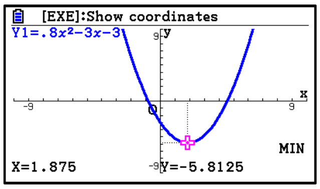
Formules, grafieken en nulpunten

Toppen van grafieken

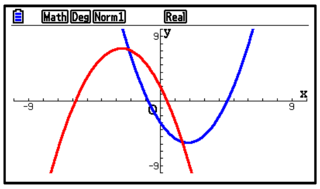
De top van de grafiek van $y = 0{,}8x^2 - 3x - 3$ krijg je als volgt.

- Voer in $y_1 = 0{,}8x^2 - 3x - 3$ en plot de grafiek. Neem x tussen –10 en 10 en y tussen –10 en 10.
- Kies G-Solve.
- Kies de optie *MIN*.



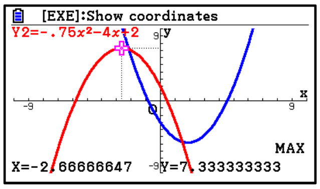
Zie het scherm hiernaast.
De top is het punt (1,875; −5,8125).

Voer in $y_2 = -0{,}75x^2 - 4x + 2$.
Zorg voor het scherm hiernaast.



De top van de grafiek van y_2 krijg je als volgt.

- Kies de optie *MAX* uit het Graph-Solve-menu.
  De trace-cursor staat op de grafiek van y_1.
- Zet de trace-cursor op de grafiek van y_2 met ▲.
- Druk op EXE.



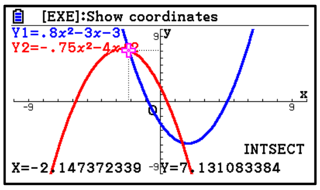
De GR geeft $x = -2{,}66666647$ en $y = 7{,}333333333$.
De top is bij benadering het punt $(-2{,}67;\ 7{,}33)$.
De coördinaten van een eventuele volgende top krijg je na ▶.

In het leerboek noemen we *MIN* en *MAX* de opties minimum en maximum.

Snijpunten van grafieken

Voer in $y_1 = 0{,}8x^2 - 3x - 3$ en $y_2 = -0{,}75x^2 - 4x + 2$. Plot de grafieken. Neem x tussen –10 en 10 en y tussen –10 en 10.
De coördinaten van de snijpunten van de grafieken van y_1 en y_2 vind je als volgt.

- Kies G-Solv.
- Kies de optie *INTSECT*.

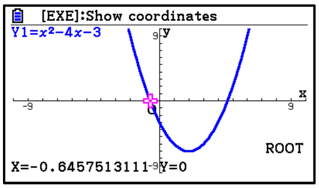


De GR zet de trace-cursor in het linkersnijpunt en geeft $x = -2{,}147372339$ en $y = 7{,}131083384$.
Het linkersnijpunt is dus bij benadering (−2,147; 7,131).
Om het volgende snijpunt te vinden, druk je op ▶.
De GR geeft $x = 1{,}502211048$ en $y = -5{,}701322718$.
Het rechtersnijpunt is dus bij benadering (1,502; −5,701).

In het leerboek noemen we *INTSECT* de optie snijpunt.

Staan er meer dan twee grafieken op het scherm, dan moet je eerst de juiste twee grafieken selecteren met ▲ of ▼ en EXE.

Nulpunten



De nulpunten van $y = x^2 - 4x - 3$ krijg je als volgt.
- Plot de grafiek van $y = x^2 - 4x - 3$.
- Kies de optie *ROOT* uit het Graph-Solve-menu.
- De trace-cursor gaat naar het linkersnijpunt met de x-as.

Op het scherm staat $x = -0{,}6457513111$ en $y = 0$.
Afgerond op twee decimalen is het nulpunt dus $-0{,}65$.

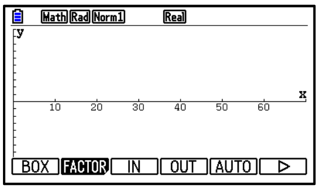
Vervolgens het andere nulpunt.
- Druk op ▶ .

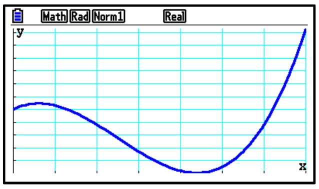
Zo krijg je het volgende nulpunt.
Dat is ongeveer 4,65.

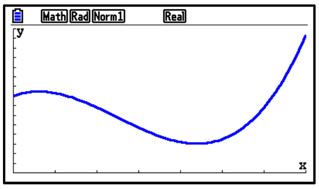
In het leerboek noemen we *ROOT* de optie nulpunt.

De optie AUTO

Bij ingewikkelde formules is het kiezen van een geschikte schaalverdeling geen eenvoudig karwei. Vaak volgen Xmin en Xmax uit de gegevens, maar moet je Ymin en Ymax zelf bepalen.
De optie AUTO uit het Zoom-menu kan je hierbij helpen.







Bij de formule $y = 0{,}02x^3 - 1{,}5x^2 + 16x + 800$ met x tussen 0 en 70 gaat dat als volgt.
- Voer de formule in bij y_1 op het formule-invoerscherm.
- Kies V-Window en zorg voor Xmin = 0 en Xmax = 70.
  Neem Xscale = 10.
- Plot de grafiek, je krijgt het eerste scherm hiernaast.
- Kies Zoom (= F2) en vervolgens de optie AUTO. Je krijgt het tweede scherm hiernaast.
- Kies V-Window. Je ziet Ymin = 303,676... en Ymax = 1430.
- Zorg voor mooie getallen bij Ymin en Ymax. Neem bijvoorbeeld Ymin = 0, Ymax = 1500 en Yscale = 100. Na DRAW krijg je het derde scherm.

De optie AUTO zoekt *bij de ingestelde Xmin en Xmax* de waarden voor Ymin en Ymax zodat de grafiek op het scherm past.
Geschikte waarden voor Xmin en Xmax moet je dus eerst zelf instellen.
Deze kun je niet vinden met de optie AUTO.

Een geschikt venster bepalen

Tot nu toe werd bij de opgaven vaak een geschikt venster gegeven maar voortaan moet je dit zelf kunnen bepalen.

Standaardformules

Bij de standaardformules $y = ax + b$ en $y = b \cdot g^x$ gebruik je de informatie die uit de formules volgt:

- het snijpunt met de y-as is $(0, b)$
- de waarde van a of g geeft aan of je te maken hebt met een toename of afname

$y = ax + b$
- bij een toename is $a > 0$
- bij een afname is $a < 0$

$y = b \cdot g^x$
- bij een toename is $g > 1$
- bij een afname is $0 < g < 1$

Zo weet je dat de grafiek van de formule $y = -1{,}5x + 30$ een rechte lijn is die de y-as snijdt in het punt (0, 30). Bovendien weet je dat de grafiek dalend is waarbij geldt: 1 naar rechts 1,5 omlaag.

Van de grafiek bij de formule $N = 450 \cdot 0{,}9^t$ met t de tijd in weken, weet je dat de grafiek de verticale as snijdt in (0, 450) en de grafiek dalend is. Wil je 10 weken vooruit kunnen kijken dan is Xmin = 0, Xmax = 10, Ymin = 0 en Ymax = 450 een geschikt venster.

Niet-standaardformules

Vaak krijg je te maken met formules die geen standaardformules zijn. Je kunt dan weinig of geen informatie uit de formule zelf halen. In deze gevallen haal je de informatie juist uit de context en de vragen. Aan de hand van twee voorbeelden bekijken we hoe dit gaat.

Voorbeeld 1.

Voor de temperatuur T in °C van het zeewater voor de Nederlandse kust is de formule $T = -0{,}093t^3 + 1{,}39t^2 - 3{,}28t + 4{,}7$ opgesteld.
Hierin is t de tijd in maanden met $t = 0$ op 1 januari.

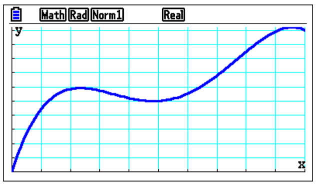
a Bereken de temperatuur op 1 juli. Rond af op één decimaal.
b In welke maand is de temperatuur van het zeewater minimaal?
c In welke maanden is de temperatuur van het zeewater 14 °C?

- Je ziet dat er vragen worden gesteld over meerdere maanden en dat t in maanden is. Wil je dus voor meerdere maanden, bijvoorbeeld voor een heel jaar de grafiek zien dan is een geschikte instelling Xmin = 0 en Xmax = 12.
- Na het instellen van deze Xmin en Xmax kun je met de optie AUTO geschikte waarden voor Ymin en Ymax bepalen.

Voorbeeld 2

Voor het aantal klanten in een supermarkt is het model $N = -0{,}15t^4 + 3{,}35t^3 - 24t^2 + 65t$ opgesteld. Hierin is N het aantal klanten t uur na het 8:00 uur.

- De formule geeft het aantal klanten in de supermarkt. Dat aantal kan niet kleiner zijn dan 0, dus Ymin = 0.
- We nemen aan dat de supermarkt om 08:00 uur, dus op $t = 0$, open gaat. Dus Xmin = 0.
- Bedenk wat een passende sluitingstijd zou zijn. Bijvoorbeeld:
  - Denk je dat dat 18:00 uur is dan kies je Xmax = 10
  - Denk je dat dat 22:00 uur is dan kies je Xmax = 14.



Xmax is dus een gerichte gok op basis van de context en Ymax is nog onbekend.

Met Xmin = 0 en Xmax = 10 en gebruik van de optie AUTO krijg je de grafiek hiernaast.
Je ziet dat op *t* = 10 de winkel nog open is want dan zijn er nog klanten in de winkel. Kies dus een grotere waarde voor Xmax.

Met Xmin = 0 en Xmax = 14 en gebruik van de optie AUTO krijg je de linker grafiek hieronder. Je ziet dat vanaf een bepaald moment de grafiek onder de horizontale as loopt en er dan dus minder dan 0 klanten zouden zijn. Dat kan niet, dus Xmax is te groot. Kies een kleinere waarde voor Xmax.
Met Xmax = 12 en de optie AUTO krijg je de rechter grafiek hieronder.