



# Logigram

Een logigram is een puzzel, waarbij je met behulp van allerlei informatie (aanwijzingen) moet achterhalen wat er aan de hand is. Je gaat als een detective te werk door de informatie die je krijgt te combineren en zo te achterhalen welke feiten (atomaire zinnen) waar zijn en welke zinnen onwaar. Op deze manier krijg je een volledig beeld van de situatie.

Omdat in een logigram het aantal atomaire zinnen enorm groot is, gaan we een speciale waarheidstabel gebruiken. Hieronder staat een voorbeeld van een logigram met deze speciale tabel.

In de kolommen en rijen staan eigenschappen, zoals *tijdstip* of *lengte*. Elke combinatie van twee eigenschappen komt precies één keer voor. Zo'n combinatie van eigenschappen hoort bij een atomaire zin. Bijvoorbeeld de combinatie *kettingbotsing-A50* hoort bij de zin *De kettingbotsing was op de A50*. Bij deze zin hoort precies één hokje in het diagram, namelijk het hokje van rij *A50* en kolom *kettingbotsing*.

Met behulp van de informatie die je krijgt ga je stap voor stap het diagram invullen.

Als je zeker weet dat een atomaire zin waar is, zet je in het hokje dat bij deze zin hoort een *plus*.

Als je zeker weet dat een atomaire zin onwaar is, zet je in het hokje dat bij deze zin hoort een *min*.

Als je nog niet voldoende weet over een zin, laat je het hokje leeg.

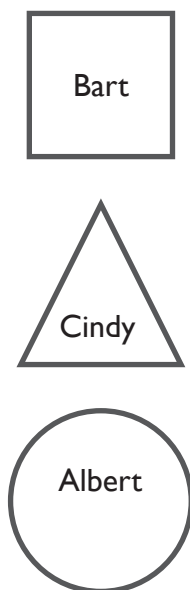
waar → +  
 onwaar → -  
 onbekend → leeg

De kettingbotsing was op de A50.

		reden					lengte					tijdstip				
		aanrijding	gekantelde vrachtwagen	kettingbotsing	pottenkijkers	wegwerkzaamheden	3 km	5 km	7 km	8 km	12 km	14:00	15:00	16:00	20:00	21:00
snelweg	A1															
	A6															
	A12															
	A50															
	A73															
tijdstip	14:00															
	15:00															
	16:00															
	20:00															
	21:00															
lengte	3 km															
	5 km															
	7 km															
	8 km															
	12 km															



		huis	hobby
		vierkant driehoek rond	gamen sterrenkunde stijldansen
naam	Albert	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Bart	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Cindy	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
hobby	gamen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	sterrenkunde	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	stijldansen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



### Voorbeeld 1: Wie is de gamer en waar woont hij?

In een onder architectuur gebouwde woonwijk staan vierkante, driehoekige en ronde huizen. We kennen drie bewoners, Albert, Bart en Cindy. De vormen van hun huizen zijn verschillend en ze hebben verschillende hobby's.

We weten de volgende dingen:

1. *Cindy doet aan stijldansen*
2. *De gamer woont niet in het driehoekig huis*
3. *Bart of Albert woont in het vierkante huis*
4. *Op het ronde huis staat een sterrenkijker*
5. *Als Albert niet de stijldanser is woont hij in het ronde huis*

We gaan één voor één deze zinnen gebruiken om de tabel in te vullen.

Naar aanleiding van de eerste zin kunnen we een plus invullen bij de combinatie *Cindy-stijldansen*. En dan kunnen we meteen vaststellen dat Bart en Albert niet aan stijldansen doen en dat Cindy niet de gamer of de sterrenkundige is. Deze vier minnen kunnen we ook al in de tabel zetten.

De tweede zin levert een min op bij de combinatie *gamen-driehoek*.

Uit de derde zin kunnen we concluderen dat Cindy niet in het vierkante huis woont. Zet hiervoor een min in de tabel.

Zin 4 levert een plus bij de combinatie *sterrenkunde-rond* en daarbij ook vier minnen voor de andere combinaties.

Nu hebben we een min bij *gamen-driehoek* en een min bij *gamen-rond*. Dus blijft er maar één huis voor de gamer over, het vierkante. Zet daarom daar een plus. En zo komt er ook een plus bij *dansen-driehoek*.

Omdat Cindy danst en de danser in het driehoekige huis woont, kunnen we concluderen dat Cindy in het driehoekige huis woont. Zet daar een plus.

Nu zijn we er bijna. Zin 5 is een implicatie. We zien in de tabel dat Albert geen stijldanser is (er staat daar een min), dus moet hij in het ronde huis wonen. Zet daar een plus.

In de tabel zien we dat Albert in het ronde huis woont en in het ronde huis een sterrenkundige woont, dus dat moet Albert zijn. Maak nu de tabel helemaal af.

Het resultaat staat nog eens in de tabel hieronder.

naam	huis	hobby
Albert	rond	sterrenkunde
Bart	vierkant	gamer
Cindy	driehoek	stijldansen



## Voorbeeld 2: In de file

We gaan nu een groter en complexer voorbeeld stap voor stap oplossen.

Het verhaal staat hiernaast. Je krijgt eerst wat achtergrondinformatie en dan enkele feiten (ware zinnen).

De opdracht is om bij elke snelweg de oorzaak van de file te vinden, en te bepalen op welk tijdstip de verteller in de file stond en hoe lang de file was.

Het maken van een logigram kun je opsplitsen in vier vaardigheden:

1. Invullen
2. Aanvullen
3. Combineren
4. Vergelijken

### 1. Invullen

Bij *invullen* vertaal je de informatie rechtsreeks in plussen en minnen in het diagram.

#### Zin 1

*'s Avonds reed ik op de snelwegen met maar één cijfer.* Er zijn twee snelwegen met één cijfer en twee tijdstippen in de avond, dus andere combinaties zijn niet mogelijk. Dat levert minnen op in het diagram. Er zijn er twee al ingevuld.

Zet zelf ook in de andere hokjes van de combinaties die niet mogelijk zijn een min.

#### Zin 2

Zin 2 zegt twee dingen, namelijk *De file op de A73 was korter dan die vanwege de kettingbotsing* en *De file op de A73 was langer dan de file van 16:00*.

Je kunt uit *De file op de A73 was korter dan die vanwege de kettingbotsing*, concluderen, dat de file op de A73 niet de langste was. Dus dat levert een min bij A73 en 12 km. Verder is de file vanwege de kettingbotsing niet de kortste. Dit levert ook weer een min op. En de kettingbotsing was niet op de A73.

Je kunt uit *De file op de A73 was langer dan de file van 16:00*, concluderen, dat de file op de A73 niet de ...ste was en de file van 16:00 niet de ..... en de file op de A73 was niet die van 16:00.

Vul de drie resulterende minnen in.

Als het goed is heb je tot nu toe achttien minnen ingevuld.

#### Zin 3

Er zijn maar twee files die precies 2 km langer zijn dan een andere file. Dus kun je concluderen, dat de file op de A12 ... km of ... km is. Dit levert drie minnen op.

Ook zegt dit iets over de file veroorzaakt door wegwerkzaamheden: weer drie minnen erbij.

Afgelopen weekend ging ik mijn ouders en mijn vriendin opzoeken. Hiervoor moest ik over vijf snelwegen rijden. Op elke snelweg stond ik in de file.

1. 's Avonds reed ik op de snelwegen met maar één cijfer.
2. De file op de A73 was korter dan die vanwege de kettingbotsing, maar langer dan de file van 16:00.
3. De file op de A12 was 2 km langer dan de file veroorzaakt door wegwerkzaamheden.
4. De wegwerkzaamheden en de kettingbotsing waren 's avonds.
5. Ik stond later in de file op de A50 dan in de file van 8 km, maar eerder dan in de file die werd veroorzaakt door pottenkijkers.
6. De gezamenlijke lengte van de file op de A6 en de file vanwege werkzaamheden bedraagt 15 km.
7. De file van 7 km werd veroorzaakt door een gekantelde vrachtwagen.
8. De laatste file waar ik in stond, was niet de kortste.



		reden					lengte					tijdstip				
		aanrijding	gekantelde vrachtwagen	kettingbotsing	pottenkijkers	wegwerkzaamheden	3 km	5 km	7 km	8 km	12 km	14:00	15:00	16:00	20:00	21:00
snelweg	A1															
	A6															
	A12															
	A50															
	A73												-			
tijdstip	14:00															
	15:00															
	16:00															
	20:00															
	21:00															-
lengte	3 km															
	5 km															
	7 km															
	8 km															
	12 km															

's avonds reed ik op de snelwegen met maar één cijfer.



En op de A12 zijn geen wegwerkzaamheden: weer een min.

#### Zin 4

Bij zin 4 vul je zes minnen in.

#### Zin 5

Zin 5 is vergelijkbaar met zin 2 en levert weer zes minnen op. Maar één min hadden we al, dus komen er per saldo vijf minnen bij. De tussenstand is 36 minnen.

#### Zin 6

Welke combinaties van twee files leveren samen een lengte op van 15 km? Er is één lengte die niet in deze combinaties voorkomt. Dus de file op de A6 en de file vanwege werkzaamheden kunnen niet deze lengte hebben. Dus zin 6 levert twee minnen op.

#### Zin 7

Zin 7 levert het eerste plus op.

#### Zin 8

En tenslotte zin 8 levert nog een min op. In totaal heb je nu één plus en 39 minnen.

## 2. Aanvullen

Bij aanvullen moet je in het diagram kijken of je nu extra plussen en minnen kunt zetten. Hierbij gebruik je de wetenschap dat elke groep van vijf hokjes in een rij of kolom uiteindelijk precies één plus moet bevatten.

Overal waar een plusje staat kun je in de andere vier hokjes van de rij en de kolom een minnetje zetten.

Een vergelijkbare tautologie (regel) in de propositielogica is:

$$((a \vee b) \wedge \neg a) \rightarrow b$$

Je hebt één plus en dit levert zeven nieuwe minnen op.

Als er ergens vier minnen staan in een groep van vijf hokjes in een rij of kolom, moet het resterende hokje een plus krijgen.

Een vergelijkbare tautologie in de propositielogica is:

$$((a \leftrightarrow \neg b) \wedge \neg a) \rightarrow b$$

Er is één situatie waar zich dit voordoet. Dus dit levert één plus op.

Herhaal nu dit aanvullen totdat er niets meer bij komt. Als het goed is heb je nu twee plusjes en 48 minnen.

## 3. Combineren

Bij *combineren* combineer je een plus en een min en dit levert dan een nieuw min op.



		reden					
		aanrijding	gekantelde vrachtwagen	kettingbotsing	pottenkijkers	wegwerkzaamheden	3 km
snelweg	A1						
	A6						
	A12						
	A50						
	A73					-	-
tijdstip	14:00						
	15:00						
	16:00						
	20:00						
	21:00						
lengte	3 km					+	
	5 km						
	7 km						
	8 km						
	12 km						

Kijk als voorbeeld eens in de tabel hiernaast naar de plus van 3 km en *wegwerkzaamheden*. Dit betekent dat de file veroorzaakt door *wegwerkzaamheden* 3 km lang is. Als nu een andere eigenschap, bijvoorbeeld *snelweg*, niet samengaat met 3 km, omdat er in het diagram een min staat, betekent dit dat deze eigenschap ook niet samengaat met *wegwerkzaamheden*. Dus de plus bij 3 km - *wegwerkzaamheden* gecombineerd met de min bij A73 - 3 km levert een min bij A73 - *wegwerkzaamheden*. Dit levert vijf nieuwe minnen op.

Het combineren kunnen we als volgt vertalen naar de propositielogica.

Neem de volgende vertaalsleutel

a = De file vanwege *wegwerkzaamheden* is 3 km.

b = De file op de A73 wordt veroorzaakt door *wegwerkzaamheden*.

c = De file op de A73 is 3 km.

Dan weten we dat  $(a \wedge b) \rightarrow c$  waar is.

Verder is  $((a \wedge b) \rightarrow c) \wedge a \wedge \neg c \rightarrow \neg b$  een tautologie.

Herhaal nu het aanvullen en combineren totdat er niets nieuws meer bij komt.

Als het goed is heb je nu vijf plussen en 69 minnen.

#### 4. Vergelijken

Nu gaan we weer terug naar de aanwijzingen, de informatie waarmee we begonnen zijn. We gaan deze aanwijzingen *vergelijken* met de gegevens die in het diagram staan. Daar kan weer nieuwe informatie uit komen.

Ga de zinnen één voor één na.

Zin 1 levert niets nieuws op.

In zin 2 staat *De file op de A73 was korter dan die vanwege de kettingbotsing*. In het diagram zie je dat er nog maar twee mogelijke filelengtes over zijn bij de kettingbotsing, namelijk 5 en 12 km. Als de lengte bij de kettingbotsing 5 km zou zijn, moet de lengte op de A73 3 km zijn, maar dat is volgens het diagram niet mogelijk. Dus is de lengte bij de kettingbotsing 12 km. Dit levert een plus. Voer nu weer het *aanvullen* en *combineren* uit.

Kijk nu naar het tweede deel van zin 2. Uit het diagram blijkt dat om 16:00 de file geen 3 km was, dus kan de file op de A73 geen ... km zijn. Vul dit weer in en kijk of je kunt combineren (dat blijkt niet het geval te zijn). Ook kun je iets zeggen over de maximale lengte van de file van 16:00, omdat uit het diagram blijkt dat de file op de A73 geen 12 km was.

Uit zin 3 kunnen we met behulp van het diagram meteen afleiden hoe lang de file op de A12 was.

Zin 4 en het eerste deel van zin 5 leveren niets nieuws op.

Maar het tweede deel van zin 5 wel. Dit zijn zelfs twee plussen en na het aanvullen en combineren nog een aantal plussen.

We weten nu dat de lengte van de file vanwege *wegwerkzaamheden* 3 km is en met behulp van zin 6 kunnen we dan uitrekenen hoe lang de file op de A6 was.



Kijk nog eens naar het eerste deel van zin 5. Omdat je in het diagram ziet dat de file op de A50 om 15:00 was, kun je nu bepalen hoe laat de file van 8 km was.

Maak nu het logigram helemaal af.

Zet de resultaten in de tabel hieronder.

snelweg	lengte	tijdstip	reden
A1			
A6			
A12			
A50			
A73			



### Opgave 33

Los nu de volgende twee logigrammen op.

#### *Moelijke opgaven*

Vier jongens maakten wiskundeopgaven. Ze liepen alle vier vast op één moeilijke opgave. Zoek uit wie bij welke opgave vast liep, hoe lang ze over de opgave hebben nagedacht en met welk hulpmiddel ze de opgave uiteindelijk opgelost hebben.

1. Jaap deed twee maal zo lang over zijn opgave als Paul.
2. Piet deed langer over zijn opgave dan de jongen die een ingeving kreeg na het eten van een koekje, maar korter dan Jan, die niet heeft gespiekt.
3. Het getal van de opgave waar 15 minuten over nagedacht werd, is een priemgetal.
4. Over opgave 3 werd niet het langst nagedacht.
5. Het getal van de opgave die uiteindelijk werd opgelost door een glas limonade te drinken is hetzelfde als de som van de opgave van Jan en de opgave waar 20 minuten over nagedacht werd.

		opgave				hoe lang				hulpmiddel			
		2	3	5	8	10 min	15 min	20 min	30 min	limonade	koekje	rondlopen	spieken
wie	Jaap												
	Jan												
	Paul												
	Piet												
hulpmiddel	limonade												
	koekje												
	rondlopen												
	spieken												
hoe lang	10 min												
	15 min												
	20 min												
	30 min												





### Tentamenweek

Vijf studenten moeten een wiskundetentamen maken. Hoe heet elke student, wat studeren ze en welk tentamen moeten ze maken?

1. Tristan Simons maakt een tentamen dat eindigt op een 1.
2. Het Analyse 2 tentamen wordt niet door Cindy of de natuurkunde student gemaakt.
3. Mevrouw Daniels maakt het tentamen wiskunde 1.
4. Alex, die niet Teunissen heet, doet het tentamen statistiek.
5. De vrouwen studeren biologie en wiskunde.
6. Lineaire Algebra 1 wordt door een ....kunde student gemaakt.
7. Janssen studeert geen informatica.
8. Er is precies één student wiens voornaam met dezelfde letter begint als de achternaam.
9. Het vak van de wiskundestudente bevat een getal dat 2 maal zo hoog is als het getal van het vak van de scheikundestudent.

		achternaam					vak					studie				
		Daniels	Janssen	Petersen	Simons	Teunissen	analyse 2	calculus 2	lineaire algebra I	statistiek	wiskunde I	biologie	informatica	natuurkunde	scheikunde	wiskunde
voornaam	Alex (m)															
	Cindy (v)															
	Johan (m)															
	Sarah (v)															
	Tristan (m)															
studie	biologie															
	informatica															
	natuurkunde															
	scheikunde															
	wiskunde															
vak	analyse 2															
	calculus 2															
	lineaire algebra I															
	statistiek															
	wiskunde I															