Opgave 5 Betelgeuze

20 maximumscore 2

voorbeeld van een antwoord:

Uit tabel 32B blijkt dat Betelgeuze een straal heeft van $700 \cdot 10^9$ m.

Uit tabel 31 blijkt dat de straal van de baan van Mars $227{,}8 \cdot 10^9$ m bedraagt en die van Jupiter $777{,}9 \cdot 10^9$ m.

De banen van Mercurius, Venus, de Aarde en Mars zouden dus binnen Betelgeuze vallen.

- opzoeken van de straal van Betelgeuze 1
- vergelijken met de straal van de planeetbanen en conclusie 1

Opmerking
Als ook Ceres als planeet genoemd is: goed rekenen.

21 maximumscore 3

uitkomst: λ_{max} = 878,1 nm

voorbeeld van een berekening:

Voor het maximum van de stralingskromme geldt: $\lambda_{max}T = k_W$.

Invullen geeft: $\lambda_{max} \cdot 3300 = 2{,}8978 \cdot 10^{-3}$. Hieruit volgt λ_{max} = 878,1 nm.

- gebruik van $\lambda_{max}T = k_W$ en opzoeken van k_W 1
- opzoeken van T 1
- completeren van de berekening 1

Opmerking
Een antwoord in twee significante cijfers: goed rekenen.

22 maximumscore 4

uitkomst: E = 15,58 MeV (= 2,496·10^{-12} J)

voorbeeld van een berekening:

Voor het massadefect geldt:

$\Delta m = 2\left(27{,}97693\text{u} - 14m_\text{e}\right) - \left(55{,}93494\text{u} - 26m_\text{e} + 2m_\text{e}\right).$

Zodat geldt: $\Delta m = \left(0{,}01892 - 4\cdot 0{,}000549\right)\text{u} = 0{,}01673\text{u}.$

Dit komt overeen met 0,01673·931,49 MeV = 15,58 MeV = 2,496·10^{-12} J.

- inzicht dat het massadefect bepaald moet worden 1
- in rekening brengen van de elektronmassa's 1
- inzicht dat 1u overeenkomt met 931,49 MeV of gebruik van $E = mc^2$ 1
- completeren van de berekening 1

Opmerking

Als de elektronmassa's vergeten zijn: maximaal 3 punten toekennen.

23 maximumscore 4

voorbeelden van een antwoord:

methode 1

Voor de zon geldt: $P = cr^2T^4.$

Invullen geeft: $0{,}390\cdot 10^{27} = c\cdot\left(0{,}696\cdot 10^{9}\right)^2\cdot 5800^4.$

Voor de waarde van c geldt: $c = 7{,}114\cdot 10^{-7}.$

Voor Betelgeuze geldt dus:

$P = cr^2T^4 = 7{,}114\cdot 10^{-7}\cdot\left(700\cdot 10^{9}\right)^2\cdot 3300^4 = 4{,}134\cdot 10^{31}$ W.

Uit $\dfrac{P_\text{ster}}{P_\text{zon}} = \left(\dfrac{M_\text{ster}}{M_\text{zon}}\right)^{\frac{7}{2}}$ volgt: $M_\text{ster} = M_\text{zon}\cdot\left(\dfrac{4{,}134\cdot 10^{31}}{0{,}390\cdot 10^{27}}\right)^{\frac{2}{7}} = 27{,}3M_\text{zon}.$

Betelgeuze zal dus ontploffen als een supernova.

- opzoeken van r en T voor beide hemellichamen 1
- berekenen van c 1
- berekenen van $\dfrac{M_\text{ster}}{M_\text{zon}}$ 1
- consequente conclusie 1

methode 2

Er geldt: $\dfrac{P_{\text{ster}}}{P_{\text{zon}}} = \dfrac{\left(cr^2T^4\right)_{\text{ster}}}{\left(cr^2T^4\right)_{\text{zon}}} = \left(\dfrac{r_{\text{ster}}}{r_{\text{zon}}}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{T_{\text{ster}}}{T_{\text{zon}}}\right)^4.$

Hieruit volgt: $\dfrac{P_{\text{ster}}}{P_{\text{zon}}} = \left(\dfrac{700}{0{,}696}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{3300}{5800}\right)^4 = 1{,}060 \cdot 10^5.$

Ook geldt: $\dfrac{P_{\text{ster}}}{P_{\text{zon}}} = \left(\dfrac{M_{\text{ster}}}{M_{\text{zon}}}\right)^{\frac{7}{2}}$ zodat $M_{\text{ster}} = M_{\text{zon}} \cdot \left(1{,}060 \cdot 10^5\right)^{\frac{2}{7}} = 27{,}3 M_{\text{zon}}.$

Betelgeuze zal dus ontploffen als een supernova.

• inzicht dat $\dfrac{P_{\text{ster}}}{P_{\text{zon}}} = \left(\dfrac{r_{\text{ster}}}{r_{\text{zon}}}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{T_{\text{ster}}}{T_{\text{zon}}}\right)^4$	1
• opzoeken van r en T voor beide hemellichamen	1
• berekenen van $\dfrac{M_{\text{ster}}}{M_{\text{zon}}}$	1
• consequente conclusie	1

24 maximumscore 4

uitkomst: De stralingsintensiteit van de gammaflits is $1{,}8 \cdot 10^2$ keer zo groot als de stralingintensiteit van de zon.

voorbeelden van een berekening:

methode 1

Uit Binas tabel 32C blijkt dat het uitgestraald vermogen van de zon $0{,}390 \cdot 10^{27}$ W bedraagt.
Voor de energie die de zon in 10 miljard jaar uitzendt, geldt:
$E = 0{,}390 \cdot 10^{27} \cdot 10 \cdot 10^9 \cdot 3{,}15 \cdot 10^7 = 1{,}23 \cdot 10^{44}$ J.
Dit is gelijk aan de energie van de gammaflits per seconde.
Ofwel $P_{\text{gammaflits}} = 1{,}23 \cdot 10^{44}$ W.
Voor de stralingsintensiteit die de aarde van deze flits ontvangt, geldt:
$I = \dfrac{P}{4\pi r^2}$.
De afstand van de aarde tot Betelgeuze bedraagt $6200 \cdot 10^{15}$ m (tabel 32B).
Invullen geeft: $I = \dfrac{1{,}23 \cdot 10^{44}}{4\pi\left(6200 \cdot 10^{15}\right)^2} = 2{,}54 \cdot 10^5\ \text{Wm}^{-2}$.

Dit is $\dfrac{2{,}54 \cdot 10^5}{1{,}4 \cdot 10^3} = 1{,}8 \cdot 10^2$ keer zo groot als de stralingsintensiteit die de aarde van de zon ontvangt.

- opzoeken van de afstand Betelgeuze – aarde en van P_{zon} 1
- inzicht dat $P_{\text{gammaflits}} = P_{\text{zon}} \cdot 10 \cdot 10^9 \cdot$aantal seconden van 1 jaar 1
- gebruik van $I = \dfrac{P}{4\pi r^2}$ 1
- completeren van de berekening 1

methode 2
Als Betelgeuze op de plaats van de zon zou staan, geldt:
$I_{\text{gammaflits}} = 10 \cdot 10^9 \cdot 3{,}15 \cdot 10^7 I_{\text{zon}} = 3{,}15 \cdot 10^{17} I_{\text{zon}}$.
Betelgeuze staat verder weg dan de zon.
Er geldt: $\dfrac{r_{\text{betelgeuze − aarde}}}{r_{\text{zon − aarde}}} = \dfrac{6200 \cdot 10^{15}}{0{,}00015 \cdot 10^{15}} = 4{,}13 \cdot 10^7$.
Aangezien I evenredig is met r^{-2} geldt:
$$I_{\text{gammaflits}} = \frac{3{,}15 \cdot 10^{17}}{\left(4{,}13 \cdot 10^7\right)^2} \cdot I_{\text{zon}} = 1{,}8 \cdot 10^2 I_{\text{zon}}.$$

- inzicht dat $I_{\text{gammaflits}} = 10 \cdot 10^9 \cdot 3{,}15 \cdot 10^7 I_{\text{zon}}$ 1
- inzicht dat I evenredig is met r^{-2} 1
- opzoeken van $r_{\text{betelgeuze − aarde}}$ en $r_{\text{zon − aarde}}$ 1
- completeren van de berekening 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 3 juni naar Cito.