REKENEN VOOR LABORANTEN EN TECHNOLOGEN

Voor cursisten Toeslagmaterialenlaborant BV
Metselmortellaborant BV
Betonlaborant BV
Basiskennis Betontechnologie *[bbt]*

Auteurs: ing. N.J.F. Vonk
ing. J.H. Holthuis

Eindredactie: F.P.J. van Geest, Betonvereniging

Uitgave najaar 2005

INHOUDSOPGAVE

1. INLEIDING

Het lijkt zo simpel en het wordt bij de aanvang van de cursussen bekend verondersteld: het (wiskundig) rekenen zoals dat in het reguliere onderwijs wordt onderwezen.

Docenten van de Betonvereniging hebben echter de ervaring dat deze kennis vaak niet meer paraat is of dat men de handigheid van ermee omgaan is kwijt geraakt. Omdat er toch bij onderdelen van de studie de vaardigheid van het rekenen vereist is, zijn er twee mogelijkheden: óf de vaardigheid wordt tijdens het maken van voorbeelden en opdrachten weer aangebracht óf men brengt deze vaardigheid apart en liefst vooraf aan. Dat laatste geniet de voorkeur omdat men zich dan bij de technische voorbeelden kan beperken tot het technische probleem en men niet verstrikt raakt in ook nog eens het rekenprobleem.

Voor u ligt een oefendictaat in dit (wiskundig) rekenen en is bedoeld voor zelfstudie om de rekenvaardigheid weer op te krikken en de basisregels weer op te frissen. Daarnaast worden er specifieke rekenvaardigheden uit de (beton)technologie behandeld.

Er wordt tijdens de lessen in principe geen aandacht aan dit dictaat besteed omdat het, gezien de beschikbare tijd, bekend verondersteld moet worden. Het behoort dan ook niet expliciet tot de examenstof.

Het gebruik van dit oefendictaat wordt voor iedereen aanbevolen. En u zult zien dat de energie die u in deze oefeningen steekt zich dubbel terugverdient bij het zich eigen maken van voorbeelden en oefeningen.

In 2005 is het dictaat door ir. P. van den Berg aangepast aan de notatie en de uitgangspunten van NEN-EN 206-1/NEN 8005, waarbij tevens enige onvolkomenheden zijn verbeterd.

Succes en doe er uw voordeel mee.

F.P.J. van Geest, cursuscoördinator

2. REKENEN ALGEMEEN

2.1 Definities en verzamelingen:

N = {0,1,2,3,..}, verzameling van natuurlijke getallen

B = verzameling van natuurlijke getallen met daartussen gelegen gebroken getallen

Z = {...., -3,-2,-1,0,1,2,3,....}

Z^+ = {1,2,3,4,.....}

Z^- = {....,-4,-3,-2,-1}

Belangrijke regel in verband met volgorde van berekeningen:

MENEER **V**AN **D**ALEN **W**ACHT **O**P **A**NTWOORD
1. **M**achtsverheffen
2. **V**ermenigvuldigen
3. **D**elen
4. **W**orteltrekken
5. **O**ptellen
6. **A**ftrekken

Optellen & aftrekken wordt bekend verondersteld

2.2 Vermenigvuldigen

Positief getal x positief getal	geeft positief getal
Positief getal x negatief getal	negatief getal
Negatief getal x negatief getal	positief getal
Positief x 0 = 0	
Negatief x 0 = 0	

Rekenvoorbeeld:

2 x 3	=	**6**
- 2 x 3	=	**- 6**
- 2 x -3	=	**6**
2 x 0	=	**0**
- 3 x 0	=	**0**

Rekenoefeningen

Vul in (eerste regel dient als voorbeeld):

a	b	ab	-ab	-a	-b	-a · -b
-2	3	-6	6	2	-3	-6
5	-7					
-6	4					
-7	-8					
9	5					

Vul een getal uit ***Z*** in:

x	2	-5	0	12	-30	10	-20	-1
-3x								

Schrijf zo eenvoudig mogelijk:

-5 · -3a .... 7 · -3b .... -6 · 4c ....

-5a · -3b .... -8x · -y .... -1 ·-2 · 3a ....

2.3 Delen

$\frac{a}{b} = c$ als $b \cdot c = a$

(wordt ook geschreven als a:b = c of a/b = c)

a:b heet het quotiënt van a en b

Rekenvoorbeeld:

12/3 = 4 als 3 · 4 = 12

Oefeningen

120 : 8 = ... , want 8 · .... = ...

60 : 30 = ... , want 30 · .... = ...

72 : 6 = ... , want 6 · .... = ...

0: 8 = ... , want 8 · .... = ...

2.4 Regels

Het quotiënt van twee positieve getallen is positief.
Het quotiënt van twee negatieve getallen is positief.
Het quotiënt van een negatief en een positief getal is negatief.

Bij delen extra aandacht voor 0:

Algemeen: 0/a = 0 als a is ongelijk 0
Delen door 0 is onmogelijk

Oefeningen

$$\frac{8\cdot 8}{8+8} = \text{.........................}$$

$$\frac{8-8}{8:8} = \text{.........................}$$

$$\frac{8\cdot 8}{8-8} = \text{.........................}$$

$$\frac{8-8}{8-8} = \text{.........................}$$

Bereken in ***Z***:

-15 : 3	....	36 : -9	....	0 : -8	....
-24 : -8	....	-7 : 0	....	16 : -4	....
-48/ 12	....	27/-3	....	-42/-3	....
0/-5	....	17/-1	....	10/0	....

Vul een getal uit ***Z*** of 'kan niet' in:

x	-36	-18	-12	-6	0	24	72
-72: x							

2.5 Machtsverheffen

Definitie:
Een 'priemgetal' is een natuurlijk getal waarvan de verzameling delers precies twee elementen heeft.

Voorbeeld: delers van 13 zijn 1 en 13
Dit wordt als volgt genoteerd: $D_{13} = \{1,13\}$

6 is geen priemgetal, want $D_6 = \{1,2,3,6\}$

Noteer op bovenstaande manier:

D_4 ....

D_5 ....

D_8 ....

D_{12} ....

D_{18} ....

2.5.1 Machten

In plaats van '"schrijven van priemgetallen" zeggen we:
Ontbinden in priemfactoren

Als je 2048 ontbindt in priemfactoren, dan krijg je:

$2048 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$

Dit is een onduidelijke notatie. Je begint direct te tellen hoeveel tweeën er staan; dit zijn er 11. In een duidelijke notatie zal de 11 dan ook moeten voorkomen. We schrijven daarom:

$2^{11} = 2048$ (spreek uit: '2 tot de elfde' of '2 tot de macht elf')

Voor een tweede macht zeggen we "kwadraat"
Een eerste macht is eigenlijk geen macht. Algemeen $a^1 = a$

Onthoud: $a^0 = 1$

Oefeningen

Schrijf de kwadraten van 1 tot en met 20 op.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Vul in:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 n										

Vul in:

a	1	2	3	4	5
a^3					

Bereken:

$(3 + 5)^2$ ....

$3 + 5^2$ ....

$3^2 + 5^2$ ....

$(10 - 3)^2$ ....

$10 - 3^2$ ....

$10^2 - 3^2$ ....

$(3 \cdot 5)^2$ ....

$3 \cdot 5^2$ ....

$3^2 \cdot 5^2$ ....

2.5.2 Algemeen: $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$

Welke van de onderstaande beweringen is waar, welke niet?

$3 \cdot a = 3a$		$3 + a = 3a$	
$2^3 \cdot 2^4 = 2^{12}$		$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$	
$a + a = 2a$		$a + a = a^2$	
$a \cdot a = 2a$		$a \cdot a = a^2$	
$2a \cdot 3a = 5a^2$		$2a + 3a = 5a$	

2.5.3 Algemeen: $(a^p)^q = a^{pq}$

Herleid:

$(a^2)^6$ ....

$(x^4)^{12}$ ....

$(a^3)^3$ ....

2.5.4 Algemeen: $(ab)^p = a^p \cdot b^p$

Vul in:

a	b	$a^2 b^2$	$(ab)^2$	ab^2
2	1			
3	2			
3	1			
5	3			

2.5.5 Het quotiënt van twee machten

Algemeen: $a^p : a^q = a^{p-q}$ of $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

Bereken:

$2^6 : 2^3$ ....

$7^4 : 7^5$ ....

$3^6 : 3^2$ ....

2.5.6 Algemeen: machten van negatieve getallen

Bereken:

$-2 \cdot -2 \cdot -2 \quad = \quad (-2)^3 \quad = \quad$ ....

$-3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 \quad = \quad (-3)^4 \quad = \quad$ ....

2.6 Distributieve eigenschap (zijn de beweringen links en rechts van het = teken hetzelfde?)

Algemeen: $a \cdot b + a \cdot c = a(b + c)$

of

Algemeen: $a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Definities:
Eénterm: een vorm zoals $a(b+c)$ deze éénterm is het product van twee factoren.
Tweeterm: een vorm zoals $ab + ac$ deze tweeterm is een som van twee termen
Vierterm: een vorm zoals $a + b + c + d$.
Enzovoorts.

Oefeningen

Herleid elk van de volgende veeltermen tot een éénterm:

$7a + 5a$ ....

$5b + 6b$ ....

$12c - 5c$ ....

$17x + 13x$ ....

Schrijf de volgende producten als veeltermen:

$4(a+b)$ ....

$x(x-y)$ ....

$2a(b+c)$ ....

$5x(x-y)$ ....

$x^2(x^3 + 1)$ ....

$x^2(x^2 + x + 1)$ ....

2.7 Ontbinden in factoren

Het schrijven van een veelterm als een product noemen we *ontbinden in factoren*:

Voorbeeld: ontbind in factoren

$4a + 4b = 4(a+b)$

Oefeningen

Ontbind in factoren:

$3a + 3b$ ....

$5d - 5b$ ....

$pq + pr$ ....

$3p + 9q$ ....

$9ab - 3\ bc$ ....

2.8 Product van twee veeltermen:

$\mathbf{(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd}$

Werk de volgende producten uit:

$(a+p)(b+q)$ ....

$(p+5q)(r+2s)$ ....

$(x+2)(x+1)$ ....

$(a-5)(a-6)$ ....

$(4a+5)(3a-2)$ ....

$(6a-7)(a-1)$ ....

2.9 Merkwaardige producten

1. $\mathbf{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

   $\mathbf{(a-b)(a+b) = a^2 - b^2}$

2. $\mathbf{(a+b)^2 = a^2 + 2\ ab + b^2}$

3. $\mathbf{(a-b)^2 = a^2 - 2\ ab + b^2}$

2.10 Symbolen

$\Rightarrow$ open bewering links heeft de oplossing rechts tot gevolg

$>$ open bewering links is groter dan oplossing rechts

$<$ open bewering links is kleiner dan oplossing rechts

$\geq$ open bewering links is groter of gelijk aan oplossing rechts

$\leq$ open bewering links is kleiner of gelijk aan oplossing rechts

2.11 Rationale getallen

In een antwoord mag een breuk zoals 18/24 niet blijven staan. Zo'n breuk moeten we vereenvoudigen door teller en noemer te delen door een zo groot mogelijk geheel getal.

Welke breuk blijft over? ....

2.12 Worteltrekken

Worteltrekken is het omgekeerde van machtsverheffen.

Voorbeeld:

$3^2 = 9 = \sqrt[2]{9} = 3$ ook wel $9^{1/2} = 3$

$3^3 = 27 = \sqrt[3]{27} = 3$ ook wel $27^{1/3} = 3$

$3^3 = 27$ op de rekenmachine	$\boxed{3}$	$\boxed{x^y}$	$\boxed{3}$	$= 27$
$\sqrt[3]{27}$ op de rekenmachine	$\boxed{27}$	$\boxed{x^{1/y}}$	$\boxed{3}$	$= 3$

Als er niets voor het wortelteken staat dan is het getal 2

Dus $\sqrt{9} = 3$ gelijk aan $\sqrt[2]{9} = 3$ gelijk aan $9^{1/2} = 3$

Bereken

$\sqrt{25}$	....	$\sqrt{400}$	....	$\sqrt[3]{1728}$	....
$\sqrt{64}$	....	$\sqrt[3]{125}$	....	$\sqrt[5]{1}$	....
$\sqrt{121}$	....	$\sqrt[3]{15,6}$	....	$\sqrt[4]{16}$	....
$\sqrt{256}$	....				

4^5	....	$13,25^3$	....	$8^{1/3}$	....
$7,25^2$	....	1^5	....	$16^{1/4}$	....
8^3	....	$4^{1/5}$	....	$13,25^{1/3}$	....
16^4	....	$7,25^{1/2}$	....	$1^{1/5}$	....

2.13 Eenvoudige vergelijkingen

Bij een vergelijking stellen we, zoals het woord reeds zegt, bepaalde dingen aan elkaar gelijk.
Een zeer eenvoudige vergelijking is bijvoorbeeld:

4 x 3 = 12, hierbij noemen we de term 4 x 3 (voor het gelijkteken) het linker of eerste lid en de 12 (achter het gelijkteken) het rechter of tweede lid van de vergelijking.

De bedoeling van een vergelijking is het opsporen van een onbekende.

4 x 3 = ? of 4 x ? = 12

In een vergelijking worden voor de aanduiding van de onbekenden meestal de letters x, y of z gebruikt.
De letters a, b, c, enz. komen ook wel in vergelijkingen voor en zijn dan aanduidingen voor onbekende gegevens en dienen meestal om een vergelijking een eenvoudiger aanzien te geven.

$4 \cdot 3 = x$ of $4 \cdot x = 12$

De term $4 \cdot x$ wordt meestal als $4x$ geschreven.

Dus $4x = 12$ of $\frac{x}{3} = 5$

Beide leden van een vergelijking mogen door eenzelfde getal gedeeld worden of met eenzelfde getal worden vermenigvuldigd.

Voorbeeld: $7x = 14$, beide leden delen door 7 geeft $x = 2$

$\frac{x}{3} = 5$, beide leden vermenigvuldigen met 3

geeft als antwoord $x = 15$

$ax = b$, beide leden delen door a geeft als antwoord $x = \frac{b}{a}$

Als we in de beide leden van de vergelijking meerdere termen aantreffen, tellen we voor het oplossen van de vergelijking deze termen eerst bij elkaar op:

$$\begin{aligned} 4x + 3x - 5x &= 15 - 7 + 6 \\ 2x &= 14 \\ x &= 7 \text{ (beide leden delen door 2)} \end{aligned}$$

Zo ook:

$$\begin{aligned} 5x + 22x - 10x &= 20 - 11 + 3 \\ -3x &= 12 \\ x &= -4 \text{ (beide leden delen door -3)} \end{aligned}$$

Indien we uit het eerste lid van een vergelijking door optelling b.v. uitkomen op $-1x$, schrijven we dat als $-x$.

Indien we in beide leden van een vergelijking zowel bekende als onbekende termen aantreffen brengen we om de vergelijking op te lossen alle onbekende termen naar het eerste lid en alle bekende termen naar het tweede lid.
Daarbij moeten we wel bedenken dat daarbij het teken van de term verandert.
Immers als we bij de vergelijking 5 + 3 = 8 de term +3 naar het andere lid willen brengen dan moet het teken wel veranderen omdat anders de vergelijking niet meer opgaat.
Dus: $5 = 8 - 3$

Voorbeeld:
$$\begin{aligned} 3x - 18 &= 6 - 5x \\ 3x + 5x &= 6 + 18 \\ 8x &= 24 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Ook is het mogelijk dat in vergelijkingen samengestelde termen voorkomen die dan eerst moeten worden uitgewerkt.

Voorbeeld:
$$\begin{aligned} 7(x-3) + 5(x-6) &= 4(x-5) + 9 \\ 7x - 21 + 5x - 30 &= 4x - 20 + 9 \\ 12x - 51 &= 4x - 11 \\ 12x - 4x &= 51 - 11 \\ 8x &= 40 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Het kan bij deze samengestelde termen ook voorkomen dat moet worden vermenigvuldigd met een negatief getal, waarbij we dan speciaal op het teken moeten letten.

Voorbeeld: $10x - 3(4x - 2)$ = ...
$10x - 12x + 6$ = ...
$-2x + 6$ = ...

$25 - 13x - (5x + 3)$ = ...
$25 - 13x - 5x - 3$ = ...
$22 - 18x$ = ...

Opgaven

Bereken x, y of z uit onderstaande vergelijkingen.

1. $4x = 12$; $5x = 24$; $7\frac{1}{2}x = 30$
2. $5x = -15$; $-3x = 21$; $-6x = -48$
3. $6x = 0$; $2y = 3$; $-4x = -16$
4. $8x + 5x - 7x = -12$; $-4x - 9x + 12x = -14 + 6$
5. $\frac{1}{5}x = 5$; $\frac{2}{3}x = 12$; $\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}x = 11$
6. $9x - 7 + 2x = -12$
7. $ax = b$; $ax = ab$; $2bx = ac$
8. $bx = a + c$; $3ax - ax = 6ab$
9. $ax + 3ax = 4ab$; $2ax - 3ax - 8ax = c + d$
10. $7x + 3 = 6x - 5$; $6y - 2 = 4y + 7$
11. $5x - 8 = 24 - 3x$; $-7x - 8 = 13 - 4x$
12. $5x - 14 = 3x + 8$; $4x + 15 = -14 + 5x$
13. $7x - 15 = 4x$; $9y - 24 = 6y - 3 + 24$
14. $5x - 18 + 4x - 2 = 18 - 3x + 7x + 2$
15. $12x - 7x + 15 - 4 = 24 - 6 + 8x - 7$
16. $7y - 9y + 3y - 22 = 6y - 4y - 5 - 8y - 17$
17. $6z - 2z - 14 + 12 = 3z - 6z + 7 - z - 25 - 4z$
18. $6x + 5(x - 4) = -3x + 15$
19. $5x - 2(3x - 4) = 10 - 3(6x - 5)$
20. $5(x + 4) - 6(x - 3) = 4(7 - x) + 34$
21. $3(x + 17) - 5(x - 4) = 6(x - 5) + 77$

22. $7(2x-4)-5(x-6x)=16(x-5)-5(4-2x-15)$

23. $3(4x-16)+7(5-2)=8(3x+x)+5(4x+15)+4$

24. $ax+c=9ax+c$; $ax-a=7ax-5a$

25. $2ax+5a=6ax-3a$; $ax+9a=5ax+a$

2.14 Vergelijkingen met breuken

Voor het oplossen van vergelijkingen waarin breuken voorkomen ligt het het meest voor de hand deze breuken eerst te verdrijven. De aangewezen methode daarvoor is het vermenigvuldigen met het kleinste gemene veelvoud (kgv). We moeten daarbij echter niet vergeten dat beide leden van de vergelijking uiteraard met hetzelfde getal vermenigvuldigd moeten worden. Voor het vinden van het kgv moeten we daarbij dan ook beide leden betrekken.

Voorbeeld: $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{5}-\frac{x}{6}=\frac{26}{10}$

Het kleinste gemene veelvoud van de noemers is in dit geval 30.
Door nu de **gehele** vergelijking met dit getal te vermenigvuldigen krijgen we het volgende beeld, dat er al een stuk eenvoudiger uitziet:

$$\begin{aligned} 15x+10x+6x-5x &= 78 \\ 26x &= 78 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Nog een voorbeeld:

$$\frac{7x+4}{5}-\frac{3x-1}{4}=\frac{4x-5}{7}+2$$

In dit geval is het kleinste gemene veelvoud 140, dus moeten we alles met 140 vermenigvuldigen.

$$\begin{aligned} 28(7x+4)-35(3x-1) &= 20(4x-5)+2\cdot 140 \\ 196x+112-105x+35 &= 80x-100+280 \\ 91x+147 &= 80x+180 \\ 91x-80x &= 180-147 \\ 11x &= 33 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Ook hierbij moet uiteraard weer goed op de tekens worden gelet.

Opgaven

1. $\frac{2x}{3}+\frac{3x}{4}+\frac{4x}{5}-\frac{5x}{6}=-\frac{14}{15}$

2. $3\frac{1}{3}x-6\frac{1}{2}x=5x-1\frac{1}{2}$

3. $3\frac{1}{4}x-2\frac{1}{2}=1\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$

4. $\frac{x+4}{3}+\frac{2x-6}{4}=4$

5. $\frac{5x+7}{3}-4x=\frac{3x-7}{5}=$

6. $\frac{4-5x}{3}-\frac{7+2x}{5}=\frac{3-5x}{4}+\frac{x+1}{3}$

7. $\frac{17-7x}{5}-\frac{3x+6}{3}+4=\frac{7x-3}{4}-\frac{6-5x}{3}+2\frac{1}{3}$

8. $\frac{3(4x-3)}{9}+\frac{6(5+3x)}{2}=\frac{2(6x-4)}{4}$

9. $\frac{a(2x+b)}{ab}+\frac{ac(3x-2)}{bc}=\frac{3ax}{b}$

2.15 Ingeklede vergelijkingen

De bedoeling van een vraagstuk is het opsporen van een onbekende aan de hand van een aantal gegevens. Bij een algebraïsche oplossing van een vraagstuk stellen we de onbekende meestal x, en proberen met deze x en de gegevens een vergelijking op te stellen.
Een voorbeeld van zo'n ingeklede vergelijking is bijvoorbeeld:

Een getal vermenigvuldigd met 7 is 147.
Welk getal is dat?

Als we het onbekende getal nu x stellen, betekent dit dat 7 keer deze x 147 moet zijn, zie daar onze vergelijking:

$$7x = 147$$
$$x = \frac{147}{7} = 21$$

Een ander voorbeeld is de volgende opgave:

We vermeerderen een getal met 18 en krijgen dan dezelfde uitkomst dan wanneer we dat getal met 3 vermenigvuldigen.

Als we het onbekende getal weer x stellen, betekent dat dat $x + 18$ hetzelfde moet zijn als 3 keer x en we kunnen dus de volgende vergelijking stellen:

$$\begin{aligned} x + 18 &= 3x \\ x - 3x &= -18 \\ -2x &= -18 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Nog een voorbeeld is:

Twee getallen verschillen 15. Tweemaal het kleinste getal en driemaal het grootste getal is samen 100. Welke getallen zijn dit?

We stellen het kleinste getal weer x, hetgeen inhoudt dat het grootste getal dus $x + 15$ moet zijn. Samen moeten deze getallen 100 zijn en we kunnen de volgende vergelijking opstellen:

$$\begin{aligned} 2x + 3(x + 15) &= 100 \\ 2x + 3x + 45 &= 100 \\ 5x + 45 &= 100 \\ 5x &= 100 - 45 \\ 5x &= 55 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Het kleinste getal is dus 11, en het grootste 26.

Opgaven

1. Een getal wordt vermeerderd met 18 waarna men de som met 5 vermenigvuldigt. De uitkomst is dan 175. Wel getal is dat?
2. Twee getallen verschillen 16. Driemaal het grootste is 22 meer dan viermaal het kleinste. Welke getallen zijn dat?
3. Verdeel 144 in twee delen zodanig dat 4 maal het eerste deel evenveel is als 5 maal het tweede deel.
4. Van een rechthoekige tafel is de omtrek 4200 mm. Bereken de afmetingen van deze tafel als drie keer de lengte gelijk is aan vier keer de breedte.
5. Van twee getallen is het eerste 12 meer dan het tweede. Als twee keer het grootste getal evenveel is dan drie keer het kleinste welke getallen zijn dat dan?
6. Als een stuk land 24 m breder was zou het juist een vierkant zijn. De omtrek is 432 m. Bereken de lengte en de breedte.

7. Van drie getallen is het tweede 12 meer dan het eerste en het derde twee minder dan het tweede. De som van de drie getallen is 88. Hoe groot is elk getal?

8. A, B en C moeten samen € 1570 verdelen. A krijgt € 10 meer dan B, die op zijn beurt € 15 meer krijgt dan C. Hoeveel euro krijgt ieder?

9. Jan, Piet en Klaas moeten € 130 verdelen. Jan krijgt € 20 meer dan Piet en € 30 minder dan Klaas. Hoeveel krijgen ze?

10. A, B en C moeten € 330 verdelen. B krijgt op € 50 na het dubbele van A's deel. Als C € 30 meer krijgt dan de helft van A's deel, hoeveel krijgt dan elk?

11. Van een som geld krijgt A het derde deel + € 10 en B de rest. Als ze nu evenveel krijgen hoeveel geld was er dan?

12. A en B delen een som geld. A krijgt 2/5 deel + € 10, terwijl B € 15 minder krijgt dan 7/10 deel. Hoe groot is die som geld?

13. Een aannemer neemt een karwei aan. Als hij er 10 dagen over doet verdient hij € 30 per dag minder dan wanneer hij er 8 dagen over doet. Voor hoeveel heeft hij het werk aangenomen?

14. Van een som geld krijgt A het 4/7 deel + € 25, B krijgt de rest. A heeft nu € 80 meer dan B. Hoe groot was die som geld?

15. Een smid hakt van een staaf ijzer het derde deel af. Van het stuk dat overblijft hakt hij later de helft en nog 200 mm af. Hij houdt nog een stuk over van 600 mm. Hoe lang was de staaf ijzer?

16. Een ijzerhandelaar koopt een partij ijzer. Voor 1/3 deel en 10 kg betaalt hij 10 eurocent per kg en voor de rest 9 eurocent per kg.
Hij betaalt totaal € 61,70. Hoeveel ijzer koopt hij?

3. REKENEN IN DE BETONTECHNOLOGIE

3.1 Volumieke massa = massa per volume

Eenheid: $\frac{kg}{m^3}$; Symbool: ρ_a , ρ_{rd} of ρ_b

Formules:

$$\rho_a = \frac{x\,kg}{y\,m^3} \quad \begin{array}{l} \Rightarrow x = y \cdot \rho_a\,[kg] \\ \Rightarrow y = \dfrac{x}{\rho_a}\,[m^3] \end{array}$$

Voorbeeld bij ρ_a = 2650 kg/m³

Hoeveel weegt 1 m³?
Antwoord: 1 m³ · 2650 kg/m³ = 2650 kg

Hoeveel weegt 0,8 m³?
Antwoord: 0,8 m³ · 2650 kg/m³ = 2120 kg

Hoeveel m³ is 2650 kg?
Antwoord: $m^3 \Rightarrow \frac{2650\,kg}{2650\,kg/m^3}$ = 1 m³

Hoeveel m³ is 1000 kg?
Antwoord: $m^3 \Rightarrow \frac{1000\,kg}{2650\,kg/m^3}$ = 0,377 m³

Bereken

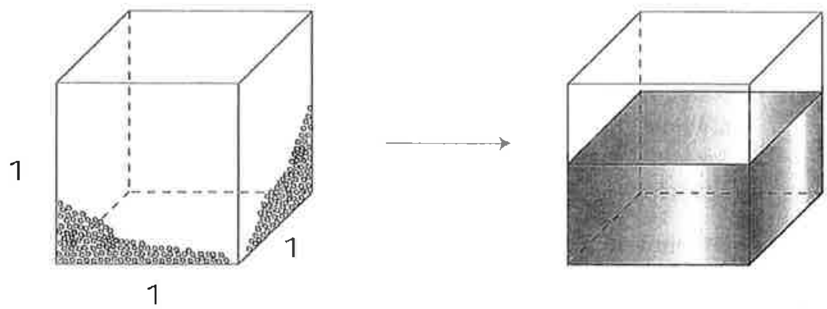
ρ_a = 2650 kg/m³	:	0,25 m³	weegt	....	kg
	:	1,3 m³	weegt	....	kg
	:	0,65 m³	weegt	....	kg
	:	700 kg	heeft volume van	....	m³
	:	1000 kg	heeft volume van	....	m³
	:	2650 kg	heeft volume van	....	m³
ρ_a = 1700 kg/m³	:	0,25 m³	weegt	....	kg
	:	1,3 m³	weegt	....	kg
	:	0,65 m³	weegt	....	kg
	:	700 kg	heeft volume van	....	m³
	:	1000 kg	heeft volume van	....	m³
	:	2650 kg	heeft volume van	....	m³

Wat is de ρ_a van

kg	m³	ρ_a
2000	1,0	
1600	0,8	
1700	1,25	
2100	2,0	
3000	1,5	

3.2 Hoeveelheid vaste stof

Formule: $\frac{\rho_b}{\rho_a}$ = hoeveelheid vaste stof in m³ per m³ totaal



Voorbeeld:

$\rho_b = 1700$ kg/ m³
$\rho_a = 2650$ kg/ m³

Hoeveelheid vaste stof per m³?

$$\frac{\rho_b}{\rho_a} = \frac{1700}{2650} = 0{,}642 \text{ m}^3 \text{ per m}^3$$

Bereken

ρ_b	ρ_a	m³ vaste stof per m³ totaal
1650	2650	
1500	2500	
1800	2650	
1000	2000	
1200	2000	
1400	2100	
1500	2650	

3.3 Holle Ruimte (H.R.)

Onder Holle Ruimte verstaat men die ruimte in één m³ die niet door water of een vaste stof wordt ingenomen.

$$\text{Holle ruimte} = \left[1 - \frac{\rho_b}{\rho_a} - \frac{\text{kg water}}{\rho_w}\right] \text{m}^3$$

Voor droog toeslagmateriaal: $\dfrac{\text{kg water}}{\rho_w} = 0$

Voor vochtig toeslagmateriaal $\dfrac{\text{kg water}}{\rho_w} = \text{..........}\ \text{m}^3$

Voorbeeld:

$\rho_b = 1700$ kg/ m³
$\rho_a = 2650$ kg/ m³
Kg water = 0

$$\text{H.R.} = 1 - \frac{1700}{2650} = 0{,}358\ \text{m}^3$$

Voorbeeld:

$\rho_b = 1700$ kg/ m³
$\rho_a = 2650$ kg/ m³
kg water = 85 kg

$$\text{H.R.} = 1 - \frac{1700}{2650} - \frac{85}{1000} = 0{,}273\ \text{m}^3$$

Berekenen m³ holle ruimte

$\rho_b = 1400$ kg/ m³
$\rho_a = 2580$ kg/ m³

....

$\rho_b = 1550$ kg/ m³
$\rho_a = 4200$ kg/ m³
kg water = 100 kg

....

$\rho_b = 800$ kg/ m³
$\rho_a = 2250$ kg/ m³
kg water = 80 kg

....

Bereken hoeveel water in de holle ruimte zit

H.R. = 0,258 m³
ρ_b = 1550 kg/ m³ .... kg water ?
ρ_a = 2400 kg/ m³

Bereken ρ_b van het materiaal

H.R. = 0,376 m³
ρ_a = 2550 kg/ m³ ρ_b = ...
kg water = 75 kg

3.4 Procenten Toeslagmateriaal

Een percentage drukt een hoeveelheid van een deel ten opzichte van het totaal uit, waarbij het totaal wordt opgegeven als 100 %.

bijv. In een mand zitten 100 appels
20 van deze appels zijn rood
80 van deze appels zijn geel

Hoeveel % van het totaal is rood? $\frac{20}{100}$ x 100 % = 20 %

Nog een voorbeeld: 1000 kg zand = 100 %

Hoeveel is 20 % van dit zand in kg?

1 % = $\frac{1000}{100}$ = 10 kg 20 % = $\frac{1000}{100}$ x 20 % = 200 kg

Bereken

totaal	hoeveelheid	%
500	100	
1250		48 %
	950	56 %
2650	1700	
2100		119 %
	5300	200 %

3.5 Vochtpercentages dicht en hard toeslagmateriaal

% vocht <u>aan</u> toeslagmateriaal wordt uitgedrukt ten opzichte van droog materiaal (tenzij bij de betreffende opgave anders is vermeld).

$$\text{Formule: \% vocht} = \frac{\text{massa vocht}}{\text{massa droog toeslagmateriaal}} \times 100\ \%$$

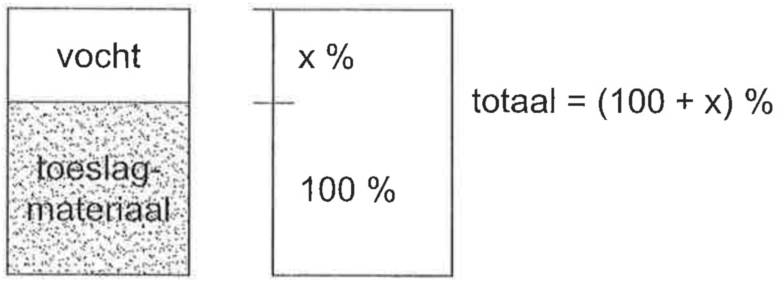
Voorbeeld: 2500 kg droog zand
125 kg vocht (aanhangend)

$$\text{\% vocht} = \frac{125}{2500} \times 100\ \% = 5\ \%\ \text{(afronden op 1 getal achter de komma)}$$

Bereken

bij vocht	bij droog toeslagmateriaal	% vocht t.o.v. droog
265	2580	
	2100	5,9 %
85		10,9 %
25	1150	
	2340	5,5 %

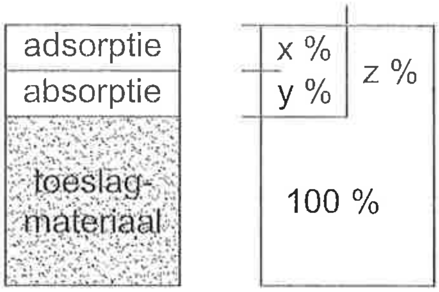
Een plaatje helpt veelal de berekening te verhelderen:



3.6 Vochtpercentages licht toeslagmateriaal

Bij licht toeslagmateriaal is een aanzienlijk deel van het water in de korrels geabsorbeerd. Dit kan soms tot 20 % van de <u>droge</u> massa van deze korrels zijn. Bij de berekeningen hiermee rekening houden in tegenstelling tot hard dicht toeslagmateriaal.

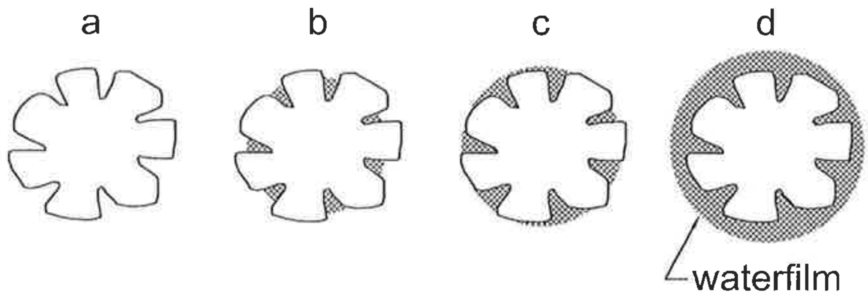
Totaal vochtgehalte kan dus bestaan uit:
- Absoptievocht (= <u>in</u> de korrels)
- Adsorptievocht (= <u>aan</u> de korrels) → telt mee voor de berekening water-cement-factor



totaal = (100 + x + y) %

als:

a	$z = 0$	- korrels oppervlakte droog
		- geen vocht in korrels
b	$z < y$	- korrels oppervlakte droog
	$(z \neq 0)$	- poriën in korrels gedeeltelijk gevuld
c	$z = y$	- korrels oppervlakte droog
	$(z \neq 0)$	- poriën in korrels geheel gevuld
d	$z = (x + y)$	- korrels met aanhangend vocht (x)
		- poriën in korrels geheel gevuld (y)



Bereken

vochtig	droog	% vocht t.o.v. droog	vocht in g
1060 gram	1000 gram		
	629 kg	4 %	
750		4 %	
815		6 %	
912		2,5 %	

Licht toeslagmateriaal (of granulaat uit BSA)[1]

1000 kg licht toeslagmateriaal, waarin 5 % vocht t.o.v. droog
max. absorptie = 15 %
gewicht droog = ...kg
hoeveelheid vocht = ...kg
beschikbaar voor verwerkbaarheid = ... kg

1000 kg licht toeslagmateriaal, waarin 15 % vocht t.o.v. droog
max. absorptie = 15 %
gewicht droog = ...kg
hoeveelheid vocht = ...kg
beschikbaar voor verwerkbaarheid = ... kg

1000 kg licht toeslagmateriaal, waarin 20 % vocht t.o.v. droog
max. absorptie = 15 %
gewicht droog = ...kg
hoeveelheid vocht = ...kg
beschikbaar voor verwerkbaarheid = ... kg

3.7 Rekenen met Eenheden

Eenheden SI-stelsel

	grondeenheden	
dimensie	**naam**	**symbool**
lengte	meter	m
tijd	seconde	s
massa	kilogram	kg
temperatuur	Kelvin	K
kracht	Newton	N

voorvoegsels				
Mega	M	10^6	1.000.000	
kilo	k	10^3	1.000	
milli	m	10^{-3}	1/1.000	0,001
micro	μ	10^{-6}	1/1.000.000	0,000.001

[1] BSA = Bouw- en Sloopafval

Voorbeelden:
1 meter = 1.000 millimeter = 1.000.000 micrometer

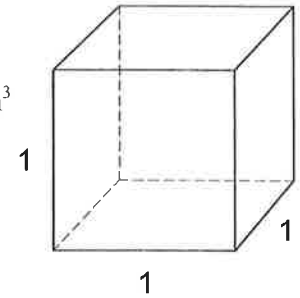
$$1 \text{ meter} = \frac{1}{1.000} \text{ kilometer} = \frac{1}{1.000.000} \text{ Megameter}$$

Bereken

km	m	mm	μm
	25		
		750	
8			
			10

Inhoud: veelal uitgedrukt in m^3

kubus van 1 x 1 x 1m = 1 m^3



1 m^3 = 10 x 10 x 10 dm = 1000 dm^3,
waarbij gegeven is dat 1 dm^3 = 1 liter

1 m^3 = 1000 liter

0,5 m^3 = 500 liter

Bereken

m^3	liter
0,75	
600	
0,01	
1,32	

Om van m^3 naar liter te gaan wordt dus alles vermenigvuldigd met 1000.

Als ρ_a normaal wordt uitgedrukt in $^{kg}\!/_{m^3}$, wordt de ρ_a in $^{kg}\!/_{l}$ berekend door de gegeven ρ_a te <u>delen</u> door 1000.

Voorbeeld:

$$\rho_a = 2650 \ ^{kg}\!/_{m^3} = \frac{2650 \ kg}{1000 \ l} = 2{,}65 \ ^{kg}\!/_{l}$$

Bereken:

kg/m^3	kg/l
2580	
	21,9
4200	
	0,8
1728	

Probeer de volgende opgaven te maken:

Opgaven

1. In 1 m^3 betonspecie zit 400 liter grind en 285 liter zand.
   Wat is de totale massa dat zich aan grind en zand in deze m^3 bevindt?

2. In 1 m^3 betonspecie wordt totaal 1850 kg toeslagmateriaal toegevoegd.
   Hiervan is 40 % zand en 60 % grind.

	zand	**grind**
massa	.............kg	...............kg
volume	.... m^3	.... m^3
	 l	 l

3.8 Mengsel van materialen met verschillende fijnheidsmoduli

Wanneer materialen met verschillende fijnheidsmoduli met elkaar worden vermengd dan ontstaat een materiaal waarvan de fijnheidsmodulus (F_m) afhankelijk is van de verhouding waarin de afzonderlijke materialen zijn gedoseerd. Hierover zijn vele vraagstukken te bedenken, zoals bijvoorbeeld:

Een mengsel van fijn zand, waarvan F_m 2,1 is en grof zand met een F_m van 3,1 heeft een gezamenlijke fijnheidsmodulus van 2,8.
Gevraagd: Hoeveel % fijn zand bevat dit mengsel?

Uit de gegevens moet een vergelijking tevoorschijn komen en daartoe stellen we het onbekende percentage $x\,\%$. Als er $x\,\%$ fijn zand in het mengsel aanwezig is dan zit er dus $(100-x)\,\%$ grof zand in. De fijnheidsmodulus van het mengsel wordt gevormd door $x\,\%$ van de F_m van het fijne zand en $(100-x)\,\%$ van de F_m van het grove zand.

$x\,\%$ van 2,1 kunnen we ook schrijven als $\frac{x}{100}\cdot 2{,}1$, immers

2 % van 500 is eigenlijk $\frac{2}{100}\cdot 500 = 10$

Uit dit alles kunnen we nu de volgende vergelijking opstellen:

$$\frac{x}{100} \cdot 2{,}1 + \frac{(100-x)}{100} \cdot 3{,}1 = 2{,}8$$

De breuken verdrijven we door vermenigvuldiging met in dit geval 100 van hetgeen links en rechts van het =teken staat en krijgen dan:

$$\begin{aligned} x \cdot 2{,}1 + (100-x) \cdot 3{,}1 &= 2{,}8 \cdot 100 \\ 2{,}1x + 3{,}1(100-x) &= 280 \\ 2{,}1x + 310 - 3{,}1x &= 280 \\ -x &= -30 \\ x &= 30 \end{aligned}$$

In het mengsel zit dan dus 30 % fijn zand en 70 % grof zand.

Opgaven

1. Een mengsel bestaat uit twee soorten zand. Fijn zand met een F_m van 2,1 en grof zand met een onbekende fijnheidsmodulus. In het mengsel komt 80 % van het grove zand voor en de F_m van het mengsel is 2,9.
   Wat is de fijnheidsmodulus van het grove zand?
2. Zand A heeft op de zeef 0,25 mm een zeefdoorval van 5 %
   Zand B heeft op de zeef 0,25 mm een zeefdoorval van 60 %
   Als wordt geëist dat de zeefdoorval op de zeef 0,25 moet liggen tussen de 22 % en 8 %, maak dan een mengsel waarbij:
   a. zoveel mogelijk zand A wordt gebruikt;
   b. zoveel mogelijk zand B wordt gebruikt.

4. ANTWOORDEN

4.1 Antwoorden Rekenen Algemeen

Blz. 2-2 *Rekenoefeningen (2.2)*

Vul in (eerste regel dient als voorbeeld)

a	b	ab	-ab	-a	-b	-a · -b
-2	3	-6	6	2	-3	-6
5	-7	**-35**	**35**	**-5**	**7**	**-35**
-6	4	**-24**	**24**	**6**	**-4**	**-24**
-7	-8	**56**	**-56**	**7**	**8**	**56**
9	5	**45**	**-45**	**-9**	**-5**	**45**

Vul een getal uit ***Z*** in:

x	2	-5	0	12	-30	10	-20	-1
-3x	**-6**	**15**	**0**	**-36**	**90**	**-30**	**60**	**3**

Schrijf zo eenvoudig mogelijk:

-5 · -3a **= 15a** 7 · -3b **= -21b** -6 · 4c **= -24c**

-5a · -3b **= 15ab** -8x · -y **= 8 x y** -1 · -2 · 3a **= 6a**

Oefeningen (2.3)

120 : 8 = 15 , want 8 · **15** = **120**

60 : 30 = 2 , want 30 · **2** = **60**

72 : 6 = 12 , want 6 · **12** = **72**

0 : 8 = 0 , want 8 · **0** = **0**

Blz. 2-3 *Oefeningen (2.4)*

$$\frac{8 \cdot 8}{8+8} = \frac{\mathbf{64}}{\mathbf{16}} = \mathbf{4}$$

$$\frac{8-8}{8:8} = \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{1}} = \mathbf{0}$$

$$\frac{8 \cdot 8}{8-8} = \frac{\mathbf{64}}{\mathbf{0}} = \textbf{kan niet}$$

$$\frac{8-8}{8-8} = \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}} = \textbf{kan niet}$$

Bereken in ***Z***:

-15 : 3 = **-5**

36 : -9 = **-4**

0 : -8 = **0**

-24 : -8 = **3**

-7 : 0 = **kan niet**

16 : -4 = **-4**

-48/ 12 = **-4**

27/-3 = **-9**

-42/-3 = **14**

0/-5 = **0**

17/-1 = **-17**

10/0 = **kan niet**

Vul een getal uit ***Z*** of 'kan niet' in:

x	-36	-18	-12	-6	0	24	72
-72: x	**2**	**4**	**6**	**12**	**kan niet**	**-3**	**-1**

Blz. 2-4 Noteer op bovenstaande manier (2.5):

D_4 = **{ 1, 2, 4 }**

D_5 = **{ 1, 5 }**

D_8 = **{ 1, 2, 4, 8 }**

D_{12} = **{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 }**

D_{18} = **{ 1, 2, 3, 6, 9, 18 }**

Blz. 2-5 *Oefeningen (2.5.1)*

Schrijf de kwadraten van 1 tot en met 20 op.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	**4**	**9**	**16**	**25**	**36**	**49**	**64**	**81**	**100**
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
121	**144**	**169**	**196**	**225**	**256**	**289**	**324**	**361**	**400**

Vul in:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	**2**	**4**	**8**	**16**	**32**	**64**	**128**	**256**	**512**	**1024**

Vul in:

a	1	2	3	4	5
a^3	**1**	**8**	**27**	**64**	**125**

Bereken:

$(3 + 5)^2 = (8)^2 = 64$

$3 + 5^2 = 3 + 25 = 28$

$3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

$(10 - 3)^2 = 7^2 = 49$

$10 - 3^2 = 10 - 9 = 1$

$10^2 - 3^2 = 10 - 9 = 91$

$(3 \cdot 5)^2 = 15^2 = 225$

$3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 = 75$

$3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$

Blz. 2-6 Welke van de onderstaande beweringen is waar, welke niet? (2.5.2)

$3 \cdot a = 3a$	**waar**	$3 + a = 3a$	**niet waar**
$2^3 \cdot 2^4 = 2\ 12$	**niet waar 128**	$2^3 \cdot 2^4 = 2^7$	**waar**
$a + a = 2a$	**waar**	$a + a = a^2$	**niet waar 2a**
$a \cdot a = 2a$	**niet waar a^2**	$a \cdot a = a^2$	**waar**
$2a \cdot 3a = 5a^2$	**niet waar $6a^2$**	$2a + 3a = 5a$	**waar**

Herleid (2.5.3):

$(a^2)^6 = \mathbf{a^{12}}$

$(x^4)^{12} = \mathbf{x^{48}}$

$(a^3)^3 = \mathbf{a^9}$

Vul in (2.5.4):

a	b	$a^2 b^2$	$(ab)^2$	ab^2
2	1	**$4 \cdot 1 = 4$**	**$2^2 = 4$**	**$2 \cdot 1 = 2$**
3	2	**$9 \cdot 4 = 36$**	**$6^2 = 36$**	**$3 \cdot 4 = 12$**
3	1	**$9 \cdot 1 = 9$**	**$3^2 = 9$**	**$3 \cdot 1 = 3$**
5	3	**$25 \cdot 9 = 225$**	**$15^2 = 225$**	**$5 \cdot 9 = 45$**

Bereken (2.5.5):

$2^6 : 2^3 = \mathbf{2^{(6-3)}} = \mathbf{2^3} = 8$

$7^4 : 7^5 = \mathbf{7^{(4-5)}} = \mathbf{7^{-1}} = \frac{1}{7}$

$3^6 : 3^2 = \mathbf{3^{(6-2)}} = \mathbf{3^4} = 81$

Blz. 2-7 Bereken (2.5.6)

$-2 \cdot -2 \cdot -2 = (-2)^3 = \mathbf{-8}$

$-3 \cdot -3 \cdot -3 \cdot -3 = (-3)^4 = \mathbf{81}$

Oefeningen (2.6)

Herleid elk van de volgende veeltermen tot een éénterm:

$7a + 5a$	$= \mathbf{a(7 + 5)}$	$= \mathbf{12a}$
$5b + 6b$	$= \mathbf{b(5 + 6)}$	$= \mathbf{11b}$
$12c - 5c$	$= \mathbf{c(12 - 5)}$	$= \mathbf{7c}$
$17x + 13x$	$= \mathbf{x(17 + 13)}$	$= \mathbf{30x}$

Schrijf de volgende producten als veeltermen:

$4(a+b)$	$= \mathbf{4a + 4b}$	
$x(x-y)$	$= \mathbf{x \cdot x - x \cdot y}$	$= \mathbf{x^2 - xy}$
$2a(b+c)$	$= \mathbf{2ab + 2ac}$	
$5x(x-y)$	$= \mathbf{5x \cdot x - 5x \cdot y}$	$= \mathbf{5x^2 - 5xy}$
$x^2(x^3 + 1)$	$= \mathbf{x^2 \cdot x^3 + x^2}$	$= \mathbf{x^5 + x^2}$
$x^2(x^2 + x + 1)$	$= \mathbf{x^2 \cdot x^2 + x^2 \cdot x + 1 \cdot x^2}$	$= \mathbf{x^4 + x^3 + x^2}$

Blz. 2-8 *Oefeningen (2.7)*

Ontbind in factoren:

$3a + 3b$	$= \mathbf{3(a + b)}$
$5d - 5b$	$= \mathbf{5(d - b)}$
$pq + pr$	$= \mathbf{p(q + r)}$
$3p + 9q$	$= \mathbf{3(p + 3q)}$
$9ab - 3\,bc$	$= \mathbf{3b(3a - c)}$

Werk de volgende producten uit (2.8):

$(a+p)(b+q)$	$= \mathbf{ab + aq + pb + pq}$	
$(p+5q)(r+2s)$	$= \mathbf{pr + 2ps + 5qr + 10qs}$	
$(x+2)(x+1)$	$= \mathbf{x^2 + x + 2x + 2}$	$= \mathbf{x^2 + 3x + 2}$
$(a-5)(a-6)$	$= \mathbf{a^2 - 6a - 5a + 30}$	$= \mathbf{a^2 - 11a + 30}$
$(4a+5)(3a-2)$	$= \mathbf{12a^2 - 8a + 15a - 10}$	$= \mathbf{12a^2 + 7a - 10}$
$(6a-7)(a-1)$	$= \mathbf{6a^2 - 6a - 7a + 7}$	$= \mathbf{6a^2 - 13a + 7}$

Blz. 2-9 Welke breuk blijft over? **In dit geval** $\mathbf{\frac{3}{4}}$

Blz. 2-10 *Bereken (2.12)*

$\sqrt{25}$	$= \pm 5$		$\sqrt{400}$	$= \pm 20$		$\sqrt[3]{1728}$	$= +12$
$\sqrt{64}$	$= \pm 8$		$\sqrt[3]{125}$	$= +5$		$\sqrt[5]{1}$	$= +1$
$\sqrt{121}$	$= \pm 11$		$\sqrt[3]{15{,}6}$	$= +2{,}499$		$\sqrt[4]{16}$	$= \pm 2$
$\sqrt{256}$	$= \pm 16$						

4^{5}	$= \mathbf{1024}$	$13{,}25^{3}$	$= \mathbf{2326{,}2\ldots}$	$8^{1/3}$	$= \mathbf{2}$
$7{,}25^{2}$	$= \mathbf{52{,}5625}$	1^{5}	$= \mathbf{1}$	$16^{1/4}$	$= \mathbf{\pm 2}$
8^{3}	$= \mathbf{512}$	$4^{1/5}$	$= \mathbf{+1{,}3195}$	$13{,}25^{1/3}$	$= \mathbf{+2{,}3663\ldots}$
16^{4}	$= \mathbf{65536}$	$7{,}25^{1/2}$	$= \mathbf{\pm 2{,}6926\ldots}$	$1^{1/5}$	$= \mathbf{+1}$

Blz. 2.12 + 2.13 *Opgaven (2.13)*

1. $x = 3$; $x = 4{,}8$; $x = 4$
2. $x = -3$; $x = -7$; $x = 8$
3. $x = 0$; $y = 1\frac{1}{2}$; $x = 4$
4. $x = -2$; $x = 8$
5. $x = 25$; $x = 18$; $x = 10$
6. $x = -3$
7. $x = \frac{b}{a}$; $x = b$; $x = \frac{ac}{2b}$
8. $x = \frac{a+c}{b}$; $x = 3b$
9. $x = b$; $x = -\frac{c+d}{9a}$
10. $x = -8$; $y = 4\frac{1}{2}$
11. $x = 4$; $x = -7$
12. $x = 11$; $x = 29$
13. $x = 5$; $y = 15$
14. $5x = 40$ $\quad x = 8$
15. $-3x = 0$ $\quad x = 0$
16. $7y = 0$ $\quad y = 0$

17. $12z = -16$ $\quad z = -\frac{4}{3}$

18. $14x = 35$ $\quad x = 2\frac{1}{2}$

19. $17x = 17$ $\quad x = 1$

20. $18x = 24$ $\quad x = \frac{4}{3}$

21. $-8x = -24$ $\quad x = 3$

22. $13x = -3$ $\quad x = +\frac{3}{13}$

23. $-40x = 106$ $\quad x = -\frac{53}{20}$

24. $x = 0$; $x = \frac{2}{3}$

25. $x = 2$; $x = 2$

Blz. 2.14 *Opgaven (2.14)*

1. **kgv = 60** $\quad 83x = -56$ $\quad x = -\frac{56}{83}$
2. **kgv = 6** $\quad -49x = -9$ $\quad x = \frac{9}{49}$
3. **kgv = 12** $\quad 19x = 38$ $\quad x = 2$
4. **kgv = 12** $\quad 10x = 50$ $\quad x = 5$
5. **kgv = 15** $\quad -44x = -56$ $\quad x = \frac{14}{11}$
6. **kgv = 60** $\quad -69 = -179x$ $\quad x = \frac{69}{179}$
7. **kgv = 60** $\quad -349x = -181$ $\quad x = \frac{181}{349}$
8. **kgv = 6** $\quad 44x = -96$ $\quad x = -\frac{24}{11}$
9. **kgv =** b $\quad 2x = 2a - b$ $\quad x = \frac{2a - b}{2}$

Blz. 2-15 + 2.16

Opgaven (2.15)

1. **kleinste getal is x**
   $5(x+18)=175$ $\quad x=35-18=17$
   grootste getal is $17+18=35$

2. **kleinste getal is x**
   $3(x+16)=4x+22$ $\quad x=26$
   grootste getal is $26+16=42$

3. **eerste deel** $=x$; **tweede deel** $=(144-x)$
   $4x=5(144-x)$
   $9x=720 \quad x=80$ **tweede deel 64**

4. **omtrek :** $2(b+l)=4200 \rightarrow b=(2100-l)$
   $3l=4\cdot b$
   $3l=4(2100-l) \quad 7l=8400 \quad l=1200$ **mm**; $b=900$ **mm**

5. **tweede getal** $=x$; **eerste getal** $=x+12=$ **grootste getal**
   $2(x+12)=3x \quad x=24=$ **kleinste getal**

6. $2(b+l)=432; \quad 2(l+(l-24))=432$
   $l=120\text{m} \quad b=96\text{m}$

7. $a=22 \quad b=34 \quad c=32$

8. **A krijgt € 535 B krijgt € 525 C krijgt € 510**

9. **Jan € 40 Piet € 20 Klaas € 70**

10. **A € 100 B € 150 C € 80**

11. **€ 60**

12. **€ 50**

13. **Aanneemsom € 1200**

14. **€ 210**

15. $l=2400$ **mm**

16. **660 kg**

4.2 Antwoorden Rekenen in de Betontechnologie

Blz. 3-1 *Bereken (3.1)*

ρ_a = 2650 kg/m³	0,25 m³ weegt	**662,5**	**kg**
	: 1,3 m³ weegt	**3445**	**kg**
	: 0,65 m³ weegt	**1722,5**	**kg**
	: 700 kg heeft volume van	**0,264**	**m³**
	: 1000 kg heeft volume van	**0,377**	**m³**
	: 2650 kg heeft volume van	**1**	**m³**
ρ_a = 1700 kg/m³	: 0,25 m³ weegt	**425**	**kg**
	: 1,3 m³ weegt	**2210**	**kg**
	: 0,65 m³ weegt	**1105**	**kg**
	: 700 kg heeft volume van	**0,412**	**m³**
	: 1000 kg heeft volume van	**0,588**	**m³**
	: 2650 kg heeft volume van	**1,559**	**m³**

Blz. 3-2 *Wat is de ρ_a van (3.1):*

kg	**m³**	ρ_a
2000	1,0	**2000**
1600	0,8	**2000**
1700	1,25	**1360**
2100	2,0	**1050**
3000	1,5	**2000**

Bereken (3.2)

ρ_b	ρ_a	**m³ vaste stof per m³ totaal**
1650	2650	**0,623**
1500	2500	**0,600**
1800	2650	**0,679**
1000	2000	**0,500**
1200	2000	**0,600**
1400	2100	**0,667**
1500	2650	**0,566**

Blz. 3-3 *Berekenen m³ holle ruimte (3.3)*

$\rho_b = 1400$ kg/ m³
$\rho_a = 2580$ kg/ m³
0,457 m³

$\rho_b = 1550$ kg/ m³
$\rho_a = 4200$ kg/ m³
kg water = 100 kg
0,531 m³

$\rho_b = 800$ kg/ m³
$\rho_a = 2250$ kg/ m³
kg water = 80 kg
0,564 m³

Blz. 3-4 *Bereken hoeveel water in de holle ruimte zit (3.3)*

H.R. = 0,258 m³
$\rho_b = 1550$ kg/ m³
$\rho_a = 2400$ kg/ m³
96 kg water

Bereken ρ_b van het materiaal (3.3)

H.R. = 0,376 m³
$\rho_a = 2550$ kg/ m³
kg water = 75 kg
ρ_b **= 1400 kg/ m³**

Blz. 3-4 *Bereken (3.4)*

totaal	**hoeveelheid**	**%**
500	100	**20**
1250	**600**	48%
1696	950	56%
2650	1700	**64**
2100	**2499**	119%
2650	5300	200%

Blz. 3-5 *Bereken (3.5)*

bij vocht	bij droog toeslagmateriaal	% vocht t.o.v. droog
265	2580	**10,3**
124	2100	5,9%
85	**780**	10,9%
25	1150	**2,2**
129	2340	5,5%

Blz. 3-6 *Bereken (3.6)*

vochtig	droog	% vocht t.o.v. droog	vocht in g
1060 gram	1000 gram	**6%**	~~0,06~~ 60
654	629 kg	4%	**25**
750	**721**	4%	**29**
815	**769**	6%	**46**
912	**890**	2,5%	**22**

Blz. 3-7 *Licht toeslagmateriaal (of granulaat uit BSA) (3.6)*

1000 kg licht toeslagmateriaal, waarin 5 % vocht t.o.v. droog
max. absorptie = 15 %
gewicht droog = **952 kg**
hoeveelheid vocht = **48 kg**
beschikbaar voor verwerkbaarheid = **0 kg**

1000 kg licht toeslagmateriaal, waarin 1 5% vocht t.o.v. droog
max. absorptie = 15 %
gewicht droog = **870 kg**
hoeveelheid vocht = **130 kg**
beschikbaar voor verwerkbaarheid = **0 kg**

1000 kg licht toeslagmateriaal, waarin 20 % vocht t.o.v. droog
max. absorptie = 15 %
gewicht droog = **833 kg**
hoeveelheid vocht = **167 kg**
beschikbaar voor verwerkbaarheid = **167 – 15/100x833 = 42 kg**

Blz. 3-8 *Bereken (3.7)*

km	m	mm	µm
0,025	25	**25.000**	**25.000.000**
0,000.750	**0,750**	750	**750.000**
8	**8.000**	**8.000.000**	**8 x 10 ^{9}**
1 x 10 $^{-8}$	**0,000.001**	**0,001**	10

Bereken (3.7)

m^3	liters
0,75	**750**
600	**600.000**
0,01	**10**
1,32	**1320**

Blz. 3-9 *Bereken (3.7)*

kg/m^3	kg/liter
2580	**2,58**
21.900	21,9
4200	**4,2**
800	0,8
1728	**1,728**

Opgaven (3.7)

Opgave 1
400 liter grind ⇒ 0,4 x 2650 = 1060 kg (of 400 x 2,65 = 1060 kg)

285 liter zand ⇒ 0,285 x 2650 = 755 kg (of 285 x 2,65 = 755 kg)

totaal: 1060 + 755 = 1815 kg
(als je voor een bepaalde ρ_a kiest, deze in de hele opgave aanhouden (soms is kg/*l* beter, een andere keer is kg/m^3 beter)

Opgave 2

	zand	grind
massa (kg)	**740 kg**	**1110 kg**
volume	**0,279 m³**	**0,419 m³**
	279 *l*	**419 *l***

Blz. 3-10 *Opgaven (3.8)*

Opgave 1

Het mengsel bestaat uit 20 % fijn zand en 80 % grof zand.

fijn zand $F_m = 2{,}1$

grof zand $F_m = ?$

mengsel $F_m = 2{,}9$

$$\mathbf{0{,}20 \cdot 2{,}1 + 0{,}80 \cdot F_m = 2{,}9 \rightarrow F_m = \frac{2{,}9 - 0{,}42}{0{,}80} = 3{,}1}$$

Opgave 2

Stel x % zand A, dan (100 - x) % zand B.

$$\mathbf{\frac{x}{100} \cdot 5 + \frac{100 - x}{100} \cdot 60 = 22}$$

a. Zoveel mogelijk zand A:

$$\mathbf{5x + 6000 - 60x = 800 \rightarrow x = \frac{5200}{55} = 94{,}5\%}$$

b. Zoveel mogelijk zand B:

$$\mathbf{5x + 6000 - 60x = 2200 \rightarrow x = \frac{3800}{55} = 69\%}$$