9.1 Trillingen

Opgave 1
Of er sprake is van een trilling leg je uit met de beschrijving van het begrip trilling.

Een trilling is een herhaalde beweging rond een vaste evenwichtstand.

a Er is sprake van een herhaalde beweging door een evenwichtsstand. Alleen bij constante wind kan er sprake zijn van een periodieke beweging en in dat geval dus van een trilling. Dit komt echter niet veel voor.

b Als de draaisnelheid van de draaimolen constant is, dan voert een stoeltje elke keer dezelfde cirkelbeweging uit. Er is sprake van een periodieke beweging. Er is geen evenwichtsstand op de doorlopen cirkel en dus is het geen trilling.

c Bij een constant toerental beweegt de zuiger rond een vaste evenwichtsstand. Het is een trilling.

d Het is een periodieke beweging, maar doordat de paal steeds dieper de grond in gaat, verschuift de evenwichtsstand. Het is dus geen trilling.

Opgave 2

a Na een bepaalde tijd herhaalt de beweging zich. Dus de beweging van het hart is een periodieke beweging.

b De stukken horizontale lijn kun je beschouwen als de vaste evenwichtsstand van de beweging. De beweging van het hart is dus een trilling.

c De frequentie bereken je met de formule voor de frequentie.
De periode bepaal je met behulp van figuur 9.11 van het leerboek.

In figuur 9.11 van het leerboek is de afstand tussen de twee R-pieken 5,0 cm.
1 cm komt overeen met 0,25 s.
De periode T is $5{,}0 \times 0{,}25 = 1{,}25$ s.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{1{,}25} = 0{,}80 \text{ Hz}$$

0,80 Hz betekent 0,80 slagen per seconde.
In 1 minuut zijn er dan $60 \times 0{,}80 = 48$ slagen.
De frequentie is dus 48 min^{-1}.

d De hoogte van de spanningspiek bepaal je met de hoogte boven de vlakke lijn tussen twee hartslagen.

De top van de R-piek ligt 2,4 cm boven de vlakke lijn tussen twee hartslagen.
1 cm komt overeen met 500 μV.
De grootte van de spanningspiek is dus $2{,}4 \times 500\ \mu\text{V} = 1{,}20 \cdot 10^3\ \mu\text{V} = 1{,}20$ mV.
Afgerond: 1,2 mV.

Opgave 3

a De frequentie bereken je met de formule voor de frequentie.
De periode bereken je met de tijd nodig voor tien volledige trillingen.

Kees meet 7,9 s over tien volledige trillingen.
De trillingstijd T is dus $\frac{7{,}9}{10} = 0{,}79$ s.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{0{,}79}$$

$f = 1{,}265$ Hz
Afgerond: $f = 1{,}3$ Hz.

b Bij een tijdmeting met de hand hangt de meetonzekerheid voornamelijk af van de reactietijd bij het starten en stoppen van de stopwatch of timer. Die reactietijd is ongeveer gelijk voor elke meting. Bij een meting van tien trillingstijden wordt de meetonzekerheid verdeeld over tien trillingstijden. De meetonzekerheid per trillingstijd is dan kleiner dan bij het meten van slechts één trillingstijd.

c Kees kan het beste de stopwatch indrukken in de uiterste stand boven of onder. Dan lijkt het blokje even stil te hangen. De evenwichtsstand is moeilijk waar te nemen omdat het blokje dan te snel beweegt.

Opgave 4

a Uit figuur 9.12 van het leerboek blijkt dat de beweging zich na elke 0,125 s herhaalt.
Je ziet in figuur 9.12 ook dat de evenwichtsstand $u = 0$ steeds wordt gepasseerd.

b De amplitude bepaal je uit de maximale uitwijking ten opzichte van de evenwichtsstand.

In figuur 9.12 blijkt dat de uitwijking varieert tussen −4,0 cm en +4,0 cm.
Dus $A = 4{,}0$ cm.

c De frequentie bereken je met de formule voor de frequentie.
De trillingstijd bepaal je in figuur 9.12.

$$f = \frac{1}{T}$$

In figuur 9.12 lees je af dat $2T = 0{,}250$ s.
Dus $T = 0{,}125$ s.

Invullen levert $f = \dfrac{1}{0{,}125}$.

$f = 8{,}00$ Hz

d De fase bereken je met de periode en de tijd vanaf het tijdstip waarop $\varphi = 0$.
Het tijdstip waarop $\varphi = 0$ bepaal je met de beweging vanuit de evenwichtsstand in positieve richting.

Op $t = 0{,}075$ s wordt voor het eerst de evenwichtsstand in positieve richting gepasseerd.
$t = 0{,}075$ s is het tijdstip waarop $\varphi = 0$.

$$\varphi = \frac{t}{T}$$

Op $t = 0{,}10$ s is $0{,}10 - 0{,}075 = 0{,}025$ s verstreken sinds het tijdstip waarop $\varphi = 0$.

Invullen levert $\varphi = \dfrac{0{,}025}{0{,}125} = 0{,}200$.

Afgerond: $\varphi = 0{,}20$.

e De gereduceerde fase bepaal je uit de fase.
De fase bereken je met de periode en de tijd vanaf het tijdstip waarop $\varphi = 0$.

$t = 0{,}075$ s is het tijdstip waarop $\varphi = 0$. (zie vraag d)

$$\varphi = \frac{t}{T}$$

Op $t = 0{,}30$ s is $0{,}30 - 0{,}075 = 0{,}225$ s verstreken sinds het tijdstip waarop $\varphi = 0$.

Invullen levert $\varphi = \dfrac{0{,}225}{0{,}125} = 1{,}800$.

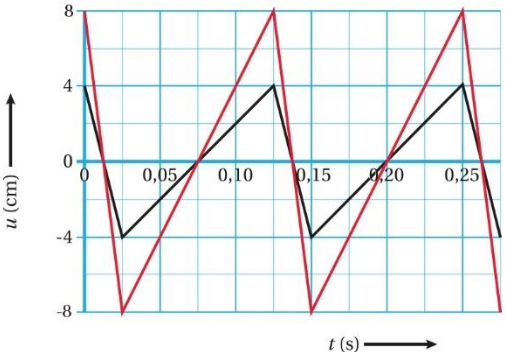
De gereduceerde fase is dan $\varphi_{r,0,30} = 0{,}800$.
Afgerond: $\varphi_{r,0,30} = 0{,}80$.

f Een twee keer zo grote amplitude betekent dat de uiterste standen twee keer zo ver, dus 8,0 cm van de evenwichtsstand afliggen.

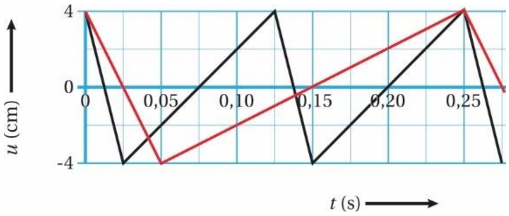
Zie figuur 9.1.

g Een twee keer zo kleine frequentie betekent dat de trillingstijd twee keer zo groot is.

Zie figuur 9.2.



Figuur 9.1



Figuur 9.2

Opgave 5

a De frequentie van de trilling bereken je met de formule voor de frequentie.
De trillingstijd bepaal je in figuur 9.13.

In figuur 9.13 zijn twee volledige trillingen afgebeeld in 6,0 s.
De trillingstijd bedraagt dus 3,0 s.

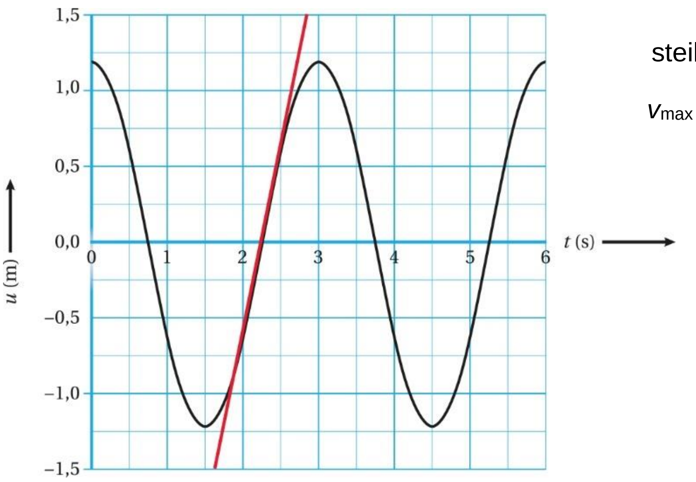
$f = \dfrac{1}{T}$

$f = \dfrac{1}{3{,}0}$

f = 0,333 Hz
Afgerond: f = 0,33 Hz.

b De maximale snelheid volgt uit de steilheid van de grafiek in een (u,t)-diagram.
De snelheid is het grootst wanneer de steilheid van de raaklijn het grootst is.

Zie figuur 9.3.



Figuur 9.3

$\text{steilheid} = \dfrac{\Delta u}{\Delta t} = \dfrac{1{,}5 - (-1{,}5)}{2{,}8 - 1{,}7} = 2{,}72\ \text{m s}^{-1}$

v_{max} = 2,7 m s^{-1}

Opgave 6

a De frequentie bereken je met de formule voor de frequentie.
De trillingstijd bepaal je met het aantal trillingen op het scherm en de tijdsduur om die trillingen te maken.
De tijdsduur om de trillingen te maken bereken je met de tijdbasis en het aantal schaaldelen op het scherm.
Het aantal schaaldelen lees je af in de figuur 9.14.

Figuur 9.14a
In deze figuur zie je 2,25 trilling voor 10 schaaldelen.
De tijdbasis is 0,5 ms/div.
$2{,}25T = 10 \times 0{,}5 = 5{,}0$ ms
De trillingstijd $T = 2{,}222$ ms $= 2{,}222 \cdot 10^{-3}$ s.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{2{,}222 \cdot 10^{-3}}$$

$f = 4{,}5 \cdot 10^{2}$ Hz

Figuur 9.14b
In deze figuur zie je 1,5 trilling voor 10 schaaldelen.
De tijdbasis is 1 ms/div.
$1{,}5T = 10 \times 1 = 10$ ms
De trillingstijd $T = 6{,}666$ ms $= 6{,}666 \cdot 10^{-3}$ s.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{6{,}666 \cdot 10^{-3}}$$

$f = 1{,}5 \cdot 10^{2}$ Hz

b De instelling van de tijdbasis bereken je met de tijdsduur om de trillingen in het oscillogram te maken en het aantal schaaldelen op het scherm.
De tijdsduur van het aantal trillingen bereken je met het aantal trillingen en de trillingstijd.
De trillingstijd bereken je met de frequentie.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$300 = \frac{1}{T}$$

$T = 3{,}333 \cdot 10^{-3}$ s

Figuur 9.15a
In dit oscillogram zie je 6 trillingen over 10 schaaldelen.
Deze 6 trillingen duren $6 \times 3{,}333 \cdot 10^{-3} = 0{,}0200$ s.
Een schaaldeel is dan $\frac{0{,}020}{10} = 0{,}00200$ s $= 2{,}00$ ms.
In twee significante cijfers is de tijdbasis 2,0 ms/div.

Figuur 9.15b
In dit oscillogram zie je 1,5 trilling over 10 schaaldelen.
Deze 1,5 trilling duurt $1{,}5 \times 3{,}333 \cdot 10^{-3} = 0{,}00500$ s.
Een schaaldeel is dan $\frac{0{,}005}{10} = 0{,}0005$ s $= 0{,}500$ ms.
In twee significante cijfers is de tijdbasis 0,50 ms/div.

Opgave 7

a De trillingstijd bepaal je met het aantal trillingen in figuur 9.17 en de tijdsduur om die trillingen te maken.

In figuur 9.16 van het leerboek zie je twee volledige trillingen in 2,70 s.

$$T = \frac{2{,}70}{2} = 1{,}35 \text{ s}$$

b Op welk tijdstip de fase 0 is, bepaal je met het tijdstip waarop de slinger voor de eerste keer in positieve richting door de evenwichtsstand gaat.

De fase is 0 op t = 0,675 s.

c De tijdstippen waarop de gereduceerde fase 0,5 is, bepaal je met de tijdstippen waarop de slinger in negatieve richting door de evenwichtsstand gaat.

De gereduceerde fase is 0,5 op t = 0,00 s, 1,35 s en 2,70 s.

Opgave 8

a In figuur 9.17 van het leerboek zie je 2 volledige trillingen in 7,80 ms.

$$T = \frac{7{,}80}{2} = 3{,}90 \text{ ms}$$

b De amplitude bepaal je uit de maximale uitwijking ten opzichte van de evenwichtsstand.

In figuur 9.17 lees je af A = 0,05 cm.

c De fase van een trilling bereken je met de periode en de tijd.
De tijd bepaal je met het tijdstip waarop de evenwichtsstand voor het eerst in positieve richting wordt gepasseerd.
De periode bepaal je met figuur 9.17.

In figuur 9.17 lees je af $1{,}5T_a$ = 2,40 ms.
T_a = 1,60 ms
Op t = 1,20 ms wordt voor het eerst de evenwichtsstand in positieve richting gepasseerd.
Dus op t = 1,20 ms geldt $\varphi = 0$.
Dat betekent dat op t = 2,40 ms er 1,20 ms verstreken zijn vanaf het tijdstip dat $\varphi = 0$.

$$\varphi_a = \frac{t}{T_a} = \frac{1{,}20}{1{,}60} = 0{,}750$$

Afgerond: $\varphi_a = 0{,}75$.

d De frequentie van trilling b bereken je met de formule voor de trillingstijd.
De trillingstijd bepaal je met het aantal trillingen in figuur 9.17 en de tijdsduur om die trillingen te maken.

In figuur 9.17 zijn 7,5 trillingen te zien tussen t = 2,4 ms en t = 3,9 ms.
$7{,}5T = 3{,}9 - 2{,}4 = 1{,}5 \text{ ms} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ s
$T = 0{,}20 \cdot 10^{-3}$ s

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}20 \cdot 10^{-3}} = 5{,}0 \cdot 10^{3} \text{ Hz}$$

Dit is dus 5,0 kHz.

e De gereduceerde fase bepaal je uit de fase.
De fase bereken je met de periode en de tijd nadat de evenwichtsstand voor het eerst in positieve richting is gepasseerd.

Op t = 2,45 ms wordt voor het eerst de evenwichtsstand in positieve richting gepasseerd.
Op t = 2,45 ms is φ gelijk aan 0.
Op t = 3,52 ms is er $3{,}52 - 2{,}45 = 1{,}07 \text{ ms} = 1{,}07 \cdot 10^{-3}$ s verstreken vanaf het tijdstip waarop $\varphi = 0$.

$$\varphi_b = \frac{t}{T_b} = \frac{1{,}07 \cdot 10^{-3}}{0{,}20 \cdot 10^{-3}} = 5{,}35$$

De gereduceerde fase $\varphi_{r,3,52} = 0{,}35$.

9.2 Harmonische trilling

Opgave 9

a De veerconstante bereken je met de formule voor de veerkracht.
De veerkracht beredeneer je met de eerste wet van Newton en de zwaartekracht.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$
m = 150 g = 0,150 kg
g = 9,81 m s^{-2}
F_{zw} = 9,81 × 0,150 = 1,4715 N

Op het blokje werken de veerkracht en de zwaartekracht. Het blokje is in rust. Volgens de eerste wet van Newton zijn de veerkracht en de zwaartekracht aan elkaar gelijk.

$F_v = F_{zw}$
$F_v = C \cdot u$
u = 13,5 cm = 13,5·10^{-2} m
Invullen levert 1,4715 = C × 13,5·10^{-2}.
C = 10,90 N m^{-1}
Afgerond: C = 10,9 N m^{-1}.

b De veerconstante bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.
De trillingstijd bereken je met de tijd voor tien trillingen.

10T = 7,37 s
T = 0,737 s

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

m = 150 g = 0,150 kg
Invullen levert $0{,}737 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}150}{C}}$.
C = 10,90 N m^{-1}
Afgerond: C = 10,9 N m^{-1}.

c Of Elise een andere waarde voor de trillingstijd zou hebben gemeten, leg je uit met de grootheden die in de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem voorkomen.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

Door het blokje verder omlaag te trekken, ontstaat een trilling met een grotere amplitude A. De trillingstijd hangt niet af van A. De massa en de veerconstante veranderen niet door een grotere amplitude en daardoor de trillingstijd ook niet.

d Elise kan een grotere massa aan de veer hangen of zij kan een slappere veer met een kleinere veerconstante gebruiken.

Opgave 10

a De formule voor de uitwijking als functie van de tijd stel je op met de waarden voor de amplitude en de trillingstijd.
De waarden voor de amplitude en de trillingstijd bepaal je in figuur 9.26.

$$u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$

$A = |u_{max}| = 1{,}0$ cm (aflezen in figuur 9.26 van het boek)
T = 2,0 s (aflezen in figuur 9.26 van het boek)

$$u = 1{,}0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{2} \cdot t\right) = 1{,}0 \cdot \sin(\pi t)$$

$$u = 1{,}0 \cdot \sin(\pi t)$$

b Met t = 0,70 s:

$$u = 1{,}0 \times \sin(0{,}70 \cdot \pi)$$

u = 0,809 cm (De rekenmachine moet in radialen (RAD) rekenen.)
Afgerond: u = 0,81 cm.
Aflezen van figuur 9.26 geeft dezelfde waarde.

Met t = 1,2 s:

$$u = 1{,}0 \cdot \sin(1{,}2 \cdot \pi)$$

u = −0,587 cm
Afgerond: u = −0,59 cm.
Aflezen van figuur 9.26 geeft dezelfde waarde.

c Dat de (F_{res},t)-grafiek ook sinusvormig is, leg je uit door de formules voor de resulterende kracht en voor de uitwijking van een harmonische trilling te combineren.

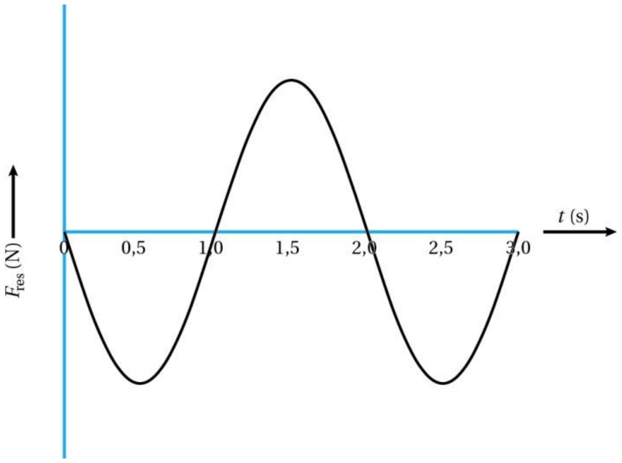
Voor een blokje aan een veer geldt $F_{res} = -C \cdot u$.

Als je dit combineert met $u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$ volgt daaruit

$$F_{res} = -C \cdot u = -C \cdot A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) = -F_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right).$$

Ook deze formule geeft een grafiek die sinusvormig is.

d Zie figuur 9.4.



Figuur 9.4

De belangrijkste kenmerken van je schets zijn:
- De kracht verandert sinusvormig met de tijd.
- De nulpunten van het (F_{res},t)-diagram vallen samen met die van het (u,t)-diagram.
- Vanwege het minteken is de (F_{res},t)-grafiek gespiegeld ten opzichte van de (u,t)-grafiek.

e De nieuwe trillingstijd bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

De veerconstante C verandert niet.
Hang je een tweede blokje met massa m aan de veer, dan wordt de massa 2 keer zo groot.

De trillingstijd is recht evenredig met $\sqrt{m}$. Als m 2 keer zo groot wordt, wordt de trillingstijd dus $\sqrt{2}$ keer zo groot.
In figuur 9.26 van het boek geldt T = 2,0 s. Dus in de nieuwe situatie geldt $T = \sqrt{2} \times 2{,}0 = 2{,}82$ s.
Afgerond: T = 2,8 s.

Opgave 11

a De uitrekking van de veer bereken je met de formule voor de veerkracht.
De veerkracht volgt uit de zwaartekracht.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$
m = 300,0 g = 0,3000 kg
g = 9,81 m s^{-2} (zie BINAS tabel 7)
$F_{\text{zw}} = 9{,}81 \times 0{,}3000 = 2{,}9430$ N

$F_{\text{veer}} = C \cdot u$
$F_{\text{veer}} = F_{\text{zw}}$ (want er is evenwicht van krachten)
C = 25,00 N m^{-1}
$2{,}9430 = 25{,}00 \times u$
u = 0,11772 m
Afgerond: u = 11,77 cm.

b De uiterste waarden van de uitrekking bereken je met de uitrekking en de amplitude.

De grootste uitrekking van de veer is 11,77 + 6,00 = 17,77 cm.
De kleinste uitrekking is 11,77 − 6,00 = 5,77 cm.
Dus de uitrekking varieert tussen 5,77 cm en 17,77 cm.

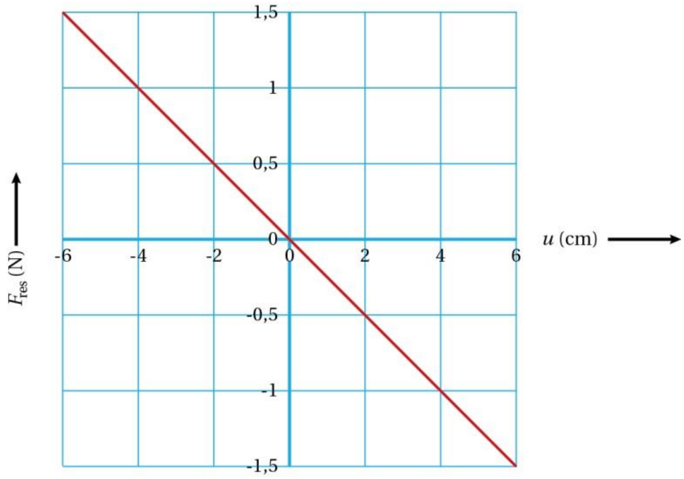
c F_{res} in uiterste stand boven bereken je met de zwaartekracht en de veerkracht in de uiterste stand boven.
De veerkracht bereken je met de formule voor de veerkracht.

De zwaartekracht is naar beneden gericht.
F_{zw} = 2,943 N (zie vraag a)
De veerkracht is naar boven gericht.
$F_{\text{v}} = C \cdot u$
u = 5,77 cm = $5{,}77 \cdot 10^{-2}$ m
$F_{\text{veer}} = 25{,}00 \times 5{,}77 \cdot 10^{-2} = 1{,}443$ N
$F_{\text{res}} = 1{,}443 - 2{,}943 = -1{,}50$ N
Dus de resulterende kracht in de uiterste stand boven is naar beneden gericht. Dat is volgens afspraak de negatieve richting.

d F_{res} in de uiterste stand beneden bereken je met de zwaartekracht en de veerkracht in de uiterste stand boven.
De veerkracht bereken je met de formule voor de veerkracht.

De zwaartekracht is naar beneden gericht.
F_{zw} = 2,943 N (zie vraag a)
De veerkracht is naar boven gericht.
$F_{\text{v}} = C \cdot u$
u = 17,77 cm = $17{,}77 \cdot 10^{-2}$ m
$F_{\text{veer}} = 25{,}00 \times 17{,}77 \cdot 10^{-2} = 4{,}443$ N
$F_{\text{res}} = 4{,}443 - 2{,}943 = 1{,}50$ N
Dus de resulterende kracht in de uiterste stand boven is naar boven gericht. Dat is volgens afspraak de positieve richting.

e Zie figuur 9.5.



Figuur 9.5

f De resulterende krachten in de nieuwe situatie bereken je op een vergelijkbare manier als bij de vragen c en d.
Voor een massa van 200,0 g geldt F_{zw} = 9,81 × 0,2000 = 1,9620 N.
Met $F_{veer} = C \cdot u$ bereken je dan de evenwichtsstand van 7,8453 cm.
De uitrekking varieert dus tussen 7,8453 − 6,00 = 1,845 cm en 7,8453 + 6,00 = 13,845 cm.
De veerkrachten die hierbij horen zijn 0,4613 N en 3,4613 N.
Voor F_{res} worden deze krachten verminderd met de zwaartekracht van 1,9613 N. Dit levert de resultaten van −1,50 N en +1,50 N, net als bij de vragen c en d.

g De conclusie verklaar je met de formule voor de resulterende kracht bij een harmonische trilling.

$F_{res} = -C \cdot u$
Bij een blokje aan een veer is de krachtconstante C gelijk aan de veerconstante.
De massa speelt dus geen rol.

Opgave 12

a Het faseverschil bereken je met de formule voor het faseverschil.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$$

Δt = 1,80 − 1,10 = 0,70
T = 1,35 s

$$\Delta\varphi = \frac{0{,}70}{1{,}35} = 0{,}518$$

Afgerond: $\Delta\varphi$= 0,52.

b Het faseverschil bepaal je door de richtingen waarin de slinger beweegt met elkaar te vergelijken.

Als je op t = 0 s kijkt, dan zie je dat slinger 1 door de evenwichtsstand naar beneden gaat en slinger 2 door de evenwichtsstand naar boven gaat. Het faseverschil is dan 0,50.

c Hoeveel kleiner of groter de lengte van slinger 3 is, bepaal je met de gegeven formule.

De trillingstijd is recht evenredig met de wortel van de lengte.
Voor slinger 2 geldt: $T_2 \propto \sqrt{\ell_2}$.
T_2 is bij slinger 3 1,2 keer zo groot. Dus voor slinger 3 geldt: $1{,}2T_2 \propto 1{,}2\sqrt{\ell_2}$.
Hieruit volgt $1{,}2T_2 \propto \sqrt{(1{,}2)^2 \cdot \ell_2} = \sqrt{1{,}44 \cdot \ell_2}$.
De lengte van slinger 3 is dus 1,44× zo groot als de lengte van slinger 2.

d Het faseverschil tussen slinger 2 en slinger 3 op t = 2,4 s bepaal je met de fase van slinger 2 en slinger 3 op t = 2,4 s.

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{t}{T_2} - \frac{t}{T_3}$$

t = 2,4 s
T_2 = 1,35 s
T_3 = 1,2 × 1,35 = 1,62 s

$$\Delta\varphi = \frac{2{,}4}{1{,}35} - \frac{2{,}4}{1{,}62} = 0{,}296$$

Afgerond: $\Delta\varphi$ = 0,30.

Opgave 13

a De formule leid je af met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

Beide zijden van deze vergelijking kwadrateren levert $T^2 = 4\pi^2 \cdot \dfrac{m}{C}$.

Dit komt overeen met $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{C} \cdot m$.

b In figuur 9.29a liggen de meetpunten van Nabil horizontaal steeds 1,0 cm uit elkaar.
Ook in figuur 9.29b is dat zo. De meetpunten verschillen steeds met de massa van 1 schijf, en deze is steeds 0,20 kg. Dus 1 cm komt overeen met 0,20 kg.

c De massa van de ruiter bepaal je met de massa van het systeem als er geen ringen op de ruiter liggen.

Het eerste meetpunt in de figuren 9.29a en b hoort bij 0 ringen op de ruiter.
In figuur 9.29b lees je dan dat de massa 0,30 kg is.

d De steilheid = $\dfrac{\Delta T^2}{\Delta m} = \dfrac{4{,}70 - 0{,}0}{1{,}100 - 0{,}0} = 4{,}272\,\dfrac{\text{s}^2}{\text{kg}}$.

Afgerond is de steilheid is dus 4,3 $\text{s}^2\,\text{kg}^{-1}$.

e De krachtconstante bereken je met de steilheid.
De steilheid in formulevorm volgt uit de gegeven formule.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$$

In het (T^2,m)-diagram is de steilheid dus gelijk aan $\dfrac{4\pi^2}{C}$.

$$\frac{4\pi^2}{C} = 4{,}3$$

C = 9,181 $\text{kg}\,\text{s}^{-2}$
Afgerond: C = 9,2 kg s^{-2}.

of
De krachtconstante bereken je met de gegeven formule.
Gebruik een punt op de grafieklijn (zo groot mogelijke getallen i.v.m. de nauwkeurigheid).

De coördinaten van het punt met 4 ringen zijn (1,1; 4,7).

$$4{,}7 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot 1{,}1$$

C = 9,23 $\text{kg}\,\text{s}^{-2}$
Afgerond: C = 9,2 kg s^{-2}.

Opmerking
De vreemde eenheid kg s^{-2} is hetzelfde als N m^{-1}:

$$\text{N}\,\text{m}^{-1} = \frac{\text{N}}{\text{m}} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{\text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = \text{kg}\,\text{s}^{-2}$$

Opgave 14

a De trillingstijd bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

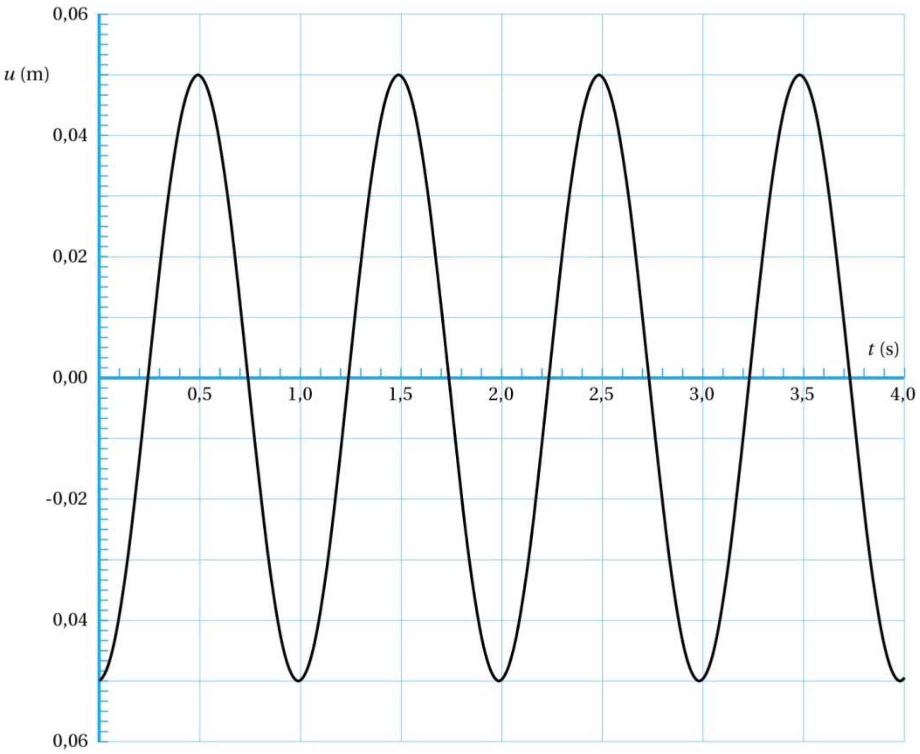
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

m = 0,50 kg
C = 20 N m^{-1}

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}50}{20}}$$

T = 0,993 s
Afgerond: T = 0,99 s.

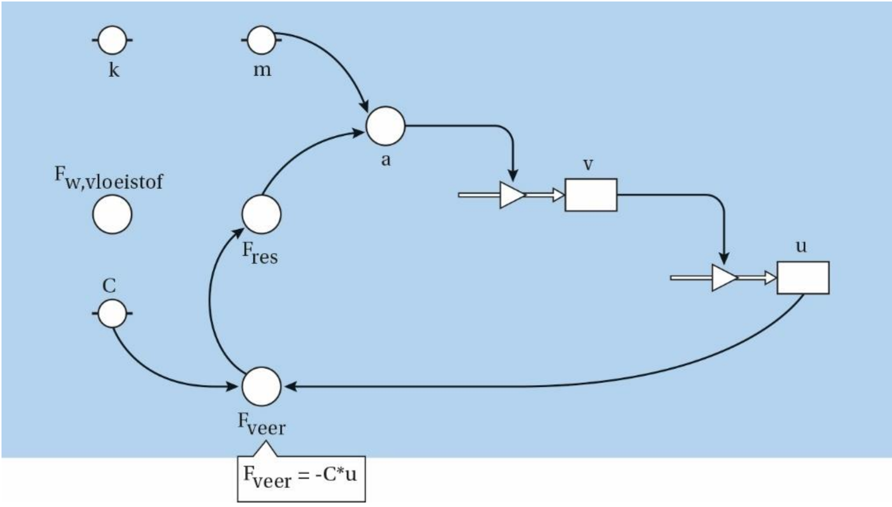
b Het model geeft het (u,t)-diagram van figuur 9.6. Je ziet dat de trillingstijd iets kleiner is dan 1,0 s. Voor grotere nauwkeurigheid lees je meer periodes af, of je gebruikt de optie ‘uitlezen’.



Figuur 9.6

c Dat de resulterende kracht en de uitwijking tegengesteld gericht zijn, ga je na met de formules voor Fveer en Fres die in het grafische model zijn gebruikt.

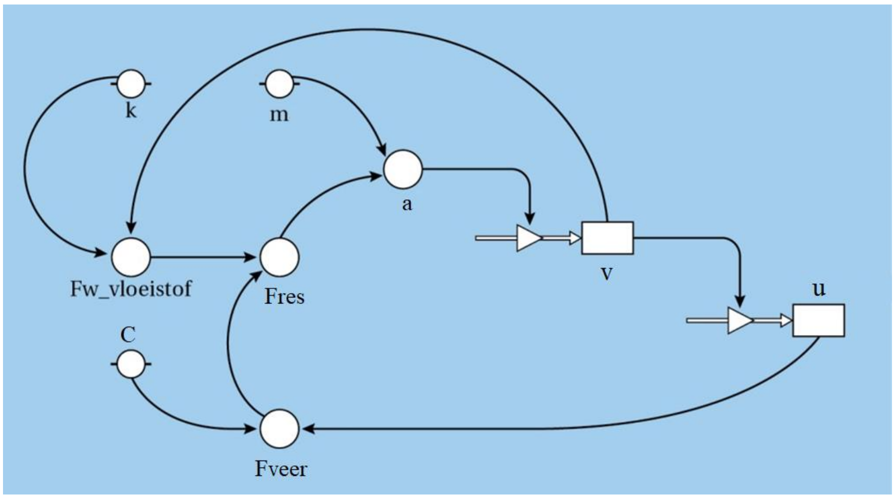
Ga je in het Modelvenster met de cursor op ‘veerkracht’ staan, dan zie je figuur 9.7.



Figuur 9.7

Het minteken in $F_{veer} = -C \cdot u$ geeft aan dat de veerkracht en de uitwijking tegengesteld gericht zijn.
Ga je vervolgens met de cursor op ‘Fres’ staan dan zie je Fres:= Fveer.
Hier zie je geen minteken. Dus de resulterende kracht is ook tegengesteld gericht aan de uitwijking.

d Zie figuur 9.8.



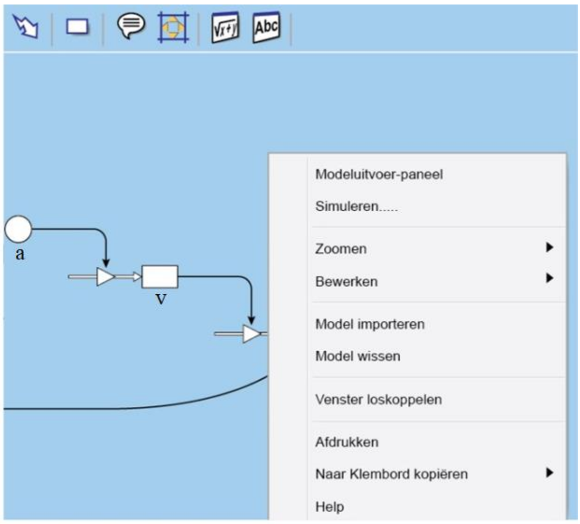
Figuur 9.8

Omdat $F_{w,vloeistof} = k \cdot v$, zijn er pijlen van ‘k’ en ‘v’ naar ‘Fw,vloeistof’. De vloeistofkracht moet worden verrekend in de resulterende kracht: er is ook een pijl van ‘Fw,vloeistof’ naar ‘Fres’.

e De richting van een weerstandskracht is tegengesteld aan de richting van de snelheid. Dat is niet verwerkt in de formule $F_{w,lucht} = k \cdot v$. Dus moet er een minteken worden verwerkt bij het doorrekenen met $F_{w,vloeistof}$. De tweede mogelijkheid $F_{res} = F_{veer} - F_{w,vloeistof}$ is dus juist.

f Voeg eerst relatiepijlen en de formule toe om het model compleet te maken met de weerstandskracht door de vloeistof. Gebruik hierbij de gegevens bij de vragen d en e.
Zorg ervoor dat het model doorrekent tot t = 30 s. Zie figuur 9.9.
Rechtsklik in ‘Modelvenster’ en kies voor de optie ’Simuleren’. Zie figuur 9.10.

Figuur 9.9



Figuur 9.10

Kies een waarde voor *k* en laat Coach het model doorrekenen. Zoom in op het (*u*,*t*)-diagram op een tijdsbereik vlak voor *t* = 30 s en ga na of de amplitude kleiner is dan 0,5 mm = 0,0005 m. Proberen geeft *k* = 0,16 kg s^{-1}.

9.3 Trillingsenergie en resonantie

Opgave 15

a De auto heeft vanwege vering en massa een bepaalde eigenfrequentie. Tijdens het rijden met constante snelheid op de hobbelige weg krijgt de auto met een bepaalde frequentie schokken.
Deze frequentie hangt af van de snelheid waarmee de auto rijdt.
Als de frequentie van de schokken gelijk is aan de eigenfrequentie, treedt resonantie op.

b De veerconstante bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.
De trillingstijd is bij resonantie de tijd tussen twee hobbels.
De tijd tussen twee hobbels bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.

$s = v \cdot t$
$s = 10$ m
$v = 80 \text{ km h}^{-1} = \dfrac{80}{3{,}6} = 22{,}22 \text{ ms}^{-1}$
Invullen levert $10 = 22{,}22 \times t$.
$t = 0{,}45$ s

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$
$T = t = 0{,}45$ s
$m = 960$ kg
Invullen levert $0{,}45 = 2\pi\sqrt{\dfrac{960}{C}}$.
$C = 1{,}871 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-1}$
Afgerond: $C = 1{,}9 \cdot 10^5 \text{ N m}^{-1}$.

c Of deze snelheid hoger of lager is, beredeneer je met de formules voor verplaatsing bij eenparige beweging en de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$
Door de auto zwaarder te beladen, neemt de massa m toe. De veerconstante verandert niet.
Dus neemt de trillingstijd T waarbij resonantie optreedt toe.
De resonantie treedt dan op bij een grotere tijd tussen twee hobbels.
$s = v \cdot t$
De afstand s tussen de hobbels verandert niet.
De tijd t neemt toe. Dus treedt resonantie op bij een lagere snelheid.

Opgave 16

a De amplitude waarmee het waterstofatoom trilt, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in het omkeerpunt.

$E_{tril} = \tfrac{1}{2} C \cdot A^2$
$E_{tril} = 5{,}95 \cdot 10^{-20}$ J
$C = 5{,}2 \cdot 10^2 \text{ N m}^{-1}$
$5{,}95 \cdot 10^{-20} = \tfrac{1}{2} \times 5{,}2 \cdot 10^2 \times A^2$
$A = 1{,}51 \cdot 10^{-11}$ m
Afgerond: $A = 1{,}5 \cdot 10^{-11}$ m.

b De snelheid waarmee het waterstofatoom de evenwichtsstand passeert, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$E_{tril} = \frac{1}{2} m \cdot v_{max}^2$
E_{tril} = 5,95·10^{-20} J
m = 1,7·10^{-27} kg
v_{max} = 8,366·10^{3} m s^{-1}
Afgerond: v_{max} = 8,4·10^{3} m s^{-1}.

c De maximale verandering in procenten bereken je met de verhouding tussen de amplitude en de bindingslengte.

De bindingslengte tussen H en Cl is 127·10^{-12} m. (zie BINAS tabel 53A)
De amplitude van deze trilling 1,5·10^{-11} m.
De verandering is dus maximaal $\frac{1{,}5 \cdot 10^{-11}}{127 \cdot 10^{-12}} \cdot 100\% = 11{,}81\%$.
Afgerond: 12%.

Opgave 17

a De veerconstante van het geheel bereken je met de trillingsenergie.
De trillingsenergie volgt volgens de wet van behoud van energie uit de kinetische energie van het insect.

$E_{tril} = E_{kin,\ insect}$
$\frac{1}{2} C \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
A = 1,1 cm = 0,011 m
m = 3,5 g = 3,5·10^{-3} kg
v = 1,4 m s^{-1}
Invullen levert $\frac{1}{2} \times C \cdot 0{,}011^2 = \frac{1}{2} \times 3{,}5 \cdot 10^{-3} \times 1{,}4^2$.
C = 56,6 N m^{-1}
Afgerond: C = 57 N m^{-1}.

b Na hoeveel seconden de evenwichtsstand wordt bereikt, bereken je met de trillingstijd van het massa-veersysteem.

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$
m = 2,2 + 3,5 = 5,7 g = 5,7·10^{-3} kg
Invullen levert $T = 2\pi \sqrt{\frac{5{,}7 \cdot 10^{-3}}{57}} = 0{,}0628$ s.
Bij de botsing met het web gaat het midden van het web uiteindelijk naar de uiterste stand.
Van de uiterste stand naar de evenwichtsstand is $\frac{1}{4} T = 0{,}0157$ s.
Afgerond: 0,016 s.

c De snelheid waarmee de spin en het insect door de evenwichtsstand gaan, bereken je met de trillingsenergie in een omkeerpunt en de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$\frac{1}{2} C \cdot A^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

C = 57 N m^{-1} (zie antwoord vraag a)
A = 1,1 cm = 0,011 m
m = 5,7·10^{-3} kg
Invullen levert $\frac{1}{2} \times 57 \times 0{,}011^2 = \frac{1}{2} \times 0{,}0057 \cdot v^2$.
v = 1,10 m s^{-1}
Afgerond: v = 1,1 m s^{-1}.

Opgave 18

a *Methode 1*

De maximale snelheid van de kogel bereken je met de formule voor de maximale snelheid van de harmonische trilling van de kogel en het blokje.
De trillingstijd bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

m = 10 + 50 = 60 g = 0,060 kg
C = 50 N m^{-1}

Invullen levert $T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}060}{50}}$.

T = 0,2176 s

$$v_{max} = \frac{2\pi A}{T}$$

A = 7,0 cm = 0,070 m

Invullen levert $v_{max} = \frac{2\pi \cdot 0{,}070}{0{,}2176}$.

v_{max} = 2,02 m s^{-1}
Afgerond: v_{max} = 2,0 m s^{-1}.

Methode 2

De snelheid waarmee de spin en het insect door de evenwichtsstand gaan, bereken je met de trillingsenergie in een omkeerpunt en de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$$\tfrac{1}{2}C \cdot A^2 = \tfrac{1}{2}m \cdot v_{max}^2$$

C = 50 N m^{-1}
A = 7,0 cm = 0,070 m
m = 10 + 50 = 60 g = 0,060 kg

$$\tfrac{1}{2} \times 50 \times 0{,}070^2 = \tfrac{1}{2} \times 0{,}060 \cdot v_{max}^2$$

v_{max} = 2,02 m s^{-1}
Afgerond: v_{max} = 2,0 m s^{-1}.

b De amplitude waarmee het blokje trilt, bereken je met de formule voor de trillingsenergie in een omkeerpunt en de formule voor de trillingsenergie in de evenwichtsstand.

$$\tfrac{1}{2}C \cdot A^2 = \tfrac{1}{2}m \cdot v_{max}^2$$

C = 50 N m^{-1}
m = 10 g = 0,010 kg
v_{max} = 2,0 m s^{-1} (De snelheid van de kogel is gelijk aan de snelheid van het blokje.)

$$\tfrac{1}{2} \times 50 \times A^2 = \tfrac{1}{2} \times 0{,}010 \times 2{,}0^2 \cdot$$

A = 2,828·10^{-2} m
Afgerond: A = 2,8·10^{-2} m.

Opgave 19

a Zie figuur 9.11.
In de driehoek ABC geldt BC = $\ell - \Delta h$.
De stelling van Pythagoras voor driehoek ABC geeft:

$$u^2 + (\ell - \Delta h)^2 = \ell^2$$

$$u^2 + \ell^2 - 2\ell \cdot \Delta h + (\Delta h)^2 = \ell^2$$

$$u^2 - 2\ell \cdot \Delta h + (\Delta h)^2 = 0$$

$$u^2 = 2 \cdot \ell \cdot \Delta h - (\Delta h)^2$$

b Als Δh veel kleiner is dan ℓ, dan is $2\ell \cdot \Delta h$ veel groter dan $(\Delta h)^2$. Dan kan $(\Delta h)^2$ worden verwaarloosd.

c De formule voor de krachtconstante leid je af met de formule bij vraag b en de formules voor de potentiële energie en de zwaarte-energie.

De zwaarte-energie van de kogel in punt B is gelijk aan de potentiële energie.

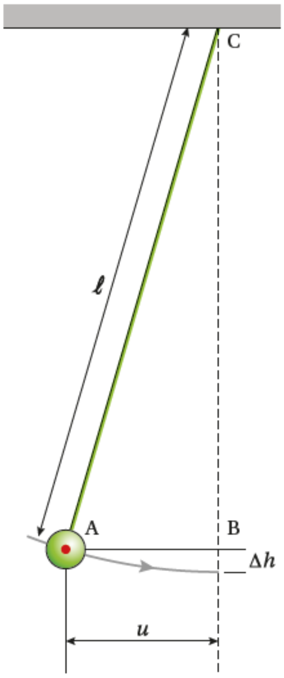
$E_{zw} = m \cdot g \cdot \Delta h$ en $E_{pot} = \frac{1}{2} C \cdot u^2$

Dus $\frac{1}{2} C \cdot u^2 = m \cdot g \cdot \Delta h$.

Uit $u^2 = 2 \cdot \ell \cdot \Delta h$ volgt $\Delta h = \dfrac{u^2}{2\ell}$.

Invullen levert $\frac{1}{2} C \cdot u^2 = m \cdot g \cdot \dfrac{u^2}{2\ell}$.

Hieruit volgt $C = \dfrac{m \cdot g}{\ell}$.



Figuur 9.11

d Dat de massa geen invloed heeft, leg je uit met de formule bij vraag c en de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

Er geldt $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{C}}$ en $C = \dfrac{m \cdot g}{\ell}$.

Combineren levert $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m \cdot \ell}{m \cdot g}}$.

Hieruit volgt $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$.

De massa m komt niet voor in het eindresultaat en heeft dus geen invloed op de trillingstijd.

e De periode waarmee Elin de beweging moet uitvoeren, bereken je met de formule die bij vraag d is afgeleid.

Het kind wil resoneren, dus moet het heen en weer bewegen met dezelfde periode als de eigentrilling.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

$\ell = 1{,}80$ m
$g = 9{,}81$ m s^{-2}

Invullen levert $T = 2\pi\sqrt{\frac{1{,}80}{9{,}81}} = 2{,}691$ s .

Afgerond: $T = 2{,}69$ s.

Opgave 20

a Dat de auto een harmonische trilling gaat uitvoeren, leg je uit met de beschrijving van een harmonische trilling.
De enige kracht die op de auto werkt is de veerkracht. Deze is naar de evenwichtsstand gericht en is recht evenredig met de uitrekking.

b De veerconstante bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.
De trillingstijd bereken je met de formule voor de frequentie.

$T = \frac{1}{f}$

$f = 1{,}2$ Hz

Invullen levert $T = \frac{1}{1{,}2}$.

$T = 0{,}833$ s

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$

$m = 0{,}140$ kg

Invullen levert $0{,}833 = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}140}{C}}$.

$C = 7{,}958$ N m^{-1}
Afgerond: $C = 7{,}96$ N m^{-1}.

c De formule leid je af met de formules voor de stralingsenergie in een omkeerpunt en de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$E_{\text{tril}} = \frac{1}{2}C \cdot A^2$ en $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$

Kwadrateren van $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$ levert $T^2 = 2^2\pi^2\frac{m}{C}$.

Herschrijven levert $C = 2^2\pi^2\frac{m}{T^2}$.

Invullen in $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2}C \cdot A^2$ levert $E_{\text{tril}} = \frac{1}{2} \times 2^2\pi^2\frac{m}{T^2} \cdot A^2 = \frac{2\pi^2 m \cdot A^2}{T^2}$.

d Voor de maximale trillingsenergie zijn alleen de amplitude en de veerconstante van belang.
Die zijn voor auto A en B hetzelfde. De massa is niet van invloed.

e Hoeveel procent de trillingstijd van auto B groter is dan die van auto A, leg je uit met de verhouding van de trillingstijden.

De trillingsenergie blijft gelijk, dus geldt:
$E_{\text{tril, A}} = E_{\text{tril, B}}$

$\frac{2\pi^2 m_A A^2}{{T_A}^2} = \frac{2\pi^2 m_B A^2}{{T_B}^2}$

$$\frac{m_A}{T_A^{\ 2}} = \frac{m_B}{T_B^{\ 2}}$$

$$T_B^2 = \frac{m_B}{m_A} \cdot T_A^2$$

$$T_B^2 = \frac{2m_A}{m_A} \cdot T_A^2$$

De trillingstijd van auto B is $\sqrt{2}$ keer = 1,41 keer zo groot als die van auto A.
Dat betekent dat de trillingstijd met 41% is toegenomen.

f De grootste snelheid leid je af met de steilheid van de grafiek in de evenwichtsstand.

De steilheid van de raaklijn aan de grafiek in de evenwichtsstand geeft de maximale snelheid aan.
De grafieklijn van auto A is in de evenwichtsstand steiler dan die van auto B.
Dus auto A bereikt de grootste snelheid.

g Of de veerconstante groter of kleiner is, beredeneer je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

De massa is gelijk.
De trillingstijd van veer Q is groter dan de trillingstijd van veer P. Dan geldt dat de veerconstante van veer Q kleiner is dan die van veer P.

Opgave 21

a Het verband leid je af met de formule voor de frequentie en de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

Na kwadrateren van linker- en rechterterm ontstaat $T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C} = \frac{4\pi^2 m}{C}$.

Neem je van de linker- en rechterterm het omgekeerde, dan ontstaat $\frac{1}{T^2} = \frac{C}{4\pi^2 m} = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$.

Omdat $f = \frac{1}{T}$ mag je $\frac{1}{T^2}$ vervangen door f^2.

Dus $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$.

b Voor een recht evenredig verband geldt $y = a \cdot x$.

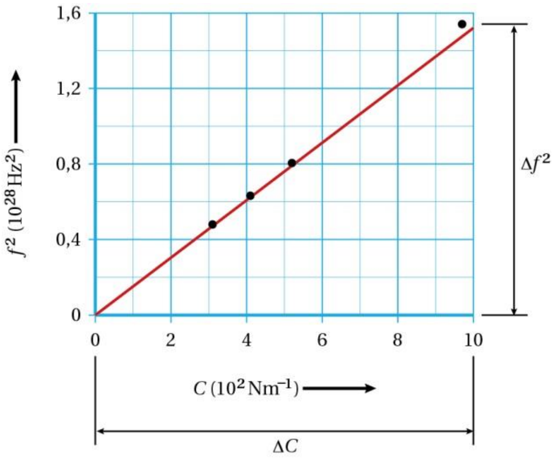
Vergelijk je dit met $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m} \cdot C$, dan zijn f^2 en C recht evenredig met elkaar.

Je breidt dus tabel 9.3 van het boek uit met een kolom voor f^2. Zie tabel 9.1.

Molecuul	**Trillingsfrequentie *f* (10^{14} Hz)**	**Krachtconstante *C* (10^2 N m^{-1})**	**f^2 (10^{28} Hz^2)**
HF	1,24	9,7	1,54
HCl	0,897	5,2	0,805
HBr	0,795	4,1	0,632
HI	0,693	3,1	0,480

Tabel 9.1

Zet je f^2 uit tegen C, dan ontstaat figuur 9.12.



Figuur 9.12

c De massa van het waterstofatoom bepaal je met de steilheid van de grafieklijn.

De formule $f^2 = \frac{1}{4\pi^2 m}C$ voorspelt een rechte lijn met steilheid $\frac{1}{4\pi^2 m}$.

De steilheid van de grafieklijn is $\frac{\Delta f^2}{\Delta C} = \frac{1{,}52 \cdot 10^{28}}{10{,}0 \cdot 10^2} = 1{,}52 \cdot 10^{25}$ kg^{-1}.

Hieruit volgt $m = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 1{,}52 \cdot 10^{25}} = 1{,}666 \cdot 10^{-27}$ kg.

m = 1,66·10^{-27} kg
Afgerond: m = 1,7·10^{-27} kg.

9.4 Lopende golven

Opgave 22

a Of het een transversale of longitudinale golf is, beredeneer je met de beschrijvingen ervan en de trillingsrichting van de Mexican wave.

De golf loopt in horizontale richting door het stadion. De trilling bestaat uit mensen die op en neer gaan. Dit is loodrecht op de voortplantingsrichting van de golf.
De Mexican wave is dus een transversale golf.

b De frequentie bereken je met de trillingstijd.
De trillingstijd is de tijd die nodig is voor opstaan en weer gaan zitten.

T = 8,0 s

$f = \frac{1}{T}$

Invullen levert $f = \frac{1}{8{,}0}$.

f = 1,25 Hz
Afgerond: f = 0,13 Hz.

c De golfsnelheid volgt uit de snelheid waarmee de kop van de golf zich verplaatst.
De snelheid waarmee de kop van de golf zich verplaatst, bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.

$s = v \cdot t$
s = 60 cm = 0,60 m
t = 0,40 s
$0{,}60 = v \times 0{,}40$
v = 1,5 m s^{-1}

d De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = \frac{\lambda}{T}$
v = 1,5 m s^{-1}
T = 8,0 s

Invullen levert $1{,}5 = \frac{\lambda}{8{,}0}$.

λ = 12 m

of
De afstand tussen twee personen is 0,60 m.
Na 0,40 s staat een volgende persoon op.
De trillingstijd duurt 8,0 s.
In die tijd zijn $\frac{8{,}0}{0{,}40} = 20$ personen opgestaan.
De golflengte is dan 0,6 × 20 = 12 m.

Opgave 23

a Of het een transversale of longitudinale golf is, beredeneer je met de beschrijvingen van die begrippen en de trillingsrichting en voortplantingsrichting van de aardbeving.

De aardbeving vindt plaats ten oosten van het meetstation. De golven bewegen dus van oost naar west. De voortplantingsrichting is dus oost-west.
Als een trilling in oost-westrichting wordt doorgegeven, is die richting dezelfde als de richting van de voortplantingssnelheid. Dit zijn dus longitudinale golven.
Trillingen in de noord-zuid- en op-neerrichting staan loodrecht op de oost-westrichting, dus op de richting van de voortplantingssnelheid. Deze worden dus doorgegeven door transversale golven.

b De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
v = 3,4 km s^{-1} = 3,4·10^3 m s^{-1}
f = 1,2 Hz
3,4·10^3 = 1,2 × λ
λ = 2,83·10^3 m
Afgerond: λ = 2,8·10^3 m = 2,8 km.

c De afstand bereken je door de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging toe te passen op de longitudinale en op de transversale golf.

$s = v \cdot t$

Voor de longitudinale golven geldt v = 4,9 km s^{-1}.
s = 4,9 × t

De transversale golven hebben een snelheid v = 3,4 km s^{-1}. Deze komen 20 s later aan bij het meetstation. Dus op t + 20.
s = 3,4 × (t + 20)

De longitudinale en transversale golven leggen dezelfde afstand af.
4,9 × t = 3,4 × (t + 20)
4,9 × t = 3,4 × t + 68
1,5 × t = 68
t = 45,3 s
Invullen in s = 4,9 × t levert s = 4,9 × 45,3 = 222 km.
Afgerond: s = 2,2·10^2 km.

d Als je hebt berekend hoe ver van een meetstation het epicentrum is, kun je een bol tekenen rondom het meetstation.
Met de gegevens van een tweede meetstation vind je een tweede bol. Die twee bollen snijden elkaar in een cirkel, dus het epicentrum ligt op die cirkel.
Met gegevens van een derde meetstation krijg je een derde bol. Deze snijdt de cirkel van de eerste twee bollen in twee punten.
De gegevens van een vierde meetstation maken duidelijk welke van deze twee punten het epicentrum is. Er zijn meestal dus vier meetstations nodig.

Opgave 24

a Om te bepalen hoe een beweging is begonnen, kijk je in figuur 9.46 van het boek naar de kop van de golf.

De golf gaat van A naar D. De kop van de golf bevindt zich in de buurt van D.
Aan de rechterkant van het koord zie je dat het eerste deel van het touw omlaag beweegt. Dus A is zijn beweging richting omlaag begonnen.

b Hoeveel trillingen punt B heeft uitgevoerd, bepaal je met het deel van de puls dat B is gepasseerd.

Het deel van de golf dat rechts van B ligt, is B al gepasseerd. In figuur 9.46 zijn rechts van B 1,75 golflengten zichtbaar. B heeft dus 1,75 trillingen uitgevoerd.

c Dat de amplitude van punt C gelijk is die van punt B, leg je uit met de beschrijving van het begrip lopende golf.

Bij een lopende golf voeren de punten na elkaar dezelfde trilling uit. Als er geen sprake is van demping, trilt C dus met dezelfde amplitude als B.

d Zolang het beginpunt trilt, wordt trillingsenergie aan het touw toegevoerd. Je ziet in figuur 9.46 dat A alweer tot rust is gekomen. Er zit dus maar energie voor twee golflengten aan trillingen in het touw. De hoeveelheid trillingsenergie neemt dus niet toe.

e De richting waarin punt C bezig is zich te verplaatsen volgt uit de beweging die het punt vlak naast C heeft gemaakt.
Het punt vlak naast C volgt uit de richting waarin de golf zich beweegt.

De beweging van de golf is van A naar B. De punten links van C geven dus de richting aan.
De berg links van C geeft aan hoe C zich zal gaan verplaatsen.
Dus is C bezig zich omhoog te verplaatsen.

f De grafiek van de beweging van punt C bestaat uit twee tijdsduren:
- de tijdsduur dat de kop van de puls bij punt C aankomt,
- de tijdsduur dat de kop van de puls van punt C naar punt D gaat.

De tijd dat de kop van punt C naar punt D gaat, bereken je met de tijd dat punt C in rust is.
De tijd dat punt C in rust is, bereken je met de verhouding van de afstanden tot de punten C en D en de tijd totdat de kop van de puls punt D bereikt.
De afstanden meet je op in figuur 9.46.

In figuur 9.46 is de afstand A tot C gelijk aan 7,0 cm en A tot D aan 10,0 cm.
Zie tabel 9.2.

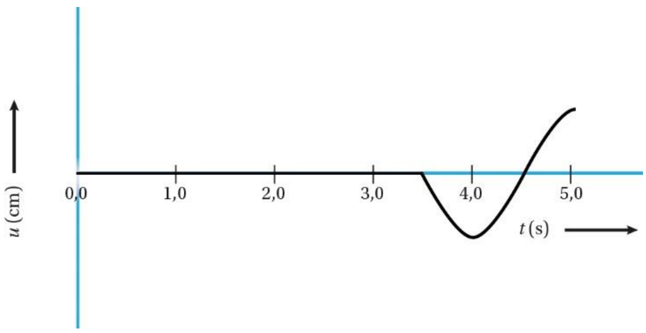
	Afstand (cm)	**Tijd (s)**
A tot C	7,0	*x*
A tot D	10,0	5,0

Tabel 9.2

Uit tabel 9.2 volgt $x = 3{,}5$ s.

Tot $t = 3{,}5$ s is punt C in rust.
Punt C is gedurende 5,0 − 3,5 = 1,5 s in beweging totdat de kop van de golf punt D bereikt.
De trillingstijd is 2,0 s.
Dus maakt punt C een trilling van 1,75 golflengte.
Punt C begint op $t = 3{,}5$ s met een beweging omlaag.
Totdat de kop van de puls bij punt C aankomt, is punt C in rust.

Zie figuur 9.13.



Figuur 9.13

Opgave 25

a De voortplantingssnelheid bereken je met de formule voor de snelheid.
De tijd die de golf erover doet om de afstand Hawaï tot La Punta te overbruggen, bepaal je in figuur 9.47 van het boek.

$t = 12{,}8$ uur (aflezen in figuur 9.47)
$s = v \cdot t$
$s = 9000$ km
Invullen levert $9000 = v \cdot 12{,}8$.
$v = 7{,}03 \cdot 10^2$ km h^{-1}
Afgerond: $v = 7{,}0 \cdot 10^2$ km h^{-1}.

b Een golf is een doorgegeven trilling. De eigenschappen van die trilling, zoals de frequentie, veranderen daarbij niet. Als in de formule $v = f \cdot \lambda$ de golfsnelheid verandert maar de frequentie niet, dan moet de golflengte dus veranderen.

c De amplitude bij een diepte van 10 m bereken je met de amplitude bij een diepte van 5000 m en een factor die volgt uit de afname van de golfsnelheid op 5000 m en die op 10 m.

Voor de golfsnelheid geldt $v = k \cdot \sqrt{d}$. De diepte verandert van 5000 m naar 10 meter. Dat scheelt een factor 500. De golfsnelheid neemt dan af met een factor $\sqrt{500}$.
De amplitude is omgekeerd evenredig met de golfsnelheid dus deze neemt met dezelfde factor toe.
De amplitude bij een diepte van 10 m is dus $0{,}40 \times \sqrt{500} = 8{,}9$ m.

d Bij het naderen van de kust worden de golfbergen hoger en de dalen dieper: het water moet ergens vandaan komen. Er wordt eerst water van de kust weggetrokken om de golfberg te vormen voordat de verwoestende golfberg aanspoelt.

Opgave 26

a De frequentie bereken je met de trillingstijd.
De trillingstijd bepaal je in figuur 9.48 van het boek.

In figuur 9.48 zie je een halve trillingstijd tussen t = 1,0 en 4,0 ms.
Dus 0,5T = 3,0 ms.
Hieruit volgt T = 6,0 ms = $6{,}0 \cdot 10^{-3}$ s.

$f = \frac{1}{T}$ Invullen levert $f = \frac{1}{6{,}0 \cdot 10^{-3}}$.
$f = 1{,}66 \cdot 10^{2}$ Hz
Afgerond: $f = 1{,}7 \cdot 10^{2}$ Hz.

b De golfsnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte bepaal je met behulp van figuur 9.49 van het boek.

3λ = 45 cm (volgt uit figuur 9.49 van het boek)
λ = 15 cm = 0,15 m

$v = f \cdot \lambda$
$f = 1{,}7 \cdot 10^{2}$ Hz (zie vraag a)
$v = 1{,}7 \cdot 10^{2} \times 0{,}15$
v = 25,5 m s^{-1}
Afgerond: v = 26 m s^{-1}.

c Het tijdstip volgt uit de beweging die punt C even later gaat maken.
De beweging die punt C gaat maken volgt uit figuur 9.49.

De golf is bij A begonnen. Uit figuur 9.49 volgt dat de golf van links naar rechts beweegt. Hieruit volgt dat C bezig is zich omhoog te verplaatsen.
In figuur 9.48 gebeurt dat na t = 4 ms.
De momentopname van het koord is dus op t = 4,0 ms = $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ s gemaakt.

d De fase van punt E bereken je met de fase van punt A en de formule voor de fase-achterstand tussen A en E.

$\Delta\varphi_{AE} = \frac{\Delta x}{\lambda}$
Δx = 18 cm
λ = 15 cm (zie vraag b)
Invullen levert $\Delta\varphi_{AE} = \frac{18}{15} = 1{,}2$.

Omdat E later is begonnen met trillen, loopt E achter in fase.
$\Delta\varphi_{AE} = \varphi_A - \varphi_E$
$\varphi_A = 4{,}8$
$1{,}2 = 4{,}8 - \varphi_E$
$\varphi_E = 3{,}6$

9.5 Geluid

Opgave 27

a De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
$v = 0{,}343 \cdot 10^3\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ (zie BINAS tabel 15A)
$f = 120$ kHz $= 1{,}20 \cdot 10^5$ Hz (De kleinste golflengte hoort bij de hoogste frequentie.)
Invullen levert $0{,}343 \cdot 10^3 = 1{,}20 \cdot 10^5 \cdot \lambda$.
$\lambda = 2{,}858 \cdot 10^{-3}$ m
Afgerond: $\lambda = 2{,}86 \cdot 10^{-3}$ m.

b In de tekst staat dat voorwerpen kleiner dan de golflengte van het geluid niet goed waarneembaar zijn. Ook staat er dat geluiden met een hogere frequentie minder ver dragen. Om ver te kunnen waarnemen, zijn dus geluiden met een lage frequentie nodig, maar deze geluiden hebben een grote golflengte en geven dus minder detail. Daarom schakelen dolfijnen over op hogere frequenties als ze dichter bij het voorwerp zijn.

c De afstand tussen het voorwerp en de dolfijn bereken je met de helft van de verplaatsing van het geluid.
De verplaatsing van het geluid bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.

$s = v \cdot t$
$v = 1{,}51 \cdot 10^3\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ (zie BINAS tabel 15A)
$t = 0{,}33$ s
Invullen levert $s = 1{,}51 \cdot 10^3 \times 0{,}33$.
$s = 4{,}983 \cdot 10^2$ m
De afstand tussen het voorwerp en de dolfijn is de helft ervan: $2{,}4915 \cdot 10^2$ m.
Afgerond: $s = 2{,}5 \cdot 10^2$ m.

Opgave 28

a De frequentie is hoger. De politieauto nadert Brum dus.

b De nieuwe frequentie van de lage toon bereken je met de verhouding van de frequentie van de hoge tonen.

De verhouding van de hoge tonen is $\frac{597}{500}$.
Het dopplereffect beïnvloedt alle geluidstrillingen op dezelfde manier.
Dus $f_{\text{laag,nieuw}} = \frac{597}{500} \times 375 = 447{,}7\ \text{Hz}$.
Afgerond: $f_{\text{laag,nieuw}} = 448$ Hz.

c De afstand bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.
De tijdsduur is het verschil in trillingstijd van de hoge toon.
De trillingstijd bereken je met de frequentie.
De snelheid is de geluidssnelheid.

$v = 0{,}343 \cdot 10^3\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ (zie BINAS tabel 15A)
$f = \frac{1}{T}$

	$f = 500$ Hz	$f = 597$ Hz
Invullen levert	$500 = \frac{1}{T}$	$597 = \frac{1}{T}$
	$T = 2{,}00 \cdot 10^{-3}$ s	$T = 1{,}675 \cdot 10^{-3}$ s

Het tijdverschil van $3{,}25 \cdot 10^{-3}$ s is ontstaan door de verplaatsing van de politieauto. Daardoor hoeft het geluid minder afstand af te leggen.
$s = v \cdot t$
Invullen levert $s = 0{,}343 \cdot 10^3 \times 0{,}325 \cdot 10^{-3} = 0{,}111$ m $= 11{,}1$ cm.
Afgerond: $s = 11$ cm.

d De snelheid van de politieauto bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging.

$s = v \cdot t$
s = 11 cm = 0,11 m
Het verschil in afstand is ontstaan in $2{,}00 \cdot 10^{-3}$ s.
Invullen levert $0{,}11 = v \cdot 2{,}00 \cdot 10^{-3}$.
$v = 55\ \mathrm{m\,s^{-1}} = 55 \times 3{,}6 = 1{,}98 \cdot 10^{2}\ \mathrm{km\,h^{-1}}$
Afgerond: $v = 2{,}0 \cdot 10^{2}\ \mathrm{km\,h^{-1}}$.

Opgave 29

a Dat Emilie de geluidspulsen niet kan horen, bepaal je door de frequentie te vergelijken met de frequenties in het hoorbare gebied.
De frequentie bereken je met de formule voor de frequentie.
De trillingstijd bereken je met het aantal trillingen en de tijdsduur ervan.

Er zijn 15 trillingen in 0,30 ms. Dus T = 0,020 ms = $0{,}020 \cdot 10^{-3}$ s.

$$f = \frac{1}{T}$$

Invullen levert $f = \dfrac{1}{0{,}020 \cdot 10^{-3}} = 5{,}0 \cdot 10^{4}\ \mathrm{Hz} = 50\ \mathrm{kHz}$.

Dit is hoger dan de frequentie van 20 kHz die mensen kunnen horen.

b Als een voorwerp op korte afstand staat, is de reistijd voor de echo zo kort dat hij al terug is als de puls nog niet geheel is uitgezonden. Brongeluid en echo lopen dan door elkaar.
Als de tijdsduur van de puls 0,30 ms is en de geluidssnelheid is $343\ \mathrm{m\,s^{-1}}$, dan vindt dit al plaats als de afstand $343 \times 0{,}30 \cdot 10^{-3} = 0{,}10$ m = 10 cm is.

c Er is dan al een tweede puls uitgezonden voordat de eerste terug is.
Ze moet het aantal pulsen per seconde lager instellen.

Opgave 30

a De frequentie bereken je met de trillingstijd.
De trillingstijd bepaal je met de tijdbasis en het aantal schaaldelen per periode.
Het aantal schaaldelen per periode bepaal je uit het oscillogram.

In figuur 9.57 zie je 6 trillingen voor 10 schaaldelen.

Een periode duurt $\dfrac{10}{6}$ = 1,666 schaaldelen.

De tijdbasis is 0,50 ms/div.
$T = 1{,}666 \times 0{,}50 = 0{,}833\ \mathrm{ms} = 8{,}33 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}$

$$f = \frac{1}{T}$$

Invullen levert $f = \dfrac{1}{8{,}33 \cdot 10^{-4}}$.

$f = 1{,}20 \cdot 10^{3}$ Hz
Afgerond: $f = 1{,}2 \cdot 10^{3}$ Hz.

b Het bovenste oscillogram laat het signaal van de microfoon zien. Het signaal dat de microfoon registreert, beweegt door de lucht. Hoe groter de afstand die het geluid aflegt, des te meer vertraging loopt dit signaal op.

c Omdat de afstand tussen microfoon en luidspreker groter wordt, wordt de hardheid van het geluid bij de microfoon kleiner. Dit zie je als een kleinere amplitude.

d Verplaats je de microfoon 14,3 cm, dan veranderen de grafieken van ‘in tegenfase’ naar de eerste keer ‘in fase’.
Tussen de eerste keer ‘in fase’ en de tweede keer ‘in fase’ zit dus 2 × 14,3 cm = 28,6 cm.

e De geluidssnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

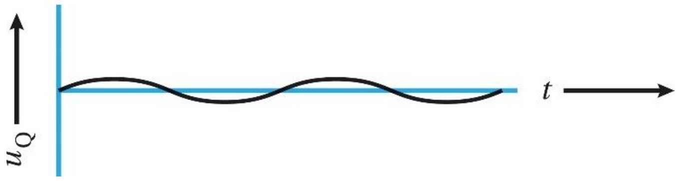
$v = f \cdot \lambda$
λ = 28,6 cm = 0,286 m
Het faseverschil is 1 als de afstand tussen twee punten gelijk is aan λ.
$f = 1{,}2 \cdot 10^3$ Hz
Invullen levert $v = 1{,}2 \cdot 10^3 \times 0{,}286$.
$v = 3{,}432 \cdot 10^2$ m s^{-1}
Afgerond: $v = 3{,}4 \cdot 10^2$ m s^{-1}.

Opgave 31

a Of punt Q dichter bij luidspreker A dan bij luidspreker B ligt, leg je uit met de hardheid van het geluid.
Het verschil in hardheid van het geluid bepaal je met de amplitude.

De amplitude van het geluid uit luidspreker A is kleiner dan die van het geluid uit luidspreker B.
Dus in Q is het geluid uit luidspreker B harder dan het geluid uit luidspreker A.
Punt Q ligt dichter bij luidspreker A.

b De golven uit A en uit B komen in tegenfase aan in punt Q. Er treedt dus interferentie op waarbij de golven elkaar gedeeltelijk uitdoven. De amplitude van de gezamenlijke golven is kleiner dan die van de golf uit luidspreker A of B. Zie figuur 9.14.
Het geluid is dus zachter dan het geluid uit luidspreker A of B.



Figuur 9.14

c Volledige uitdoving vindt plaats als de golven uit luidsprekers A en B in punt Q in tegenfase zijn en de uitwijkingen precies even groot zijn. Dat is in het midden tussen de luidsprekers, maar ook op de middelloodlijn. Dan is de afstand tot luidspreker A gelijk aan de afstand tot luidspreker B.

Opgave 32

a Dat Ward maximaal geluid hoort, leg je uit met het faseverschil tussen de golven langs de twee wegen.
Het faseverschil bereken je met de formule voor fase-achterstand.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

$\Delta x = \ell_1 - \ell_2$
$\ell_1 = \ell_2$
$\Delta x = 0$

Invullen levert $\Delta\varphi = \frac{0}{\lambda} = 0$.

Het faseverschil is nul. De twee golven versterken elkaar dus bij samenkomst. Er is dan maximale constructieve interferentie.

b De frequentie van de toon bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte bereken je met de formule voor fase-achterstand.
De verandering van het faseverschil volgt uit het wel en niet horen van geluid.
De verandering van de weglengte volgt uit de afstand waarover de buis is uitgeschoven.

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Er is nu bijna geen geluid meer. Er is dus sprake van volledige destructieve interferentie. Dat betekent dat het faseverschil 0,5 is.
Als de buis 11,4 cm naar links wordt geschoven, is de lengte van de buis zowel aan de bovenkant als aan de onderkant met 11,4 cm toegenomen. Het weglengteverschil is dan met 22,8 cm toegenomen.

Invullen levert $0{,}5 = \frac{22{,}8}{\lambda}$.
λ = 45,6 cm

$v = f \cdot \lambda$
$v = 0{,}343 \cdot 10^3\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ (zie BINAS tabel 15A bij 293 K = 20 °C)
$\lambda = 45{,}6\ \mathrm{cm} = 45{,}6 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$
Invullen levert $0{,}343 \cdot 10^3 = f \times 45{,}6 \cdot 10^{-2}$.
$f = 7{,}521 \cdot 10^2$ Hz
Afgerond: f = 752 Hz.

c In vraag b was het weglengteverschil 0,5λ. Bij een weglengteverschil van 1,5λ is er weer sprake van destructieve interferentie. Het weglengteverschil moet dan met λ = 45,6 cm toenemen. Als de buis verder naar links wordt geschoven, neemt de lengte van de buis zowel aan de bovenkant als aan de onderkant toe. Dus heeft Renske de buis 22,8 cm verder uitgeschoven.

9.6 Muziekinstrumenten

Opgave 33

a De voortplantingssnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De trillingstijd volgt uit de metingen van Tessa.
De golflengte bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.
De waarde van n volgt uit de tekst.

De middens van de touwdelen slaan tegen de mast. Er is dan een staande golf met één buik.
Dit is dus de grondtoon en n = 1.

$\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$
ℓ = 6,5 m
Invullen levert $6{,}5 = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda$.
λ = 13 m

Uit de metingen van Tessa volgt 10T = 6,5 s. Dus T = 0,65 s.

$v = \dfrac{\lambda}{T}$
Invullen levert $v = \dfrac{13}{0{,}65}$.
v = 20 m s^{-1}

b Of het aantal klappen per seconde toeneemt of afneemt, leg je uit met het begrip frequentie.
De frequentie beredeneer je met de formule voor de golfsnelheid.
De golfsnelheid beredeneer je met de gegeven formule.

$v = \sqrt{\dfrac{F}{m_{\text{meter}}}}$
Doordat Tessa de lijn strakker spant, wordt de spankracht F groter. Omdat de massa per lengte-eenheid m_{meter} niet verandert, wordt de voortplantingssnelheid dus groter.

$v = f \cdot \lambda$
De golflengte λ is constant omdat de lengte van de vlaggenlijn niet verandert. Als de voortplantingssnelheid groter is, dan is de frequentie dus ook groter.
De frequentie is vergelijkbaar met het aantal klappen per seconde.
Het aantal klappen per seconde neemt dus toe.

c De massa van één meter vlaggenlijn bepaal je grafisch.

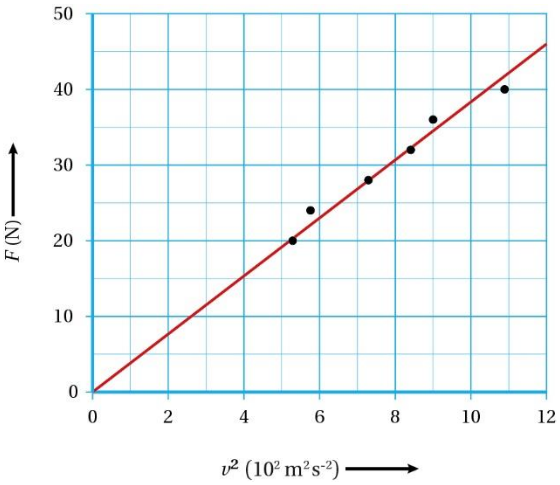
Uit de formule $v = \sqrt{\dfrac{F}{m_{\text{meter}}}}$ volgt dat het verband tussen F en v geen rechte lijn is.

Kwadrateer je de linker- en rechterkant van de formule, dan ontstaat $v^2 = \dfrac{F}{m_{\text{meter}}}$.

Hieruit volgt $m_{\text{meter}} \cdot v^2 = F$.
Zet je op de verticale as F uit en op de horizontale as v^2, dan is de grafiek een rechte lijn door de oorsprong met richtingscoëfficiënt m_{meter}.
Dus tabel 9.4 van het boek breid je uit met een rij voor v^2.
Zie tabel 9.3 en het erbij horende diagram van figuur 9.15.

F (N)	20	24	28	32	36	40
v (m s^{-1})	23	24	27	29	30	33
v^2 (m^2 s^{-2})	529	576	729	841	900	1089

Tabel 9.3



Figuur 9.15

De steilheid van de grafieklijn is $\frac{46{,}0-0{,}0}{12\cdot 10^2-0{,}0}$ = 3,83 kg m^{-1}.

Afgerond: m_{meter} = 3,8·10^{-2} kg m^{-1}.

Opgave 34

a De frequentie bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met een open en een gesloten uiteinde.
De waarde van n volgt uit de tekst.

De lucht trilt in de grondtoon. Dus n = 1.

$\ell = (2n-1)\cdot \frac{1}{4}\lambda$

ℓ = 17,8 cm = 17,8·10^{-2} m

Invullen levert $17{,}8\cdot 10^{-2} = (2\times 1-1)\cdot \frac{1}{4}\lambda$.

λ = 7,12·10^{-1} m

$v = f\cdot\lambda$
v = 0,343·10^3 m s^{-1} (zie BINAS tabel 15A bij 293 K = 20 °C)
0,343·10^3 = f · 7,12·10^{-1}
f = 4,817·10^2 Hz
Afgerond: f = 482 Hz.

b De buik ligt iets buiten de kast. De lengte ℓ van de trillende kolom is dus groter dan 17,8 cm.
Uit $\ell = (2n-1)\cdot \frac{1}{4}\lambda$ volgt dan dat de golflengte λ groter is dan berekend.
Omdat de golfsnelheid hetzelfde is, volgt uit $v = f\cdot\lambda$ dat bij een grotere golflengte de frequentie kleiner is dan berekend bij vraag a.

Opgave 35

a In de buis ontstaat onder bepaalde omstandigheden een staande golf. Bij een staande golf hoort een bepaalde golflengte en daarmee een bepaalde eigenfrequentie die samenhangt met de lengte van de buis.
Door het blazen wordt de lucht in de buis in trilling gebracht. Hierbij ontstaan trillingen met alle mogelijke frequenties. Als een frequentie van een trilling gelijk is aan de eigenfrequentie van de luchtkolom in de buis, dan treedt resonantie op en hoor je een toon.

b De omlooptijd bereken je met de formule voor de verplaatsing bij eenparige beweging. De afstand die het uiteinde van de buis aflegt, bereken je met de omtrek van een cirkelbaan.

$s = 2\pi \cdot r$
$r = \ell = 70$ cm $= 0{,}70$ m
$s = 2\pi \times 0{,}70$
$s = 4{,}398$ m

$s = v \cdot t$
$v = v_{\text{draai}} = 13{,}8 \text{ m s}^{-1}$ (aflezen in figuur 9.76 van het boek)
$4{,}398 = 13{,}8 \times t$
$t = 0{,}318$ s
Afgerond: $t = 0{,}32$ s.

c De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
$v = 0{,}343 \cdot 10^3$ (aflezen in BINAS tabel 15A bij 293 K = 20 °C)
$f = 7{,}0 \cdot 10^2$ Hz (aflezen in figuur 9.76 van het boek)
$0{,}343 \cdot 10^3 = 7{,}0 \cdot 10^2 \cdot \lambda$
$\lambda = 0{,}490$ m
Afgerond: $\lambda = 0{,}49$ m.

d Als toon 1 de laagst mogelijke toon is, dan is het de grondtoon met $n = 1$.
De muziekslang is een buis met twee open uiteinden.
De voorwaarde voor een staande golf is dan $\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$.

Methode 1
$\ell = \frac{1}{2}\lambda$
$\ell = 70$ cm $= 0{,}70$ m
Invullen levert $0{,}70 = \frac{1}{2}\lambda$.
$\lambda = 1{,}40$ m

$v = f \cdot \lambda$
$v = 0{,}343 \cdot 10^3$ (aflezen in BINAS tabel 15A bij 293 K = 20 °C)
Invullen levert $0{,}343 \cdot 10^3 = f \cdot 1{,}40$.
$f = 245$ Hz
Dit is veel lager dan toon 1. Dus toon 1 is niet de laagst mogelijke toon.

Methode 2
$v = f \cdot \lambda$
$f = 4{,}8 \cdot 10^2$ Hz (aflezen in figuur 9.76 van het boek bij toon 1)
$v = 0{,}343 \cdot 10^3$ (aflezen in BINAS tabel 15A bij 293 K = 20 °C)
$\lambda = 0{,}71$ m

$\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$
$0{,}70 = n \cdot \frac{1}{2} \times 0{,}71$
$n = 2$
Dus toon 1 is niet de grondtoon en dus niet de laagst mogelijke toon.

Opgave 36

a Welk figuur hoort bij gat A, leg je uit met de lengte van een lipje en de golflengte.
De golflengte beredeneer je met de frequentie van een grondtoon.
De frequentie bepaal je met figuur 9.78.

Een lipje zit aan een kant vast. De voorwaarde voor een staande golf is de formule die behoort bij één open uiteinde.

$\ell = (2n-1)\cdot \frac{1}{4}\lambda$

Bij gat A hoort een langer lipje dan bij gat B. Omdat het lipje langer is, is de bijbehorende golflengte groter.
Volgens $v = f \cdot \lambda$ is bij een grotere golflengte de erbij behorende frequentie juist kleiner. Dit komt doordat het materiaal van de lipjes hetzelfde is. Alleen de lengte verschilt.
De frequentie is het aantal trillingen per tijdseenheid. Figuur 9.78a laat meer trillingen zien per 20 ms dan figuur 9.78b. Dus figuur 9.78b hoort bij lipje A.

b De frequentie bereken je met de trillingstijd.
De trillingstijd bepaal je met de toppen in figuur 9.78a.

In figuur 9.78a ligt de eerste top bij 0,3 ms en de negende top bij 18,5 ms.
Dit zijn dus 8 trillingen verdeeld over 18,5 − 0,3 = 18,2 ms = $18{,}2\cdot10^{-3}$ s.

$T = \frac{18{,}2\cdot10^{-3}}{8} = 2{,}275\cdot10^{-3}$ s

$f = \frac{1}{T}$

Invullen levert $f = \frac{1}{2{,}275\cdot10^{-3}}$.

f = 439,5 Hz
Volgens BINAS tabel 15C heet die toon a1.

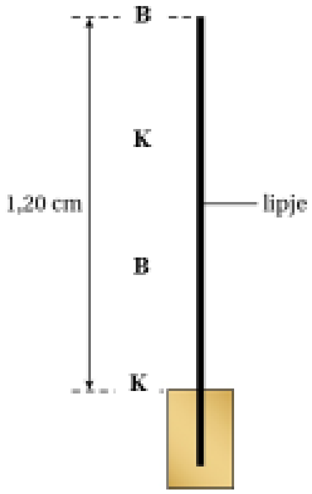
c De voortplantingssnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte volgt uit de formule voor de voorwaarde voor één open uiteinde.
De waarde van n volgt uit de tekst.

$\ell = (2n-1)\cdot \frac{1}{4}\lambda$
$n = 1$
$\ell = 1{,}20$ cm = $1{,}20\cdot10^{-2}$ m
Invullen levert $1{,}20\cdot10^{-2} = (2\times1-1)\cdot\frac{1}{4}\lambda$.
$\lambda = 4{,}80\cdot10^{-2}$ m

$v = f \cdot \lambda$
f = 392 Hz
$v = 392 \times 4{,}80\cdot10^{-2}$
$v = 18{,}81$ m s^{-1}
Afgerond: $v = 18{,}8$ m s^{-1}.

d Zie figuur 9.16.

Toelichting
Aan het vaste uiteinde zit een knoop K.
Aan het vrije uiteinde een buik B.
Omdat het lipje trilt in de eerste boventoon, bevinden zich tussen de twee uiteinden nog een knoop en een buik.
De knopen en buiken bevinden zich op gelijke afstand van elkaar.



Figuur 9.16

Opgave 37

a De afstand tussen een knoop en een buik komt overeen met $\frac{1}{4}\lambda$. Grondtoon BKB.

Hieruit volgt: $\ell = \frac{1}{2}\lambda$ en dus $\lambda = 2\ell$.

1e boventoon BKBKBKB.

Hieruit volgt: $\ell = 1\frac{1}{2}\lambda$ en dus $\lambda = \frac{2}{3}\ell$.

2e boventoon BKBKBKBKBKB.

Hieruit volgt: $\ell = 2\frac{1}{2}\lambda$ en dus $\lambda = \frac{2}{5}\ell$.

De golflengten verhouden zich dan als $2\ell : \frac{2}{3}\ell : \frac{2}{5}\ell$.

Uit $v = f \cdot \lambda$ volgt dan dat de frequenties zich verhouden als 1 : 3 : 5.
Uit figuur 9.81 van het boek volgt dat de verhouding van de frequenties gelijk is aan 55 : 110 : 165 ofwel 1 : 2 : 3.
Dus de patronen van buiken en knopen uit figuur 9.82 van het boek stemmen niet overeen met de verhoudingen van de frequenties van de drie laagste tonen van figuur 9.81.

b Als de stroboscoop is ingesteld op 820 Hz en de frequentie waarmee het bekken trilt is 410 Hz, dan flitst de stroboscoop twee keer gedurende één trilling van het bekken. Zou de eerste flits in de uiterste stand boven zijn, dan is de tweede flits in de uiterste stand onder. Hierdoor zie je 'twee randen'.
Als de frequentie iets hoger is, dan is de tweede flits net voordat het bekken de uiterste stand bereikt. Ook de volgende flits zal niet weer in de uiterste stand zijn. Hierdoor zie je de 'twee randen' verschuiven.

c De snelheid waarmee de rand van het bekken door de evenwichtsstand gaat, bereken je met de formule voor de maximale snelheid bij een harmonische trilling.
De amplitude bereken je met de maximale afstand van de twee randen.

$$A = \frac{2{,}7}{2} = 1{,}35\ \text{mm} = 1{,}35 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

$$v = \frac{2\pi A}{T} = 2\pi f A$$

f = 410 Hz

Invullen levert $v = 2\pi \cdot 1{,}35 \cdot 10^{-3} \times 410$.

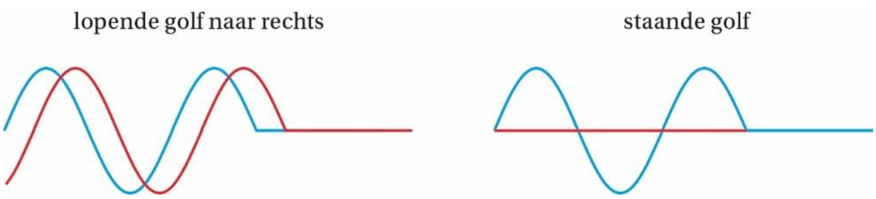
v = 3,47 m s^{-1}

Afgerond: v = 3,5 m s^{-1}.

Opgave 38

a Bij een lopende golf gaan de punten na elkaar door de evenwichtsstand.
Een kwart trillingstijd later heeft de kop van de golf zich een kwart golflengte verplaatst.
Bij een staande golf gaan de punten tegelijkertijd door de evenwichtsstand.
Een kwart trillingstijd later heeft elk punt zich vanuit de uiterste stand verplaatst naar de evenwichtsstand.

Zie figuur 9.17.



Figuur 9.17

Toelichting
Bij de lopende golf schuift de golf een kwart golflengte naar rechts.
Bij de staande golf zie je een horizontale lijn. Alle punten gaan op dat moment door de evenwichtsstand.

b De snelheid waarmee de trilling zich in de E-snaar voortplant, bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.
De waarde van *n* volgt uit de tekst.

De snaar tilt in de grondtoon. Dus $n = 1$.

$\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$
$\ell = 65{,}0$ cm $= 0{,}650$ m
Invullen levert $0{,}650 = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda$.
$\lambda = 1{,}30$ m

$v = f \cdot \lambda$
$f = 330$ Hz
Invullen levert $v = 330 \times 1{,}30$.
$v = 429\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

c Hoe ver de fret van de kam af ligt, bereken je met de formule voor de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.
De waarde van *n* volgt uit de tekst.
De golflengte bereken je met de formule voor de golfsnelheid.

$v = f \cdot \lambda$
$v = 429\ \mathrm{m\,s^{-1}}$
$f = 494$ Hz
Invullen levert $429 = 494 \cdot \lambda$.
$\lambda = 0{,}868$ m

$\ell = n\frac{\lambda}{2}$
$n = 1$
Invullen levert $\ell = 1 \cdot \frac{1}{2} \times 0{,}868$.
$\ell = 0{,}4342$ m
Afgerond: $\ell = 0{,}434$ m $= 43{,}4$ cm.

9.7 Afsluiting

Opgave 39

a De voortplantingssnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De golflengte volgt uit de formule voor de voorwaarde voor twee vaste uiteinden.
De waarde van n volgt uit de tekst.

De staaf trilt in de grondtoon. Dus $n = 1$.
$\ell = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$
$\ell = 7{,}5 \text{ cm} = 7{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
$7{,}5 \cdot 10^{-2} = 1 \cdot \frac{1}{2}\lambda$
$\lambda = 15 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$v = f \cdot \lambda$
$f = 392 \text{ Hz}$
$v = 392 \times 15 \cdot 10^{-2} = 58{,}8 \text{ m s}^{-1}$
Afgerond: $v = 59 \text{ m s}^{-1}$.

b De klankstaven zijn even lang. Hieruit volgt dat ook de golflengten die bij ‘ding’ en ‘dong’ horen even groot zijn. De ‘dong’, de dunnere staaf, heeft een lagere frequentie. Uit $v = f \cdot \lambda$ volgt dat bij gelijke golflengte maar lagere frequentie ook de voortplantingssnelheid v bij de dunnere staaf lager is dan bij de dikkere staaf.

c De tijd bereken je met de elektrische energie en het elektrisch vermogen.
Het elektrisch vermogen bereken je met de spanning en de stroomsterkte.
De elektrische energie bereken je met het rendement en de zwaarte-energie.
De zwaarte-energie bereken je met de formule voor de zwaarte-energie.

$E_{zw} = m \cdot g \cdot h$
$m = 12 \text{ g} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
$g = 9{,}81 \text{ m s}^{-2}$
$h = 25 \text{ mm} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
$E_{zw} = 12 \cdot 10^{-3} \times 9{,}81 \times 25 \cdot 10^{-3} = 2{,}943 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

$$\eta = \frac{E_{zw}}{E_{el}} \cdot 100\%$$
$\eta = 4\%$
$$4 = \frac{2{,}943 \cdot 10^{-3}}{E_{el}} \cdot 100\%$$
$E_{el} = 7{,}357 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

$P = U \cdot I$
$U = 6{,}0 \text{ V}$
$I = 0{,}25 \text{ A}$
$P = 6{,}0 \times 0{,}25 = 1{,}5 \text{ W}$

$E = P \cdot t$
$E = E_{el} = 7{,}357 \cdot 10^{-2} \text{ J}$
$7{,}357 \cdot 10^{-2} = 1{,}5 \times t$
$t = 4{,}905 \cdot 10^{-2}$
Afgerond: $t = 5 \cdot 10^{-2}$ s.

d De trillingstijd bereken je met de formule voor de trillingstijd van een massa-veersysteem.
De veerconstante bereken je met de formule voor de veerkracht.
De veerkracht volgt uit de zwaartekracht.
De zwaartekracht bereken je met de formule voor de zwaartekracht.

$F_{zw} = m \cdot g$
m = 12 g = 12·10^{-3} kg
g = 9,81 m s^{-2}
F_{zw} = 12·10^{-3} × 9,81 = 1,177·10^{-1} N
$F_v = C \cdot u$
$F_v = F_{zw}$ = 1,177·10^{-1} N (In de ruststand is er een krachtenevenwicht.)
u = 4,0 mm = 4,0·10^{-3} m
1,177·10^{-1} = C × 4,0·10^{-3}
C = 29,43 N m^{-1}

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,012}{29,43}} = 0,1268 \text{ s}$$

Afgerond: T = 0,13 s.

Opgave 40

a De grafiek van figuur 9.86 in het boek is de grafiek van een harmonische trilling. De maximale stijgsnelheid bereken je met de formule voor de maximale snelheid van een harmonische trilling.

$$v_{max} = \frac{2\pi A}{T}$$

A = 4,3 m = 4,3·10^2 cm
T = 12,4 uur = 12,4 × 60 = 744 min

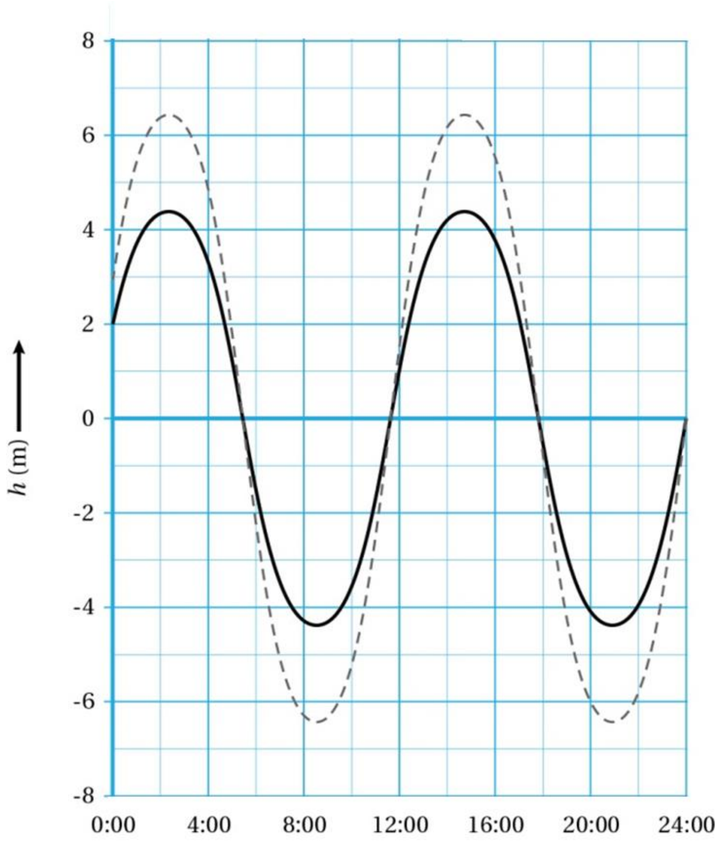
$$v_{max} = \frac{2\pi A}{T} = \frac{2\pi \cdot 4,3 \cdot 10^2}{744} = 3,631 \text{ cm min}^{-1}$$

Afgerond: stijgsnelheid = 3,6 cm min^{-1}.

Opmerking
Een alternatief voor het bepalen van de snelheid is het bepalen van de steilheid van de raaklijn op t = 11,8 h. De schaalverdeling op de horizontale as maakt deze bepaling erg onnauwkeurig.

b Zie figuur 9.18.

Toelichting
Uit figuur 9.87 van het boek blijkt dat Saint John halverwege de baai ligt en Cumberland County aan het uiteinde. In de baai ontstaat een staande golf met een buik bij Cumberland County. De waterstand bij Cumberland County verandert in hetzelfde tempo en met dezelfde fase als bij Saint John, maar met een grotere amplitude. Het gaat om een schets, dus je hoeft niet op de werkelijke amplitude te letten.



Figuur 9.18

c In figuur 9.88 zie je slechts één knoop en één buik.
De afstand tussen een aangrenzende knoop en buik is $\frac{1}{4}\lambda$ en volgens de figuur is dit de lengte van de baai. Hieruit volgt dat de golflengte vier maal de baailengte is.

d De golfsnelheid bereken je met de formule voor de golfsnelheid.
De trillingstijd volgt uit figuur 9.86 van het boek.
De golflengte bereken je met de lengte van de baai.

$\lambda = 4 \times \ell$
$\ell = 300$ km
$\lambda = 4 \times 300 = 1{,}20 \cdot 10^3$ km $= 1{,}20 \cdot 10^6$ m

Uit figuur 9.86 volgt $T = 12{,}4$ uur $= 12{,}4 \times 3600 = 4{,}464 \cdot 10^4$ s.

$$v = \frac{\lambda}{T}$$
$$v = \frac{1{,}20 \cdot 10^6}{4{,}464 \cdot 10^4} = 26{,}88 \text{ m s}^{-1}$$
Afgerond: $v = 26{,}9$ m s^{-1}.

e De voorwaarde voor de staande golf in de baai is $\ell = (2n-1) \cdot \frac{1}{4}\lambda$. Bij de eerste piek trilt de waterstand in de grondtoon met $n = 1$. Voor de eerste boventoon geldt $n = 2$ en geldt $\ell = \frac{3}{4}\lambda$.
De golflengte is dan drie keer zo groot. Dus bij 3×300 km = 900 km.

f Voor golven geldt $v = f \cdot \lambda$. De frequentie van eb en vloed wordt bepaald door de omlooptijden van maan en aarde. Dus de frequentie verandert niet. Wordt de voortplantingssnelheid groter, dan wordt de golflengte dus ook groter. Er treedt dan pas resonantie op bij een grotere baailengte. Dat wil zeggen dat de piek bij 300 km dichter bij 325 km komt te liggen. De maximale waterstand in de Fundy baai neemt dus toe. De inwoners maken zich dus terecht zorgen.