8.1 Arbeid

Opgave 1
Een kracht verricht positieve arbeid als er een verplaatsing is in de richting van de kracht.
Een kracht verricht negatieve arbeid als er een verplaatsing is in de richting tegengesteld aan die van de kracht.
Een kracht verricht geen arbeid als de richting van de verplaatsing loodrecht staat op de richting van de kracht.

Zie tabel 8.1.

Vraag	Kracht	Arbeid
a	spierkracht zwaartekracht luchtweerstandskracht	positief negatief negatief
b	zwaartekracht normaalkracht	nul nul
c	zwaartekracht luchtweerstandskracht	positief negatief
d	spierkracht luchtweerstandskracht rolweerstandskracht zwaartekracht normaalkracht	positief negatief negatief nul nul
e	motorkracht luchtweerstandskracht rolweerstandskracht zwaartekracht normaalkracht	positief negatief negatief nul nul
f	spierkracht zwaartekracht	positief negatief

Tabel 8.1

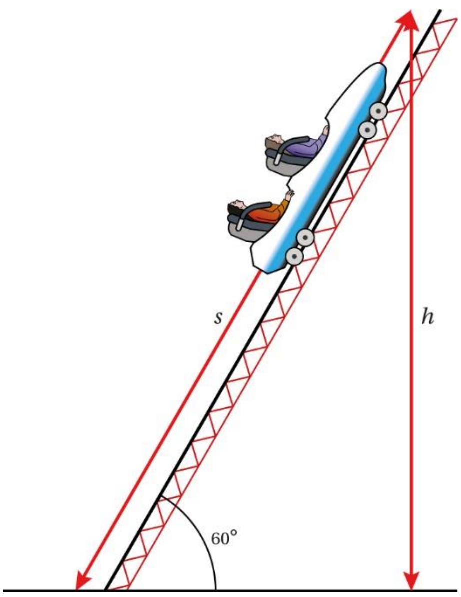
Opgave 2

a De arbeid die de wrijvingskracht heeft verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.

De richting van de wrijvingskracht is tegengesteld aan die van de verplaatsing.
Dus de arbeid is negatief.
$W_w = -F_w \cdot s$
$F_w = 0{,}40 \cdot 10^3$ N
$s = 84$ m
$W_w = -0{,}40 \cdot 10^3 \times 84$
$W_w = -3{,}36 \cdot 10^4$ J
Afgerond: $W_w = -3{,}4 \cdot 10^4$ J.

c De arbeid die de zwaartekracht heeft verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.
De verplaatsing volgt uit het hoogteverschil tussen begin- en eindpunt van de beweging.
Het hoogteverschil bereken je met een goniometrische formule.

Zie figuur 8.1.



Figuur 8.1

$\sin(\alpha) = \frac{h}{s}$
s = 84 m
α = 60°
$\sin(60°) = \frac{h}{84}$
h = 72,74 m

$F_{zw} = m \cdot g$
m = 250 + 8 × 70 = 810 kg
g = 9,81 m s^{-2}
F_{zw} = 810 × 9,81
F_{zw} = 7946,1 N

De richting van de zwaartekracht is omlaag en de kar beweegt omhoog.
De arbeid door de zwaartekracht is dus negatief.

$W_{zw} = -F_{zw} \cdot h$
W_{zw} = −7946,1 × 72,74
W_{zw} = −5,779·10^5 J
Afgerond: W_{zw} = −5,8·10^5 J.

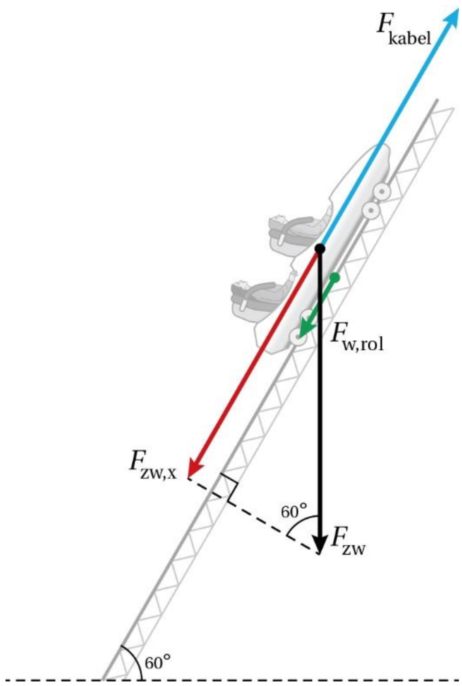
c De kracht die de kabel op de kar uitoefent, bereken je met de eerste wet van Newton.
De component van de zwaartekracht langs de helling bereken je met de zwaartekracht en de hellingshoek.

Zie figuur 8.2.

$\sin(60°) = \frac{F_{zw,x}}{F_{zw}}$
$\sin(60°) = \frac{F_{zw,x}}{7946{,}1}$
$F_{zw,x}$ = 6881,5 N

De snelheid is constant. Volgens de eerste wet van Newton is de resulterende kracht langs de helling gelijk aan 0 N.

$F_{kabel} = F_{zw,x} + F_{rol}$
F_{kabel} = 6881,5 + 400
F_{kabel} = 7281,5 N
Afgerond: F_{kabel} = 7,3·10^3 N.



Figuur 8.2

d De arbeid die de trekkracht heeft verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.

De richting van de trekkracht is gelijk aan die van de verplaatsing.
Dus de arbeid is positief.
$W_{trek} = F_{trek} \cdot s$
F_{trek} = 7,3·10^3 N
s = 84 m
W_{trek} = 7,3·10^3 × 84
W_{trek} = 6,13·10^5 J
Afgerond: W_{trek} = 6,1·10^5 J.

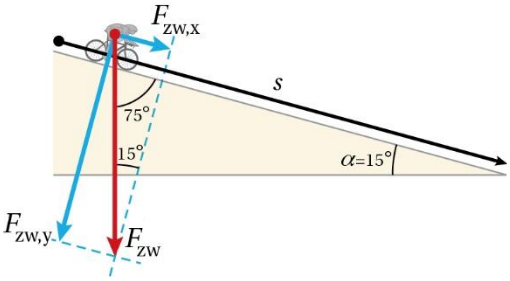
Opgave 3

a Zie figuur 8.3.

De hellingshoek van 15° zie je terug in het parallellogram. Hieruit volgt:

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{zw,x}}{F_{zw}}$$

$$F_{zw,x} = F_{zw} \cdot \sin(\alpha)$$



Figuur 8.3

b De arbeid die $F_{zw,x}$ verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.
$F_{zw,x}$ bereken je met de formule die bij vraag a is gegeven.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$
m = 80 kg
g = 9,81 m s^{-2}
F_{zw} = 80 × 9,81
F_{zw} = 784,8 N

$F_{zw,x} = F_{zw} \cdot \sin(\alpha)$
α = 15°
Invullen levert: $F_{zw,x} = 784{,}8 \times \sin(15°)$.
$F_{zw,x}$ = 203,1 N

$W_{zw,x} = F_{zw,x} \cdot s \cdot \cos(\alpha)$
$W_{zw,x} = 203{,}1 \times 60 \times \cos(0°)$
$W_{zw,x}$ = 1,218·10^4 J
Afgerond: $W_{zw,x}$ = 1,2·10^4 J.

c De arbeid die de zwaartekracht F_{zw} verricht, is gelijk aan de arbeid die de componenten van de zwaartekracht $F_{zw,x}$ en $F_{zw,y}$ samen verrichten.
De component $F_{zw,y}$ verricht geen arbeid, want de richting van de verplaatsing staat loodrecht op de richting van de kracht $F_{zw,y}$.
Dus W_{Fzw} en $W_{Fzw,x}$ zijn aan elkaar gelijk.

Opgave 4

a De arbeid die de zwaartekracht verricht, leg je uit je met de formule voor de arbeid.
De verplaatsing bepaal je met het hoogteverschil tussen begin- en eindpunt van de beweging.

$W_{zw} = F_{zw} \cdot h$
De zwaartekracht is in alle gevallen even groot.
In figuur 8.10c is het hoogteverschil het kleinst.
In de situatie van figuur 8.10c verricht de zwaartekracht dus de minste arbeid.

b De arbeid die de luchtweerstandskracht verricht, leg je uit met de luchtweerstandskracht en de totaal afgelegde afstand.

$W_{w,lucht} = -F_{w,lucht} \cdot s$
De (gemiddelde) luchtweerstandskracht is in alle gevallen even groot.
In figuur 8.10d is de afgelegde afstand het kleinst.
In de situatie van figuur 8.10d is de arbeid verricht door de luchtweerstandskracht het kleinst.

Opgave 5

a De arbeid die de tegelzetter moet verrichten om de tegels te verplaatsen, bereneer je met de formule voor de arbeid.
De spierkracht is gelijk aan de zwaartekracht, maar is tegengesteld gericht.
De grootte van de arbeid die de spierkracht van de tegelzetter verricht, is dus gelijk aan de arbeid die de zwaartekracht verricht.
De zwaartekracht bereneer je met de formule voor de zwaartekracht.

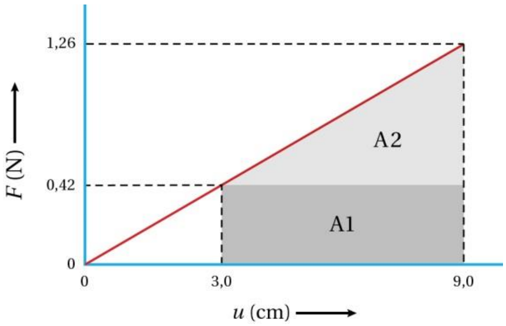
$W_{spier} = W_{zw} = F_{zw} \cdot h = m \cdot g \cdot h$
h is het hoogteverschil tussen de eerste verdieping en de begane grond.
Of de tegelzetter de dozen nu in twee keer (2 × 3 dozen) of in drie keer (3 × 2 dozen) naar boven brengt, maakt voor de totale massa van de dozen niet uit. De totale massa van de dozen is in beide gevallen hetzelfde. In beide gevallen is de te verrichten arbeid dus even groot.

b De tegelzetter moet ook zichzelf omhoog brengen. Als hij drie keer omhooggaat, verricht zijn spierkracht meer arbeid dan als hij twee keer omhooggaat.

Opgave 6

a De arbeid die de trekkracht verricht, bepaal je met de oppervlakte onder de (F,u)-grafiek tussen u = 3,0 cm en 9,0 cm.

Zie figuur 8.4.



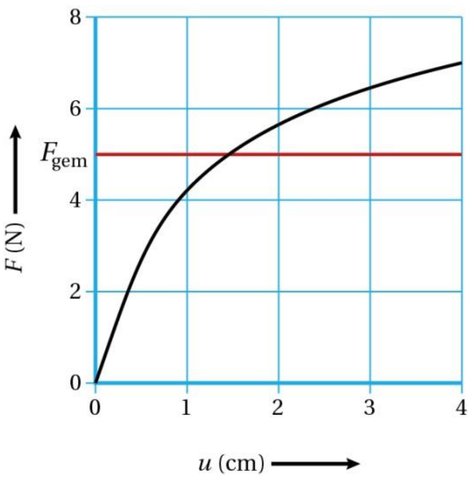
Figuur 8.4

W_{trek} = A1 +A2
$W_{trek} = 0{,}42 \times (9{,}0 - 3{,}0)\cdot 10^{-2} + 0{,}5 \times (1{,}26 - 0{,}42) \times (9{,}0 - 3{,}0)\cdot 10^{-2}$
$W_{trek} = 5{,}04\cdot 10^{-2}$ J
Afgerond: $W_{trek} = 5{,}0\cdot 10^{-2}$ J.

b De arbeid die de trekkracht verricht, bepaal je met de oppervlakte onder de (F,u)-grafiek.
De oppervlakte is gelijk aan de oppervlakte onder de lijn F_{gem}.

Zie figuur 8.5.

$W_{trek} = F_{gem} \cdot s$
F_{gem} = 5,0 N
s = 4,0 cm = $4{,}0\cdot 10^{-2}$ m
$W_{trek} = 5{,}0 \times 4{,}0\cdot 10^{-2}$ J
W_{trek} = 0,20 J



Figuur 8.5

Opgave 7

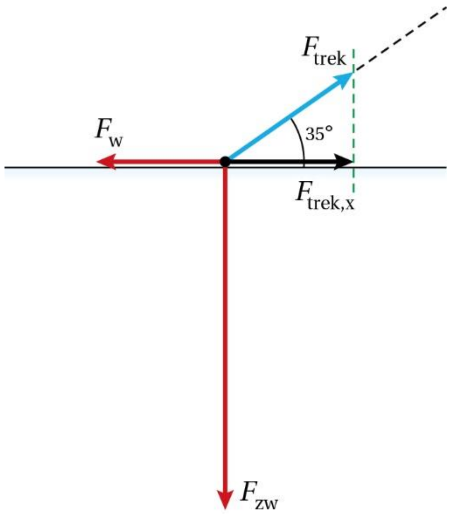
a De arbeid die de schuifwrijvingskracht verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.
De richting van de schuifweerstandskracht is tegengesteld aan die van de verplaatsing.

$W_{w,schuif} = -F_{w,schuif} \cdot s$
$F_{w,schuif}$ = 80 N
s = 5,0 m
$W_{w,schuif} = -80 \times 5{,}0$
$W_{w,schuif} = -4{,}00 \cdot 10^2$ J
Afgerond: $W_{w,schuif} = -4{,}0 \cdot 10^2$ J.

b De trekkracht bereken je met een goniometrische formule.
De horizontale component van de trekkracht $F_{trek,x}$ beredeneer je met de eerste wet van Newton.

De slee beweegt met constante snelheid. Volgens de eerste wet van Newton is de horizontale component van de trekkracht $F_{trek,x}$ gelijk aan de schuifwrijvingskracht.

Zie figuur 8.6.



Figuur 8.6

Uit figuur 8.6 volgt :
$\cos(35°) = \dfrac{F_{trek,x}}{F_{trek}}$
$F_{trek,x} = F_{w,schuif}$ = 80 N
Invullen levert: $\cos(35°) = \dfrac{80}{F_{trek}}$.
F_{trek} = 97,6 N
Afgerond: F_{trek} = 98 N.

c De arbeid die de trekkracht verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.

$W_{trek} = F_{trek} \cdot s \cdot \cos(\alpha)$
F_{trek} = 98 N
s = 5,0 m
α = 35°
$W_{trek} = 98 \times 5{,}0 \times \cos(35)$
$W_{trek} = 4{,}013 \cdot 10^2$ J
Afgerond: $W_{trek} = 4{,}0 \cdot 10^2$ J.

d De arbeid die de zwaartekracht en de normaalkracht verrichten, beredeneer je met de formule voor de arbeid.
$W_{zw} = F_{zw} \cdot s \cdot \cos(\alpha)$ en $W_n = F_n \cdot s \cdot \cos(\alpha)$
In beide gevallen staat de verplaatsing s loodrecht op de kracht.
Hieruit volgt dat α = 90°.
Omdat cos(90) = 0, is de arbeid in beide gevallen 0 J.

8.2 Arbeid en kinetische energie

Opgave 8
Tijdens het slepen van de kist over de vloer ondervindt de kist een weerstandskracht. Deze weerstandskracht verricht negatieve arbeid. Omdat deze negatieve arbeid even groot is als de positieve arbeid die de spierkracht verricht, blijft de snelheid constant.

Opgave 9

a De kracht die de pompen in totaal moeten leveren om het water met constante snelheid omhoog te pompen, volgt uit de zwaartekracht op het water.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.
De massa van het water bereken je met de formule voor de dichtheid.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ρ = 0,9982·10³ kg m⁻³ (zie BINAS tabel 11)
$V = 130\ \text{m}^3$
$m = 130 \times 0{,}9982 \cdot 10^3 = 129{,}766 \cdot 10^3$ kg

$F_{zw} = m \cdot g$
$g = 9{,}81\ \text{m s}^{-2}$
$F_{zw} = 129{,}766 \cdot 10^3 \times 9{,}81$
$F_{zw} = 1{,}273 \cdot 10^6$ N

$F_{pomp} = F_{zw}$
$F_{pomp} = 1{,}273 \cdot 10^6$ N
Afgerond: $F_{pomp} = 1{,}27 \cdot 10^6$ N.

b Het nuttige vermogen van de pompen bereken je met de formule voor vermogen.
De arbeid van de pompen bereken je met de formule voor arbeid.

De richting van de pompkracht is gelijk aan die van de verplaatsing.
Dus de arbeid is positief.
$W_{pomp} = F_{pomp} \cdot h$
$F_{pomp} = 1{,}27 \cdot 10^6$ N
$h = 6{,}0$ m
$W_{pomp} = 1{,}27 \cdot 10^6 \times 6{,}0$
$W_{pomp} = 7{,}620 \cdot 10^6$ J

$$P = \frac{W_{pomp}}{t}$$

t = 1 minuut = 60 s

$$P = \frac{7{,}620 \cdot 10^6}{60}$$

$P = 1{,}27 \cdot 10^5$ W
Afgerond: $P = 1{,}3 \cdot 10^5$ W.

Opgave 10
De frontale oppervlakte bereken je met de formule voor de luchtweerstandskracht.
De luchtweerstandskracht bereken je met de gegeven formule.
De totale weerstandskracht bereken je met de formule voor vermogen.

$P = F_{w,totaal} \cdot v$
P = 397 kW = $397 \cdot 10^3$ W
$v = 315 \text{ km h}^{-1} = \dfrac{315}{3{,}6} = 87{,}5 \text{ m s}^{-1}$
$397 \cdot 10^3 = F_{w,totaal} \cdot 87{,}5$
$F_{w,totaal} = 4{,}537 \cdot 10^3$ N

$F_{w,totaal} = F_{w,lucht} + F_{w,rol}$
$F_{w,rol}$ = 0,80 kN = 800 N
$4{,}537 \cdot 10^3 = F_{w,lucht} + 800$
$F_{w,lucht} = 3{,}737 \cdot 10^3$ N

$F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_w \cdot A \cdot v^2$
C_w = 0,33
$\rho = 1{,}293 \text{ kg m}^{-3}$ (zie BINAS tabel 12)
Invullen levert $3{,}737 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \times 1{,}293 \times 0{,}33 \times A \times (87{,}5)^2$.
$A = 2{,}288 \text{ m}^2$
Afgerond: $A = 2{,}3 \text{ m}^2$.

Opgave 11

a De arbeid die de resulterende kracht verricht, bereken je met de wet van arbeid en kinetische energie.
De eindsnelheid bereken je met de formule voor de versnelling.

$a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_{eind} - v_{begin}}{\Delta t}$
$a = 0{,}89 \text{ m s}^{-2}$
$v_{begin} = 0 \text{ m s}^{-1}$
Δt = 60 s
Invullen levert: $0{,}89 = \dfrac{v_{eind} - 0}{60}$.
$v_{eind} = 53{,}4 \text{ m s}^{-1}$

$\sum W = \Delta E_k$
$\sum W = W_{motor}$
$\Delta E_k = E_{k,eind} - E_{k,begin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$
$m = 3{,}69 \cdot 10^5$ kg
De beginsnelheid is 0 m s^{-1}.
Invullen levert: $W_{motor} = \frac{1}{2} \times 3{,}69 \cdot 10^5 \times 53{,}4^2 = 5{,}26 \cdot 10^8$
Afgerond: $W_{motor} = 5{,}3 \cdot 10^8$ J.

b Dat de motorkracht gedurende de zestigste seconde groter is dan gedurende de eerste seconde leg je uit met de krachten die werken op de magneetzweeftrein tijdens het versnellen.
De resulterende kracht van deze krachten beredeneer je met de tweede wet van Newton.

$F_{res} = m \cdot a$
De massa en de versnelling zijn constant. Dus is de resulterende kracht hetzelfde tijdens de eerste en zestigste seconde.
Op de magneetzweeftrein werken de motorkracht en de luchtweerstandskracht.
Dus $F_{res} = F_{motor} - F_{w,lucht}$.
Bij een hogere snelheid is $F_{w,lucht}$ groter. Dus is $F_{w,lucht}$ groter tijdens de zestigste seconde dan tijdens de eerste seconde.
Omdat F_{res} in beide perioden hetzelfde is, is F_{motor} tijdens de zestigste seconde groter dan tijdens de eerste seconde.

Opgave 12
De gemiddelde wrijvingskracht bereken je met de som van de arbeid en het verschil in kinetische energie.
De arbeid die de wrijvingskracht verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.
De arbeid die de zwaartekracht verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.
De hoogte bereken je met een goniometrische formule.
De kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$$\Delta E_k = E_{k,eind} - E_{k,begin} = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$$

m = 980 kg

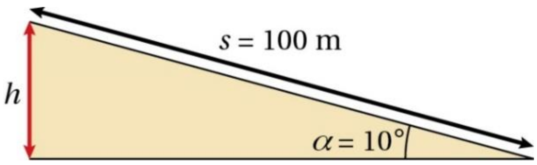
$v_{eind} = \dfrac{80}{3{,}6} = 22{,}2 \text{ m s}^{-1}$

$v_{begin} = \dfrac{120}{3{,}6} = 33{,}3 \text{ m s}^{-1}$

Invullen levert: $\Delta E_k = \tfrac{1}{2} \times 980 \times (22{,}2)^2 - \tfrac{1}{2} \times 980 \times (33{,}3)^2$.

$\Delta E_k = -3{,}01 \cdot 10^5$ J

De hoogte h bereken je met behulp van figuur 8.7.



Figuur 8.7

$\sin(\alpha) = \dfrac{\Delta h}{s}$

s = 100 m
α = 10°

Invullen levert: $\sin(10°) = \dfrac{\Delta h}{100}$.

h = 17,36 m

$F_{zw} = m \cdot g$
m = 980 kg
$g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2}$
Invullen levert: $F_{zw} = 980 \times 9{,}81 = 9{,}613 \cdot 10^3$ N.

$W_{zw} = F_{zw} \cdot h$
De arbeid is positief, want Frits gaat naar beneden.
Invullen levert: $W_{zw} = 9{,}613 \cdot 10^3 \times 17{,}36$.
$W_{zw} = 1{,}669 \cdot 10^5$

$W_w = -F_w \cdot s$
s = 100 m

$\sum W = \Delta E_k$
$W_w + W_{zw} = \Delta E_k$
Invullen levert: $-F_w \cdot 100 + 1{,}669 \cdot 10^5 = -3{,}01 \cdot 10^5$J.
$F_w = 4{,}67 \cdot 10^3$ N
Afgerond: $F_w = 4{,}7 \cdot 10^3$ N.

Opgave 13

a De formule leid je af met de wet van arbeid en kinetische energie.

$\sum W = \Delta E_k$
$W_{rem} = -F_{rem} \cdot s_{rem}$
$\Delta E_k = E_{k,eind} - E_{k,begin}$

De eindsnelheid is 0 m s^{-1}. Dus $E_{k,eind} = 0$.
$-F_{rem} \cdot s_{rem} = -E_{k,begin}$
Hieruit volgt: $F_{rem} = \dfrac{E_{k,begin}}{s_{rem}}$.

b De kracht bereken je met de gegeven formule.
De kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$E_{k,begin} = \frac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2$

$m = 70$ kg
$v_{begin} = 80 \text{ km h}^{-1} = \dfrac{80}{3{,}6} = 22{,}22 \text{ m s}^{-1}$
$E_{k,begin} = \frac{1}{2} \times 70 \times 22{,}22^2 = 1{,}728 \cdot 10^4 \text{ J}$

$F_{rem} = \dfrac{E_{k,begin}}{s_{rem}}$
$s = 4{,}0 \text{ cm} = 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ m
Invullen levert: $F_{rem} = \dfrac{1{,}728 \cdot 10^4}{4{,}0 \cdot 10^{-2}}$.
$F_{rem} = 4{,}320 \cdot 10^5$ N
Afgerond: $F_{rem} = 4{,}3 \cdot 10^5$ N.

c De remkracht beredeneer je met de gegeven formule.

$F_{rem} = \dfrac{E_{k,begin}}{s_{rem}}$
Als de beginsnelheid constant blijft, dan blijft de kinetische energie ook hetzelfde.
Als de remafstand dan tien keer zo groot wordt, wordt de remkracht tien keer zo klein.

d Als de gordel te strak zit, geeft hij niet mee. Omdat de verplaatsing s_{rem} dan klein is, zal de kracht op Mark nog steeds erg groot zijn.
Zit de gordel te los, dan kom je alsnog tegen de voorruit tot stilstand.

Opgave 14

a De gemiddelde kracht die de jan-van-gent levert, bereken je met de tweede wet van Newton.
De resulterende kracht is de som van de zwaartekracht en de gemiddelde kracht die de jan-van-gent levert.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.
De versnelling bereken je met de formule voor de versnelling.

$v_{begin} = 0 \text{ m s}^{-1}$
$v_{eind} = 97{,}2 \text{ km h}^{-1} = \dfrac{97{,}2}{3{,}6} = 27{,}0 \text{ m s}^{-1}$
$\Delta t = 0{,}82$ s
$a = \dfrac{27{,}0 - 0}{0{,}82} = 32{,}9 \text{ m s}^{-2}$

$F_{zw} = m \cdot g$
m = 2,8 kg
g = 9,81 m s^{-2}
F_{zw} = 2,8 × 9,81 = 27,47 N

$\vec{F}_{res} = F_{zw} + F_{vogel}$
$F_{res} = m \cdot a$
Invullen levert: 27,47 + F_{vogel} = 2,8 × 32,9.
F_{vogel} = 64,6 N
Afgerond: F_{vogel} = 65 N.

b De snelheid waarmee de jan-van-gent in het water terechtkomt, bereken je met de wet van behoud van arbeid en kinetische energie.
De totale arbeid is de arbeid die de zwaartekracht verricht.
De arbeid die de zwaartekracht verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.
De verplaatsing volgt uit het hoogteverschil tussen het begin- en eindpunt van de beweging.
Het verschil in kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$\Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{begin}^2$

m = 2,8 kg
v_{begin} = 27 m s^{-1} (zie vraag a)
$\Delta E_k = \frac{1}{2} \times 2{,}8 \times v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \times 2{,}8 \times (27)^2$

$\sum W = W_{zw}$, want alleen de zwaartekracht verricht arbeid.

De richting van de zwaartekracht is gelijk aan die van de verplaatsing.
Dus de arbeid is positief.
$W_{zw} = F_{zw} \cdot h$
h = 28 m
F_{zw} = 27,47 N (zie vraag a)
W_{zw} = 27,47 × 28 = 7,688·10^2 J

$\sum W = \Delta E_k$
$7{,}688 \cdot 10^2 = \frac{1}{2} \times 2{,}8 \times v_{eind}^2 - \frac{1}{2} \times 2{,}8 \times (27)^2$
v_{eind} = 35,7 m s^{-1}
Afgerond: v_{eind} = 36 m s^{-1}.

8.3 Energievormen

Opgave 15

a De eenheid van E_{zw} leid je af met de eenheden van de andere grootheden in de formule voor de zwaarte-energie.

$[E_{zw}] = [m] \cdot [g] \cdot [h]$

$[m]$ = kg

$[g]$ = m s^{-2}

$[h]$ = m

$[E_{zw}] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}$

kg·m·s^{-2} = N (zie BINAS tabel 4 bij kracht)

$[E_{zw}]$ = N m

b De eenheid van E_k leid je af met de eenheden van de andere grootheden in de formule voor de kinetische energie.

$[E_k] = [m] \cdot [v^2]$ Een getal zoals $\frac{1}{2}$ heeft geen eenheid.

$[m]$ = kg

$[v^2]$ = (m s^{-1})^2 = m^2 s^{-2}

$[E_k] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}$

kg·m·s^{-2} = N (zie BINAS tabel 4 bij kracht)

$[E_k]$ = N m

c De eenheid van E_{veer} leid je af met de eenheden van de andere grootheden in de formule voor de veerenergie.

$[E_{veer}] = [C] \cdot [u^2]$ Een getal zoals $\frac{1}{2}$ heeft geen eenheid.

$[C]$ = N m^{-1}

$[u^2]$ = m^2

$[E_{veer}] = \text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{m}^2$

$[E_{veer}]$ = N m

Opgave 16

Potentiële energie is energie die samenhangt met de plaats.
Kinetische energie is energie die samenhangt met de snelheid.

a Bij het verplaatsen van de doos verandert de plaats van de doos. De snelheid na de verplaatsing is hetzelfde als ervoor.
Omdat de plaats verandert, verandert de potentiële energie.
Omdat de snelheid constant blijft, verandert de kinetische energie niet.

b Bij het wegtrappen van de bal veranderen de plaats en de snelheid.
Omdat de plaats verandert, verandert de potentiële energie.
Omdat de snelheid verandert, verandert de kinetische energie.

c Bij het verwarmen van water zet de stof uit. De watermoleculen bewegen (gemiddeld) op een grotere afstand van elkaar. Hierdoor verandert de plaats van de watermoleculen.
Bij het verwarmen neemt de snelheid van de watermoleculen toe.
Omdat de plaats verandert, verandert de potentiële energie.
Omdat de snelheid verandert, verandert de kinetische energie.

Opgave 17

Zie tabel 8.2

	E_{zw}	E_{kin}	Q	W_{zw}	W_w	E_{chem}
voorbeeld	−	+	+	+	−	nvt
a	−	+	+	+	−	nvt
b	+	−	nvt	−	nvt	nvt
c	nvt	0	+	nvt	−	−
d	−	0	+	+	−	nvt

Tabel 8.2

Opgave 18

a De toename of afname in zwaarte-energie bepaal je met de formule voor zwaarte-energie.

De zwaarte-energie in het laagste punt stel je op 0 J.
De hoogte bij punt O is dan 0 m.
$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$
h is het hoogteverschil ten opzichte van O.

Dus voor de punten L en R geldt h = 6,5 m.
Voor punt H geldt h = 13 m.

I $E_{zw,H} = 58 \times 9{,}81 \times 13 = 7{,}39 \cdot 10^3$ J
$E_{zw,O} = 0$ J
De afname in zwaarte-energie is $7{,}39 \cdot 10^3$ J.
Afgerond: de afname is $7{,}4 \cdot 10^3$ J.

II L en R liggen op dezelfde hoogte.
Dus er is geen toename of afname in zwaarte-energie.

III $E_{zw,R} = 58 \times 9{,}81 \times 6{,}5 = 3{,}69 \cdot 10^3$ J
$E_{zw,H} = 58 \times 9{,}81 \times 13 = 7{,}39 \cdot 10^3$ J
De toename in zwaarte-energie is $3{,}69 \cdot 10^3$ J.
Afgerond: de toename is $3{,}7 \cdot 10^3$ J.

IV Bij de beweging van H naar H is het verschil in hoogte 0 m.
Dus er is geen toename of afname in zwaarte-energie.

b De arbeid die de zwaartekracht verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.
De arbeid is positief als het eindpunt lager ligt dan het beginpunt, anders is de arbeid negatief.
De verplaatsing is het verschil in hoogte tussen beginpunt en eindpunt van de beweging.

Dus $W_{zw} = 58 \times 9{,}81 \cdot h$.

I h = 13 m
De arbeid is positief, want punt O ligt lager dan punt H.
$W_{zw} = F_{zw} \cdot h$ met $F_{zw} = m \cdot g$
$W_{zw,H \to O} = 58 \times 9{,}81 \times 13$
$W_{zw} = 7{,}396 \cdot 10^3$ J
Afgerond: $W_{zw} = 7{,}4 \cdot 10^3$ J.
Opmerking
De zwaartekracht verricht positieve arbeid. Daardoor is er een afname van zwaarte-energie.

II h = 0 m
$W_{zw} = 0$ J

III h = 6,5 m
De arbeid is negatief, want punt H ligt hoger dan punt R.
$W_{zw} = -F_{zw} \cdot h$ met $F_{zw} = m \cdot g$
$W_{zw,R \to H} = -58 \times 9{,}81 \times 6{,}5$
$W_{zw} = -3{,}698 \cdot 10^3$ J
Afgerond: $W_{zw} = -3{,}7 \cdot 10^3$ J.
Opmerking
De zwaartekracht verricht negatieve arbeid. Daardoor is er een toename van zwaarte-energie.

IV h = 0 m
$W_{zw} = 0$ J

c Als het rad in tegengestelde richting draait, heeft de zwaartekracht dezelfde waarde.
De begin- en eindhoogte liggen op dezelfde plaats. Het hoogteverschil h blijft ook in alle gevallen hetzelfde en het teken van de arbeid blijft ook hetzelfde. De antwoorden op vraag b blijven hetzelfde.

Opgave 19

a De hoeveelheid energie die ontstaat bij het verbranden van benzine, bereken je met behulp van de formule voor chemische energie voor vloeistoffen.

$E_{ch} = r_V \cdot V$
$r_V = 33 \cdot 10^9 \text{ J m}^{-3}$ (zie BINAS tabel 28B)
$V = 5{,}0 \text{ L} = 5{,}0 \text{ dm}^3 = 5{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
$E_{ch} = 5{,}0 \cdot 10^{-3} \times 33 \cdot 10^9$
$E_{ch} = 1{,}65 \cdot 10^8 \text{ J}$
Afgerond: $E_{ch} = 1{,}7 \cdot 10^8$ J.

b De rest van deze energie warmt de motor en de verbrandingsgassen op.

c De som van de weerstandskrachten beredeneer je met de eerste wet van Newton.
De motorkracht bereken je met de formule voor de arbeid.

De richting van de motorkracht is gelijk aan die van de verplaatsing.
$W_{motor} = F_{motor} \cdot s$
W_{motor} is 25% van de energie die de benzine levert.
$W_{motor} = 0{,}25 \times 1{,}7 \cdot 10^8 \text{ J} = 4{,}25 \cdot 10^7 \text{ J}$
$s = 100 \text{ km} = 100 \cdot 10^3 \text{ m}$
Invullen levert: $4{,}25 \cdot 10^7 = F_{motor} \times 100 \cdot 10^3$.
$F_{motor} = 4{,}25 \cdot 10^2 \text{ N}$

De auto rijdt met een constante snelheid. Uit de eerste wet van Newton volgt dan dat de resulterende kracht gelijk is aan nul. De wrijvingskracht is daarom even groot als de motorkracht.
$F_w = 4{,}25 \cdot 10^2 \text{ N}$
Afgerond: $F_w = 4{,}3 \cdot 10^2$ N.

Opgave 20

a De uitrekking van de veer bereken je met de formule voor de veerkracht.
De veerkracht is gelijk aan de zwaartekracht.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$ met $m = 100 \text{ g} = 0{,}100 \text{ kg}$ en $g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2}$
$F_{zw} = 0{,}100 \times 9{,}81 = 0{,}981 \text{ N}$

$F_{veer} = C \cdot u$ met $F_{veer} = F_{zw} = 0{,}981$ en $C = 25{,}0 \text{ N m}^{-1}$
$0{,}981 = 25{,}0 \cdot u$
$u = 3{,}92 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$u = 3{,}92 \text{ cm}$

b Dat de som van de zwaarte-energie en veerenergie met 0,019 J afneemt, bereken je met de formule voor de veerenergie en de formule voor zwaarte-energie.

Voor de zwaarte-energie geldt: $E_{zw} = m \cdot g \cdot h$ met $m = 0{,}100$ kg en $g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2}$.
Tijdens het zakken neemt de hoogte af met 3,92 cm = $3{,}92 \cdot 10^{-2}$ m.
Dus de zwaarte-energie neemt af met $0{,}100 \times 9{,}81 \times 3{,}92 \cdot 10^{-2} = 0{,}384$ J.

Voor de veerenergie geldt: $E_{veer} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$ met $C = 25{,}0 \text{ N m}^{-1}$.
Tijdens het zakken rekt de veer uit met 3,92 cm = $3{,}92 \cdot 10^{-2}$ m.
Dus de veerenergie neemt toe met $E_{veer} = \frac{1}{2} \times 25{,}0 \times (3{,}92 \cdot 10^{-2})^2 = 0{,}192 \text{ J}$.
Dus de totale energie neemt met 0,384 − 0,192 = 0,192 J af.

c Dat de som van de zwaarte-energie en veerenergie met 0,019 J toeneemt, bereken je met de formule voor de veerenergie en de formule voor zwaarte-energie.

Omdat de hoogteverandering weer 3,92 cm is, neemt de zwaarte-energie weer af met 0,384 J.

De uitrekking van de veer is twee keer zo groot. Dus de veerenergie wordt vier keer zo groot.

De veerenergie is dus 4 × 0,192 = 0,768 J.
De toename van de veerenergie is 0,768 − 0,192 = 0,576 J.
De totale energie neemt dus toe met 0,576 − 0,382 = 0,192 J.

d In de evenwichtsstand is de totale potentiële energie minimaal.

Opgave 21

a De arbeid die de krachten samen hebben verricht, bereken je met de arbeid die de zwaartekracht op Joep heeft verricht, de arbeid die de spierkracht van Maremca heeft verricht en de arbeid die de weerstandskrachten hebben verricht.
De arbeid die de zwaartekracht op Joep verricht, bereken je met de zwaartekracht en het hoogteverschil.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$
m = 96 kg
g = 9,81 m s^{-2}
F_{zw} = 96 × 9,81
F_{zw} = 941,8 N

$W_{zw} = F_{zw} \cdot h$
W_{zw} is positief, want Joep beweegt omlaag.
h = 5,0 m
W_{zw} = 941,8 × 5,0
W_{zw} = 4,709·10^3 J

$W_{spier} = F_{spier} \cdot s$
F_{spier} = 88 N
s = 25 m
W_{spier} = 88 × 25
W_{spier} = 2,2·10^3 J

W_w = −0,30 kJ = −0,30·10^3 J

$\sum W = W_{zw} + W_{spier} + W_w$
$\sum W = 4{,}709 \cdot 10^3 + 2{,}2 \cdot 10^3 - 0{,}30 \cdot 10^3$
$\sum W = 6{,}60 \cdot 10^3$ J
Afgerond: $\sum W$ = 6,6 kJ.

b De snelheid van de kar aan het einde van de oversteek bereken je met de totale arbeid en het verschil in kinetische energie.
De kinetische energie bereken je met de massa en de snelheid van de verschillende onderdelen.

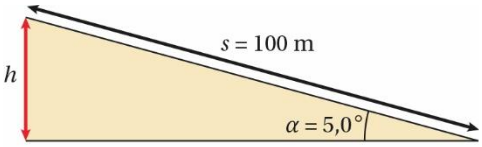
$\Delta E_k = E_{k,eind} - E_{k,begin}$

$E_{k,eind} = \frac{1}{2} \cdot m_{kar} \cdot v_{kar}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{joep,hor} \cdot v_{joep,hor}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_{joep,ver} \cdot v_{joep,ver}^2$
$v_{kar} = v_{joep,hor} = v$
$v_{joep,ver} = 0{,}25 \cdot v_{joep,hor} = 0{,}25 \cdot v$
$E_{k,begin}$ = 0 J (de beginsnelheid is 0 m s^{-1})

$\sum W = \Delta E_k = E_{k,eind} - E_{k,begin}$
$\sum W = 6{,}6 \text{ kJ} = 6{,}6 \cdot 10^3$ J
$6{,}6 \cdot 10^3 = \frac{1}{2} \times 106 \times v^2 + \frac{1}{2} \times 96 \times v^2 + \frac{1}{2} \times 96 \times (0{,}25 \cdot v)^2 - 0$
v = 7,96 m s^{-1}
Afgerond: v = 8,0 m s^{-1}.

Opgave 22

a De zwaarte-energie van Youella en haar fiets bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.
De hoogte bereken je met een goniometrische formule. Zie figuur 8.8.



Figuur 8.8

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{s}$$

$$\sin(5{,}0) = \frac{h}{100}$$

$h = 8{,}71$ m

$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$
$m = 65$ kg
$g = 9{,}81$ m s^{-2}
$E_{zw} = 65 \times 9{,}81 \times 8{,}71$
$E_{zw} = 5{,}55 \cdot 10^3$ J
Afgerond: $E_{zw} = 5{,}6 \cdot 10^3$ J.

b De kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie.

$$E_k = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$m = 65$ kg
$v = 25$ km h^{-1} = 6,94 m s^{-1}

$$E_k = \tfrac{1}{2} \times 65 \times 6{,}94^2$$

$E_k = 1{,}56 \cdot 10^3$ J
Afgerond: $E_k = 1{,}6 \cdot 10^3$ J.

c De gemiddelde grootte van de weerstandskrachten bereken je met de formule voor warmte die ontstaat tijdens wrijvingsarbeid.

$Q = F_w \cdot s$
$Q = 4{,}0$ kJ = $4{,}0 \cdot 10^3$ J
$s = 100$ m
Invullen levert: $4{,}0 \cdot 10^3 = F_w \times 100$.
$F_w = 40{,}0$ N
Afgerond: $F_w = 40$ N.

d De kracht die nodig is om met een constante snelheid langs de helling omhoog te gaan (F_{trap}) bereken je met de eerste wet van Newton.
De component van de zwaartekracht langs de helling ($F_{zw,x}$) bereken je met de zwaartekracht en de hellingshoek.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$
$m = 65$ kg
g = 9,81 m s^{-2}
$F_{zw} = 65 \times 9{,}81$
$F_{zw} = 637{,}7$ N

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{zw,x}}{F_{zw}}$$

$$\sin(5{,}0°) = \frac{F_{zw,x}}{637{,}7}$$

$F_{zw,x}$ = 55,6 N

De snelheid is constant. Volgens de eerste wet van Newton is de resulterende kracht 0 N.

$$F_{trap} = F_w + F_{zw,x}$$

$$F_{trap} = 25 + 55{,}6$$

F_{trap} = 80,6 N

Afgerond: F_{trap} = 81 N.

e De chemische energie die Youella minstens moet gebruiken, bereken je met de arbeid die de trapkracht verricht bij het langs de helling omhoog gaan.
De arbeid die de trapkracht verricht, bereken je met de formule voor de arbeid.

$$W_{trap} = F_{trap} \cdot s$$

F_{trap} = 81 N
s = 100 m
W_{trap} = 81 × 100
W_{trap} = $8{,}10 \cdot 10^3$ J
Afgerond: W_{trap} = $8{,}1 \cdot 10^3$ J.

f Youella heeft ook energie nodig om de processen in haar lichaam op gang te houden.

Opgave 23

a De hoeveelheid (Gronings) aardgas bereken je met de formule voor chemische energie.
De totaal geleverde energie bereken je met de formule voor rendement.

De nuttig geleverde energie is gelijk aan de totale warmteverliezen in een stookseizoen.

$$\eta = \frac{E_{nuttig}}{E_{in}}$$

Rendement is 95%. Hieruit volgt η = 0,95.
E_{nuttig} = $4{,}5 \cdot 10^{10}$ J

$$0{,}95 = \frac{5{,}6 \cdot 10^{10}}{E_{in}}$$

E_{in} = $5{,}89 \cdot 10^{10}$ J

$E_{in} = E_{ch} = r_V \cdot V$
r_V = $32 \cdot 10^6$ J m^{-3} (zie BINAS tabel 28B)
Invullen levert: $5{,}89 \cdot 10^{10} = 32 \cdot 10^6 \times V$.
V = $1{,}84 \cdot 10^3$ m^3
Afgerond: V = $1{,}8 \cdot 10^3$ m^3.

b Hoeveel procent aardgas wordt bespaard volgt uit het percentage bespaard op warmte.
Het percentage bespaard op warmte bereken je met de formule voor soortelijke warmte.

$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$
De waarden van c en m veranderen niet. Dus als de thermostaat 1,0 °C lager wordt gezet is de besparing $\frac{1}{11} \times 100\% = 9{,}09\%$.
Afgerond: de besparing is 9,1%.

c Het aantal zonnepanelen bereken je met benodigde elektrische energie en de energieopbrengst per zonnepaneel.
De benodigde elektrische energie bereken je met de formule voor rendement.

$\eta = \dfrac{E_{nuttig}}{E_{in}}$

$\eta = 3,7$

De nuttig geleverde energie is gelijk aan het warmteverlies in een stookseizoen.

$E_{nuttig} = 4,5 \cdot 10^{10}$ J

Invullen levert: $3,7 = \dfrac{4,5 \cdot 10^{10}}{E_{in}}$.

$E_{in} = 1,21 \cdot 10^{10}$ J

1 kWh = $3,6 \cdot 10^{6}$ J (zie BINAS tabel 5)

$\dfrac{1,21 \cdot 10^{10}}{3,6 \cdot 10^{6}} = 3,36 \cdot 10^{3}$ kWh

Aantal zonnepanelen: $\dfrac{3,36 \cdot 10^{3}}{360} = 9,33$

Afgerond: aantal zonnepanelen is 10.

8.4 Wet van behoud van energie

Opgave 24
Waarom Loes met de sprong in figuur 8.32b hoger komt, beredeneer je met de wet van behoud van energie.
Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

A (de afzet)
In beide situaties heeft Loes een bepaalde snelheid.
In beide situaties bevindt het zwaartepunt van Loes zich op een bepaalde hoogte.
De zwaarte-energie en de kinetische energie zijn dus van belang.
B (boven de lat)
In beide situaties heeft Loes een bepaalde snelheid.
In beide situaties bevindt het zwaartepunt van Loes zich op een bepaalde hoogte.
De zwaarte-energie en de kinetische energie zijn dus van belang.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$

$E_{\text{zw,A}} + E_{\text{k,A}} = E_{\text{zw,B}} + E_{\text{k,B}}$
$$m \cdot g \cdot h_{\text{A}} + \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{A}}^2 = m \cdot g \cdot h_{\text{B}} + \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{B}}^2$$

In beide gevallen zijn m, g, h_{A}, v_{A} en v_{B} hetzelfde.
De hoogte h_{B} van het zwaartepunt van Loes is daarom ook in beide gevallen gelijk.
Het zwaartepunt van Loes in situatie a ligt rond haar navel en dus boven de lat.
In situatie b ligt haar zwaartepunt onder haar lichaam. Daardoor ligt de lat in figuur 8.32b hoger ten opzichte van het zwaartepunt dan in figuur 8.32a.
(Bij de sprong in figuur 8.32b gaat het zwaartepunt onder de lat door.)
Daardoor zal Loes met de sprong in figuur 8.32b hoger springen.

Opgave 25
a Het percentage dat is omgezet in warmte bereken je met de zwaarte-energie en de hoeveelheid ontstane warmte.
De zwaarte-energie bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.
De hoeveelheid ontstane warmte bereken je met de wet van behoud van energie.
De kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie.

Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

A (begin van de val)
De capsule bevindt zich op 110 m.
De capsule heeft dan geen snelheid.
Alleen de zwaarte-energie is van belang.
B (einde van de val)
De capsule bevindt zich op 0 m.
De capsule heeft dan wel een snelheid.
Er is luchtweerstand. Dus er is warmte ontstaan.
De kinetische energie en de warmte zijn van belang.

$E_{\text{zw}} = E_{\text{k}} + Q$

$$E_{\text{k}} = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$
v = 38 m s^{-1} (aflezen op t = 5,1 s in figuur 8.33 van het boek)
De massa m is niet gegeven.

$E_{\text{zw}} = m \cdot g \cdot h$
g = 9,81 m s^{-2}

h = 110 m
De massa m is niet gegeven.

$$m \cdot g \cdot h = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2 + Q$$
$$Q = m \cdot g \cdot h - \tfrac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\eta = \frac{Q}{E_{zw}} \times 100\%$$

$$\eta = \frac{m \cdot g \cdot h - \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot h} \times 100\%$$ (In elke term boven en onder de deelstreep staat de massa m.

Deze mag je dan wegstrepen.)

$$\eta = \frac{g \cdot h - \tfrac{1}{2} \cdot v^2}{g \cdot h} \times 100\%$$
$$\eta = \frac{9{,}81 \times 110 - \tfrac{1}{2} \times 38^2}{9{,}81 \times 110} \times 100\%$$
η = 33,09%
Afgerond: η = 33%.

b De steilheid van de grafieklijn bepaal je met behulp van het begrip vrije val.
Het eindpunt van de grafieklijn bepaal je met de snelheid na 110 m zonder luchtweerstand.
De snelheid na 110 m zonder luchtweerstand bereken je met de wet van behoud van energie.

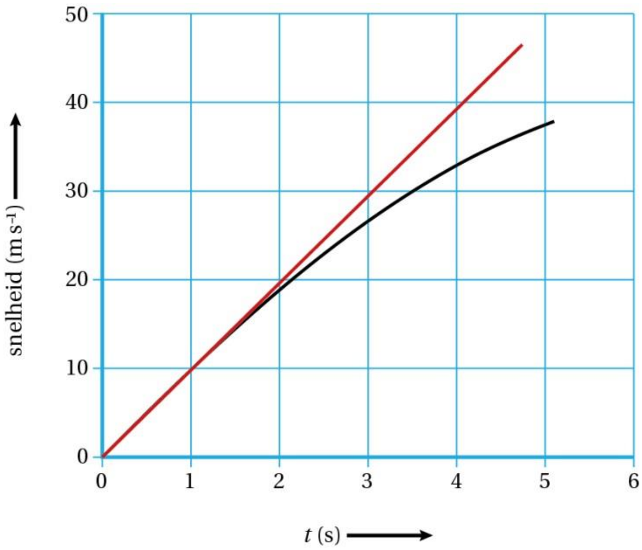
$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$

A (begin van de val)
Er is alleen zwaarte-energie.
B (einde van de val)
Er is alleen kinetische energie. Er ontstaat geen warmte, want er is geen luchtweerstand.

$E_{zw,A} = E_{k,B}$
$$m \cdot g \cdot h_A = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2$$
$g \cdot h_A = \tfrac{1}{2} \cdot v_B^2$ (Na wegstrepen van m)
g = 9,81 m s^{-2}
h_A = 110 m
$$9{,}81 \times 110 = \tfrac{1}{2} \cdot v_B^2$$
v_B = 46,5 m s^{-1}

Omdat er geen luchtweerstand is, is de beweging een vrije val.
De steilheid van de raaklijn is dan 9,81 m s^{-2}.
Teken een rechte lijn vanaf de oorsprong tot de snelheid (ongeveer) 46,5 is bereikt.

Zie figuur 8.9.



Figuur 8.9

Opgave 26

a De maximale hoogte van het kogeltje ten opzichte van de grond bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.
De zwaarte-energie bereken je met de wet van behoud van energie.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$

A Het kogeltje bevindt zich op het dak van de toren.
Er is een hoogte van 35 m. Dus is er zwaarte-energie (ten opzichte van de grond).
Het kogeltje heeft een snelheid. Dus is er kinetische energie.
B Het kogeltje bevindt zich in het hoogste punt van de beweging.
Er is een bepaalde hoogte. Dus is er zwaarte-energie.
Bij de maximale hoogte is de snelheid 0 m s^{-1}. Er is geen kinetische energie.

$E_{k,A} + E_{zw,A} = E_{zw,B}$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_B$

$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 + g \cdot h_A = g \cdot h_B$ (na wegstrepen *m*)

$v_A = 22$ m s^{-1}

$h_A = 35$ m

$g = 9{,}81$ m s^{-2}

$\frac{1}{2} \times (22)^2 + 9{,}81 \times 35 = 9{,}81 \cdot h_B$

$h_B = 59{,}6$ m

Afgerond: $h_B = 60$ m.

b De luchtweerstand wordt verwaarloosd. Tijdens de beweging is er geen warmteontwikkeling.
Bij de verplaatsing van de kogel van 35 naar 60 m hoogte wordt de kinetische energie omgezet in een toename van de zwaarte-energie.
Bij de verplaatsing van 60 naar 35 m hoogte gebeurt het omgekeerde.
De snelheid is dus weer 22 m s^{-1}.

c $\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$

A Het kogeltje bevindt zich op het dak van de toren.
Er is een hoogte van 35 m. Dus is er zwaarte-energie (ten opzichte van de grond).
Het kogeltje heeft een snelheid. Dus is er kinetische energie.
B Het kogeltje bevindt zich in het hoogste punt van de beweging.
Er is een bepaalde hoogte. Dus is er zwaarte-energie.
Bij de maximale hoogte is de snelheid 0 m s^{-1}. Er is geen kinetische energie.
Er is luchtweerstand. Dus ontstaat er warmte.

$E_{\text{k,A}} + E_{\text{zw,A}} = E_{\text{zw,B}} + Q$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{A}}^2 + m \cdot g \cdot h_{\text{A}} = m \cdot g \cdot h_{\text{B}} + Q$

Een deel van de kinetische energie wordt nu omgezet in warmte. De toename van de zwaarte-energie is dus kleiner. De hoogte die het kogeltje bereikt, is dan kleiner.

d Om te bepalen of de snelheid bij punt A kleiner is dan 22 m s^{-1} gebruik je de wet van behoud van energie.

$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$

A Het kogeltje bevindt zich op het dak van de toren.
Er is een hoogte van 35 m. Dus is er zwaarte-energie (ten opzichte van de grond).
Het kogeltje heeft een snelheid. Dus is er kinetische energie.
B Het kogeltje bevindt zich weer op het dak van de toren.
Er is een bepaalde hoogte. Dus is er zwaarte-energie.
Het kogeltje passeert deze hoogte en heeft dus een snelheid.
Er is luchtweerstand. Dus ontstaat er warmte.

$E_{\text{k,A}} = E_{\text{k,B}} + Q$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{A}}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{B}}^2 + Q$

Omdat Q altijd een positieve waarde heeft, volgt uit deze vergelijking $v_{\text{B}} < v_{\text{A}}$.
Dus is de snelheid in punt A bij terugkomst kleiner dan 22 m s^{-1}.

Opgave 27

a De energievormen die een rol spelen, zijn: kinetische energie, zwaarte-energie, veerenergie en warmte.

b De hoogte van het zwaartepunt van de springer bereken je met de formule van de zwaarte-energie.
De zwaarte-energie bereken je met de wet van behoud van energie.
Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

A (vlak voor de afzet)
De zwaartepunten van atleet en stok bevinden zich op 0,90 m boven de grond.
De snelheid van de atleet en de stok is 8,8 m s^{-1}.
De zwaarte-energie en de kinetische energie zijn dus van belang.
B (op het hoogste punt)
De zwaartepunten van atleet en stok bevinden zich op 0,90 m boven de grond.
De snelheid van de atleet en de stok is 0 m s^{-1}.
Alleen de zwaarte-energie is dus van belang.

$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$

$E_{k,atleet} + E_{zw,atleet} + E_{k,stok} + E_{zw,stok} = E_{zw,atleet} + E_{zw,stok}$

$\frac{1}{2} \cdot m_{atleet} \cdot v_{A,atleet}^2 + m \cdot g \cdot h_{A,atleet} + \frac{1}{2} \cdot m_{stok} \cdot v_{A,stok}^2 + m \cdot g \cdot h_{A,stok} = m_{atleet} \cdot g \cdot h_{B,atleet} + m_{stok} \cdot g \cdot h_{B,stok}$

$m_{atleet} = 80$ kg
$m_{stok} = 2{,}3$ kg
$v_{A,atleet} = v_{A,stok} = 8{,}8\ m\,s^{-1}$
$h_{A,atleet} = h_{A,stok} = 0{,}90$ m
$g = 9{,}81\ m\,s^{-2}$
Als de polsstok horizontaal staat, bevindt het zwaartepunt van de stok zich in het midden van de stok: op de helft van 4,80 m.
$h_{B,stok} = 2{,}40$ m

$\frac{1}{2} \times 80 \times (8{,}8)^2 + 80 \times 9{,}81 \times 0{,}90 + \frac{1}{2} \times 2{,}3 \times (8{,}8)^2 + 2{,}3 \times 9{,}81 \times 0{,}90$
$= 80 \times 9{,}81 \cdot h_{B,atleet} + 2{,}3 \times 9{,}81 \times 2{,}40$

$h_{B,atleet} = 4{,}91$ m
Afgerond: $h_{B,atleet} = 4{,}9$ m.

Opgave 28

a De benodigde hoeveelheid elektrische energie bereken je met de wet van behoud van energie.
Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

A (onderaan de helling)
De snelheid is 5,0 km h^{-1}.
De elektromotoren draaien op elektrische energie.
Dus de kinetische energie en de elektrische energie zijn van belang.
B (bovenaan de helling)
De snelheid is 5,0 km h^{-1}.
De trein bereikt een hoogte van 46 m.
Dus de kinetische energie en de zwaarte-energie zijn van belang.

$\sum E_{in,A} = \sum E_{uit,B}$

$E_{k,A} + E_{el,A} = E_{k,B} + E_{zw,B}$
Omdat de snelheid constant is, is de kinetische energie in het beginpunt en het eindpunt hetzelfde. De energievergelijking wordt dus:
$E_{el.A} = E_{zw,B}$
$E_{zw,B} = m \cdot g \cdot h$
$m = 14 \cdot 10^3$ kg
$g = 9{,}81\ m\,s^{-2}$
$h_{\mathbf{B}} = 46$ m
Invullen levert: $E_{zw} = 14 \cdot 10^3 \times 9{,}81 \times 46 = 6{,}317 \cdot 10^6$ J.
Dus de benodigde energie is minimaal $E_{el} = 6{,}317 \cdot 10^6$ J.
Afgerond: $E_{el} = 6{,}3 \cdot 10^6$ J.

b De hoeveelheid energie die je tijdens de afdaling omzet in warmte, bereken je met de wet van behoud van energie.
Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

A (bovenaan de helling)
De snelheid is 0 km h^{-1}.
De trein bevindt zich op een hoogte van 46 m.
Dus de zwaarte-energie is van belang.
B (onderaan de helling)
De snelheid is 106 km h^{-1}.
De hoogte is 0 m.
Er ontstaat warmte.
Dus de kinetische energie en de warmte zijn van belang.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$

$E_{zw,A} = E_{k,B} + Q$
$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + Q$
$m = 14 \cdot 10^3$ kg
$g = 9{,}81$ m s^{-2}
$h_A = 46$ m
$v_B = \dfrac{106}{3{,}6} = 29{,}444$ m s^{-1}
Invullen levert: $14 \cdot 10^3 \times 9{,}81 \times 46 = \frac{1}{2} \times 14 \cdot 10^3 \times (29{,}444)^2 + Q$.
$Q = 2{,}48 \cdot 10^5$ J
Afgerond: $Q = 2{,}5 \cdot 10^5$ J.

c De gemiddelde weerstandskracht bereken je met de lengte van de helling en de hoeveelheid warmte die is ontstaan.

$Q = F_w \cdot s$
$Q = 2{,}5 \cdot 10^5$ J
$s = 49$ m
Invullen levert: $2{,}5 \cdot 10^5 = F_w \times 49$.
$F_w = 5{,}10 \cdot 10^3$ N
Afgerond: $F_w = 5{,}1 \cdot 10^3$ N.

Opgave 29

a De hoeveelheid energie die tijdens het doorlopen van de goot wordt omgezet in warmte, bereken je met de formule voor de warmte.
De afstand die het kogeltje aflegt in de goot bereken je met de afgelegde hoek en de omtrek van de cirkel met straal van 42 cm.

$O = 2\pi r$ met $r = 42$ cm $= 0{,}42$ m
$O = 2\pi \times 0{,}42 = 2{,}638$ m
Hierbij hoort een hoek van 360°.
De hoek die hoort bij de cirkelvormige goot is 90 + 70 = 160°.
De lengte van de goot is dus $\dfrac{160}{360} \times 2{,}638 = 1{,}172$ m.

$Q = F_w \cdot s$
$F_w = 0{,}015$ N
Invullen levert: $Q = 0{,}015 \times 1{,}172$.
$Q = 1{,}75 \cdot 10^{-2}$ J
Afgerond: $Q = 18$ mJ.

b De snelheid bereken je met de formule voor de kinetische energie.
De kinetische energie bereken je met de wet van behoud van energie.
De hoogte van punt A ten opzichte van punt B bereken je met een goniometrische formule.

Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

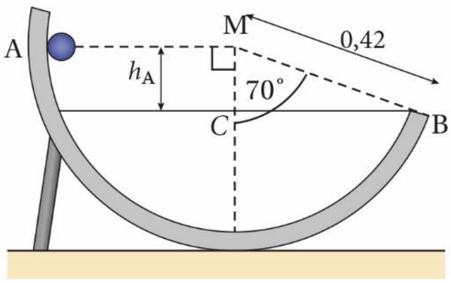
A (bovenaan de goot)
De snelheid is 0 km h^{-1}.
De kogel bevindt zich op een bepaalde hoogte ten opzichte van het einde van de goot.
Dus de zwaarte- energie is van belang.

B (bij verlaten van de goot)
De hoogte is dan 0.
Er 18 mJ aan warmte ontstaan.
Dus de kinetische energie en de warmte zijn van belang.

Zie figuur 8.10.

Voor de hoogte h geldt
$\sin(70°) = \frac{h_A}{0{,}42}$.
h_A = 0,143 m

$\sum E_{in,A} = \sum E_{uit,B}$



Figuur 8.10

$E_{zw,A} = E_{k,B} + Q$
$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + Q$
m = 31 g = $31 \cdot 10^{-3}$ kg
g = 9,81 m s^{-2}
h_A = 0,143 m
Q = 18 mJ = $18 \cdot 10^{-3}$ J
Invullen levert: $31 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81 \times 0{,}143 = \frac{1}{2} \times 31 \cdot 10^{-3} \cdot v_B^2 + 18 \cdot 10^{-3}$.
v_B = 1,282 m s^{-1}
Afgerond: v_B = 1,3 m s^{-1}.

Opgave 30

a Je gebruikt veerenergie om hoger te springen. Die veerenergie hangt af van de veerconstante en de indrukking: $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2$.
De indrukking hangt af van de kracht die op de veer wordt uitgeoefend: $F_v = C \cdot u$.
Er geldt dus: $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2 = \frac{1}{2} F_v \cdot u$.

De maximale indrukking ligt vast door de afmetingen van de pogostick. Bij een kleine C wordt de maximale indrukking bereikt volgens $F_v = C \cdot u$.
Dus geeft de maximale u volgens $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2 = \frac{1}{2} F_v \cdot u$ de beperking aan de veerenergie.
Om een zo groot mogelijke hoeveelheid energie op te kunnen slaan, moet je C zo groot mogelijk maken.

Bij een grote C hoort volgens $F_v = C \cdot u$ een kleine indrukking. Is de indrukking erg klein, dan wordt volgens $E_v = \frac{1}{2} C \cdot u^2 = \frac{1}{2} F_v \cdot u$ maar een kleine hoeveelheid veerenergie opgeslagen.
Dus moet C niet te groot zijn.

Opmerking
Hoe ver een veer wordt ingedrukt door een springer, hangt af van diens massa.
In de evenwichtssituatie geldt: $F_v = F_{zw}$ en dus $C \cdot u = m \cdot g$.
Door zich af te zetten drukt een springer de veer verder in.

b Of Nick over de muur van 3,0 m kan kijken, volgt uit de afstand van zijn ogen tot de grond.
Die afstand hangt af van de toename van de hoogte van zijn zwaartepunt door ontspannen van de gasveer en de hoogte van zijn zwaartepunt ten opzichte van de grond op het moment van omhoog gaan.
De toename van de hoogte van zijn zwaartepunt bereken je met de zwaarte-energie.
De zwaarte-energie bereken je met de wet van behoud van energie.

Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

A (veer maximaal ingedrukt)
De snelheid is 0 m s^{-1}.
De hoogte van zijn zwaartepunt stel je dan op 0 m.
De veer is ingedrukt: er is dus veerenergie.
De zwaarte-energie en kinetische energie zijn niet van belang.

B (Nick in het hoogste punt)
De veer is niet meer ingedrukt.
De snelheid is dan weer 0 m s^{-1}.
Het zwaartepunt van Nick bevindt zich dan in het hoogste punt.
Er ontstaat geen warmte, want de weerstandskrachten mag je verwaarlozen.
Dus alleen de zwaarte-energie is van belang.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$

$E_{\text{veer,A}} = E_{\text{zw,B}}$
$\frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2 = m \cdot g \cdot h_B$
C = 20 kN m^{-1} = 20·10^3 N m^{-1}
u = 50,0 cm = 50,0·10^{-2} m
m = 75 + 6,8 = 81,8 kg, g = 9,81 m s^{-2}.
Invullen levert: $\frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^3 \times (50{,}0 \cdot 10^{-2})^2 = 81{,}8 \times 9{,}81 \cdot h_B$.
h_B = 3,11 m
De stick zorgt voor een toename van de hoogte van 3,11 m. Daar komt eigenlijk nog de afstand van het zwaartepunt van zijn lichaam tot de grond aan het begin bij. Dus Nick kan over de muur kijken.

c Als Nick omhoog gaat, versnelt hij zolang de veerkracht groter is dan de zwaartekracht.
Als de veerkracht kleiner is dan de zwaartekracht, vertraagt Nick.
Dus de maximale snelheid van Nick wordt bereikt als $F_{zw} = F_v$.

d De maximale snelheid bereken je met de kinetische energie.
De kinetische energie bereken je met de wet van behoud van energie.
In het laagste punt is de veerenergie maximaal. Tijdens het omhooggaan wordt veerenergie omgezet in zwaarte-energie en kinetische energie.
De maximale snelheid wordt bereikt als de zwaartekracht gelijk is aan de veerkracht. Hieruit volgen de hoogte en de indrukking van de veer op dat moment.

$F_{zw} = F_v$
$m \cdot g = C \cdot u$
m = 75 + 6,8 = 81,8 kg
g = 9,81 m s^{-2}
C = 20 kN m^{-1} = 20·10^3 N m^{-1}
Invullen levert: 81,8 × 9,81 = 20·10^3 · u.
u = 4,01·10^{-2} m = 4,01 cm

De maximale indrukking is 0,500 m. Dan is h = 0 m.
Als de veer nog maar 4,01 cm is ingedrukt, is h = 50,0·10^{-2} − 4,01·10^{-2} = 45,99·10^{-2} m.

$$\sum E_{\text{in,A}} = \sum E_{\text{uit,B}}$$
$\frac{1}{2} \cdot C \cdot u_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_B^2$
C = 20 kN m^{-1} = 20·10^3 N m^{-1}
u_A = 50,0·10^{-2} m
m = 75 + 6,8 = 81,8 kg
g = 9,81 m s^{-2}
h_B = 45,99·10^{-2} m
u_B = 4,01·10^{-2} m
Invullen levert:
$\frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^3 \times (50{,}0 \cdot 10^{-2})^2 = 81{,}8 \times 9{,}81 \times 45{,}99 \cdot 10^{-2} + \frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^3 \times (4{,}01 \cdot 10^{-2})^2 + \frac{1}{2} \times 81{,}8 \cdot v_B^2$
v_B = 7,19 m s^{-1}
Afgerond: v_B = 7,2 m s^{-1}.

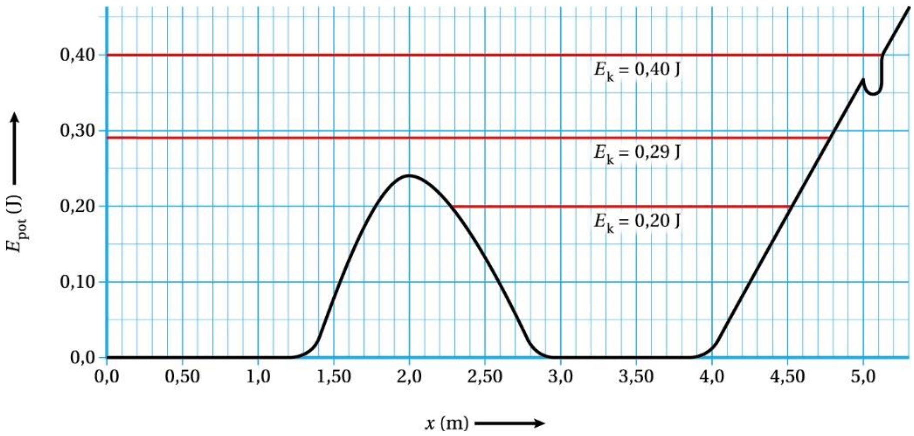
8.5 Gravitatie-energie

Opgave 31

a De potentiële energie bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.
Het nulpunt van de zwaarte-energie neem je op 5 cm hoogte.

Op de hobbel: $E_{zw} = m \cdot g \cdot h$
m = 45 g = 0,045 kg
g = 9,81 m s^{-2}
h = 60 − 5 = 55 cm = 0,55 m
E_{zw} = 0,045 × 9,81 × 0,55 = 0,24 J.
Bij de hole: h = 90 − 5 = 85 cm = 0,85 m
E_{zw} = 0,045 × 9,81 × 0,85 = 0,38 J.

b Zie figuur 8.11. De zwarte grafieklijn geeft de potentiële energie van de bal weer tijdens de beweging naar de hole. De grafiek heeft dezelfde vorm als de doorsnede van de golfbaan.



Figuur 8.11

c Waar de bal terechtkomt, beredeneer je door de kinetische energie te vergelijken met de zwaarte-energie van de hobbel en de hole.
De kinetische energie bereken je met de formule voor de kinetische energie.

i Bij een beginsnelheid van 3,0 m s^{-1} is de kinetische energie van de bal
$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}045 \times 3{,}0^2 = 0{,}20$ J.
De rode lijn die in figuur 8.11 is getrokken bij 0,20 J geeft aan dat de golfbal niet uit de kuil kan komen, want de bal haalt de hole niet en kan bij het terugrollen ook niet over de hobbel. De bal blijft dus tussen de hole en de hobbel.

ii Bij een beginsnelheid van 3,6 m s^{-1} is de kinetische energie van de bal
$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}045 \times 3{,}6^2 = 0{,}29$ J.
Ook dit is niet voldoende om de hole te halen. De bal rolt weer terug, maar heeft nu ook nog voldoende energie om over de hobbel te komen. De bal rolt dus terug naar de afslag.

iii Bij een beginsnelheid van 4,2 m s^{-1} is de kinetische energie van de bal
$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}045 \times 4{,}2^2 = 0{,}40$ J.
Dit is voldoende om de hoogte waar de hole is te halen. De bal komt in de hole terecht.

Opgave 32

a De afstand *a* in figuur a bereken je met de uitrekking *u* van de veer en de afstand *b* in figuur b.
De uitrekking bereken je met de formule voor de veerkracht.
De veerkracht bepaal je met de eerste wet van Newton.

Als het blokje stil hangt, is volgens de eerste wet van Newton de veerkracht gelijk aan de zwaartekracht.
$F_{veer} = C \cdot u$
$F_{veer} = F_{zw} = 4{,}0$ N
$C = 40$ N m^{-1}
Invullen levert: $4{,}0 = 40 \cdot u$.
$u = 0{,}10$ m = 10 cm
$a = b + u$ met $b = 25$ cm
$a = 25 + 10$
$a = 35$ cm

b De formule voor de potentiële energie ten opzichte van de tafel volgt uit de formule voor de zwaarte-energie en de formule voor veerenergie.

$E_{pot,tafel} = E_{zw} + E_{veer}$
$E_{pot,tafel} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} C \cdot u^2$
$m \cdot g = F_{zw} = 4{,}0$ N
Als je de veer uitrekt, is de afstand van het zwaartepunt van de veer tot de tafel gelijk aan 35 cm minus de uitrekking. Dus er geldt:
$h = 0{,}35 - u$ (uitgedrukt in m)
$C = 40$ N m^{-1}
Invullen levert: $E_{pot,tafel} = 4{,}0 \cdot (0{,}35 - u) + \frac{1}{2} \times 40 \cdot u^2$.
Hieruit volgt $E_{pot,tafel} = 1{,}4 - 4{,}0 \cdot u + 20 \cdot u^2$.

c De waarde van $E_{pot,tafel,0}$ bepaal je door de vergelijking boven vraag b gelijk te stellen met de vergelijking boven vraag c.
$1{,}4 - 4{,}0 \cdot u + 20 \cdot u^2 = 20 \cdot (u - 0{,}10)^2 + E_{pot,tafel,0}$
$1{,}4 - 4{,}0 \cdot u + 20 \cdot u^2 = 20 \cdot u^2 - 4{,}0 \cdot u + 0{,}20 + E_{pot,tafel,0}$
$1{,}4 - 0{,}20 = E_{pot,tafel,0}$
Dus $E_{pot,tafel,0} = 1{,}2$ J.

d De hoogte waarop de nulpuntsenergie gelijk is aan 0, bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.
Het zwaarte-energie volgt uit de laagst mogelijke waarde voor energie met $h = 0$ m op de tafel.

De nulpuntsenergie is 1,2 J als je $h = 0$ m op de tafel neemt.
De nulpuntsenergie wordt dus 0 J als je de zwaarte-energie met 1,2 J verlaagt.
$E_{zw} = 4{,}0 \cdot h$
$1{,}2 = 4{,}0 \cdot h$
$h = 0{,}30$ m
Dus als je $h = 0$ m neemt op 30 cm hoogte is de nulpuntsenergie 0 J.

Opmerking
Als je $h = 0$ m neemt op 30 cm boven de tafel, dan geldt:
In de evenwichtsstand is $u = 10$ cm en dus $E_v = \frac{1}{2} \times 40 \cdot 0{,}10^2 = 0{,}20$ J.
In de evenwichtsstand is $h = -5{,}0$ cm en dus $E_{zw} = -4{,}0 \times 0{,}05 = -0{,}20$ J.

Opgave 33

a De gravitatie-energie bereken je met de formule voor de gravitatie-energie (t.o.v. oneindig).
De baanstraal van het ISS bereken je met de straal van de aarde en de hoogte van het ISS boven het aardoppervlak.

$r = R_{aarde} + h$
$R_{aarde} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m (zie BINAS tabel 31)
$h = 342$ km $= 342 \cdot 10^3$ m
$r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 342 \cdot 10^3 = 6{,}713 \cdot 10^6$ m

$E_g = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r}$

$G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} (zie BINAS tabel 7)
$m = 2{,}46 \cdot 10^5$ kg
$M = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg (zie BINAS tabel 31)

$E_g = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \times \dfrac{2{,}46 \cdot 10^5 \times 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}713 \cdot 10^6}$

$E_g = -1{,}460 \cdot 10^{13}$ J
Afgerond: $E_g = -1{,}46 \cdot 10^{13}$ J.

b Als de baanstraal van het ISS kleiner wordt, dan volgt uit de formule voor de gravitatie-energie dat de gravitatie-energie een grotere negatieve waarde krijgt.
Wordt de gravitatie-energie meer negatief, dan neemt de gravitatie-energie dus af.

c Als de baanstraal van het ISS kleiner wordt, dan verplaatst het ISS zich in de richting van het aardoppervlak. De richting van de gravitatiekracht en de richting van de verplaatsing zijn hetzelfde. De gravitatiekracht verricht dus positieve arbeid. Verricht een kracht positieve arbeid, dan neemt de erbij behorende energie af. De gravitatie-energie neemt dus af.

d De snelheid van de capsule bereken je met de formule voor de kinetische energie.
De kinetische energie bereken je met de wet van behoud van energie.

Bij de wet van behoud van energie bepaal je eerst de energievormen die van belang zijn.

A (capsule op aarde)
De capsule heeft een snelheid nodig om richting ISS te kunnen.
De straal van de aarde bepaalt de gravitatie-energie.
De gravitatie-energie en kinetische energie zijn van belang.

B (capsule bij ISS op 342 km hoogte)
De snelheid is dan minstens 0 m s^{-1}.
De hoogte is 342 km boven het aardoppervlak.
Je hoeft geen rekening te houden met weerstandskrachten: er staat minstens.
Dus alleen de gravitatie-energie is van belang.

$\sum E_{in,A} = \sum E_{uit,B}$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + (-G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r_A}) = -G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r_B}$

$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 - G \cdot \dfrac{M}{r_A} = -G \cdot \dfrac{M}{r_B}$

$G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2} (zie BINAS tabel 7)
$M = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg (zie BINAS tabel 31)
$r_A = R_{aarde} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m (zie BINAS tabel 31)
$h = 342$ km $= 342 \cdot 10^3$ m
$r_B = 6{,}371 \cdot 10^6 + 342 \cdot 10^3 = 6{,}713 \cdot 10^6$ m

$\frac{1}{2} \cdot v_A^2 - 6{,}67383 \cdot 10^{-11} \times \dfrac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^6} = -6{,}67383 \cdot 10^{-11} \times \dfrac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}713 \cdot 10^6}$

$v_A = 2{,}29 \cdot 10^3$ m s^{-1}
Afgerond: $v_A = 2{,}3$ km s^{-1}.

e De benodigde bewegingsenergie bereken je met de totale snelheid van de capsule.
De totale snelheid van de capsule bereken je met de snelheid om op 342 km hoogte te komen plus de baansnelheid van ISS.
De baansnelheid van ISS bereken je met de formule voor de baansnelheid.

$v_{ISS} = \dfrac{2\pi r}{T}$

$r = R_{aarde} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m

$T = 92$ min $= 92 \times 60 = 5{,}52 \cdot 10^3$ s

$v_{ISS} = \dfrac{2\pi \times 6{,}371 \cdot 10^6}{5{,}52 \cdot 10^3}$

$v_{ISS} = 7{,}25 \cdot 10^3\ \mathrm{m\,s^{-1}} = 7{,}3\ \mathrm{km\,s^{-1}}$

Dat is ongeveer drie keer zo groot als 2,3 $\mathrm{km\,s^{-1}}$.

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Vanwege het kwadraat is de kinetische energie om met het ISS mee te vliegen dus negen keer zo groot als de kinetische energie die nodig is om de hoogte van het ISS te halen.
De totale kinetische energie is dus 1 + 9 = 10 keer zo groot.

Opgave 34

a Dat de snelheid gelijk is aan de ontsnappingssnelheid leg je uit met de wet van behoud van energie.

A (ruimtevaartuig op zeer grote hoogte)
De snelheid is dan minstens 0 $\mathrm{m\,s^{-1}}$.
Op zeer grote hoogte is de gravitatie-energie 0 J.
Dus in situatie A is de energie 0.

B (ruimtevaartuig op het hemellichaam)
De capsule komt met een bepaalde snelheid neer op het hemellichaam.
De straal van het hemellichaam bepaalt de gravitatie-energie.
De gravitatie-energie en kinetische energie zijn van belang.

$\sum E_{in,A} = \sum E_{uit,B}$

$0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 + \left(-G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r_B} \right)$

Hieruit volgt: $v_B = \sqrt{2 \cdot G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r_B}}$.

En dit is de formule voor de berekening van de ontsnappingssnelheid.

b De temperatuurstijging bereken je met de formule voor de soortelijke warmte.
De hoeveelheid warmte bereken je met de kinetische energie van het ruimtevaartuig.
De snelheid van het ruimtevaartuig is de ontsnappingssnelheid.

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

v is de ontsnappingssnelheid (zie vraag a).

$v = 11{,}2\ \mathrm{km\,s^{-1}} = 11{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ (zie BINAS tabel 31)

Hiervan wordt 2% opgenomen door het staal.

$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ met $Q = 0{,}02 \times \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

$0{,}02 \times \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = c \cdot m \cdot \Delta T$

$c = 480\ \mathrm{J\,kg\,K^{-1}}$

$0{,}02 \times \frac{1}{2} \cdot m \cdot (11{,}2 \cdot 10^3)^2 = 480 \cdot m \cdot \Delta T$

$\Delta T = 2{,}6 \cdot 10^3$ K

Het smeltpunt van staal is ongeveer 1700 K. Dus als het staal 2% van de warmte opneemt, smelt het.

c Hoeveel kilogram brandstof minstens nodig is bereken je met de stookwaarde van raketbrandstof en de chemische energie die nodig is om de raket af te remmen.
De stookwaarde van de raketbrandstof per kilogram bereken je met de stookwaarde van benzine per m^3 en de dichtheid van benzine.
De chemische energie die nodig is om de raket af te remmen volgt uit de kinetische energie bij een vrije val.
De kinetische energie bereken je met de ontsnappingssnelheid op de maan.

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
De snelheid waarmee de maanlander op de maan valt bij een vrije val is de ontsnappingssnelheid.
v = 2,38 km s^{-1} = 2,38·10^3 m s^{-1} (zie BINAS tabel 31)
m = 15 ton = 15·10^3 kg
Invullen levert: $E_k = \frac{1}{2} \times 15 \cdot 10^3 \times (2{,}38 \cdot 10^3)^2$.
E_k = 4,248·10^{10} J

Tijdens het afremmen wordt chemische energie van de remraketten omgezet in warmte. De hoeveelheid warmte is gelijk aan de kinetische energie die zou ontstaan bij een vrije val.
Dus de chemische energie van de brandstof is (minstens) 4,248·10^{10} J.

De stookwaarde van benzine = 33·10^9 J m^{-3}. (zie BINAS tabel 28B)
De dichtheid van benzine = 0,72·10^3 kg m^{-3}. (zie BINAS tabel 11)
1 kg benzine is dus $\frac{1}{0{,}72 \cdot 10^3} = 1{,}39 \cdot 10^{-3}$ m^3.
Dit levert 1,39·10^{-3} × 33·10^9 = 45,83·10^6 J.
De stookwaarde van de raketbrandstof is dus 45,83·10^6 J kg^{-1}.
Er is dus (minstens) $\frac{4{,}248 \cdot 10^{10}}{45{,}83 \cdot 10^6} = 926{,}9\,\text{kg}$ aan raketbrandstof nodig.
Afgerond: 927 kg.

Opgave 35

a De ontsnappingssnelheid bereken je met $v = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{aarde}}{R_{aarde}}}$.

G = 6,67384·10^{-11} N m^2 kg^{-2} (zie BINAS tabel 7)
M_{aarde} = 5,972·10^{24} kg (zie BINAS tabel 31)
R_{aarde} = 6,371·10^6 m (zie BINAS tabel 31)

$v = \sqrt{2 \times 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^6}}$
v = 1,11855·10^4 m s^{-1}
Afgerond: v = 1,119·10^4 m s^{-1}.

b De straal van de ster bereken je met de massa van de ster en de ontsnappingssnelheid op de ster.
De massa van de ster bereken je met de massa van de zon.

$M_{ster} = 3M_{zon}$
M_{zon} = 1,9884·10^{30} kg (zie BINAS tabel 32C)
M_{ster} = 3 × 1,9884·10^{30} = 5,9652·10^{30} kg

$$v = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{\text{ster}}}{R_{\text{ster}}}}$$

$v = c = 2{,}99792458 \cdot 10^8\ \text{m s}^{-1}$ (zie BINAS tabel 7)

$$2{,}99792458 \cdot 10^8 = \sqrt{2 \times 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{5{,}9652 \cdot 10^{30}}{R_{\text{ster}}}}$$

$R_{\text{ster}} = 8{,}85909 \cdot 10^3$ m
Afgerond: $R_{\text{ster}} = 8{,}8591 \cdot 10^3$ m.

Opgave 36

a De arbeid die de gravitatiekracht verricht, bereken je uit de gravitatie-energie van de satelliet op de aarde en de gravitatie-energie op $35{,}8 \cdot 10^3$ km hoogte.
De gravitatie-energie bereken je met de formule voor gravitatie-energie.
De baanstraal in de geostationaire baan bereken je met de straal van de aarde en de hoogte boven het aardoppervlak.

In de geostationaire baan:
$r = R_{\text{aarde}} + h$
$R_{\text{aarde}} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m (zie BINAS tabel 31)
$h = 35{,}8 \cdot 10^3$ km $= 35{,}8 \cdot 10^6$ m
$r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 35{,}8 \cdot 10^6 = 4{,}2171 \cdot 10^7$ m

$$E_{\text{g}} = -G \cdot \frac{m_{\text{satelliet}} \cdot M_{\text{aarde}}}{r}$$

$G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\,\text{kg}^{-2}$ (zie BINAS tabel 7)
$m_{\text{satelliet}} = 3{,}90 \cdot 10^3$ kg
$M_{\text{aarde}} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg (zie BINAS tabel 31)
$r = 4{,}2171 \cdot 10^7$ m

$$E_{\text{g,geo}} = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{3{,}90 \cdot 10^3 \times 5{,}972 \cdot 10^{24}}{4{,}2171 \cdot 10^7}$$

$E_{\text{g,geo}} = -3{,}6859 \cdot 10^{10}$ J

Op aarde:
$r = R_{\text{aarde}} = 6{,}371 \cdot 10^6$ m

$$E_{\text{g,aarde}} = -6{,}67384 \cdot 10^{-11} \times \frac{3{,}90 \cdot 10^3 \times 5{,}972 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^6}$$

$E_{\text{g,aarde}} = -2{,}4397 \cdot 10^{11}$ J

$\Delta E_{\text{g}} = E_{\text{geo}} - E_{\text{aarde}}$
$\Delta E_{\text{g}} = -3{,}6859 \cdot 10^{10} - (-2{,}4397 \cdot 10^{11})$
$\Delta E_{\text{g}} = 2{,}0712 \cdot 10^{11}$ J

$W_{\text{g}} = -\Delta E_{\text{g}}$ (Positieve arbeid leidt tot afname van de erbij behorende energie.)
$W_{\text{g}} = -2{,}07 \cdot 10^{11}$ J

b De toename van de kinetische energie bereken je met de kinetische energie van de raket op de aarde en in de geostationaire baan.
De kinetische energie bereken je met de formule voor kinetische energie.
De baansnelheid bereken je met de formule voor baansnelheid.

$$v_{\text{baan}} = \frac{2\pi r}{T}$$

Op aarde:
$r = 6{,}371 \cdot 10^6$ m
$T = 24 \times 3600 = 86400$ s

$$v_{\text{baan,aarde}} = \frac{2\pi \times 6{,}371 \cdot 10^6}{86400}$$
$v_{\text{baan,aarde}} = 4{,}6331 \cdot 10^2\ \text{m s}^{-1}$

In de geostationaire baan:
$r = 6{,}371 \cdot 10^6 + 35{,}8 \cdot 10^6 = 42{,}171 \cdot 10^6$ m
$$v_{\text{baan,geostationair}} = \frac{2\pi \times 42{,}171 \cdot 10^6}{86400}$$
$v_{\text{baan,geostationair}} = 3{,}0667 \cdot 10^3\ \text{m s}^{-1}$

$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
$m = 3{,}90 \cdot 10^3$ kg

Op aarde:
$E_{k,\text{aarde}} = \frac{1}{2} \times 3{,}90 \cdot 10^3 \times (4{,}6331 \cdot 10^2)^2$
$E_{k,\text{aarde}} = 4{,}1857 \cdot 10^8$ J

In de geostationaire baan:
$E_{k,\text{geo}} = \frac{1}{2} \times 3{,}90 \cdot 10^3 \times (3{,}0667 \cdot 10^3)^2$
$E_{k,\text{geo}} = 1{,}8339 \cdot 10^{10}$ J

$\Delta E_k = E_{k,\text{geo}} - E_{k,\text{aarde}}$
$\Delta E_k = 1{,}8339 \cdot 10^{10} - 4{,}1857 \cdot 10^8$
$\Delta E_k = 1{,}79 \cdot 10^{10}$ J

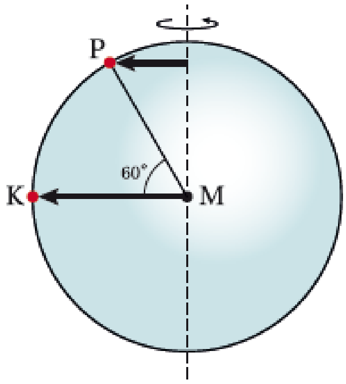
c De arbeid die de motorkracht heeft verricht, bereken je met de wet van arbeid en kinetische energie.

$\sum W = \Delta E_k$
$W_m + W_G = \Delta E_k$
$W_G = -2{,}07 \cdot 10^{11}$ J
$\Delta E_k = 1{,}79 \cdot 10^{10}$ J
Invullen levert: $W_m - 2{,}07 \cdot 10^{11} = 1{,}79 \cdot 10^{10}$.
$W_m = 2{,}249 \cdot 10^{11}$ J
Afgerond: $W_m = 2{,}25 \cdot 10^{11}$ J.

d De arbeid die de motorkracht verricht, leg je uit met de wet van arbeid en kinetische energie.

$W_m + W_G = \Delta E_k$

Cape Canaveral ligt verder van de evenaar af.
De baanstraal van de raket is daar kleiner, dus de baansnelheid ook.
(Dit is vergelijkbaar met de plaatsen K en P in figuur 8.12.)



Figuur 8.12

Dus de kinetische energie van een raket op Cape Canaveral is kleiner dan die van een raket in Frans Guyana. De toename van de kinetische energie is voor de raket vanaf Cape Canaveral groter.
De straal van de aarde is in Cape Canaveral even groot als in Frans Guyana.
De arbeid die de gravitatiekracht verricht is dus bij een lancering vanaf Cape Canaveral even groot als bij een lancering vanaf Frans Guyana.
Dus de motorkracht verricht meer arbeid bij een lancering vanaf Cape Canaveral in vergelijking met de lancering vanaf Frans Guyana.

Opgave 37

a De totale energie van de satelliet leid je af met de formule voor de kinetische energie en de gravitatie-energie.
De formule voor de kinetische energie herschrijf je met de formule voor de middelpuntzoekende kracht.

$$E_{tot} = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2 + (-G \cdot \frac{m \cdot M_{aarde}}{r})$$

Als de satelliet met constante snelheid in een cirkelbaan om de aarde draait, levert de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht.

$$\frac{m \cdot v^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_{aarde}}{r^2}$$

Hieruit volgt: $m \cdot v^2 = G \cdot \dfrac{m \cdot M_{aarde}}{r}$.

Invullen in de formule voor de totale energie levert:

$$E_{tot} = \tfrac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{m \cdot M_{aarde}}{r} + (-G \cdot \frac{m \cdot M_{aarde}}{r})$$

$$E_{tot} = -\tfrac{1}{2} G \cdot \frac{m \cdot M_{aarde}}{r} \quad \text{met } r = R_{aarde} + h$$

$$E_{tot} = -G \cdot \frac{m \cdot M_{aarde}}{2(R_{aarde} + h)}$$

b De totale energie van een satelliet beredeneer je met de som van de kinetische energie en de gravitatie-energie.

$E_{tot} = E_k + E_g$
E_k is positief en E_g is altijd negatief (behalve in het oneindige).
Op het moment dat de snelheid gelijk is aan de ontsnappingssnelheid, is de kinetische energie gelijk aan de gravitatie-energie.
Een satelliet blijft in de buurt van de aarde. Dus is zijn snelheid kleiner dan de ontsnappingssnelheid. De totale energie van een satelliet is dus negatief.

c De verhouding tussen de baansnelheid en de ontsnappingssnelheid leid je af uit de formule voor de baansnelheid en de formule voor de ontsnappingssnelheid.
De formule voor de baansnelheid leid je af met de formules voor de middelpuntzoekende kracht en de gravitatiekracht.

Als de satelliet met constante snelheid in een cirkelbaan om de aarde draait, levert de gravitatiekracht de middelpuntzoekende kracht.

$$\frac{m \cdot v_{baan}^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_{aarde}}{r^2}$$

$$v_{baan}^2 = G \cdot \frac{M_{aarde}}{r}$$

$$v_{baan} = \sqrt{G \cdot \frac{M_{aarde}}{r}}$$

$$v_{ontsnapping} = \sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{aarde}}{r}}$$

De verhouding van de twee formules levert $\dfrac{v_{baan}}{v_{ontsnapping}} = \dfrac{\sqrt{G \cdot \frac{M_{aarde}}{r}}}{\sqrt{2 \cdot G \cdot \frac{M_{aarde}}{r}}}$.

$$\frac{v_{baan}}{v_{ontsnapping}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

8.6 Afsluiting

Opgave 38

a De gemiddelde snelheid bereken je met de formule voor de gemiddelde snelheid.

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Δx = 3021 km

Δt = 29 uur en 11 min = $29 + \frac{11}{60}$ = 29,18 uur

$$v_{gem} = \frac{3021}{29,18}$$

$v_{gem} = 1{,}0351 \cdot 10^2\ \text{km h}^{-1}$

Afgerond: $v_{gem} = 1{,}035 \cdot 10^2\ \text{km h}^{-1}$.

b Voorbeelden van goede antwoorden zijn:
De kleine massa van de wagen / kleine rolweerstandskracht op de wagen.
De kleine luchtweerstandskracht op de wagen / goede stroomlijn.
De zo groot mogelijke oppervlakte van de zonnepanelen.
Een hoog rendement van de zonnepanelen.
Een hoog rendement van de motor.

c Dat de motorkracht gelijk is aan de luchtweerstandskracht leg je uit met de eerste wet van Newton.
Als de snelheid constant is, dan volgt uit de eerste wet van Newton dat de resulterende krachten op de wagen 0 N zijn. Op de auto werken de luchtweerstandskracht en de motorkracht. Deze zijn even groot maar tegengesteld gericht. Je mag aannemen dat de rolweerstandskracht ten opzichte van de luchtweerstandskracht te verwaarlozen is.

d De oppervlakte van de zonnecellen bereken je met het benodigde vermogen en het geleverde vermogen per m^2.
Het benodigde vermogen bereken je met de formule voor vermogen (bij constante snelheid).
De luchtweerstandskracht bereken je met de gegeven formule.
Het geleverde vermogen per m^2 bereken je met het vermogen per m^2 en het rendement van de zonnecellen.

$$\eta = \frac{P_{\text{Nuna per m}^2}}{P_{\text{zon per m}^2}} \cdot 100\%$$ (Dit geldt voor 1 m^2 zonnepaneel.)

η = 26%

$P_{\text{zon per m}^2}$ = 1,0 kW

$P_{\text{Nuna per m}^2}$ = 0,26 kW

$F_{\text{w,lucht}} = 0{,}058 \cdot v^2$

v = 100 km h^{-1} = $\frac{100}{3{,}6} = 27{,}77\ \text{m s}^{-1}$

$F = 0{,}058 \times 27{,}77^2 = 44{,}75$ N

$P_{\text{Nuna, nodig}} = F_{\text{w,lucht}} \cdot v$

Invullen levert: $P_{\text{Nuna,nodig}} = 44{,}75 \times 27{,}77$.

$P_{\text{Nuna,nodig}} = 1{,}242 \cdot 10^3$ W

1 m^2 zonnecel op de Nuna levert 0,26 kW = $0{,}26 \cdot 10^3$ W.

De oppervlakte van de zonnecellen is gelijk aan $\frac{P_{\text{Nuna,nodig}}}{P_{\text{Nuna per m}^2}} = \frac{1{,}242 \cdot 10^3}{0{,}26 \cdot 10^3} = 4{,}779\ \text{m}^2$.

Je hebt dus afgerond 4,8 m^2 aan zonnecellen nodig.

e De totale energie die de elektromotor krijgt, bereken je met de energie van de accu en de energie die de zonnecellen leveren.
De energie die de zonnecellen leveren, bereken je met de formule voor vermogen.
De tijd bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.
$s = v \cdot t$
$s = v \cdot t$
s = 500 km = $500 \cdot 10^3$ m
Invullen levert $500 \cdot 10^3 = v \cdot t$.
Hieruit volgt: $t = \dfrac{500 \cdot 10^3}{v}$.

$E_{\text{zonnecellen}} = P_{\text{zonnecellen}} \cdot t$
$P_{\text{zonnecellen}}$ = 490 W
Invullen en combineren met de formule voor t levert: $E_{\text{zonnecellen}} = 490 \times \dfrac{500 \cdot 10^3}{v}$.
Hieruit volgt: $E_{\text{zonnecellen}} = \dfrac{2{,}45 \cdot 10^8}{v}$.

$E_{\text{el}} = E_{\text{accu}} + E_{\text{zonnecellen}}$
E_{accu} = 5,0 kWh = $5{,}0 \times 3{,}6 \cdot 10^6 = 1{,}8 \cdot 10^7$ J

Invullen levert: $E_{\text{el}} = 1{,}8 \cdot 10^7 + \dfrac{2{,}45 \cdot 10^8}{v}$.

f Als de accu net leeg is, dan is de energie die de elektromotor omzet gelijk aan de arbeid die de motorkracht levert.
De energie die de elektromotor omzet, bereken je met de formule boven vraag e.
De arbeid die de motorkracht levert, bereken je met de formule voor arbeid.
De motorkracht bepaal je met de eerste wet van Newton.

Nuna rijdt met constante snelheid. Dus geldt: $F_{\text{motor}} = F_{\text{w,lucht}}$.

$F_{\text{w,lucht}} = 0{,}058 \cdot v^2$
v = 30 m s^{-1}
Invullen levert: $F_{\text{w,lucht}} = 0{,}058 \times 30^2$.
F_{w} = 52,2 N

$W_{\text{motor}} = F_{\text{motor}} \cdot s$
$s = 500 \cdot 10^3$ m
Invullen levert: $W = 52{,}2 \times 500 \cdot 10^3$.
$W = 2{,}610 \cdot 10^7$ J
Afgerond: $W = 2{,}6 \cdot 10^7$ J.

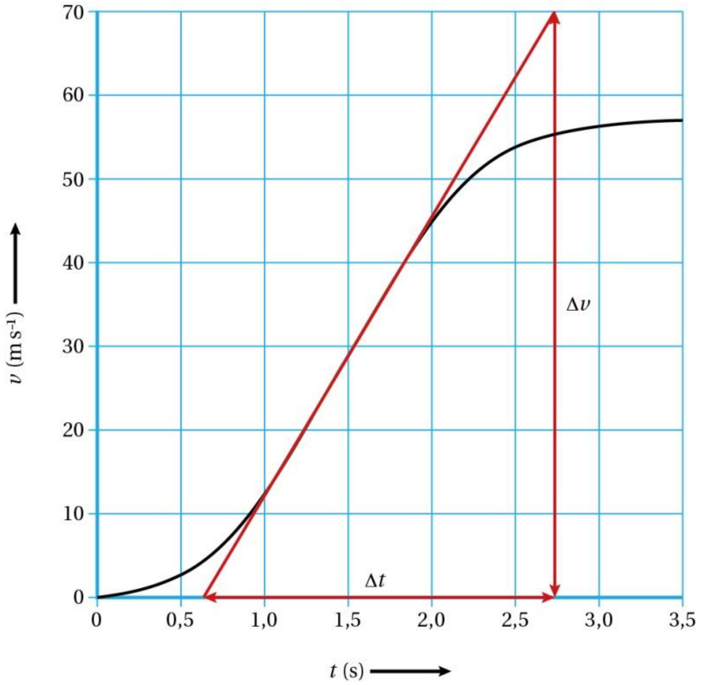
$E_{\text{el}} = 1{,}8 \cdot 10^7 + \dfrac{2{,}45 \cdot 10^8}{v}$
v = 30 m s^{-1}
$E_{\text{el}} = 1{,}8 \cdot 10^7 + \dfrac{2{,}45 \cdot 10^8}{30}$
$E_{\text{el}} = 2{,}616 \cdot 10^7$ J
Afgerond: $E_{\text{el}} = 2{,}6 \cdot 10^7$ J.

Dus de energie die de elektromotor omzet, is gelijk aan de arbeid die de motorkracht levert.
De snelheid klopt.

Opgave 37

a De maximale versnelling uitgedrukt in de valversnelling *g* bepaal je met de steilheid van de raaklijn op het steilste stuk van de (*v*,*t*)-grafiek en de valversnelling *g.*

Zie figuur 8.13.



Figuur 8.13

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{70{,}0 - 0{,}0}{2{,}7 - 0{,}6}$$

a = 33,3 m s^{-2}

Uitgedrukt in de valversnelling g volgt uit:

$$a = \frac{33{,}3}{9{,}81}$$

a = 3,39 g

Afgerond: a = 3,4 g

b Het gemiddelde vermogen dat de elektromotor minimaal moet leveren, bereken je met de formule voor vermogen.
Het verschil in kinetische energie bereken je met de formule voor kinetische energie.

$$\Delta E_k = E_{k,eind} - E_{k,begin} = \tfrac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2 - \tfrac{1}{2} m \cdot v_{begin}^2 = \tfrac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$$

v_{begin} = 0 m s^{-1}

$$\Delta E_k = \tfrac{1}{2} m \cdot v_{eind}^2$$

m = 3,1·10^3 kg

v_{eind} = 57 m s^{-1} (aflezen in figuur 8.45 van het boek)

Invullen levert: $\Delta E_k = \tfrac{1}{2} \times 3{,}1 \cdot 10^3 \times 57^2$.

ΔE_k = 5,035·10^6 J

$$P_{gem} = \frac{\Delta E_k}{\Delta t}$$

Δt = 3,5 s

$$P_{gem} = \frac{5{,}035 \cdot 10^6}{3{,}5}$$

$P_{gem} = 1{,}43 \cdot 10^6$ W

Afgerond: $P_{gem} = 1{,}4 \cdot 10^6$ W.

c Het maximale percentage van de bewegingsenergie dat omgezet mag worden in warmte bereken je met de zwaarte-energie en de kinetische energie.
De zwaarte-energie van het treintje bereken je met de formule voor zwaarte-energie.
De kinetische energie volgt uit de kinetische energie bij vraag b.

$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$
$m = 3{,}1 \cdot 10^3$ kg
$h = 139$ m
$E_{zw} = 3{,}1 \cdot 10^3 \times 9{,}81 \times 139$
$E_{zw} = 4{,}227 \cdot 10^6$ J

$E_k = 5{,}035 \cdot 10^6$ J (zie vraag 37b)

Er mag maximaal ($E_k - E_{zw}$) aan warmte ontstaan. Dan is er precies genoeg energie over om de top te bereiken.

Er mag maximaal $\frac{E_k - E_{zw}}{E_k} \cdot 100\%$ aan warmte ontstaan.

Dit is $\frac{5{,}035 \cdot 10^6 - 4{,}227 \cdot 10^6}{5{,}035 \cdot 10^6} \cdot 100\%$ = 16,0%.

Afgerond: 16%.