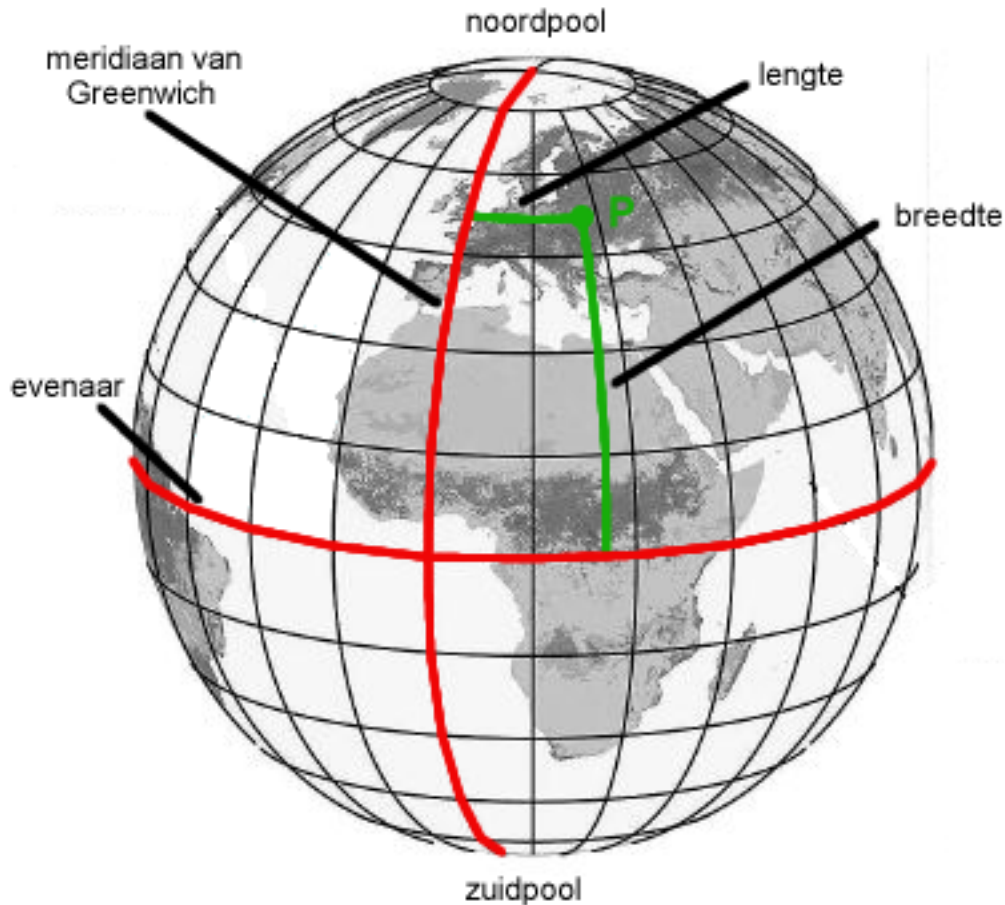
Figuur 4: spreuwenexperiment zichtbaar gemaakt in Google Earth.

- Leg uit hoe uit het experiment met de spreuwen geconcludeerd kan worden dat leerprocessen een rol spelen bij het navigatievermogen van de spreuw.

1.6 Coördinaten

Om de plaats waar je op de aarde bent precies te kunnen aangeven, heb je een *referentiestelsel* (coördinatenstelsel) nodig. Daarmee kun je aan anderen duidelijk maken waar je bent. Dat coördinatenstelsel moet voor iedereen op aarde bruikbaar en te begrijpen zijn.

Voor de plaatsbepaling op de aarde is een coördinatenstelsel bedacht dat bestaat uit *meridianen* (lengtecirkels) en *breedtecirkels* of parallellen (zie figuur 5). Zoals je weet, is de aarde een bol die om een as draait. De uiteinden van die as zijn de Noordpool en de Zuidpool.



Figuur 5: de evenaar, breedtecirkels en meridianen (ontleend aan <http://www.urania.be/sterrenkunde/hemelmechanica/coordinaten.php>).

Als je de aarde snijdt met een vlak loodrecht op die as, is de snijfiguur een breedtecirkel of parallel.

De grootste breedtecirkel is de *evenaar* (equator). Het vlak door de evenaar (equatorvlak) gaat door het middelpunt van de aarde.

Als je de aarde snijdt met een vlak waarin de aardas ligt, krijg je een meridiaan (lengtecirkel). Alle meridianen zijn grootcirkels. Dat zijn cirkels (op het aardoppervlak) waarvan het middelpunt samenvalt met het middelpunt van de aarde.

Grootcirkels zijn de grootste cirkels die je op het aardoppervlak kunt maken; hun straal is gelijk aan de straal van de aarde.

Met behulp van de breedtecirkels en de meridianen kun je elk punt op aarde met twee geografische coördinaten bepalen.

De eerste coördinaat (noorderbreedte of zuiderbreedte) geeft aan op welke breedtecirkel het punt ligt. Er wordt gerekend vanaf de evenaar. De evenaar heeft dus de breedte nul.

De tweede coördinaat (westerlengte of oosterlengte) geeft aan op welke meridiaan het punt ligt. Als nulmeridiaan is gekozen

de meridiaan door het Engelse plaatsje Greenwich vlak bij Londen. Omdat die meridiaan door Greenwich gaat, heet hij ook wel G-meridiaan.. De beide coördinaten worden uitgedrukt in graden, minuten en seconden; het zijn dus eigenlijk hoeken.

Voorbeeld:

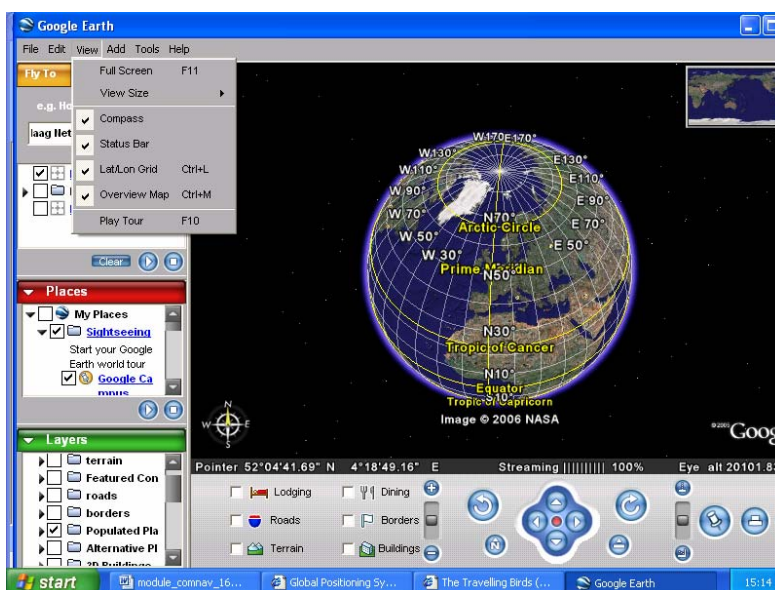
De Westerkerk in Amsterdam heeft de geografische coördinaten (52° 22' 28" NB, 4° 53' 02" OL). Hierin staat NB voor 'noorderbreedte' en OL voor 'oosterlengte'. Aan deze getallen kun je zien dat de verbindinglijn van de Westerkerk met het middelpunt van de aarde een hoek van ruim 52° maakt met het equatorvlak en dat het meridiaanvlak door de Westerkerk bijna 5° oostelijker ligt dan de nulmeridiaan.

7. Vragen en opdrachten

7.1 Coördinatensysteem van de aarde

Het coördinatensysteem van de aarde (de breedtecirkels en de meridianen) kun je zichtbaar maken met de optie grid van Google Earth (zie bijlage 1).

Als je het coördinatensysteem gevonden hebt, zie je op je scherm de volgende afbeelding.



Figuur 6: Het coördinatensysteem van de aarde met behulp van Google Earth.

- Ga met Google Earth naar de Eiffeltoren in Parijs en noteer van die toren de beide geografische coördinaten. (Merk op dat Google WL aangeeft met W en OL met een E).
- Bij welke plaats ligt het punt met de coördinaten (53° NB , 10° OL)?
- Waar ligt het punt met de coördinaten (50° 04' NB, 50° 43' WL)?

7.2 Coördinatenstelsel van de aarde

Maak in Google Earth het coördinatenstelsel van de aarde zichtbaar.

- a. Trek een lijn over een meridiaan van de Noordpool tot aan de Zuidpool. Valt de lijn samen met de meridiaan?
- b. Trek een lijn over de evenaar. Valt de lijn samen met de evenaar?
- d. Trek een lijn over een breedtecirkel in de buurt van de Noordpool. Valt de lijn samen met die van de breedtecirkel?

7.3 Verdieping

Verdiep je verder in dit coördinatenstelsel van de aarde.

Ga naar de website ► URL3

Je kunt ook zoeken op ► URL4 en ► URL5. De volgende begrippen moet je kunnen omschrijven en kunnen gebruiken.

- geografische coördinaten
- meridianen
- lengtegraad
- lengtecirkel
- breedtegraad, minuut, seconde
- breedtecirkel
- noorderbreedte
- zuiderbreedte
- nulmeridiaan (meridiaan van Greenwich)
- oosterlengte
- westerlengte.

7.4 Geografische coördinaten

- a. Zoek in Engeland op de nulmeridiaan een andere plaats dan Greenwich. Geef van die plaats de geografische coördinaten.
- b. Zoek twee plaatsen die dezelfde breedte hebben maar 'gespiegeld' liggen ten opzichte van de nulmeridiaan. Geef van die plaatsen de geografische coördinaten.
- c. Zoek twee plaatsen die dezelfde westerlengte hebben maar gespiegeld liggen ten opzichte van de evenaar. Geef van die plaatsen de geografische coördinaten.

1.7 De kortste route en de grootcirkelkoers

Om energie te besparen tijdens de reis is het voordelig om de kortste route te nemen. Omdat niet alle wegen even gemakkelijk begaanbaar zijn, hoeft op de grond de kortste route niet altijd de snelste route te zijn. Door de lucht kun je meestal wel rechtdoor vliegen. Hoe bepaal je dan wat de kortste route is?

8. Opdracht

Ga naar de computer en open het programma Google Earth. Open de route van huis naar school uit opdracht 1.2.

- In Google Earth kun je een lijn trekken tussen twee punten en het menu toont de afstand tussen deze twee punten. Trek een lijn van je woonhuis naar school. Noteer deze afstand in meters nauwkeurig.
- Maak nu in Google Earth een routebeschrijving van huis naar school. Aan het eind van de routebeschrijving staat de afstand vermeld. Welke route is het kortst, de lijn die je getrokken hebt of die van de routeplanner?
- Aan het eind van de routebeschrijving staat ook de geschatte tijd voor de reis. Bereken de gemiddelde snelheid die Google Earth hanteert.

Je hebt nu in Google Earth een lijn getrokken tussen twee plaatsen op aarde. Bij het bepalen van de afstand tussen twee punten op aarde berekent het programma altijd de kortste route. Die kortste route is een lijn over een grootcirkel (zie ook de opgaven 9.1 en 9.2). Dat is, zoals we hebben gezien, een cirkel waarvan het middelpunt ook het middelpunt van de aarde is. Zo'n grootcirkel deelt de bol (in dit geval de aarde) in twee gelijke helften. Een route over een grootcirkel heet een grootcirkelkoers.

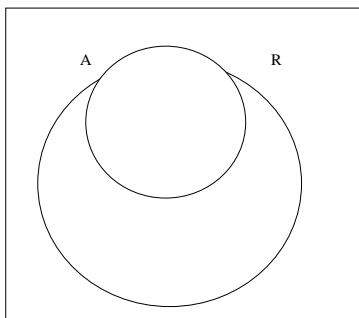
9. Vragen

9.1 Grootcirkels

De website ►URL6 bevat informatie over grootcirkels. Bekijk van die site deel 1, een grootcirkel, en ga na of je nu goed weet wat een grootcirkel is.

9.2 Amsterdam-Rome

Stel je twee plaatsen op de aarde voor, bijvoorbeeld Amsterdam (A) en Rome (R). De snijlijn van een bol en een plat vlak is een cirkel. De kortste route tussen A en R over de aardbol is de snijlijn van een vlak en de aardbol. Die kortste route is dus een stukje van een cirkel.



Figuur 7: een kleine cirkel en een grotere cirkel door A en R.

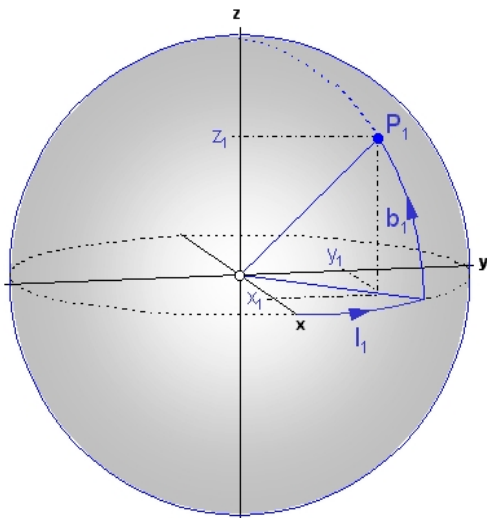
- In figuur 7 zie je een kleine cirkel en een grotere cirkel door A en R. Langs welke cirkel is de weg van A naar R het kortst?
- Leg nu uit waarom de kortste route van A naar R over de aardbol de route is langs een grootcirkel.

9.3 Kortste route

- Twee plaatsen K en P liggen op dezelfde meridiaan. Je reist via de meridiaan van K naar P. Volg je dan de kortste route? Waarom wel of niet?
- Twee plaatsen R en S liggen op dezelfde breedtecirkel. Je reist via die breedtecirkel van R naar S. Meestal volg je dan niet de kortste route. In welke situatie wel en in welke situatie niet?

1.8 De kortste route berekenen

De aarde is een bol en elke plaats op aarde kan worden aangeduid met geografische coördinaten, een lengte (l_1) en een breedte (b_1), opgegeven in graden, minuten en seconden. In figuur 8 zie je een tekening van de aardbol. In de aardbol is nu een 'gewoon' driedimensionaal rechthoekig assenstelsel aangebracht.



Figuur 8: aardbol met driedimensionaal rechthoekig assenstelsel (ontleend aan <http://www.astro.uu.nl/~strous/AA/nl/reken/grootcirkel.html>).

De oorsprong ligt in het middelpunt van de aarde. De z-as valt samen met de draaiingsas van de aarde. De noordpool ligt dus helemaal bovenaan en de evenaar ligt in het Oxy-vlak. De positieve x-as gaat 'aan de voorkant' door de nulmeridiaan. De straal van de aarde is OP_1 .

Met dit gewone assenstelsel kun je elk punt drie rechthoekige coördinaten geven. In de figuur zie je het punt P_1 .

De geografische coördinaten van P_1 zijn: l_1 graden oosterlengte en b_1 graden noorderbreedte. De drie rechthoekige coördinaten zijn (x_1, y_1, z_1) .

Voor het verband tussen de geografische coördinaten en de rechthoekige coördinaten gelden de formules:

$$x_1 = R \cos b_1 \times \cos l_1 \quad (1)$$

$$y_1 = R \cos b_1 \sin l_1 \quad (2)$$

$$z_1 = R \sin b_1 \quad (3)$$

Hierin is R de straal van de aarde en deze bedraagt 6378 km. De variabelen b_1 en l_1 zijn de geografische breedte en lengte.

l_1 heeft een positieve waarde ter oosterlengte en een negatieve waarde ter westerlengte. Dus 20° westerlengte heeft de waarde -20°.

En b_1 heeft een positieve waarde ter noorderbreedte en een negatieve waarde ter zuiderbreedte. Dus 20° zuiderbreedte heeft de waarde -20° .

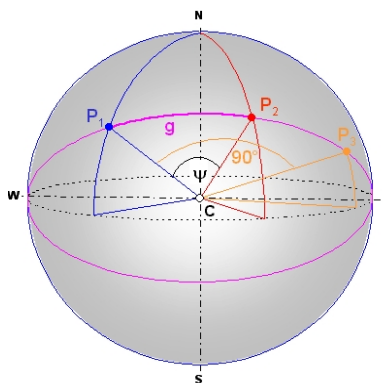
10. Vraag

- Neem aan dat in figuur 8 het punt P_1 ligt op 20° oosterlengte en op 35° noorderbreedte. Bereken van dat punt de rechthoekige coördinaten.
- Bereken de rechthoekige coördinaten van de Westerkerk (zie de tekst vlak voor opgave 7).

De formule $z_1 = R \sin b_1$ kun je direct uit figuur 8 afleiden. Doe dat.

- Bepaal in Google Earth voor de plaatsaanduidingen “huis” en “school” de geografische coördinaten. Latitude staat voor breedtegraad; Longitude staat voor lengtegraad.
- Bereken voor beide plaatsaanduidingen de drie coördinaten (in drie decimalen).

NB: Houd er rekening mee dat de geografische coördinaten hier in minuten worden verdeeld. Hierbij is 1 graad gelijk aan 60 minuten, dus bijvoorbeeld 30 minuten is gelijk aan 0,500 graden ($30/60$), 30 seconden is gelijk aan 0,008 ($30/3600$) graden.



Figuur 9: tekening van de aardbol (ontleend aan <http://www.astro.uu.nl/~strous/AA/nl/reken/grootcirkel.html>).

Door twee willekeurige plaatsen P_1 en P_2 op aarde gaat precies één grootcirkel. De kortste afstand tussen twee plaatsen op aarde is de afstand langs die grootcirkel. De berekening van deze afstand gaat als volgt (zie figuur 9,

De coördinaten van P_1 noteren we als (x_{p1}, y_{p1}, z_{p1}) .

De coördinaten van P_2 noteren we als (x_{p2}, y_{p2}, z_{p2}) .

C is het middelpunt van de aarde.

De hoek tussen CP_1 en CP_2 noemen we Ψ .

De straal van de aarde noemen we R.

Nu geldt de volgende formule:

$$\cos \Psi = \frac{x_{p1}x_{p2} + y_{p1}y_{p2} + z_{p1}z_{p2}}{R^2} \quad (4)$$

(Deze formule volgt uit de cosinusregel in driehoek CP_1P_2)

Als je de coördinaten van P_1 en P_2 kent, kun je dus hiermee Ψ berekenen.

De afstand g tussen P_1 en P_2 kun je nu berekenen met de formule:

$$g = \frac{\Psi}{360^\circ} \times 2\pi R \quad (5)$$

11. Vraag

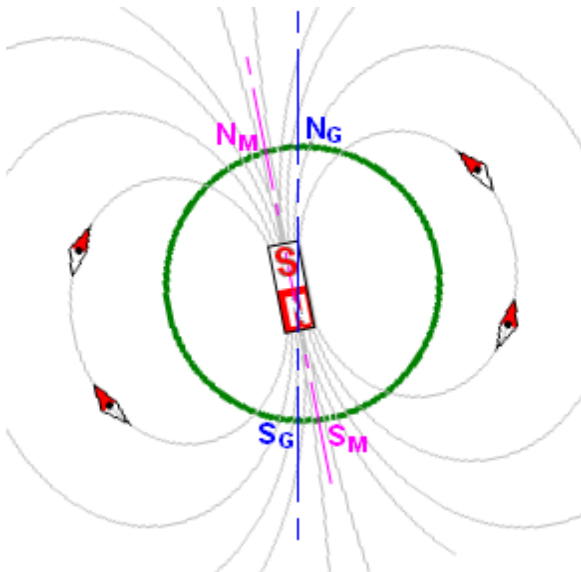
- Geef uitleg bij de formule $g = \frac{\Psi}{360^\circ} \times 2\pi R$.

Bereken g voor het geval dat $\Psi = 50^\circ$.

- b. Als je P_1 in Amsterdam kiest en P_2 in San Francisco, vind je dat $\Psi = 78,9^\circ$. Bereken de kortste route van Amsterdam naar San Francisco.
- c. Bereken de afstand tussen de plaatsaanduiding “Huis” en “School” langs de grootcirkel. Geef je antwoord in km en rond af op drie decimalen. Vergelijk je antwoord met dat van opdracht 8a. Komen de afstanden overeen. Zo nee, geef een verklaring voor het verschil.

1.9 Aardmagnetisme

Je weet dat je met een kompas kunt bepalen waar het noorden is. De kompasnaald richt zich langs de magnetische veldlijnen en wijst daardoor naar de magnetische noordpool. In figuur 10 zie je dat de magnetische noordpool en de geografische noordpool op verschillende plaatsen liggen. Ook zie je in die figuur dat de magnetische veldlijnen bij de evenaar evenwijdig zijn met het aardoppervlak. Hoe dichter je bij de polen komt, hoe steiler de veldlijn lopen.



Figuur 10: magnetische veldlijnen (ontleend aan http://nl.wikipedia.org/wiki/Aardmagnetisch_veld).

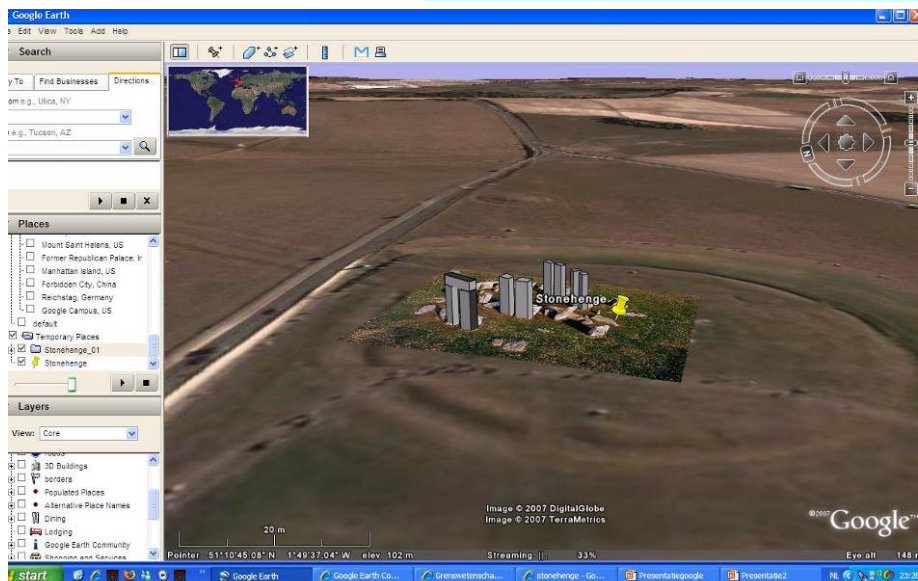
Door de hoek te meten die een veldlijn maakt met het horizontale vlak kun je – ongeveer – vaststellen op welke noorderbreedte of zuiderbreedte je bent. Die hoek heet de *inclinatie*.

Trekvogels blijken op de een of andere manier de inclinatie te kunnen vaststellen. Daarmee hebben ze een mogelijkheid hun plaats op de aarde te bepalen. Zie ook eindopdracht 14, Vogeltrek, en ►URL7.

1.10 Eindopdrachten

12. Eindopdracht Een schrijver vraagt om raad (groepsopdracht maximaal vier personen)

Speciaal voor Google Earth zijn 'layers' ontwikkeld: tekstvelden en foto's die zich automatisch openen als een bezoeker een stad of regio op een plattegrond of satellietfoto aanklikt. Zo krijgt de reiziger snel informatie en beelden van belangrijke bestemmingen, landschappen of steden. Reizigers kunnen nu de belangrijke attracties, steden en natuurgebieden voortaan thuis al driedimensionaal verkennen via Google Earth.



Figuur 11: 3-D voorstelling van Stonehenge in Google Earth.

Eén van de eerste plaatsen die in Google Earth in 3-D is gemaakt, is Stonehenge op de Salisbury Plains in Zuid-Engeland. Stonehenge is één van de eerste imposante bouwwerken in de geschiedenis van de mens. Het werd vermoedelijk gebouwd tussen 2500 en 2000 voor Christus. Het is opgetrokken uit grote stenen die in een cirkel zijn geplaatst. De stenen zijn ruim 4 meter hoog en ongeveer 2,5 meter breed; sommige stenen wegen 45 ton.

Stonehenge is Europa's mooiste bouwwerk van de Megalietcultuur. Deze cultuur ontstond ongeveer 5000 jaar voor Christus in Frankrijk, in Spanje en ook in Noord-Europa, waaronder Nederland. De cultuur markeert een overgang van een nomadenbestaan naar een bestaan met vaste woon- en verblijfplaatsen.

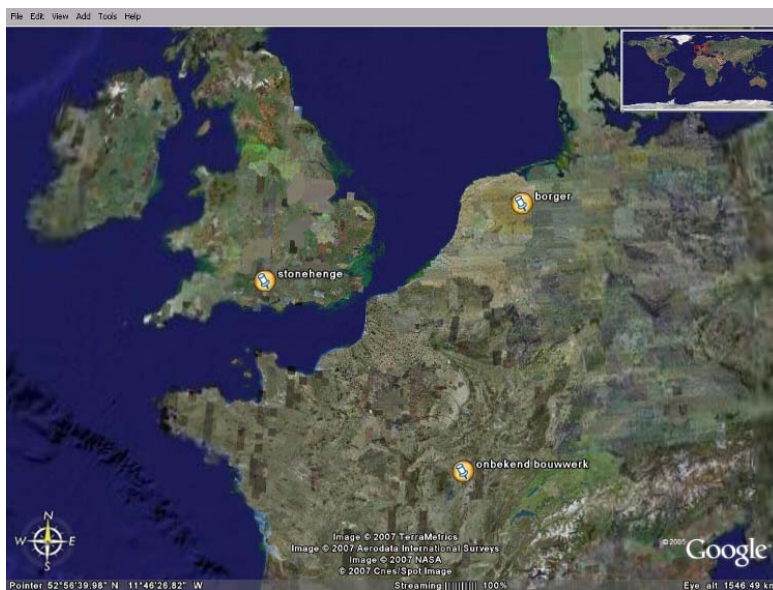
Stonehenge is aangelegd volgens een regelmatige, geometrische plattegrond. De exacte plaatsing van de stenen heeft te maken met de loop van de zon en de maan. Hieruit hebben wetenschappers de conclusie getrokken dat Stonehenge werd gebruikt voor astronomische doeleinden.

Ook in Nederland zijn megalithische bouwwerken gevonden: de hunebedden. Deze zijn net als Stonehenge als 'layers' in Google Earth te bestuderen. Over de bouwers van Stonehenge en hunebedden is niet veel bekend. Gezien de hoge graad van perfectie van Stonehenge gaan we ervan uit dat deze cultuur bouwkundig goed onderlegd was.

In hoofdstuk 1 heb je verschillende opdrachten gemaakt die te maken hebben met de vraag: "Hoe vind ik over de aardbol de kortste route?"

Aan het eind van dit hoofdstuk ga je deze kennis en vaardigheden toepassen. Je wordt als deskundige ingehuurd door een schrijver van fictieverhalen. Hij schrijft een verhaal over hunebedbouwers.

Bij opgravingen zijn inscripties gevonden die wijzen op het bestaan van een magische *gelijkzijdige* driehoek Borger-Stonehenge-Midden-Frankrijk. Op de punt van de driehoek in Midden-Frankrijk zouden overblijfselen van deze cultuur te vinden moeten zijn. Niet ver van Vezelay (Frankrijk) waar de Cro-Magnon 35.000 jaar v. Chr. wandschilderingen hebben gemaakt in grotten.



Figuur 12: de driehoek Borger-Stonehenge-onbekend bouwwerk.

De schrijver weet niets van plaatsbepaling en navigatie. Maar hij wil het boek wel zo realistisch mogelijk maken. Jullie worden door hem ingehuurd om het boek theoretisch te onderbouwen. De vraag die je moet beantwoorden is:

"Waar moet men zoeken om overblijfselen van deze cultuur te kunnen vinden?"

Ga als volgt te werk:

- a. Bereken eerst nauwkeurig de kortst mogelijke route van Borger naar Stonehenge en bepaal op basis daarvan de locatie. Geef je antwoord in km en rond af op drie decimalen. Bepaal op basis van dit gegeven de mogelijke vindplaats.

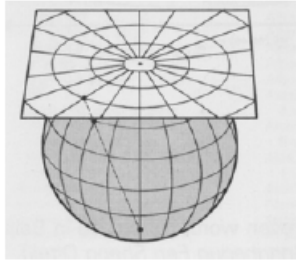
- b. Breng het gebied met Google Earth in beeld en markeer de mogelijke vindplaats zo nauwkeurig mogelijk. Het gebied in Frankrijk is rijk aan prehistorisch materiaal. En het is niet uitgesloten dat mensen de kunst van het navigeren aan elkaar leerden. Betrek dit eventueel in je discussie.
- c. Maak van het onderzoek een schriftelijk adviesverslag volgens de ►werkinstructie adviesrapport in de NLT Toolbox. Volg onderstaande aanwijzingen bij het schrijven van de kern van het rapport (voor de overige onderdelen van het rapport: ►zie werkinstructie adviesrapport in de NLT Toolbox):
1. *Inleiding*
Je beschrijft de vraagstelling van de auteur en vermeldt de beschikbare gegevens.
 2. *Probleemaanpak*
Je vermeldt hoe je met Google te werk gaat en hoe je met behulp van grootcirkels de gezochte plaats kunt vinden.
 3. *Resultaten*
Je geeft een beknopt overzicht van de resultaten
 4. *Conclusie en adviezen.*
Je geeft aan waar op grond van de berekeningen gezocht moet worden. Je beschrijft de plaats met behulp van Google Earth. Je verwerkt in dat advies ook gegevens die je over die streek kunt vinden, bijvoorbeeld of er in het gevonden gebied a; eerder prehistorisch materiaal is gevonden.
- (Bronnen: 1-4)

13. Eindopdracht Kaartprojecties

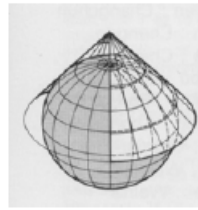
Als je van de wereldbol een platte kaart wilt maken, moet je de figuren op de aardbol (de vorm van de landen en de zeeën) zo natuurgetrouw mogelijk op een vlakke figuur proberen af te beelden. Zonder zichtbare vervormingen lukt dat alleen voor heel kleine gebiedjes. Als je van een groot gebied een kaart wilt maken, krijg je altijd te maken met vervormingen.

In de loop van de geschiedenis zijn er veel manieren bedacht om de figuren op de aardbol op een plat vlak af te beelden. Zulke afbeeldingen heten kaartprojecties.

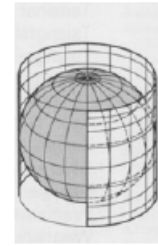
Hieronder zie je in figuur 13 drie manieren om de figuren op een bol over te brengen op een plat vlak.



Azimutale projectie



Kegelprojectie



Cilinderprojectie

Figuur 13: kaartprojectiemethoden (ontleend aan:

<http://wet.kuleuven.be/leerkrachten/lessenpakket/wiskunde/cartografie.pdf>).

- a. Op de website ►URL8 is informatie over dit onderwerp te vinden.
Bekijk de eerste drie bladzijden van deze site en beschrijf hoe bij de drie projectiemethoden van figuur 13 de afbeelding wordt gemaakt, dat wil zeggen hoe de figuur op de bol wordt overgebracht op het vlak.
Noem enkele eisen die je aan een goede kaart wilt stellen.
- b. Zoek bij elk van de drie methoden een kaart die met die methode is gemaakt. Geef bij elke kaart aan welke positieve en welke negatieve eigenschappen zo'n kaart heeft. Bekijk eventueel ook ►URL9 Een beroemde kaartprojectiemethode is de Mercatorprojectie.
Laat zien hoe een kaart die met de Mercatorprojectie is gemaakt eruit ziet.
Beschrijf (globaal, dat wil zeggen zonder wiskundige formules) hoe Mercator zijn kaart heeft gemaakt. Bekijk daarvoor bijvoorbeeld ►URL10 Vertel ook iets over het leven en het werk van Mercator.
- c. De kortste route van Amsterdam naar Rome loopt via de grootcirkel die door Amsterdam en Rome gaat. Bereken die afstand (zie paragraaf 1.8).
Kies in een atlas een kaart van Europa. Meet over die kaart de afstand tussen Rome en Amsterdam. Verklaar het verschil tussen de uitkomst van je berekening van de echte afstand en de afstand die uit de meting op de kaart volgt.

Ten slotte:

Bereid een presentatie voor waarin je de resultaten van je werk aan de vragen a t/m d aan je klasgenoten presenteert. Gebruik bij die presentatie vooral duidelijk illustratiemateriaal.

14. Eindopdracht Vogeltrek

In paragraaf 1.5 heb je kunnen lezen dat bij sommige vogels het navigatievermogen aangeleerd moet worden, terwijl bij andere dat navigatievermogen in de erfelijke factoren aanwezig is.

Bestudeer ►URL7

- a. Maak van deze site een samenvatting van maximaal twee kantjes A4. Let daarbij vooral op de dingen die in hoofdstuk

1 aan de orde zijn gekomen en op de hieronder bij vraag b genoemde onderwerpen..

- b. Houd voor je klasgenoten een presentatie over het navigeren van trekvogels.

Vermeld in die presentatie onder andere de volgende onderwerpen:

- experimenten over koerscorrecties,
- magnetisch kompas bij vogels.

2. Plaatsbepaling en navigatie met behulp van hemellichamen

2.1 Informatie over hoofdstuk 2

In paragraaf 1.6 is besproken hoe je met lengtecirkels en breedtecirkels een coördinatenstelsel kunt aanbrengen op de aardbol. In een paragraaf 1.8 heb je gezien dat je de geografische coördinaten kunt omrekenen naar rechthoekige coördinaten.

Dat de aarde een bol is, is al vanaf de zesde eeuw voor Christus bij ontwikkelde mensen bekend. In de middeleeuwen (tot ca. 1500) waren er nog wel mensen die dachten dat de aarde plat was, maar de meer ontwikkelden gingen al heel lang uit van de bolvorm. Toen Columbus in 1492 probeerde om Indie (dus Oost-Azië) te bereiken door naar het westen te varen, ging hij ervan uit dat de aarde bolvormig is. Dat Columbus moeite had om zijn tocht gefinancierd te krijgen, kwam niet omdat de mogelijke financiers twijfelden aan de bolvorm van de aarde, maar omdat men de tocht over een zo grote zee te riskant vond.

Met de opkomst van de Verlichting en de natuurwetenschap kreeg de mens steeds meer mogelijkheden om de wereld experimenteel te onderzoeken.

Bij het onderzoeken en het in kaart brengen van de aarde gebruikte men allerlei navigatie-instrumenten, zoals de zonnwijzer, de graadstok, de sextant en het Daviskwadrant. Deze instrumenten kun je nu nog steeds nabouwen en gebruiken.

In de komende lessen bespreken we:

- Coördinatensystemen voor de hemelkoepel.
- De rol van de maan bij het navigeren.
- Hoe je de zon kunt gebruiken voor plaatsbepaling en welke problemen daarbij optreden.
- Hoe je de sterren kunt gebruiken bij plaatsbepaling en navigatie.

2.2 Coördinatenstelsels voor de hemel

We gaan ons nu eerst verdiepen in coördinatenstelsels van de hemel.

Ga naar de website ►URL11.

Je vindt daar een aantal figuren (zoals onder andere figuur 14) die je kunnen helpen om een voorstelling te maken van de begrippen die een rol spelen bij mogelijke coördinatenstelsels voor de hemelkoepel.

15. Vragen

15.1 Hemelkoepel

a. Geef een omschrijving van:

1. hemelnoordpool,
2. hemelzuidpool,
3. hemelevenaar,
4. meridiaan,
5. poolhoogte.

Verduidelijk je omschrijving met een schetsje.

b. Leg uit waarom de poolhoogte gelijk is aan de geografische breedte van de waarnemer.

15.2 Horizoncoördinaten

- a. Wat zijn horizoncoördinaten?
- b. Waarom zijn horizoncoördinaten niet goed bruikbaar voor de plaatsbepaling van een ster?

15.3 Evenaarcoördinaten

- a. Wat zijn evenaarcoördinaten?
- b. Beschrijf hoe je de declinatie en de uurhoek van een ster kunt meten.

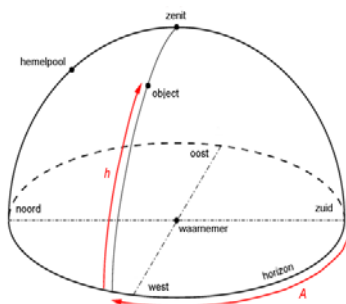
15.4 Meten aan een ster

Kies een bekende ster, bijvoorbeeld de meest rechtse ster van de Grote Beer.

- a. Meet van die ster hoogte en azimut (vermeld het tijdstip waarop je de meting deed).
- b. Meet van die ster declinatie en uurhoek.

15.5 Verband tussen hoogte en declinatie

Op de site ►URL11 vind je een verband tussen de hoogte en de declinatie van een ster. Onderzoek of dat verband correct is.



Figuur 14: weergave van de hemelkoepel.

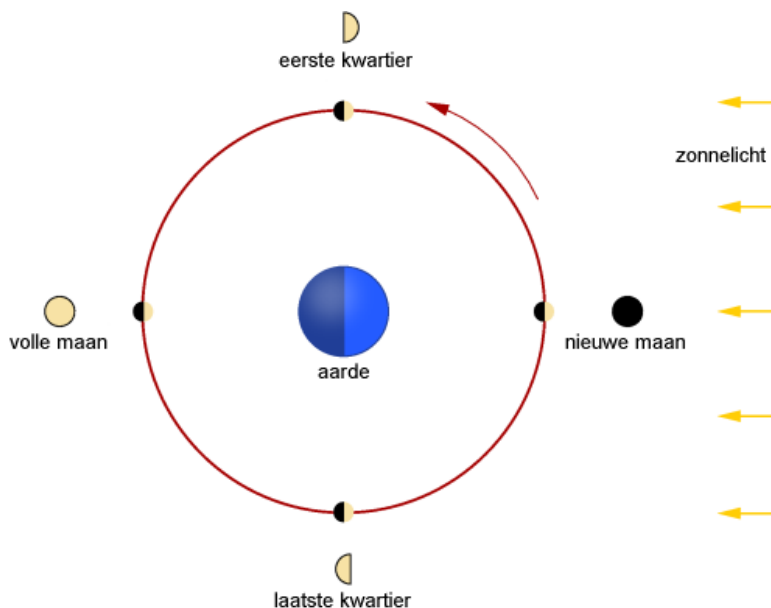


Figuur 16: foto van huis, lantaarnpaal en maan schijnt door de bomen (Foto Ron Vonk).

2.3 De maan

De maan beweegt zich in een baan om de aarde. De omlooptijd is ruim 27 dagen (De exacte waarden voor omlooptijden en rotatieperiodes kun je vinden in BINAS tabellenboek, tabel 31). Het vlak van de maanbaan maakt een kleine hoek met het vlak van de aardbaan. Omdat de omlooptijd van de maan niet een geheel aantal dagen is, zien we de opkomst en de ondergang van de maan niet steeds op dezelfde tijd. Daardoor is het moeilijk de stand van de maan voor plaatsbepaling op de aarde te gebruiken. Wel zien we (door de draaiing van de aarde) de maan steeds (ongeveer) in het oosten opkomen en (ongeveer) in het westen ondergaan.

We kunnen de maan zien, omdat hij het licht van de zon gedeeltelijk terugkaatst. Omdat de maan ten opzichte van de aarde steeds van plaats verandert, zien we tijdens een rondgang van de maan rond de aarde de vorm van de maan steeds veranderen. In figuur 15 zie je hoe die zogenaamde schijnvormen van de maan ontstaan.



Figuur 15: de baan van de maan om de aarde (ontleend aan <http://www.urania.be/sterrenkunde/hemelmechanica/aarde-maan.php>).

16. Vraag

Zoals je in de figuur kunt zien, is het volle maan als de aarde tussen de maan en de zon in staat. Hoe komt het dat de aarde de maan niet afschermt voor het zonlicht?

De foto van figuur 16 is 's avonds gemaakt. De helderheid van de foto is een beetje bijgewerkt. Je ziet een huis en een lantaarnpaal, de maan schijnt door de takken van een boom. Hieronder zie je meer foto's van deze situatie, elk gemaakt op een ander moment op dezelfde avond in Nederland.

17. Vraag

Bekijk de drie foto's van figuur 17. Onder op de foto zie je de verlichting van een huis, linksonder in beeld zie je het licht van een lantaarnpaal. Daarnaast is op alle drie de foto's de maan te zien. De foto's zijn in willekeurige volgorde weergegeven. Leg uit in welke volgorde de foto's zijn gemaakt.



foto A



foto B



foto C

Figuur 17: drie foto's van de maan aan de nachtelijke hemel in willekeurige volgorde (Foto's Ron Vonk).

- Waarom staat er 'ongeveer' in het begin van paragraaf 2.3 in de tekst over de opkomst en de ondergang van de maan?

2.4 De zon

De aarde beweegt zich in 365,25 dagen in een baan om de zon.

18. Vraag

Leg uit, met behulp van een berekening, waarom we eens in de vier jaar een schrikkeljaar hebben.

De *aardas* (de as waarom de aarde dagelijks zijn wenteling maakt) staat scheef ten opzichte van het vlak van de aardbaan (het eclipticavlak). Daardoor beschijnt de zon soms meer de noordelijke helft van de aarde. Het is daar dan zomer. Een half jaar later beschijnt de zon meer de zuidelijke helft van de aarde; dan is het op het noordelijke halfrond winter. Door de dagelijkse aswenteling van de aarde zien we 's ochtends de zon (ongeveer) in het oosten opkomen en 's avonds (ongeveer) in het westen ondergaan. Rond het middaguur staat de zon in het zuiden en heeft zijn hoogste stand.

19. Vraag

Als padvinder ('scout') leerde je vroeger een trucje om uit de plaats van de zon te vinden in welke richting het zuiden ligt.

Dat trucje was:

Richt de kleine wijzer van je horloge (horizontaal) naar de richting waarin de zon staat.

Deel de hoek tussen die kleine wijzer en de richting waarin de '12' staat op je horloge middendoor. Die deellijn wijst dan naar het zuiden.

Geef commentaar op dit trucje.

Hoe hoog de zon komt, hangt af van de geografische breedte en van de datum.

20. Vraag

20.1 Hoogte van de zon

Op 21 juni staat de zon loodrecht boven de noordelijke keerkring. Op die dag beschijnt de zon het noordelijke halfrond het langst.

Met een eenvoudige schets kun je uitrekenen hoe hoog de zon bij ons (op 52° noorderbreedte) op die dag maximaal komt.

- Maak die schets en die berekening.
(Ga eerst na welk gegeven je nog nodig hebt om de schets en de berekening te maken).
- Maak ook zo'n berekening voor 21 december.
- Controleer je uitkomsten op de site ► [URL12](#)

20.2 Route van de zon

Omdat we weten langs welke route de zon zich op een dag langs de hemel beweegt, kunnen we uit de stand van de zon afleiden op welke geografische breedte we ons bevinden.

- Je moet dan wel nog andere gegevens hebben. Welke?
- Leg uit of je het met onderstaande uitspraak eens bent:
'Als je weet welk tijdstip het is, kun je uit de plek waar de zon staat, afleiden op welke plek op aarde je bent'

Door te meten hoe groot de hoogste zonnestand is, kun je afleiden op welke noorderbreedte of zuiderbreedte je bent. Je moet dan wel de datum weten en beschikken over uitgebreide tabellen waaruit je kunt aflezen hoe hoog de zon op een gegeven breedte op die datum komt. Eenvoudig is die breedtebepaling met de zonnestand dus niet. Met de sterrenhemel is die breedtebepaling veel eenvoudiger. Daarover gaat paragraaf 2.5.

Nog moeilijker was het vroeger om uit de zonnestand de oosterlengte of de westerlengte te bepalen. Theoretisch is die lengtebepaling niet moeilijk:

- Je gaat naar de nulmeridiaan (lengte 0) en zet je klok precies op 12 uur als de zon zijn hoogste stand heeft. Die klok neem je mee op reis.
- Om van een andere plaats de oosterlengte of de westerlengte te bepalen, kijk je op welk tijdstip op die klok de zon daar zijn hoogste stand heeft. Als je bijvoorbeeld daar de hoogste stand vindt om 1 uur (een uur later dus), ben je blijkbaar 15° westelijker dan de nulmeridiaan.

Het probleem was een klok te maken die met grote nauwkeurigheid liep. Vooral in de tijd dat er alleen nog slingeruurwerken waren, was het praktisch onmogelijk zo'n klok te construeren.

21. Vraag

- a. Leg uit waarom je 15° westelijker bent dan de nulmeridiaan als je de zon daar 1 uur later in zijn hoogste stand ziet dan op de nulmeridiaan. Waarom kun je niet zeggen hoeveel kilometer je dan westelijker bent? Welk gegeven heb je nog nodig om wel te kunnen zeggen hoeveel kilometer je van de nulmeridiaan af bent?
- b. Stel dat je klok iets te snel loopt. Bijvoorbeeld: je klok loopt per etmaal 8 minuten voor. Je meet op die klok de hoogste zonnestand om 3 uur 's middags. Welke fout maak je dan in je berekening van je westerlengte? Hoeveel kilometer zit je dan fout op 40° noorderbreedte?

De praktijk van de lengtebepaling stond dus in verband met het probleem van de tijdmeting. In de achttiende eeuw (en daarvoor natuurlijk ook) vergingen nogal wat schepen op zee omdat ze verdwaalden als gevolg van een onjuiste lengtebepaling. In 1707 vergingen bij de zuidwestpunt van Engeland drie grote schepen van de Engels Navy, de Association, de Eagle en de Romney. Bijna 2000 mensen kwamen daarbij om. De kapiteins meenden Het Kanaal in te varen. In werkelijkheid waren ze door slecht weer veel westelijker uitgekomen. Deze gebeurtenis was voor het Engelse parlement aanleiding een beloning van 20 000 pond uit te loven voor degene die een instrument zou maken waarmee je op zee voldoende nauwkeurig kon navigeren.

Over die beloning en wie die beloning kreeg, gaat eindopdracht 25, Het leven van John Harrison.

2.5 De sterrenhemel

Als je op een heldere avond de sterrenhemel bekijkt, zie je die hemel langzaam draaien. Dat is een gevolg van de draaiing van de aarde. Op het noordelijke halfrond lijkt één ster (de Poolster) bij die draaiing op zijn plaats te blijven. Dat komt omdat die Poolster ongeveer op het verlengde van de draaiingsas van de aarde ligt.



Figuur 18: de dagelijkse beweging van de sterren (ontleend aan:

<http://www.uraniam.be/sterrenkunde/hemelmechanica/bewegingen.php>).

De andere sterren lijken een cirkel om de Poolster te beschrijven.

Hiernaast zie je in figuur 18 hoe die dagelijkse beweging van de sterren eruit ziet.

22. Sterrenhemel

22.1 Breedtegraad

- Waarom is de Poolster bijzonder geschikt om de breedtegraad te bepalen?
- Leg uit dat de sterrenhemel er anders uit gaat zien als je langs een lengtegraad naar het zuiden reist (je lengtegraad blijft dus gelijk, je breedtegraad verandert). Wat verandert er wel en wat niet?
- Leg uit wat er aan de sterrenhemel verandert als je langs een breedtegraad naar het oosten reist (je breedtegraad blijft dus gelijk, je lengtegraad verandert).

22.2 De Poolster

- De hoogte waarop iemand de Poolster ziet (de poolhoogte) is gelijk aan de geografische breedte van de waarnemer. Leg dat nog eens uit.
- Kun je op het zuidelijke halfrond de poolster zien? Waarom wel of niet?

22.3 Circumpolaire sterren

- Van sommige sterren kun je in Nederland (52° noorderbreedte) de dagelijkse baan rond de hemelpool helemaal zien. Zulke sterren heten *circumpolaire sterren*. Van andere sterren zie je maar een stukje van de baan. Welke positie moet een ster hebben om in Nederland circumpolair te zijn?
- Onderzoek of je ook op het zuidelijke halfrond circumpolaire sterren kunt zien.

Voor het meten van de hoogte van de zon of een ster zijn vernuftige apparaten bedacht en gemaakt (bijvoorbeeld de graadstok, de sextant en het Daviskwadrant). Doel van die apparaten was natuurlijk de nauwkeurigheid van de waarneming te vergroten, maar ook moest je bij het meten van de zonnehoogte vermijden om recht in de zon te kijken, want dat leidt tot blijvende oogschade.

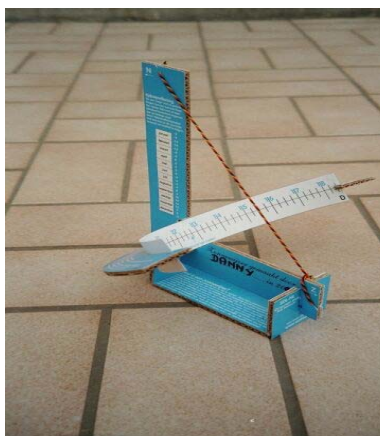
2.6 Eindopdrachten

23. Eindopdracht Klassieke meetinstrumenten

Met de hulpmiddelen uit onze moderne tijd, kun je vrij gemakkelijk posities en hoogten bepalen. In vorige eeuwen was dit een stuk lastiger, maar de instrumenten uit die tijd zijn nog steeds na te bouwen en te gebruiken.



Figuur 19 een sextant (Bron: <http://www.ipacity.nl/>).



Figuur 20: zonnwijzer, gemaakt met behulp van een bouw pakket (Bron: <http://www.astromobiel.com>).

In deze eindopdracht krijg je de mogelijkheid om zelf een klassiek meetinstrument na te bouwen. Je kunt kiezen uit twee verschillende varianten (A of B).

Elke variant is een volwaardige eindopdracht.

In overleg met je docent maak je duidelijke afspraken over de doelen en de diepgang van de opdracht. Je werkt aan deze opdracht in groepjes van twee of drie leerlingen.

Een adres waar je veel kunt vinden over klassieke navigatie-instrumenten is ►URL13 (zie figuur 19 hiernaast). Je kunt daar ook bouwpakketten bestellen.

Opdracht A

- Bestel een van de bouwpakketten op deze site (bijvoorbeeld zonnwijzer, sextant, jakobsstaf of een ander instrument).
- Bouw je meetinstrument volgens de handleiding.

Verricht enkele metingen met behulp van dit instrument.

- Maak een duidelijke Nederlandstalige handleiding bij je instrument.
- Maak een verslag van het bouwen, het meten en je eigen ervaringen hiermee.

Opdracht B

- Bouw met eigen materialen en naar eigen ontwerp een meetinstrument (bijvoorbeeld zonnwijzer, sextant of Daviskwadrant).
- Baseer je ontwerp op literatuur (zie bijvoorbeeld ►URL14)
- Demonstreer het gebruik van het door jou ontworpen meetinstrument.
- Maak een verslag van het ontwerpen, het bouwen, het demonstreren en je eigen ervaringen hiermee.

24. Eindopdracht Hoogte van een object bepalen

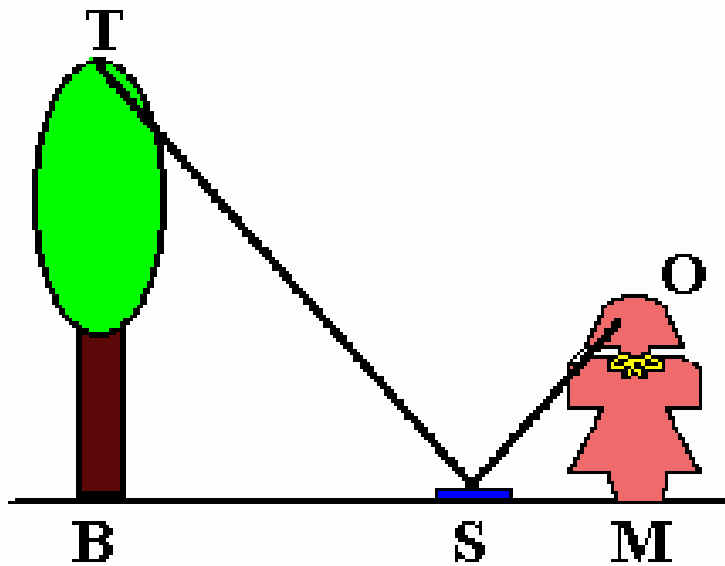
In het verleden speelden hoekmetingen een grote rol bij plaatsbepaling en navigatie.

Bij deze opdracht ga je de hoogte van een bepaald object bepalen. Je maakt hierbij gebruik van eenvoudige meetmethoden en meetinstrumenten. Je koppelt je meetwaarden terug naar gegevens die je over jouw object kunt vinden. Van je metingen maak je een verslag waarin je ook aandacht besteedt aan de nauwkeurigheid van de meetwaarden en uitkomsten.

a. Met een spiegel

Hieronder zie je hoe je de hoogte van de boom in B kunt meten. Je legt op een 'willekeurig' afstand een spiegeltje (S) neer. Je gaat dan zover van het spiegeltje staan dat je in het midden van het spiegeltje precies de top van de boom ziet. Je meet vervolgens de afstand BS, SM en OM. (OM is de afstand van de

grond tot je oog). Het is belangrijk dat je goed recht staat en dat het spiegeltje goed horizontaal ligt.



Figuur 21: hoogtemeting met behulp van een spiegel (ontleend aan <http://www.wiswijzer.nl/pagina.asp?nummer=293>).

- Bepaal op ten minste twee verschillende manieren de hoogte van een object (toren, flatgebouw, vlaggenmast).
- Vergelijk de waarden die je uit de verschillende methodes krijgt.
- Vergelijk de door jou gevonden waarde met literatuurwaarden die je kunt vinden (bouwplannen, brochures, kadaster, ...)
- Maak een verslag van je bevindingen, trek je conclusie uit de vergelijking tussen de verschillende meetwaarden en de literatuurwaarde.

b. Met een sextant

Een sextant (zie ook eindopdracht 23, Klassieke meetinstrumenten) is bedoeld om de hoogte (in graden) van een ster of een ander hemellichaam te meten. Het apparaat werkt met spiegels. Leg uit hoe de meting wordt gedaan en waarom de werking correct is. Voer de meting uit en maak er een verslag van.

c. Met een ander instrument naar keuze

Beschrijf je meetinstrument, voer de meting uit, leg uit waarom die correct is en geef een indicatie van de nauwkeurigheid.



Figuur 22: *Longitude*, in boekvorm en op dvd.

25. Eindopdracht Het leven van John Harrison

Een man die een heel belangrijke rol heeft gespeeld in de tijdmeting (en daarmee voor de navigatie op zee) was John Harrison.

Zoek informatie over John Harrison en schrijf in een stukje tekst zijn geschiedenis. Laat in je stukje in ieder geval de volgende zaken aan bod komen:

- Wanneer leefde John Harrison?
- Wat was het beroep van John Harrison?
- Waardoor is hij beroemd geworden?
- Hoe lang werkte John Harrison aan zijn uitvinding?

Over het leven en werk van John Harrison heeft Dava Sobel in 1995 het boek *Longitude* geschreven.

Het boek is verfilmd met Michael Gambon en Jeremy Irons in de hoofdrollen. De film verscheen in 2004.

Indien mogelijk kun je boek en/of film (dvd) bekijken voor extra informatie.

Bekijk ook ► [URL15](#).

3. Plaatsbepaling en navigatie met gps

3.1 Inleiding



Figuur 23: een satelliet in de baan om de aarde (artist impression)
(Bron: <http://nl.wikipedia.org/wiki/Kunstmaan>).

Moderne navigatie berust op de werking van *satellieten*. Satellieten (figuur 23) zijn objecten die met raketten in een baan om de aarde zijn gebracht. De eerste satelliet werd gelanceerd in 1957.

Van iedere satelliet zijn de baan en de positie aan de hemel nauwkeurig bekend.

Navigatiesatellieten verzenden signalen naar de aarde. Een *gps-ontvanger* vangt deze signalen op.

Er is momenteel een groot aantal satellieten in gebruik voor navigatiedoeleinden. Iedere navigatiesatelliet zendt een specifiek signaal naar de aarde met een identificatie. Hiermee herkent een gps-ontvanger van welke satelliet het signaal afkomstig is. Een gps-ontvanger kan signalen van meerdere navigatiesatellieten ontvangen.

Behalve een identificatie, bevat elk signaal ook informatie over het tijdstip waarop dit signaal is verstuurd. Een gps-ontvanger meet het tijdsverschil en kan daarmee de afstand tot een bepaalde satelliet bepalen. Met behulp van deze informatie kan een gps-ontvanger de positie op aarde berekenen met een nauwkeurigheid van 5 tot 15 meter.

In dit hoofdstuk leer je hoe een gps-ontvanger je positie op aarde berekent. In een van de eindopdrachten gaan we dieper in op de vraag hoe satellieten een vaste baan rond de aarde kunnen doorlopen.

3.2 Plaatsbepaling met behulp van navigatiesatellieten en gps

Navigatiesatellieten zweven op een grote hoogte boven het aardoppervlak en zenden radiogolven uit.

Radiogolven verplaatsen zich in vacuüm met de snelheid van het licht ($3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

26. Vraag

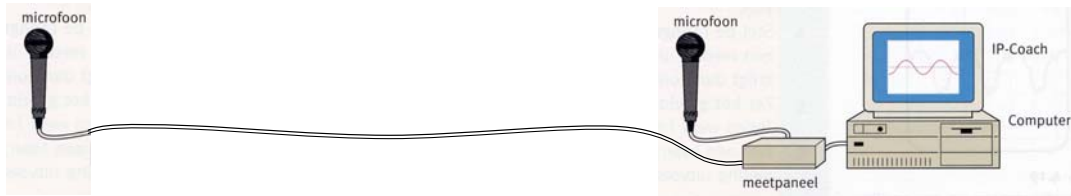
Stel dat je weet dat het signaal van een satelliet er 0.67 seconde over doet om jouw gps-ontvanger te bereiken, hoe hoog bevindt die satelliet zich dan boven jou?

De werking van gps kun je illustreren met de opstelling van opgave 27. Je kent de snelheid van het signaal; je meet de tijd

die het signaal er over doet om van de ene microfoon naar de andere te komen. Daaruit kun je de afstand van de twee microfoons berekenen.

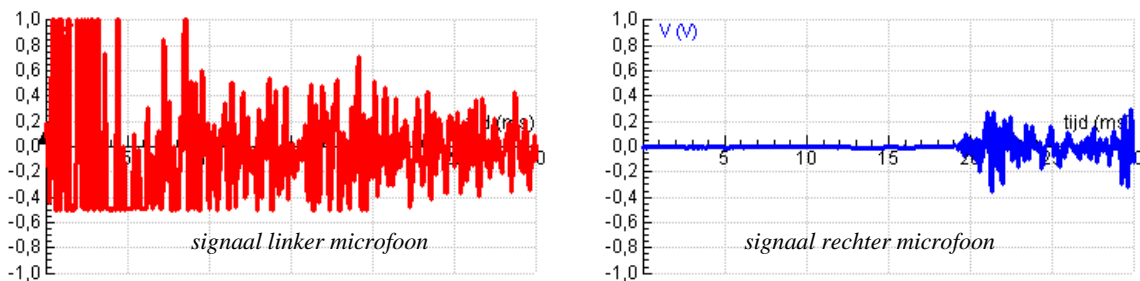
27. Vraag

Twee microfoons zijn aangesloten op een computer en staan op een bepaalde afstand van elkaar. Vlak bij de linkermicrofoon wordt geluid gemaakt. Beide microfoons registreren dit geluid.



Figuur 24: twee microfoons aangesloten op een computer.

In de grafieken zie je een voorbeeld van een meting met bovenstaande opstelling.



Figuur 25: grafieken met metingen linker en rechter microfoon.

De linker grafiek hoort bij de linker microfoon. De rechter grafiek hoort bij de rechtermicrofoon. De computer is zo ingesteld dat de meting start zodra de linker microfoon een signaal registreert.

De tijd wordt gemeten in milliseconden. De meetresultaten zijn in beide diagrammen op dezelfde schaal weergegeven (figuur 25). De geluidssnelheid voor deze omstandigheden is 340 m/s.

- Na hoeveel tijd bereikt het geluid de rechter microfoon?
- Bereken de onderlinge afstand tussen de twee microfoons.



Figuur 26: ANWB-paddenstoel
(Foto Ron Vank)

Hoe berekent een gps-ontvanger zijn positie op aarde?

Om dit te illustreren, gebruiken we een voorbeeld met Google Earth.

De werking van een gps-ontvanger is te vergelijken met de activiteiten van een persoon die bij een ANWB - paddenstoel de plaats van die paddenstoel probeert te bepalen. De paddenstoel bevat informatie over afstanden, maar geen informatie over de exacte positie op aarde.

De positie van de paddenstoel kun je afleiden uit de informatie op de paddenstoel zelf (figuur 26).

Op onderstaande satellietfoto (figuur 27) uit Google Earth zien we het gebied waarbinnen de paddenstoel zich moet bevinden. De foto bevat een deel van de stad Hilversum en het gebied ten

zuiden daarvan. Op de kaart zijn twee markeringspunten aangegeven (Loosdrecht en Hollandsche Rading).



Figuur 27: Loosdrecht en Lage Vuursche in Google Earth.

28. Vraag

28.1 Paddenstoel

(Gebruik bij deze opgave eventueel een verhoudingstabel om de uitkomsten van je berekeningen op te schrijven).

- Gebruik het gegeven over de schaal van het plaatje en bereken de afstand tussen Loosdrecht en Hollandsche Rading.
- Zoals je op de paddenstoel kunt zien is de afstand tot Hollandsche Rading 3,0 km. Bereken welke afstand op de kaart overeenkomt met een afstand van 3,0 km in werkelijkheid en geef op de kaart de mogelijke plek(ken) van de paddenstoel aan.
- Bereken ook voor de afstand van de paddenstoel naar Loosdrecht de afstand op de foto en geef op de kaart de mogelijke plek(ken) van de paddenstoel aan.
- Als het goed is heb je twee mogelijkheden waar de paddenstoel kan staan. Hoeveel richtingsaanduidingen heb je minimaal nodig om de exacte positie te bepalen van de paddenstoel?

28.2 Verslag

Het verhaal over de paddenstoel is alleen maar een illustratie van het principe van de plaatsbepaling. In het ►vaklokaal NLT vind je een simulatie waarmee je in het platte vlak kunt experimenteren met sensoren. Met die sensoren kun je oefenen in de plaatsbepaling volgens het gps-principe.

Ga (met een medeleerling) met deze simulatie aan de slag en maak daarvan een verslag, gebruik hiervoor ►werkinstructie onderzoeksverslag in de NLT Toolbox.

In dat verslag moet staan:

- Welke simulaties je hebt uitgevoerd.
- Welke resultaten je hebt gevonden.

Zie voor de werking van een gps-apparaat de paragraaf “Werking” op de site ►URL16

28.3 Gps-systeem

- a. Een gps-ontvanger berekent zijn afstand ten opzichte van navigatiesatellieten.

Hoeveel navigatiesatellieten heb je minimaal nodig voor nauwkeurige lokalisatie op aarde?

- b. In de paragraaf “Werking” van de site ►URL16 staat:

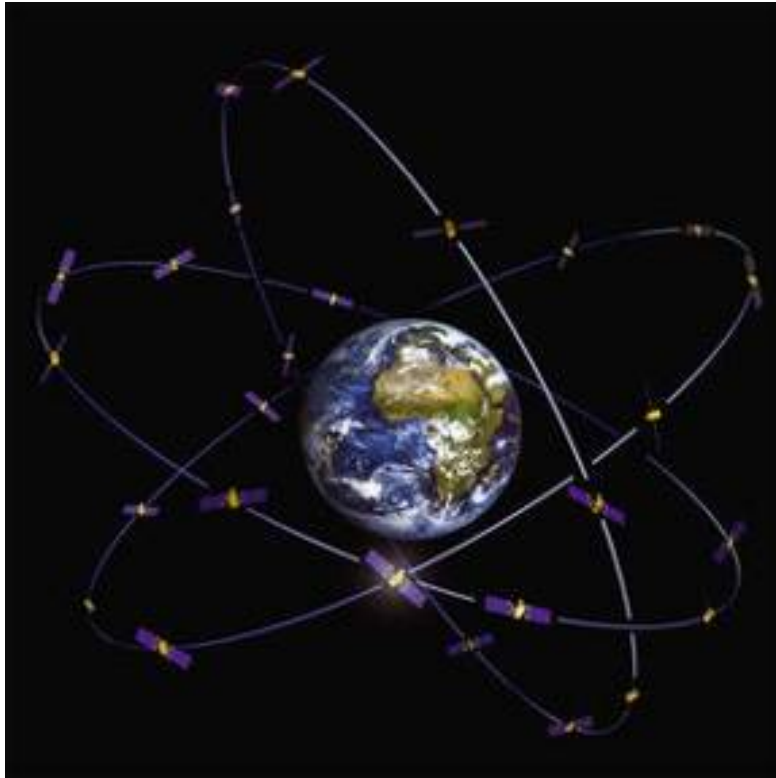
“Omdat de lichtsnelheid constant en in alle richtingen even groot is, wordt hiermee de ontvanger op een bol geplaatst met de satelliet in het denkbeeldige middelpunt.

Ontvangst van een tweede signaal plaatst de ontvanger op een tweede denkbeeldige bol, en dus op de snijlijn van de twee 'bollen' van beide satellieten: een cirkel.” Verklaar deze tekst.

3.3 Europa's navigatiesysteem Galileo

In Nederland maken we in 2007 nog gebruik van het Amerikaanse satellietnavigatiesysteem, maar Europa werkt hard aan een eigen systeem, met de naam Galileo. Dit zal naar verwachting in 2010 gereed zijn

De navigatiesatellieten van Galileo bevinden zich op een hoogte van ongeveer 24.000 kilometer boven het aardoppervlak. De straal van de aarde bedraagt 6378 km. In figuur 28 zie je een voorstelling van de Galileoconstellatie zoals deze er in de toekomst uit zal komen te zien.



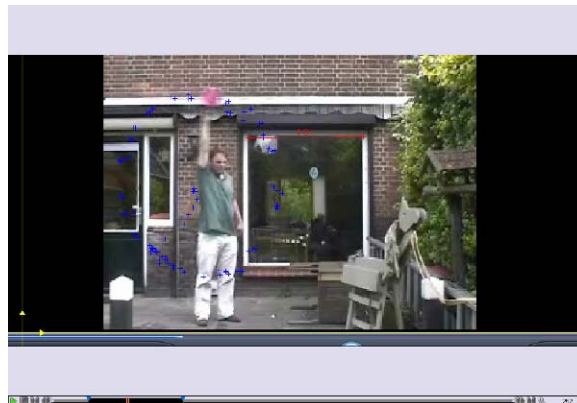
Figuur 28: Galileoconstellatie. 30 satellieten in 3 cirkelvorige banen rond de aarde. (Bron: ESA)

29. Vraag

Meet afstanden in de afbeelding na. Geef aan of de tekening enigszins op schaal is of totaal niet.

3.4 Eindopdrachten

30. Eindopdracht Waarom blijven satellieten in hun baan?



Figuur 29: man met emmer
(Bron: <http://www.youtube.com/watch?v=9-kOL7ggpBA>).

In de bovenstaande figuur is een man met een emmer water afgebeeld. De man slingert de emmer rond en het water blijft in de emmer. Op een gegeven moment wordt de man moe. Het ronddraaien gaat langzamer, het water kan de emmer verlaten en de man wordt nat. (Zie ook ► URL17).

In opgave a onderzoeken we waardoor het water tijdens het afremmen van de slingerbeweging de emmer verlaat. Eerst kijken we nog wat preciezer naar de cirkelbeweging.

Voor elke *verandering van de snelheid* van een voorwerp is een kracht nodig. Er is dus ook een kracht nodig om de *richting* van de snelheid te veranderen. Bij een cirkelvormige beweging verandert de snelheid voortdurend van richting. Om die verandering te realiseren, is een kracht nodig die naar het middelpunt van de cirkel is gericht. Die kracht heet *middelpuntzoekende kracht* (F_{mpz}).

Nu we weten dat er voor elke cirkelbeweging van een voorwerp een kracht nodig is, kunnen we nagaan welke factoren de grootte van de kracht bepalen. Dit zijn er drie, te weten:

- de massa (m) van het voorwerp,
 - de snelheid (v) waarmee het voorwerp beweegt,
 - de straal (r) van de cirkelbeweging.
- a. Leg van ieder van de genoemde grootheden uit hoe de benodigde kracht verandert als de grootheid toeneemt.

Om een voorwerp met een massa van m kg te laten bewegen met een snelheid van v m/s in een cirkelvormige baan met een straal van r meter

is een middelpuntzoekende kracht F_{mpz} nodig waarvoor geldt:

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad (6)$$

(Hierin staat de kracht in Newton, de massa in kilogram, de snelheid in meter per seconde en de straal in meter).

- b. Ga na of de vorm van deze formule overeenkomt met je antwoord op vraag a.

Terug naar het emmertje water dat wordt rondgeslingerd. Als op het hoogste punt van de beweging de zwaartekracht die op het water werkt, groter is dan de benodigde middelpuntzoekende kracht, zal het water niet in de cirkelbaan blijven, maar naar beneden vallen. Dan wordt de man dus nat. Neem aan: dat $r = 1,4$ m (armlengte + hengel), dat de massa van het water m kg is, dat de snelheid van het emmertje v m/s is en dat de versnelling van de zwaartekracht g m/s² is.

- c. Leg uit dat de vergelijking

$$m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{1,4} \quad (7)$$

een rol speelt bij het berekenen van de minimale snelheid die het water moet hebben om in de emmer te blijven.

- d. Bereken met deze gegevens de snelheid waarmee het emmertje moet bewegen en bereken de hiermee overeenkomende omlooptijd.
- e. In het ► vaklokaal NLT vind je een simulatie. Daarmee kun je zien welke gevolgen allerlei variaties in snelheid en straal kunnen hebben op het ronddraaiende emmertje. Ga (samen met een collega) met die simulatie aan de slag.

Maak van jullie werk een verslag waarin staat welke variaties je hebt geprobeerd en welke resultaten je hebt gevonden. Gebruik hiervoor ► werkinstructie onderzoeksverslag in de NLT Toolbox

Theorie cirkelbeweging toepassen op satellieten

Alle voorwerpen die een massa hebben, blijken een onderlinge aantrekkingskracht uit te oefenen, de gravitatiekracht. Newton heeft in 1687 het verband tussen deze gravitatiekracht en de massa's afgeleid. Deze gravitatiewet van Newton luidt:

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2} \quad (8)$$

Hierin is F_g de gravitatiekracht in Newton, m_1 en m_2 zijn de massa van de twee voorwerpen in kilogram en r_{12} is de onderlinge afstand in meter tussen deze twee voorwerpen. De constante G uit de formule heet de *gravitatieconstante*. Dit is een universele constante. Deze waarde geldt dus niet alleen op de aarde, maar overal in het heelal

Deze gravitatiekracht is relatief klein, maar als één van de twee voorwerpen een zeer grote massa heeft, is er een duidelijk meetbaar effect van deze kracht.

- f. Bedenk aan de hand van de formule nog een situatie, waarin de gravitatiekracht groot kan worden.
- g. Zoek in Binas de volgende gegevens op:
 - de waarde van de gravitatieconstante G .
 - de massa van de aarde (m_1)
 - de straal van de aarde (r_{12}), ofwel de afstand van een voorwerp op aarde tot het middelpunt van de aarde.
- h. Laat met behulp van de gegevens uit de vorige vraag zien dat op het aardoppervlak voor een voorwerp met een massa van 1 kg de zwaartekracht een waarde heeft van 9,81 N.
- i. Neem aan dat de massa van een satelliet 100 kg is. Bereken de gravitatiekracht op zo'n satelliet die 20.000 km boven het aardoppervlak zweeft.
- j. Met $F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ kunnen we nu de snelheid berekenen die zo'n satelliet moet hebben. Voer die berekening uit.
- k. Laat zien dat in deze berekening de massa van de satelliet er eigenlijk niet toe doet.
- l. De Galileosatellieten komen op een hoogte van 23 616 km boven de aarde. Welke snelheid moeten die hebben om in die baan te kunnen blijven?

Een speciale categorie satellieten zijn de zogenaamde *'geostationaire' satellieten*. Deze satellieten 'hangen' op een vast punt boven de aarde. Hun omlooptijd is dus gelijk aan de omwentelingstijd van de aarde.

m. Welke hoogte moeten geostationaire satellieten hebben om aan deze eis te voldoen?

31. Eindopdracht Graancirkels' op het schoolplein



Figuur 30: een graancirkel in het graan (Bron: <http://nl.wikipedia.org/wiki/Afbeelding:Graancirkels.jpg>).

Graancirkels zijn fraaie geometrische figuren die vaak op onverklaarbare wijze in graanvelden zijn ontstaan. Van een aantal graancirkels is bekend dat ze door mensen gemaakt zijn. Het maken van een graancirkel is niet eenvoudig. Sommige graancirkels zijn buitengewoon complex en bestaan uit verschillende geometrische figuren, die exact op elkaar aansluiten. Daarom bestaat dan ook het vermoeden dat (nachtelijke) graancirkelbouwers gebruik maken van hoogtechnologisch materiaal, zoals gps.

In deze opdracht stellen we ons een situatie voor waarbij een organisatie (bijvoorbeeld de Stichting Skepsis) jou de opdracht geeft om te onderzoeken of de recente ingewikkelde graancirkels gemaakt kunnen zijn met gps. Informatie over de stichting Skepsis kun je vinden op Internet ► URL18.

De opdracht bestaat uit twee onderdelen:

1. Maak een recente ingewikkelde 'graancirkel' op het schoolplein na met behulp van gps. (Informatie over graancirkels kun je onder andere vinden op de website ► URL19)
2. Geef in een rapport antwoord op de vraag of gps-gebruik bij het maken van graancirkels mogelijk en wenselijk is. Je moet daarbij letten op twee factoren:
 - Nauwkeurigheid van gps (Is de gps nauwkeurig genoeg om een graancirkelpatroon op ware grootte op het schoolplein te tekenen?).
 - Benodigde tijd (Ben ik in staat binnen een bepaalde tijd (bijvoorbeeld één lesuur) een graancirkel op het schoolplein te tekenen?)

Wat heb je nodig?

- Een gps (bijvoorbeeld Geko 201)
- Google Earth
- Touw
- Krijt
- Fototoestel

Wat ga je doen?

- Formeer een onderzoeksteam bestaande uit maximaal 4 personen.
- Ga naar Google Earth en breng het schoolplein beeldvullend in beeld. Print dit beeld uit.
- Maak een ontwerp voor een 'graancirkel'. Voor een goed idee kun je kijken op ►URL19. Teken je ontwerp op de printuitdraai.
- Bepaal in Google Earth plaatscoördinaten die van belang zijn voor het zo nauwkeurig mogelijk tekenen van de 'graancirkel' op het schoolplein.
- Bestudeer de handleiding behorende bij de gps-ontvanger.
- Maak een plan van aanpak en leg dit voor aan je docent.
- Teken je 'graancirkel' op het schoolplein. Teken met krijt alleen de randen van de figuur. Kleur de figuur niet in maar accentueer wel de randen.
- Maak een foto van de graancirkel.
- Schrijf een adviesrapport volgens de ►werkinstructie adviesrapport in de NLT Toolbox. Zorg dat in het rapport de beide onderdelen van de opdracht die hierboven aan de orde komen.



Figuur 31: een 'graancirkel' tekening op de weg (Foto Arjan de Graaf).

32. Eindopdracht Meer over gps

(Deze opdracht over gps kan individueel of als duo uitgevoerd worden. Wanneer je met nog meer bent, is het aan te raden om de groep te splitsen en elk een deelonderwerp te nemen). Doe literatuuronderzoek naar de werking van gps. Neem de tekst uit deze module als uitgangspunt en schrijf een uitbreiding/aanvulling hierop.

Je kunt daarbij denken aan:

- Meer informatie over de manier waarop de gps-ontvanger de tijdsverschillen van de verschillende signalen meet.
- Manieren om de nauwkeurigheid te vergroten.

De volgende internetsites bevatten veel informatie over gps
 ►URL16 en ►URL20-22.

Leg het onderwerp dat je in deze eindopdracht wil aanpakken eerst voor aan je docent (in een plan van aanpak).

Voer de verdiepingsoopdracht uit, maak een verslag van je ervaringen.

Presenteer je bevindingen aan de klas. Gebruik hiervoor
 ►werkinstructie mondeling presenteren in de NLT Toolbox,

33. Eindopdracht Driehoeksmeting

Deze opdracht is gericht op de geschiedenis van de plaatsbepaling en de landmeting. Om enigszins thuis te raken in de theorie, kun je de opdrachten maken die hieronder staan. Daarna kun je zelf nog aanvullend onderzoek doen.

Om belastingen te kunnen heffen, werd het in de 17e eeuw belangrijk grondeigendommen in kaart te brengen. Om goede kaarten te kunnen maken, moet je weten hoe groot de afstanden zijn tussen de verschillende steden, dorpen en de andere belangrijke punten van het landschap. Afstanden rechtstreeks in het land meten, is niet eenvoudig. Het meten van hoeken is gemakkelijker. Daarom bedacht Snellius (zie figuur 32) de *driehoeksmethode*. Dat is een methode om afstanden te berekenen met behulp van driehoeken. Je hoeft dan maar één afstand te meten en verder meet je hoeken.

a. Om te begrijpen hoe de driehoeksmeting in zijn werk gaat, kun je figuur 33 bekijken. In figuur 33 zie je de driehoek Mijdrecht - Gouda - Utrecht.

De afstand Mijdrecht - Gouda is 24 kilometer.

Vanaf de Dom in Utrecht zie je Gouda en Mijdrecht onder een hoek van 57° .

Vanaf een toren van Gouda zie je Mijdrecht en Utrecht onder een hoek van 47° .

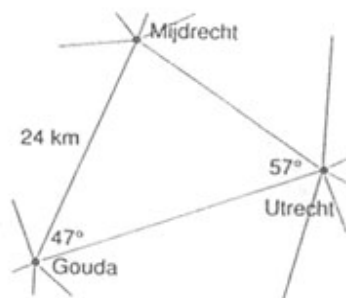
b. De afstand van Mijdrecht naar Utrecht noem je MU. Trek in de driehoek MGU de lijn MK loodrecht op GU.

Bereken nu eerst MK en daarna MU.

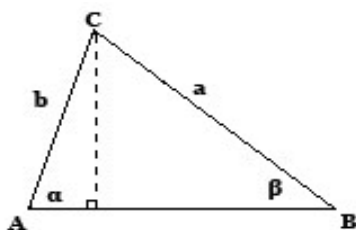
Een handig hulpmiddel bij de driehoeksmethode is de *sinusregel*.



Figuur 32: Snellius (1591-1662
 (Bron:
http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:Willebrord_Snell.jpg)



Figuur 33: driehoek Mijdrecht-Gouda-Utrecht.



Figuur 34: driehoek ABC.

Sinusregel:

Van een driehoek ABC zijn de zijden a, b en c.

De hoeken zijn α , β en γ .

Dan geldt:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

(9)

Verklaring:

Een willekeurige scherphoekige driehoek kun je verdelen in twee rechthoekige driehoeken door een hoogtelijn CD.

Uit figuur 34 blijkt:

$$\sin \alpha = \frac{CD}{b} \text{ en } \sin \beta = \frac{CD}{a}.$$

Dat betekent: $CD = b \cdot \sin \alpha$ en $CD = a \cdot \sin \beta$.

En dus is $b \cdot \sin \alpha = a \cdot \sin \beta$.

Beide kanten delen door $a \cdot b$ geeft $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$.

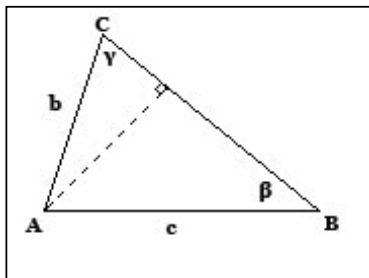
En dat is het eerste deel van de sinusregel.

a. In figuur 35 zie je de hoogtelijn AE.

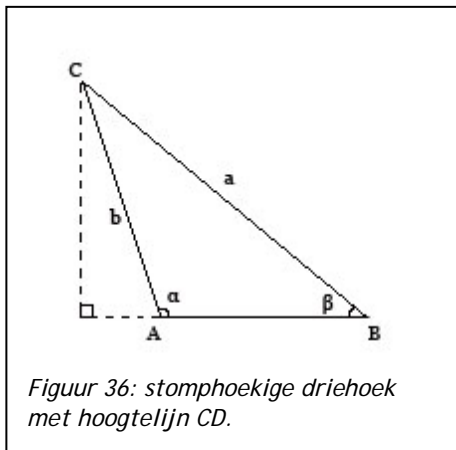
Bewijs op de manier die hierboven staat dat $\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$.

Voor een scherphoekige driehoek is de sinusregel nu bewezen.

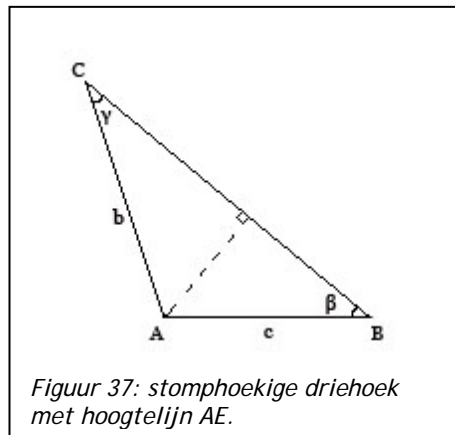
b. In een stomphoekige driehoek kun je het bewijs op dezelfde manier leveren. Zie de figuren 36 en 37.



Figuur 35: driehoek met hoogtelijn AE.

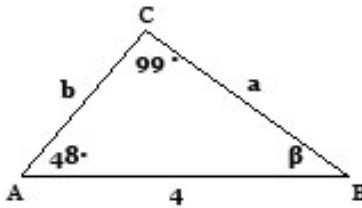


Figuur 36: stomphoekige driehoek met hoogtelijn CD.

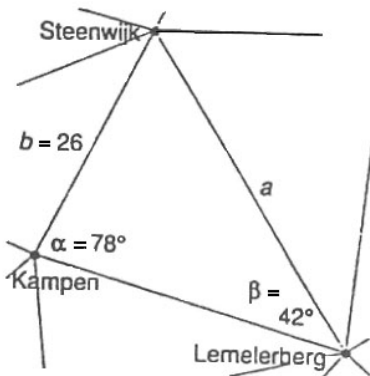


Figuur 37: stomphoekige driehoek met hoogtelijn AE.

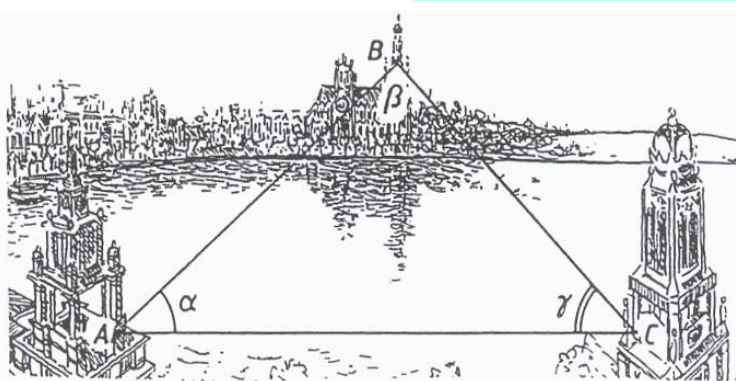
a. In de linker figuur zie je de hoogtelijn CD. Met die figuur kun je aantonen dat $\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b}$. Probeer dat. (Je moet dan wel weten dat $\sin \alpha = \sin(180^\circ - \alpha)$).



Figuur 38: driehoek ABC.



Figuur 39: driehoeksnet Kampen-Steenwijk-Lemelerberg.



Figuur 40: kerktorens A, B en C.

- b. In de rechter figuur zie je de hoogtelijn AE. Met die figuur kun je aantonen dat $\frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$. Probeer dat. Daarmee is de sinusregel bewezen voor elke driehoek.

Voorbeeld

In figuur 38 zijn de zijden a en b onbekend. Ook hoek B is onbekend.

Schrijf de sinusregel op. Vul in wat gegeven is.

$$\frac{\sin 48^\circ}{4} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin 99^\circ}{a}$$

Je ziet natuurlijk direct dat hoek B gelijk is aan 33°.

Er komt dus: $\frac{\sin 48^\circ}{4} = \frac{\sin 33^\circ}{b} = \frac{\sin 99^\circ}{a}$.

- Bereken nu zelf a en b.
- In figuur 39 zie je een stukje uit het driehoeksnet. De afstand Kampen - Steenwijk is 26 kilometer. De hoek bij Kampen is 78° en de hoek bij Lemelerberg is 42°.
- Bereken de afstand Steenwijk - Lemelerberg met de sinusregel.
- Bereken de afstand Kampen- Lemelerberg met de sinusregel.

Een landmeter moet de afstand tussen de kerktorens van A en B bepalen. Er ligt echter een rivier tussen.

A en C liggen op dezelfde oever, dus die afstand is wel gemakkelijk te bepalen.

De afstand AC = 1, 24 kilometer.

Vanaf toren A ziet de landmeter B en C onder een hoek van 76°.

Vanaf toren C ziet ze A en B onder een hoek van 48°

Bereken de afstand van A tot B in meters.

Afsluitende opdrachten bij opdracht eindopdracht 33, Driehoeksmeting

Tussen 1885 en 1928 heeft in ons land een overheidsinstantie (de zogenaamde Rijksdriehoeksmeting) over heel Nederland een netwerk gelegd van nauwkeurig bepaalde driehoeken. Daarmee kon Nederland zeer nauwkeurig in kaart worden gebracht. Zoek

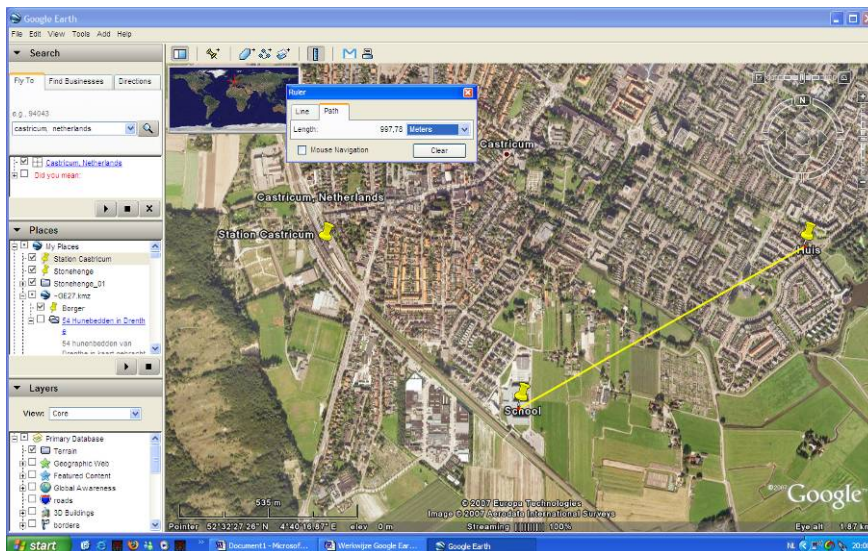
gegevens over de betrokken overheidsinstantie en over dat driehoeksnet en verwerk die in een verslag.
Een heel beroemd driehoeksnet is de Geodetische Boog van Struve. Zoek daarover gegevens op en verwerk die in een verslag.

Bijlage 1 Beknopte handleiding Google Earth

Het plaatsen van een plaatsaanduiding op je woonhuis

- Start Google Earth.
- Voer linksboven in het menu 'Fly To' je woonplaats en het land (in het Engels). In plaats van Nederland noteer je dus Netherlands. Je woonplaats komt nu in beeld.
- Klik op "Add" en vervolgens op "Placemark" (of klik op 'Add Placemark linksboven). In beide gevallen wordt een menu geopend met de aanduiding 'Untitled Placemark' met notaties van de plaatscoördinaten (uitgedrukt in graden, minuten en seconden; Latitude staat voor breedtegraad en Longitude staat voor lengtegraad).
- Noteer een naam voor de plaatsaanduiding (bijvoorbeeld Woonhuis) en plaats de plaatsaanduiding op de juiste positie.
- Klik daarna op 'OK'.

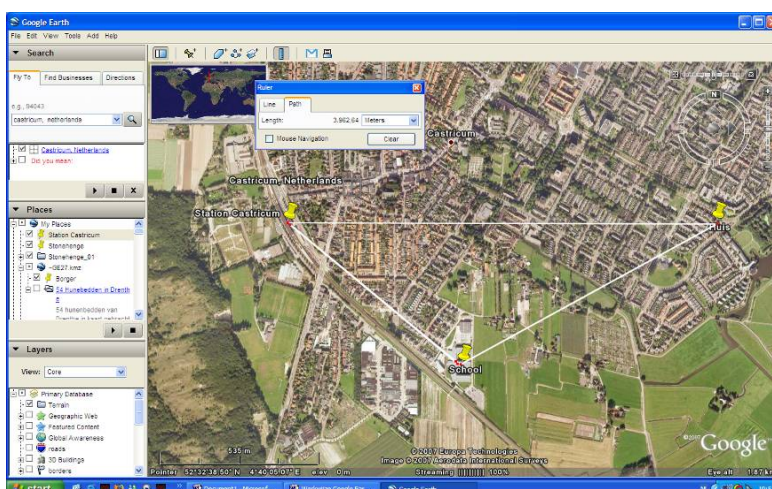
Je hebt nu een plaatsaanduiding geplaatst op je woonhuis.
Plaats nu ook een plaatsaanduiding op de school.



Figuur 41: lengteaanduiding tussen twee punten.

Afstand bepalen tussen twee plaatsaanduidingen

- Breng allebei de plaatsaanduidingen goed in beeld (figuur 40).
- Klik op 'Tool' en vervolgens op 'Ruler' of klik op het icoon 'Show Ruler'.
- In beide gevallen opent zich een menu 'Ruler'.
- Klik op 'Parth'.
- Klik met de cursor op één van de plaatsaanduidingen en vervolgens op de andere. Er verschijnt een lijn.
- Zet in het menu de lengtemaat in de juiste instelling. In het menu is nu de afstand af te lezen tussen beide plaatsaanduidingen.



Figuur 42: lengteaanduiding over drie punten.

Afstand bepalen tussen drie plaatsaanduidingen

Breng alle drie de placemarks goed in beeld. De afstand bepalen over drie plaatsaanduidingen kun je op twee manieren vinden:

1. Klik op 'Tool', vervolgens op 'Ruler'
2. Klik op het icoon 'Show Ruler'.

In beide gevallen opent zich een menu 'Ruler'. Klik op 'Path'. Door op alle drie de plaatsaanduidingen te klikken ontstaat een pad met lengteaanduiding (Figuur 42).

Coördinatensysteem zichtbaar maken

Ga naar 'View' en naar 'Grid'. Een coördinatensysteem van de aarde verschijnt.

Een route plannen tussen twee plaatsaanduidingen

- Ga onder 'Places' naar je plaatsaanduidingen 'Huis' en 'School'. Klik met de rechtermuisknop op de plaatsaanduiding waar vandaan je wilt vertrekken.
- Ga naar 'Directions from here' en het vertrekpunt verschijnt in het menu linksboven onder het gedeelte 'From'. Klik nu met rechtermuisknop op de plaatsaanduiding waar je naar toe wilt.
- Ga naar 'Directions to here' en het einddoel verschijnt in het menu linksboven.
- Klik op het vergrootglas en de route verschijnt in beeld. De route wordt afgespeeld nadat je op 'Play Tour' hebt gedrukt.

Bronnen

1. <http://www.earth.google.com>, Een website met software en veel informatie over Google Earth.
2. <http://www.savantsyndrome.com>, Een website van de Medical Society van Winconsin.
3. <http://www.kennislink.nl>, Een website met informatie over vogeltrek en gedrag.
4. Cathy Baars, Kees de Boer, Jaap Bosschaart, Robbert Mirani, Wim Teunissen,, C.A. Scheele en Sgt. B. Koster: Waar ben ik? Een praktische opdracht natuurkunde 1/12 en wiskunde b1/b12 in havo 4 van het Martinus College.
5. Lesmateriaal geschreven door Jenneke Krüger (1990, DIO, RUG) over driehoeksmeting.
6. <http://www.wiswijzer.nl/pagina.asp?nummer=293>, Een website met lesmateriaal over hoe je de hoogte van een toren kunt berekenen.
7. Een website met informatie over coördinatensystemen van hemel en aarde.
<http://www.urania.be/sterrenkunde/hemelmechanica/coordinaten.php>.
8. <http://www.ipacity.nl>, Een website met veel informatie over klassieke navigatie-instrumenten.
9. Een website met informatie en lesmateriaal over kaartprojecties,
<http://wet.kuleuven.be/leerkrachten/lessenpakket/wiskunde/cartografie.pdf>.
10. http://www.weethet.nl/dutch/gps_howitworks.php, Een website met veel informatie over GPS
11. <http://www.de-breul.nl/Vakken/ANW/GPS.htm>, Een website met veel informatie over GPS.
12. Wikipedia over 'Global Positioning System',
http://nl.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System
13. Wikipedia over 'Satellietplaatsbepaling',
<http://nl.wikipedia.org/wiki/Satellietplaatsbepaling>
14. <http://www.skepsis.nl/cirkelmakers.html>, Een website over het maken van graancirkels.
15. <http://www.graancirkels.be/archief.htm>, Een website met voorbeelden van graancirkels.

URL-Lijst

1. Handleiding voor Google Earth 4.1
<http://earth.google.com/userguide/v4/>
2. Streaming-video
<http://www.wisconsinmedicalsociety.org/savant/wiltshire.cfm>
klikken op Stephen Wiltshire
3. Een website met informatie over coördinatensystemen van hemel en aarde
<http://www.urania.be/sterrenkunde/hemelmechanica/coordinaten.php>
4. Wikipedia over 'Lengtegraad'
<http://nl.wikipedia.org/wiki/Lengtegraad>
5. Wikipedia over 'Breedtegraad'
<http://nl.wikipedia.org/wiki/Breedtegraad>
6. Astronomie Antwoorden, Grootcirkels
<http://www.astro.uu.nl/~strous/AA/nl/reken/grootcirkel.html>
Bekijk deel 1: 'een grootcirkel'
7. Een website met informatie over vogeltrek en navigatie
<http://www.kennislink.nl/web/show?id=8097&vensterid=811&cat=60360>
8. Een website met informatie en lesmateriaal over kaartprojecties
<http://wet.kuleuven.be/leerkrachten/lessenpakket/wiskunde/cartografie.pdf> Bekijk de eerste drie bladzijden van deze site
9. Wikipedia over 'Kaartprojectie'
<http://nl.wikipedia.org/wiki/Kaartprojectie>
10. Wikipedia over 'Mercatorprojectie'
<http://nl.wikipedia.org/wiki/Mercatorprojectie>
11. Verband tussen de hoogte en declinatie van een ster
<http://www.urania.be/sterrenkunde/hemelmechanica/coordinaten.php>
12. De zonnewijzerkring, Artikel van de maand november
<http://www.de-zonnewijzerkring.nl/ned/index-maand-art.htm>
13. Een website met veel informatie over klassieke navigatie-instrumenten
www.ipacity.nl

14. Schip recht door zee, De octant in de Republiek in de achttiende eeuw
<http://www.knaw.nl/publicaties/pdf/20031017.pdf>
15. Wikipedia over 'John Harrison'
www.en.wikipedia.org/wiki/John_Harrison
16. Wikipedia over 'Global Positioning System'
http://nl.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System
17. Middelpuntvliedende kracht, Filmpje van man met emmer
<http://www.youtube.com/watch?v=9-k0L7ggpBA>
18. Stichting Skepsis
<http://www.skepsis.nl/>
19. Een website met voorbeelden van graancirkels
<http://www.graancirkels.be/archief.htm/>
20. Een website met veel informatie over GPS
http://www.weethet.nl/dutch/gps_howitworks.php
21. Een website met veel informatie over GPS
<http://www.de-breul.nl/Vakken/ANW/GPS.htm>
22. Wikipedia over 'Satellietplaatsbepaling'
<http://nl.wikipedia.org/wiki/Satellietplaatsbepaling>