Rekenen, onderzoeken, ontwerpen en modelleren | havo

Uitwerkingen opgaven leerboek

6.1 REKENVAARDIGHEDEN

Opgave 1

a Niet waar: 50% van 250 is 125.
b Waar.
c Niet waar: Een afname van 80% betekent van 100% naar 20%. Dan is de factor 0,20.
d Niet waar: De prijs van € 80 is gelijk aan 50%. Bij terugrekenen naar 100% is de factor $\frac{100}{50} = 2$.
Dan was de oude prijs € 80 × 2 = € 160.

Opgave 2

a Van 100% naar 127%, dat geeft $1{,}27 \times 22 = 28$.
b De nieuwe prijs is 65%. Terugrekenen naar 100%: $\left(\frac{3{,}73}{65}\right) \times 100 = € 5{,}74$.
c Er komt 100 % bij dus dan heb je 200 %. De vermenigvuldigingsfactor is 2.
d

	oppervlakte	
water	71%	362 miljoen km^2
land	29 %	$\frac{362}{71} \times 29 =$ 148 miljoen km^2

Opgave 3

a

7,2 liter	100 km
$\frac{7{,}2 \times 750}{100} =$ 54 liter	750 km

b

1 liter	$\frac{25}{2{,}16} \times 1 =$ 12 liter
€ 2,16	€ 25,00

c Reken eerst uit hoeveel 7,2 liter benzine kost, en bereken vervolgens de prijs per km.

1 liter	7,2 liter
€ 2,16	$7{,}2 \times 2{,}16 = € 15{,}55$

100 km	1 km
€ 15,55	$\frac{15{,}55}{100} = € 0{,}1555$

Dat is 15,6 eurocent.

d Bereken eerst hoeveel liter benzine nodig is.

100 km	24 000 km
7,2 liter	$\frac{24000}{100} \times 7{,}2$ $= 1728\ \text{liter}$

Dat kost $1728 \times 2{,}16 =$ € $3732{,}48$ afgerond € 3700.

Opgave 4

a Als je 1,0 m/s loopt, leg je in een uur 3600 m af (want 1 uur = 3600 s). Dan leg je 3600 m = 3,6 km af in een uur. Dat is 3,6 km/h.

b Van 3,6 km/h naar 120 km/h. De vermenigvuldigingsfactor is $\frac{120}{3{,}6} = 33{,}3$.

1,0 m/s	$1{,}0 \times 33{,}3 =$ 33,3 m/s
3,6 km/h	120 km/h

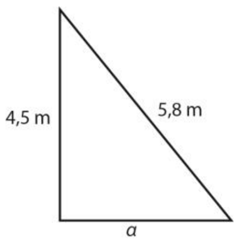
c Er geldt: 1 m/s = 3,6 km/h. Van m/s naar km/h betekent dus vermenigvuldigen met 3,6. Om terug te rekenen van km/h naar m/s moet je dan delen door 3,6.

Opgave 5

a De omtrek is $2\pi \cdot r$ dus $2{,}07 = 2\pi \times r \rightarrow r = \frac{2{,}07}{2\pi} = 0{,}3295\ \text{m}$. De oppervlakte is $\pi \cdot r^2$ dus:

$A = \pi \cdot r^2 = \pi \times 0{,}3295^2 = 0{,}341\ \text{m}^2$ (of met $A = \pi \cdot \left(\frac{2{,}07}{2\pi}\right)^2 = \frac{2{,}07^2}{4\pi} = 0{,}341\ \text{m}^2$).

b Maak een tekening:



Pythogoras: $a^2 + 4{,}5^2 = 5{,}8^2 \rightarrow a = \sqrt{5{,}8^2 - 4{,}5^2} = 3{,}66\ \text{m}$.

De omtrek is $5{,}8 + 4{,}5 + 3{,}66 = 14{,}0\ \text{m}$ en de oppervlakte $\frac{1}{2} \times 4{,}5 \times 3{,}66 = 8{,}2\ \text{m}^2$.

c De straal van de bal is 14 cm.

Het volume van de bal is $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 14^3 = 1{,}1 \cdot 10^4\ \text{cm}^3 = 0{,}011\ \text{m}^3$.

De oppervlakte van de bal is $4\pi \cdot r^2 = 4\pi \times 14^2 = 2{,}5 \cdot 10^3\ \text{cm}^2 = 0{,}25\ \text{m}^2$.

d Voor het volume van een cilinder geldt: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Hierin is r de straal: $\frac{60}{2} = 30\ \text{cm}$.

Invullen geeft: $V = \pi \cdot 30^2 \cdot 120 = 339\ 292\ \text{cm}^3$. Omrekenen: $1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3 = 1000\ \text{cm}^3$.

Dat geeft $V = \frac{339292}{1000} = 339\ \text{L}$.

Opgave 6

a De som van de hoeken in een driehoek is 180°. Als twee hoeken gelijk zijn, moet de derde hoek ook gelijk zijn. Dan zijn de driehoeken gelijkvormig.

b F_z is verticaal, en de staande zijde van de grote driehoek is ook verticaal. $F_{z,x}$ is evenwijdig aan de schuine zijde. Dan is de hoek tussen $F_{z,x}$ en F_z gelijk aan de hoek tussen de staande zijde en de schuine zijde.

c De bovenste hoeken zijn gelijk, en beide driehoeken zijn rechthoekig. Dan is de derde hoek (α) ook gelijk.

Opgave 7

a Pythagoras: ${F_R}^2 = {F_1}^2 + {F_2}^2 = 1{,}5^2 + 1{,}0^2 = 3{,}25 \;\rightarrow\; F_R = \sqrt{3{,}25} = 1{,}8\text{ kN}$

$\tan(\alpha) = \frac{O}{A} = \frac{1{,}0}{1{,}5} = 0{,}667$. Dan is $\alpha = \tan^{-1}(0{,}667) = 34°$

b $\sin(\alpha) = \frac{O}{S} \;\rightarrow\; \sin(30) = \frac{F_2}{2{,}5} \;\rightarrow\; F_2 = 2{,}5 \times \sin(30) = 1{,}25\text{ kN}$

$\cos(\alpha) = \frac{A}{S} \;\rightarrow\; \cos(30) = \frac{F_1}{2{,}5} \;\rightarrow\; F_1 = 2{,}5 \times \cos(30) = 2{,}17\text{ kN}$

Opgave 8

a Nullen aan de voorkant van het getal tellen niet mee bij het aantal significante cijfers.

b Bij het bepalen van het juiste aantal significante cijfers van een antwoord ga je uit van het minste aantal significante cijfers van de gebruikte gegevens. De uitzondering is dat je daarbij exacte getallen zoals π en aantallen niet meetelt.

c 1 = vier, 2 = drie, 3 = twee en 4 = drie

d

1	$141{,}5 \times 3{,}48 = 492$	(drie significante cijfers)
2	$0{,}0270 \times 180{,}00 = 4{,}86$	(drie significante cijfers)
3	$6{,}74 - 6{,}12 = 0{,}62$	(verschil in twee significante cijfers)
4	$\frac{125 \times 0{,}18}{4{,}30} = 5{,}2$	(twee significante cijfers)
5	$3125 \times (8{,}82 - 8{,}27) = 3125 \times 0{,}55 = 1719 = 1{,}7 \cdot 10^3$	(verschil in twee significante cijfers)
6	$\frac{6{,}7}{41{,}2} = 0{,}16$	(twee significante cijfers)

Opgave 9

De lengte van een wc-rol is ongeveer 10 cm. De spiraalveer is ongeveer 2,5× zo lang als de koker. De lengte van de spiraalveer is ongeveer 25 cm.

Opgave 10

a Bijvoorbeeld: het lokaal is 8 meter breed, 9 meter lang en 3 meter hoog. De inhoud is dan $8 \times 9 \times 3 = 216\text{ m}^3$.

b De massa van 216 m^3 lucht is $216 \times 1{,}2 = 259{,}2 = 2{,}6 \cdot 10^2\text{ kg}$.

Opgave 11

a Niet waar: Een evenredig verband betekent dat de ene grootheid 10× zo groot wordt als de andere grootheid ook 10× zo groot wordt.

b Waar

c Niet waar. Bij een evenredig verband is de formule $y = a \cdot x$ (en bij een lineair verband is de formule $y = a \cdot x + b$).

d Waar

e Niet waar: De grafiek van een omgekeerd evenredig verband snijdt geen van de assen.

f Waar

Opgave 12

a Als *x* drie keer zo groot wordt (van 12 naar 36) dan wordt *y* ook drie keer zo groot:
$3 \times 4{,}2 = 12{,}6$. Dat hoort bij een evenredig verband.

b Vul bijvoorbeeld in *x* = 36 en *y* = 12,6: $y = a \cdot x \;\rightarrow\; 12{,}6 = a \cdot 36 \;\rightarrow\; a = \frac{12{,}6}{36} = 0{,}35$

c De formule is $y = 0{,}35 \cdot x$. Invullen $x = 42$ geeft $y = 0{,}35 \times 42 = 15$

d De formule is $y = 0{,}35 \cdot x$. Invullen $y = 35$ geeft $35 = 0{,}35 \times x \;\rightarrow\; x = \frac{35}{0{,}35} = 1{,}0 \cdot 10^2$

Opgave 13

a Als *x* drie keer zo groot wordt (van 12 naar 36) dan wordt *y* drie keer zo klein: $\frac{315}{3} = 105$. Dit hoort bij een omgekeerd evenredig verband.

b Vul bijvoorbeeld in *x* = 36 en *y* = 105: $y = c \cdot \frac{1}{x} \rightarrow 105 = c \cdot \frac{1}{36} \rightarrow c = \frac{105}{\frac{1}{36}} = 3{,}8 \cdot 10^3$

c De formule is $y = 3780 \cdot \frac{1}{x}$. Invullen $x = 42$ geeft $y = 3780 \times \frac{1}{42} = 90$

d De formule is $y = 3780 \cdot \frac{1}{x}$. Invullen $y = 12$ geeft $12 = 3780 \cdot \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{3780}{12} = 3{,}2 \cdot 10^2$

Opgave 14

a Omgekeerd evenredig: hoe meer vrienden, hoe minder pepernoten iedereen krijgt.

b Evenredig: bij een hogere snelheid is de totale afstand ook groter.

c Omgekeerd evenredig: hoe sneller je fietst, hoe korter de tijd.

d Omgekeerd evenredig: hoe hoger het brandstofverbruik, hoe kleiner de afstand die op een volle tank wordt afgelegd.

Opgave 15

a Als in grafiek A *x* toeneemt van 1 naar 6 (zes keer zo groot) daalt *y* van 300 naar 50 (zes keer zo klein).

b Vul bijvoorbeeld (6,0 , 50) in in de formule $y = c \cdot \frac{1}{x}$: $50 = c \cdot \frac{1}{6{,}0} \rightarrow c = \frac{50}{1/6{,}0} = 3{,}0 \cdot 10^2$

c Bij grafiek D is het verband ook omgekeerd evenredig.

d Vul bijvoorbeeld (6,0,100) in in de formule $y = c \cdot \frac{1}{x}$: $100 = c \cdot \frac{1}{6{,}0} \rightarrow c = \frac{100}{1/6{,}0} = 6{,}0 \cdot 10^2$

De formule is: $y = 600 \cdot \frac{1}{x}$

Opgave 16

a Als de ene grootheid heel klein (dus bijna nul) wordt, dan wordt de andere grootheid ook heel klein. Dus gaat de lijn door (0,0).

b Bij de linker grafiek is de formule $y = 4{,}4x$ want als *x* = 10 is *y* = 44. Dan is de steilheid $\frac{44}{10} = 4{,}4$.

c De steilheid van de rechter grafiek is $\frac{240}{20} = 12$. Dat geeft $y = 12 \cdot x$.

d De lijn wordt dan 120 omhoog geschoven (vanaf (10,120). De formule is dan: $y = 12 \cdot x + 120$.

Opgave 17

a De betekenis van de steilheid leid je af uit de grootheden: $\frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{\text{snelheid}}{\text{tijd}} = \text{versnelling}$.

b De steilheid is $\frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{50-17}{7{,}5} = 4{,}4$. De lijn begint bij *v* = 17 m/s. De formule is: $y = 4{,}4 \cdot t + 17$.

c De betekenis van de oppervlakte: $\text{verticaal} \times \text{horizontaal} = \text{snelheid} \times \text{tijd} = \text{afstand}$.

d Onder de lijn zijn 19 complete hokjes. De rest van de oppervlakte is ongeveer 5 hokjes. Bij elkaar 24.

e De oppervlakte van 1 hokje is 1 s × 10 m/s = 10 m. Dan is 24 hokjes = 240 m. Afgerond op twee significante cijfers: $2{,}4 \cdot 10^2$ m (of 0,24 km).

Opgave 18

a Uit $s_{\text{rem}} = c \cdot {v_b}^2$ volgt dat de remweg evenredig is met het kwadraat van de snelheid (of s_{rem} is evenredig met ${v_b}^2$).

b Als de remkracht groter is, zal de fiets eerder stilstaan. Dan is de remweg korter en *c* kleiner.

c Vul in bijvoorbeeld v_b = 9,0 m/s en s_{rem} = 12 m. Dat geeft $12 = c \cdot 9{,}0^2 \rightarrow c = \frac{12}{81} = 0{,}148 = 0{,}15$.

d Vul in: *v* = 12 m/s. Dat geeft: $s_{\text{rem}} = 0{,}148 \cdot {v_b}^2 = 0{,}148 \times 12^2 = 21$ m.

e Vul in: s_{rem} = 48 m. Dat geeft: $s_{\text{rem}} = 0{,}148 \cdot {v_b}^2 \rightarrow 48 = 0{,}148 \times {v_b}^2 \rightarrow v_b = \sqrt{\frac{48}{0{,}148}} = 18\ \text{m/s}$

Opgave 19

a Uit $I = c \cdot \frac{1}{r^2}$ volgt dat de intensiteit omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand (of I is evenredig met $\frac{1}{r^2}$).

b Als de stroomsterkte groter is, zal de lamp feller branden. Dan is de intensiteit groter, en c groter.

c Vul in bijvoorbeeld r = 0,40 m en I = 0,84 W/m^2. Dat geeft $0{,}84 = c \cdot \frac{1}{0{,}40^2} = c \cdot 6{,}25$. Dan is $c = \frac{0{,}84}{6{,}25} = 0{,}134 = 0{,}13$.

d Vul r = 0,75 m in: $I = 0{,}134 \cdot \frac{1}{r^2} = 0{,}134 \times \frac{1}{0{,}75^2} = 0{,}24\ \mathrm{W/m^2}$.

e Vul I = 2,5 W/m^2 in: $I = c \cdot \frac{1}{r^2}\ \rightarrow\ 2{,}5 = 0{,}134 \times \frac{1}{r^2}\ \rightarrow\ r = \sqrt{\frac{0{,}134}{2{,}5}} = 0{,}23\ \mathrm{m}$.

Opgave 20

a De steilheid van de lijn is constant. Hier is de steilheid gelijk aan $\frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{\text{snelheid}}{\text{tijd}} = \text{versnelling}$.

b Voor de versnelling geldt: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Omschrijven geeft $\Delta v = a \cdot \Delta t$. Omdat de beweging begint op t = 0 en v = 0, is dat hetzelfde als $v(t) = a \cdot t$.

c Er geldt: $s = v_{\text{gem}} \cdot t$. Subsitutie van $v_{\text{gem}} = \frac{1}{2} \cdot v(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t$ geeft $s = v_{\text{gem}} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$.

d $\text{oppervlakte driehoek} = \frac{1}{2} \times \text{basis} \times \text{hoogte} = \frac{1}{2} \times t \times a \cdot t = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

6.2 ONDERZOEKSVAARDIGHEDEN

Opgave 21

a Waar

b Niet waar: De hypothese is een (beredeneerde) voorspelling van het antwoord op de onderzoeksvraag.

c Waar

d Niet waar: Bij het onderzoeken van een verband tussen twee grootheden zijn minstens vijf à zeven metingen nodig.

e Niet waar: Bij een evenredig verband liggen de meetpunten ongeveer op een rechte lijn door de oorsprong.

f Waar

g Waar

h Niet waar: Een onderzoeksplan bestaat meestal uit inleiding, onderzoeksvraag, hypothese, meetopstelling, beschrijving van de uitvoering met voorbeeldtabellen en diagrammen en een bronnenlijst.

i Waar

Opgave 22

a Bij de onderzoeksvraag over de fiets: oorzaak = beginsnelheid, gevolg = remweg.
Bij de onderzoeksvraag over de parachute: oorzaak = oppervlakte van de parachute, gevolg = (constante) daalsnelheid van de parachutist.
Bij de onderzoeksvraag over de gitaarsnaar: oorzaak = spankracht in de snaar, gevolg = toonhoogte.

b Hoe hangt de stroomsterkte door een weerstand af van de spanning die er over de weerstand staat: oorzaak = spanning, gevolg = stroomsterkte.

c Vallende steen: hoe hangt de snelheid waarmee de steen de grond raakt af van de beginhoogte van de steen?
Panfluit: wat is het verband tussen de lengte van een buisje van de panfluit en de toonhoogte?
Scooter: wat is het verband tussen de remweg van de scooter en de snelheid die de scooter vlak voor het remmen heeft?
Zweefmolen: Wat is het verband tussen het toerental van de zweefmolen en de hoogte waarop de stoeltjes zweven?

Opgave 23

a Het meetbereik hoort bij de oorzaak, dat kies je. En het meetbereik van de grootheid die het gevolg is, wordt daardoor bepaald. Maar je moet wel vooraf nagaan of het bijbehorende meetbereik van de gevolg-grootheid ook realistisch is: kun je die metingen ook echt (nauwkeurig genoeg) doen met de meetapparatuur en de omstandigheden die je ter beschikking hebt? *Voorbeeld:* Welke relatie is er tussen de doorbuiging van een lange plank over een sloot en het aantal mensen dat er op staat?

b Om na te kunnen gaan welke vorm de grafiek door de meetpunten heeft, is een groot meetbereik nodig.

c Leerling A heeft wat meer metingen dichtbij de lamp gekozen. Zijn hypothese zal zijn dat de lichtintensiteit in de buurt van de lamp sneller verandert dan verder weg van de lamp. Leerling A verwacht zoiets als een omgekeerd kwadratisch verband. Leerling B heeft de metingen gelijk verdeeld tussen 40 en 120 cm. Zijn hypothese zal zijn dat de intensiteit verder van de lamp net zo snel verandert als dichtbij de lamp. Leerling B verwacht kennelijk een soort lineair verband. Of leerling B heeft nog geen idee en doet deze serie metingen als proef om daaruit af te leiden welk meetbereik hij/zij het beste kan kiezen.

d Bij de leerling A: 120 cm om het bereik nog wat groter te maken.
Bij de tweede leerling B: 20 cm om ook dichtbij de lamp te meten.

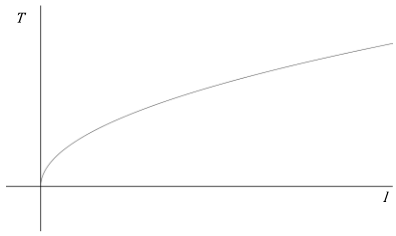
e Als ze de metingen herhalen, vergroten ze de betrouwbaarheid van de metingen.

Opgave 24

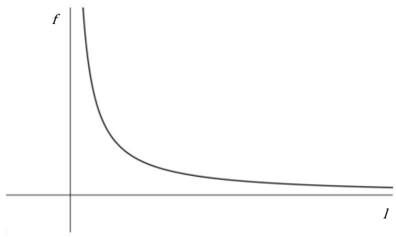
a Een hypothese is een van tevoren beredeneerde voorspelling of verwachting van de uitkomst van het onderzoek. Deze is gebaseerd op een stuk(je) theorie.

b Bij het onderzoeken van een verband tussen twee grootheden kun je die twee grootheden tegen elkaar uitzetten in een diagram. De hypothese is dan de schets van de vorm van de grafiek.

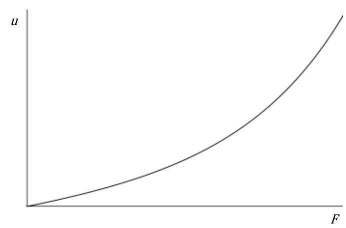
c **1** Schommel: Als de schommel langer wordt, zal de slingertijd toenemen, maar minder dan evenredig. Een wortelfunctie wellicht, want de schommels in het circus zijn misschien wel 10 keer zo lang als de schommel in het speeltuintje om de hoek. Toch duurt een zwaai heen en terug in het circus minder dan 10 keer zo lang.



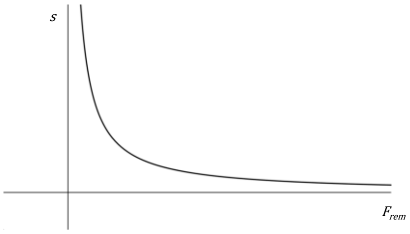
2 Toon van een buisje: Als het buisje langer wordt, wordt de toon lager en de frequentie dus kleiner. En omgekeerd: een korter buisje geeft een hoger geluid. Hoe langer hoe lager en hoe korter hoe hoger. De relatie zou een omgekeerd evenredig verband kunnen zijn.



3 Elastiekje: Bij kleine uitrekking zal een twee keer zo grote kracht een twee keer zo grote uitrekking geven, een evenredig verband dus. Als het elastiekje erg ver wordt uitgerekt, wordt het steeds slapper en rekt het meer dan evenredig uit met de kracht.



4 Auto: Als de remkracht twee keer zo groot wordt, wordt de remvertraging 2 keer zo groot, dus de remweg twee keer zo kort. Een omgekeerd evenredig verband.



Opgave 25

a Wat is het verband tussen de snelheid van de fietser en de remweg.

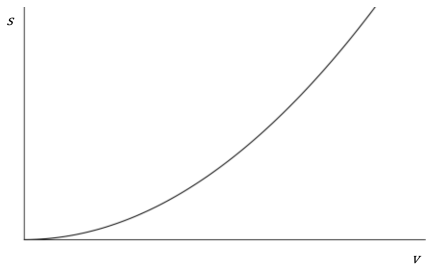
b Bij een twee keer zo grote beginsnelheid is ook de gemiddelde snelheid twee keer zo groot en wordt er een twee keer zo grote afstand afgelegd in elke seconde. De vertraging blijft hetzelfde en de remtijd wordt dus twee keer zo groot. Uiteindelijk zal de remweg dan vier keer zo groot zijn. Dat is een kwadratisch verband.

c De remkracht en de massa moeten bij de metingen constant blijven.

d Door dezelfde meting twee of drie keer te herhalen wordt de meting bij die snelheid nauwkeuriger.

e De nauwkeurigheid kan ook verbeterd worden door een groot meetbereik te kiezen, door veel metingen te doen en door de metingen goed te spreiden.

f



Opgave 26

a Door het schrijven van een onderzoeksplan bedenk je vooraf waar je bij de uitvoering allemaal op moet letten. Het onderzoek zelf zal hierdoor vlotter verlopen en je loopt minder risico dat je iets vergeet in te stellen, te meten of waar te nemen.

b Een onderzoeksplan bestaat uit inleiding (waarom doen we dit), onderzoeksvraag, hypothese, meetopstelling, uitvoering, verwerking en bronvermelding.

c Als je het verband tussen twee grootheden onderzoekt, kun je de juistheid van de hypothese toetsen door berekeningen in een tabel of door een ‘rechtelijn-controle’ in een diagram.

Opgave 27

a Als je bij het onderzoeken van een verband een grafiek tekent zie je vaak aan de vorm van de grafiek al wat voor soort verband het waarschijnlijk is.

b Metingen zijn nooit exact, dus de lijn hoeft niet door de punten te gaan. Bovendien geeft de trendlijn een globaal beeld van het verband. Als je een lijn van punt naar punt tekent, krijg je een hakkelige lijn en bij een verband is de lijn nooit hakkelig.

c De grafiek van een evenredig verband is een rechte lijn door de oorsprong.

d De grafiek van een kwadratisch verband is een halve omgekeerde parabool.

Opgave 28

a De voorwerpen zijn van hetzelfde materiaal gemaakt dus als het volume 2× zo groot is zal de massa ook 2× zo groot zijn.

b Van 2,1 naar 8,3 wordt het volume $\frac{8,3}{2,1} = 4,0$ keer zo groot. De massa wordt $\frac{68,9}{17,4} = 4,0$ keer zo groot

c De grafiek bij een evenredig verband is een rechte lijn door de oorsprong.
d Als het volume bijna nul is, dan is de massa ook bijna nul, dus moet de lijn door de oorsprong gaan.

Opgave 29
a Bij gelijkmatig afremmen zal de snelheid volgens een rechte lijn dalen. De lijn gaat niet door de oorsprong dus is het geen recht evenredig verband maar een lineair verband.
b De waarde van *b* is de snelheid op *t* = 0 h. Dat is 98 km/h.
c De steilheid van de lijn is $\frac{10-98}{8{,}0-0} = -11$ (km/h)/s.
d $v = 98 - 11 \cdot t$
e Dan is de snelheid nul: $98 - 11 \cdot t = 0 \ \rightarrow \ t = \frac{98}{11} = 8{,}9$ s.

Opgave 30
a De macht in de formule is x^{-1}. Dat kun je schrijven als $\frac{1}{x}$. Dat past bij een omgekeerd evenredig verband.
b Van 6,0 naar 28,6 wordt v $\frac{28{,}6}{6{,}0} = 4{,}8$ keer zo groot en is Δt $\frac{29{,}7}{6{,}5} = 4{,}6$ keer zo klein, dat past aardig bij een omgekeerd evenredig verband.
c Bij de functiefit is gekozen voor een machtsfunctie.
d De formule kun je schrijven als: $x \cdot y = 177$. Kies bijvoorbeeld *v* = 22,3 en *t* = 7,9 → $v \cdot t = 22{,}3 \times 7{,}9 = 176$.

Opgave 31
a De macht in de formule is x^{-2}. Dat kun je schrijven als $\frac{1}{x^2}$. Dat past bij een omgekeerd kwadratisch verband.
b Van *r* = 1,0 naar *r* = 3,4 wordt de afstand 3,4 keer zo groot. Dan zou de intensiteit $3{,}4^2$ keer zo klein moeten worden. Bij *r* = 1,0 geldt *I* = 3,0. Bij *r* = 3,4 zou *I* dan $\frac{3{,}0}{3{,}4^2} = 0{,}26$ moeten zijn, en dat komt goed overeen met de waarde voor *I* in de tabel (0,25).
c Bij de functiefit is gekozen voor een machtsfunctie.
d De formule is $I = 3{,}22 \cdot \frac{1}{r^2}$. Vul bijvoorbeeld *r* = 2,8 in. Dat geeft: $I = 3{,}22 \cdot \frac{1}{2{,}8^2} = 0{,}41$. Dat klopt redelijk.

Opgave 32
a De grafiek heeft de vorm van een halve parabool, dat past bij een kwadratische functie.
b Als *v* toeneemt van 10 naar 33 (factor 3,3), dan zou $F_{w,l}$ moeten toenemen met factor $3{,}3^2 = 10{,}9$. Bij *v = 10* geldt $F_{w,l}$ = 55. Bij *v* = 33 zou $F_{w,l}$ dan $55 \times 10{,}9 = 600$ moeten zijn. Dat klopt redelijk.
c Vul bijvoorbeeld in *v* = 33 en $F_{w,l}$ = 590: $590 = k \cdot 33^2 \rightarrow k = \frac{590}{33^2} = 0{,}54$.

6.3 VIDEOMETEN EN MODELLEREN

Opgave 33
a Niet waar: Bij videometen leg je de positie van een bewegend voorwerp vast, terwijl de video beeldje voor beeldje wordt afgespeeld.
b Waar
c Waar
d Waar

Opgave 34
a De afmetingen van de liniaal zijn bekend, je kunt dan aangeven dat de lengte van de liniaal in het videobeeld in werkelijkheid een bepaalde afstand (bijvoorbeeld één meter) is. Het programma kan de bewegingen dan omrekenen naar de juiste afstanden.
b De horizontale en verticale schaalverdeling zijn gelijk, dus je hoeft maar één liniaal in beeld te leggen.

c Als de camera schuin op de bewegingsrichting staat, krijg je vertekening door het perspectief. Dan veranderen de afstanden.

d Als de liniaal te dicht bij de camera ligt (dus dichter bij het scherm dan de plek waar de beweging plaatsvindt), wordt de liniaal te groot weergegeven op het scherm.

Opgave 35

a Als de camera met het voorwerp mee zou bewegen, zou het voorwerp in het videobeeld stil blijven staan. Je kunt dan geen snelheid meten.

b Het is moeilijk om zelf de camera een tijd stil te houden. Als de camera in een statief staat, heb je je handen vrij voor de meting.

c Als de gefilmde beweging niet loodrecht op de 'kijkrichting' van de camera ligt, komt het bewegende voorwerp naar je toe of beweegt het van je af. Dan zou de schaalverdeling niet meer goed kloppen, om dezelfde reden als bij opgave 33c.

Opgave 36

a Hoe meer fps, hoe meer beeldjes er in één seconde worden gemaakt. Een high-speed-opname is bedoeld voor snel bewegende voorwerpen. Daarvoor is een groot aantal fps nodig, dus 210 fps hoort bij een high-speed-opname.

b Het voorwerp zal in minder dan 1 s op de grond vallen. Bij een instelling van 10 fps heb je dan maar een paar beeldjes, dat is niet voldoende om de beweging te analyseren.

c De versnelling bij het afschieten van een vuurpijl zal heel groot zijn. Je zult dus een high-speed-opname moeten maken, bijvoorbeeld 210 fps.

d Als de opnamesnelheid te hoog is voor een beweging die niet zo snel gaat, moet je in heel veel beeldjes de positie 'vastklikken', terwijl het voorwerp in elk volgend beeldje nauwelijks is verplaatst. Dat is enorm veel werk. Als de opnamesnelheid te laag is, liggen de posities van het voorwerp te ver uit elkaar en is de beweging niet goed te volgen. Gelukkig is er tegenwoordig ook programmatuur waarbij je in kunt stellen dat er steeds een aantal beeldjes overgeslagen wordt. Wel bevat je film dan veel meer data dan je uiteindelijk nodig hebt. Als de opnamesnelheid te laag is, liggen de posities van het voorwerp te ver uit elkaar en is de beweging niet goed te volgen.

e De vuurpijl legt in korte tijd een grote afstand af. Om die afstand helemaal in beeld te krijgen zonder dat je met de camera meebeweegt, moet de camera ver genoeg van de vuurpijl af staan.

Opgave 37

a Niet waar: Met een dynamisch model kun je een (globale) verwachting berekenen van de uitkomst van een proces.

b Niet waar: De waarde van een formulegrootheid kan tijdens het proces wel veranderen.

c Waar

d Waar

e Waar

f Niet waar: Bij een kleinere tijdstap werkt het model nauwkeuriger en trager.

g Niet waar: De volgorde van de rekenregels is bij veel computerprogramma's wel belangrijk.

Opgave 38

a De nieuwe waarde van v wordt berekend door bij de oude waarde de snelheidstoename op te tellen: $+a \cdot \mathrm{d}t$.

b Uit $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ volgt $\Delta v = a \cdot \Delta t$ en dat is de verandering van v.

c v moet een startwaarde hebben, omdat dat dan de eerste 'oude waarde' is. De nieuwe waarde wordt dan berekend door er $a \cdot \Delta t$ bij op te tellen.

d a en F_{res} hebben geen startwaarde, omdat dit geen groeigrootheden zijn maar formulegrootheden. Deze grootheden worden steeds berekend uit de andere grootheden in het model.

e De rekenregel $x = x + v \cdot \mathrm{d}t$ is afgeleid van $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Opgave 39

a De groeigrootheden in dit model zijn *v, h* en *t*

b De formulegrootheden in dit model zijn F_z, $F_{w,l}$ en *a*

c De constante grootheden in dit model zijn *m* en d*t* (*h* = 2000, *v* = 0 en *t* = 0 zijn startwaarden)

d $v = v + a \cdot dt$ en $h = h + v \cdot dt$

e Direct na de sprong is de luchtweerstand veel kleiner dan de zwaartekracht. Dan is de versnelling $a = \frac{F_z + F_{w,l}}{m}$ ook negatief en wordt de snelheid ook negatief (want deze begint bij de startwaarde *v* = 0).

f De snelheid is naar beneden (negatief) en in de formule voor de luchtweerstand staat de snelheid in het kwadraat dus dan is de luchtweerstand omhoog (positief).

g Als *h* < 100 Dan Stop

Opgave 40

a En een grafisch model is en formulegrootheid is een rondje en een groeigrootheid een rechthoek.

b De grootheden die invloed hebben op de versnelling zijn F_z, $F_{w,l}$ en *m* (want deze wijzen in het model met pijlen naar de versnelling toe)

c De rekenregel die bij de versnelling hoort is: $a = \frac{F_z + F_{w,l}}{m}$

Opgave 41

a De startwaarde van de hoogte was 3,85 m

b Je ziet dat de versnelling steeds kleiner wordt omdat de snelheid constant wordt.

c De snelheid wordt steeds groter dus wordt de luchtweerstand ($F_{w,l} = 0{,}4 \cdot v^2$) steeds groter (positief), de zwaartekracht ($F_z = -9{,}8 \cdot m$) is constant (negatief). Dan wordt de versnelling ($a = \frac{F_z + F_{w,l}}{m}$) ook steeds kleiner.

d Dan is F_z = 0,30 × 9,81 = 2,9 N en $F_{w,l}$ = 0,4 × $2{,}7^2$ = 2,9 N. Dan is de snelheid constant.

Opgave 42

a De bal wordt recht omhoog getrapt en in het model van de valbeweging is omhoog positief, dus is de startwaarde voor de snelheid positief. De snelheid waarmee de bal op de grond valt is naar beneden gericht dus negatief.

b Bij de beweging omhoog is de luchtweerstand omlaag gericht (werkt de beweging tegen) dus negatief. De zwaartekracht is ook ook omlaag gericht dus negatief.

c Als de snelheid positief is (omhoog) moet de luchtweerstand negatief zijn. En andersom.

d Als *v* < 0 Dan Stop

Opgave 43

a De grafiek is niet symmetrisch. De snelheid bij het neerkomen is kleiner dan na de trap.

b De beginsnelheid van de voetbal bepaal je door een raaklijn in de oorsprong te tekenen en daarvan het hellingsgetal te bepalen.

c Vlak voor het neerkomen loopt de grafiek niet recht (constante snelheid) maar krom (snelheid neemt toe).

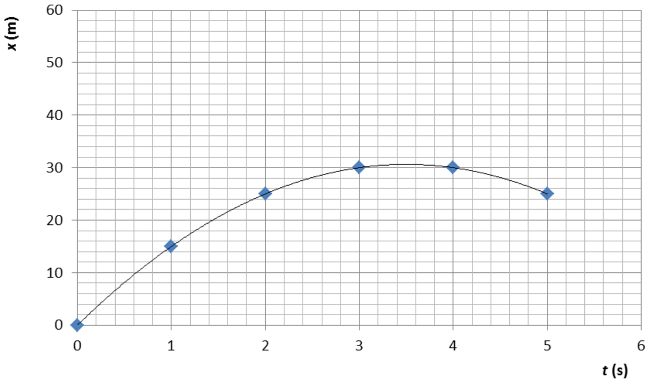
d Direct na het wegtrappen is de versnelling (eigenlijk vertraging) van de voetbal het grootst, dat zie je aan de steilheid die in de eerste 1,5 s sneller afneemt dan dat hij daarna toeneemt. (Of: het stijgende deel van de grafiek duurt korter dan het dalende deel.)

Opgave 44

a

a	v	x	t
−5	20	0	0
−5	15	15	1
−5	10	25	2
−5	5	30	3
−5	0	30	4
−5	−5	25	5

b

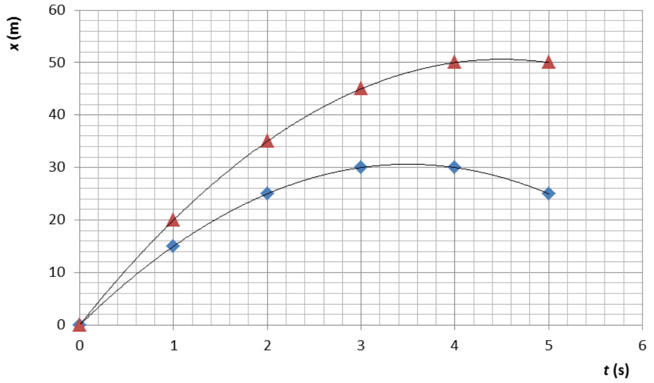


c De snelheid is in het diagram nul geworden na 3,5 s, dan loopt de grafiek horizontaal. Dat klopt niet helemaal met de werkelijkheid, want $t = \frac{v}{a} = \frac{20}{5} = 4{,}0\ \text{s}$

d De afstand wordt steeds berekend met de nieuwe snelheid. In de eerste seconde wordt dan maar 15 m afgelegd, terwijl dat in werkelijkheid meer is.

e

a	x	v	t
−5	0	20	0
−5	20	15	1
−5	35	10	2
−5	45	5	3
−5	50	0	4
−5	50	−5	5



f Nu wordt de afstand berekend met de oude snelheid. In de eerste seconde wordt dan 20 m afgelegd, terwijl dat in werkelijkheid minder is. In het diagram zie je dat de snelheid nu nul wordt na 4,5 s.

g Als de tijdstap bijvoorbeeld 0,1 s is, wordt veel vaker de snelheid berekend. De berekende snelheid is nog steeds te laag of te hoog, maar het verschil met de werkelijke snelheid is kleiner. Het antwoord is daardoor nauwkeuriger.

Opgave 45

a In de horizontale richting werken geen krachten. De horizontale snelheid v_x is dus constant.

b $x = x + v_x \cdot dt$

c De startwaarde voor *y* is 2,0 m.

d In de figuur is de bal na ongeveer 2,5 m op de hoogte van de basket, maar de basket hangt 6,25 m ver dus gaat de bal onder de ring door.

e De startwaarde voor v_x of v_y moet groter gekozen worden. Als v_x groter is, legt de bal in dezelfde tijd een grotere horizontale afstand af. Als v_y groter is, blijft de bal langer in de lucht en dan wordt ook een grotere afstand afgelegd.

6.4 TECHNISCH ONTWERPEN

Opgave 46

a programma van eisen samenstellen – deeluitwerkingen bedenken – ontwerpvoorstel formuleren – ontwerp testen

b In een programma van eisen staan alle voorwaarden die vooraf worden gesteld en waar de ontwerper dus rekening mee moet houden. Het is de afbakening van de opdracht.

c Een ideeëntabel gebruik je bij het bedenken van deeluitwerkingen..

d Bij divergent denken wordt zo breed mogelijk gedacht om zo veel mogelijk oplossingen te kunnen krijgen.

e Bij convergent denken worden keuzes gemaakt en oplossingen geschrapt. Er wordt naar één oplossing toegewerkt.

f De volgende stap na het testen van het ontwerp is het evalueren van de testresultaten en het doen van verbetervoorstellen. Je gaat daarna opnieuw de ontwerpcyclus in.

Opgave 47

a Het probleem is dat je de spaghetti bijna niet op buiging kunt belasten.

b Maak een brug met een zo lang mogelijke overspanning die een zo groot mogelijke last kan dragen.

c Maak een vakwerkbrug voor een zo lang mogelijke overspanning en lijm verschillende spaghettistokjes aan elkaar vast voor meer buigsterkte.

d Eigen tekeningen.

e Je kunt onderzoeken hoeveel de buigsterkte toeneemt, als je meerdere spaghettistokjes aan elkaar vastplakt.

Opgave 48

a De stoel moet geheel van papier en behanglijm gemaakt zijn. De stoel moet een persoon van 50 kg kunnen dragen.

b Je kunt meerdere lagen papier op elkaar lijmen en de poten kunnen holle cilinders zijn.

c Eigen tekeningen.

d Je kunt een deelonderzoek doen naar de doorbuiging van het zitgedeelte als je meerdere lagen papier gebruikt of naar de stevigheid van verschillende holle poten (vierkante kokers, ronde cilinders, enzovoort).

Opgave 49

a Het waterspeeltoestel moet veilig zijn en er mag niet te veel water doorheen stromen.

b Je zou een watergoot kunnen tekenen waar geen scherpe hoeken aan zitten en een klein waterrad.

c Je zou een ontwerp van een waterrad kunnen testen; hoe sterk moet de waterstroom zijn om het rad te laten draaien?

Opgave 50

a

Deeltaken	Uitwerkingen		
1 beveiligen deuren	sloten	klemmen	anti-inbraakstrips
2 beveiligen ramen	dievenklauwen	sloten	tralies
3 registreren inbreker	bewegingsalarm	infrarood sensoren	camera's

Eigenschappen	Uitwerkingen		
5 stevig	metaal	hard plastic	dik hout
6 gebruiksvriendelijk	glad en rond	gebruik van hefbomen	elektronisch

b Door zoveel mogelijk uitwerkingen te bedenken sluit je geen oplossingen uit die op het eerste gezicht minder voor de hand liggen maar misschien juist heel goed zijn.

Opgave 51

a Bij het vervoer van de bloemen die in een papier zijn gewikkeld, krijgen ze geen water en daardoor verwelken de bloemen sneller.

b De bloemen moeten tijdens het vervoer voldoende water hebben en er mag geen water uit de bloementasvaas lekken tijdens het vervoer. Ook moet de bloementasvaas stevig genoeg zijn en makkelijk met één hand te dragen zijn.

c Als het een goed ontwerp is, zouden anderen dit ontwerp meteen kunnen gebruiken om hetzelfde product te maken. Je verdient dan zelf niks meer aan je idee. Een octrooi beschermt de ontwerper daartegen.

Opgave 52

Eigen antwoorden.