



# Wiskunde, onderwijs en ICT

## Effectief leren met ICT in de wiskundeles

oktober 2016

**MALMBERG**

Aangeboden door

**OV****M**  
onderwijsvanmorgen.nl

In samenwerking met

**Math Plus**

KLEPPEN  
DICHT!

# Voorwoord

Hoe en wanneer is het gebruik van ICT van meerwaarde tijdens de wiskundeles én wanneer ook niet? Op die vraag ging Michel van Ast (auteur *Kleppen dicht!*) in tijdens *Blended learning in de wiskundeles*: een van de workshops op het geslaagde OVM-event *Wiskunde van vandaag en morgen*. Op deze workshop reageerden de deelnemende docenten dusdanig positief, dat we besloten er een inhoudelijk vervolg aan te geven. Deze whitepaper, geschreven door Michel van Ast, is daarvan het resultaat.

Van Ast: “Nog niet zo lang geleden deed het digitale whiteboard zijn intrede in het onderwijs. In veel gevallen begon dat bij de exacte vakken. Niet lang na die introductie hoorde ik een wiskundeleraar na een spetterende presentatie zeggen: ‘Nu kan ik in de les tien sommen behandelen in plaats van zes.’

Deze docent beschouwde ICT in het algemeen en het digitale schoolbord in het bijzonder als een krachtig hulpmiddel om zijn onderwijzen te versterken. Dat deed hij op onnavolgbare wijze. Hij was ongelooflijk handig met dat bord en gebruikte diverse toepassingen met grote snelheid door elkaar. Of de leerlingen van deze docent daar ook erg bij waren gebaat, is echter zeer de vraag. Zelfs ik kon hem, wiskundig gezien, maar nauwelijks volgen. Tegelijkertijd herkende ik het enthousiasme van deze docent. Ik maakte

in mijn lessen ook veelvuldig gebruik van het digitale schoolbord. Ik realiseerde me op dat moment alleen wel dat het vooral een instrument is voor docenten.”

Met deze anekdote belicht Van Ast slechts één aspect van de inzet van ICT, namelijk om het *onderwijzen van de docent te versterken*. In deze whitepaper gaan we meer in op een ander belangrijk aspect: de inzet van ICT om *leerlingen te ondersteunen bij het leren*. Of meer specifiek geformuleerd: Hoe kun je ICT inzetten als krachtig leergereedschap om leerlingen te ondersteunen bij het leren van wiskunde? Wij hopen je met deze whitepaper te inspireren om juist daarmee te gaan experimenteren.

Heb je na het lezen van deze whitepaper nog vragen? Of wil je meer weten over MathPlus en de training die we aanbieden in samenwerking met onze partner Kleppen dicht!? Neem dan contact met ons op via onderstaande e-mailadressen.

## Meyke van den Bos

Uitgever MathPlus  
meyke.van.den.bos@malmberg.nl

## Michel van Ast

Trainer en adviseur  
info@michelvanast.nl

# Inhoud

<b>1</b>	<b>Inleiding</b>	p. 1
1.1	Didactische inzet van ICT: het TPACK model	p. 1
1.2	Didactische inzet van ICT: het SAMR-model	p. 2
1.3	Didactische inzet van ICT: Specifiek in het wiskundeonderwijs	p. 5
<b>2</b>	<b>ICT om het onderwijs te versterken</b>	p. 6
2.1	Instructiefilmpjes inzetten	p. 6
2.2	Zelf filmpjes maken	p. 8
2.3	De kwaliteit van instructiefilmpjes	p. 9
<b>3</b>	<b>ICT als gereedschap waar we werk aan uitbesteden</b>	p. 10
3.1	De machine aan	p. 10
3.2	Het verstand aan	p. 10
<b>4</b>	<b>ICT als leermiddel voor oefening</b>	p. 12
<b>5</b>	<b>ICT als leermiddel voor begripsontwikkeling</b>	p. 15
	<b>Tot slot</b>	p. 18
	<b>Training</b>	p. 18
	<b>Verwijzingen</b>	p. 19

Deze whitepaper is ontwikkeld in samenwerking met:

## MathPlus

### Meer tijd voor wiskunde

MathPlus is de nieuwe wiskundemethode voor het voortgezet onderwijs. Bij MathPlus geloven we in de kracht van technologie om de leerervaring te verbeteren en om lessen effectiever te maken.

Leerlingen en docenten zijn weer meer bezig met het vak wiskunde, zodat leerlingen een beter begrip van wiskunde krijgen. MathPlus introduceert innovaties stapsgewijs vanuit een stabiel en gebruiksvriendelijk platform. Daarvoor gebruiken we feedback van onze docenten. Daarnaast gebruiken we de ervaringen van tien jaar digitaal wiskundeonderwijs van onze partner Math4all. Zo blijven we samen met docenten vooroplopen in het gebruik van digitale middelen in het wiskundeonderwijs.



# MathPlus

[www.mathplus.nl](http://www.mathplus.nl)

## Kleppen Dicht!

### Effectief leren met ICT

Het boek Kleppen dicht! is geschreven door Patricia van Slobbe en Michel van Ast, beiden ervaren trainers/adviseurs binnen het thema onderwijs en ICT. Zij geven lezingen en workshops, adviseren en begeleiden onderwijsinstellingen en trainen en coachen docenten die technologie willen inzetten in hun eigen onderwijs, passend bij hun eigen ervaring en ontwikkeling.



[www.kleppendicht.nl](http://www.kleppendicht.nl)



# 1 Inleiding

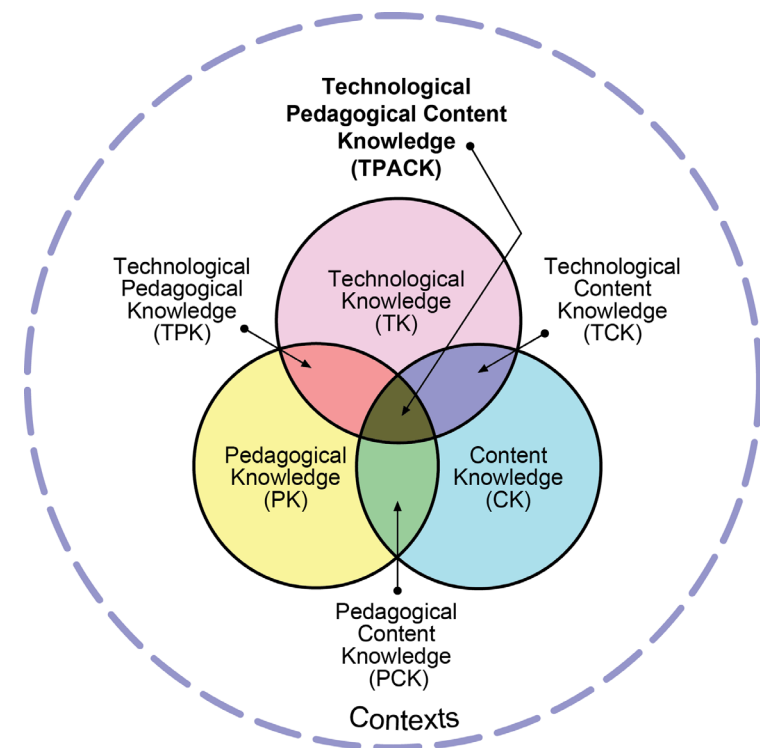
Wanneer is een lesactiviteit waarbij je ict inzet succesvol? In 1986 introduceert Shulman (1986) de term *pedagogical content knowledge* (PCK). Als leraar moet je in staat zijn om de vakinhoud (*content*) te koppelen aan didactiek (*pedagogy*). In 2006 voegen Koehler en Mishra (2006) daar de dimensie *technology* aan toe: *technological pedagogical content knowledge* (TPACK). Niet alleen vakinhoud en didactiek, maar ook de gebruikte technologie moeten met elkaar in balans zijn.

## 1.1 Didactische inzet van ICT: het TPACK-model

Wanneer je als leraar de feedback ‘Niet alwéér Kahoot!’<sup>1</sup> krijgt, dan weet je dat er iets niet goed zit met die balans. Dan wordt technologie ingezet omwille van de technologie. In het begin werkt dat misschien, maar het heeft een beperkte houdbaarheid. De inzet van ICT is pas duurzaam als de drie aspecten op elkaar aansluiten. Het is dus zoeken naar lesactiviteiten en (activerende) werkvormen waarbij de drie aspecten – vakinhoud, didactiek en technologie – elkaar versterken. Als docent kun je hiervoor een eigen startpunt bepalen.

### Het startpunt

Kom je een leuke tool tegen? Dat kan dat al een aanleiding zijn om die te gaan gebruiken in de les. Of je vraagt je af hoe je dat ene, saaie onderwerp beter kunt laten landen bij leerlingen. Ook kan het zijn dat je graag beter wilt aansluiten bij de voorkennis van leerlingen. In dat geval kan het startpunt zijn dat je je afvraagt welke werkvorm daaraan kan bijdragen.



Welke ingang je ook kiest bij TPACK, het is belangrijk dat je nadenkt over alle drie de dimensies.



#### Wil je hier meer over weten?

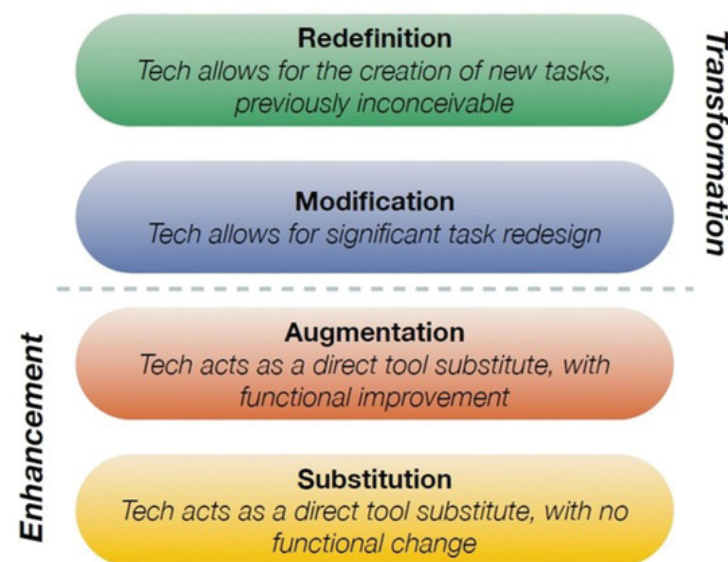
Op [onderwijsvanmorgen.nl](http://onderwijsvanmorgen.nl) vind je een filmpje waarin Marc de Graaf, lerarenopleider aan de Hogeschool Rotterdam, de relatie legt tussen TPACK en wiskundeonderwijs.

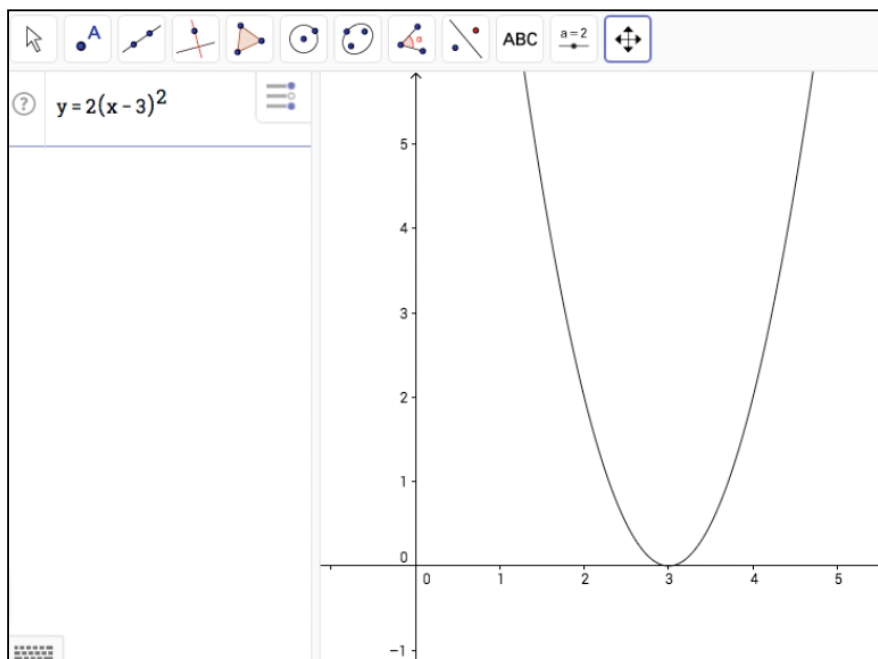
<sup>1</sup>Kahoot! is een ICT-toepassing waarmee leerlingen via hun mobiel, tablet of laptop antwoord kunnen geven op een vraag van de docent. Kahoot! maakt gebruik van diverse game-elementen als tijdsdruk en highscores en is in korte tijd erg populair geworden bij veel docenten.

## 1.2 Didactische inzet van ICT: het SAMR-model

Het TPACK-model geeft algemene richting en biedt een raamwerk om na te denken over de didactische inzet van ICT. Wil je hier gericht en specifieker mee aan de slag? Dan biedt het SAMR-model uitkomst. Het SAMR-model is een ondersteunend instrument dat docenten helpt om de inzet van ICT in hun onderwijs te verbeteren en om leerlingen beter te betrekken, te motiveren, te activeren en aan te zetten tot hogere orde denkactiviteiten.

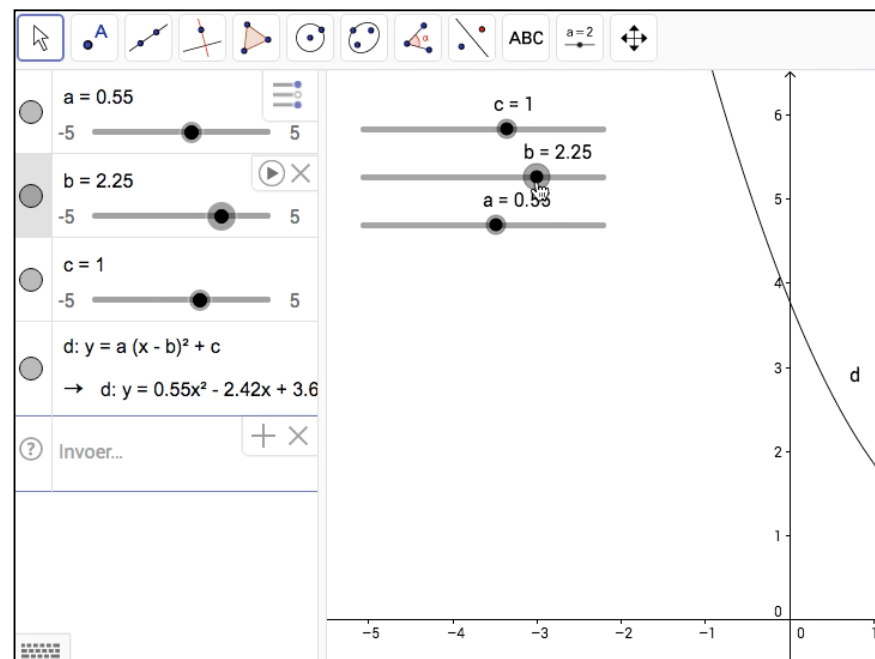
Om onderstaande tabel nader toe te lichten, volgt een voorbeeld van de inzet van GeoGebra – een programma dat meetkunde, algebra en analyse combineert op de vier SAMR-niveaus:





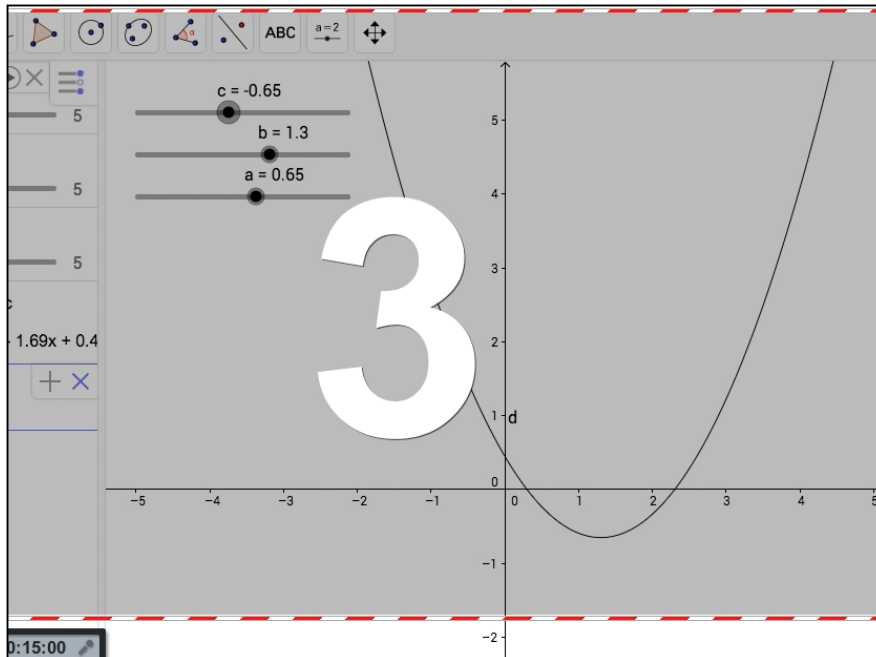
## 1 Substitution

Leerlingen gebruiken GeoGebra als gereedschap om een grafiek te tekenen bij een specifiek functievoorschrift, zoals je dat ook met pen en papier zou doen. De nieuwe technologie vervangt de oude, zonder daar iets aan toe te voegen.



## 2 Augmentation

Leerlingen voegen schuifjes toe waarmee ze de parameters in datzelfde functievoorschrift gemakkelijk kunnen veranderen, waardoor ze de verandering in de vorm van de grafiek direct zien. De nieuwe technologie biedt een aantal toevoegingen die het handiger, gemakkelijker en efficiënter maken, maar de opdracht voor de leerling verandert niet.

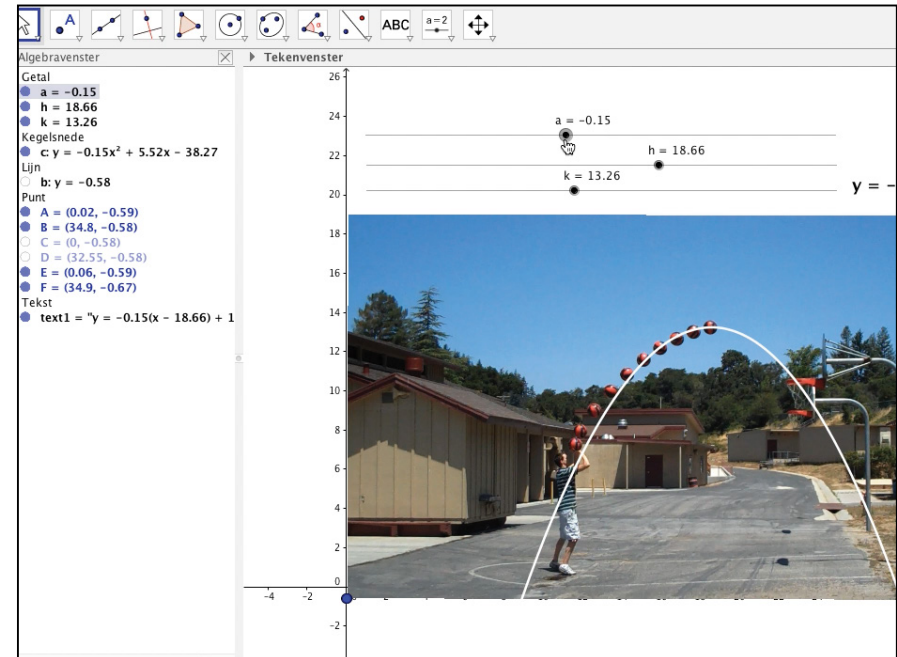


### 3 Modification

Leerlingen maken een instructiefilmpje van GeoGebra, waarin ze met behulp van schuifjes aan anderen uitleggen wat de invloed is van specifieke parameters in een functievoorschrift op de vorm van de bijbehorende grafiek. Dat is zonder de inzet van deze technologie niet mogelijk. De taak is enigszins gewijzigd, maar blijft nagenoeg hetzelfde.



Op [onderwijsvanmorgen.nl](http://onderwijsvanmorgen.nl) vind je een filmpje waarin deze voorbeelden nader worden toegelicht.



### 4 Redefinition

Leerlingen maken foto's van vormen die er op het eerste oog uitzien als een parabool en onderzoeken met behulp van GeoGebra of dat ook zo is en welk functievoorschrift die vorm dan het beste beschrijft. Ook in dit geval kan dat niet meer zonder de inzet van deze technologie en de opdracht voor de leerling is fundamenteel anders.

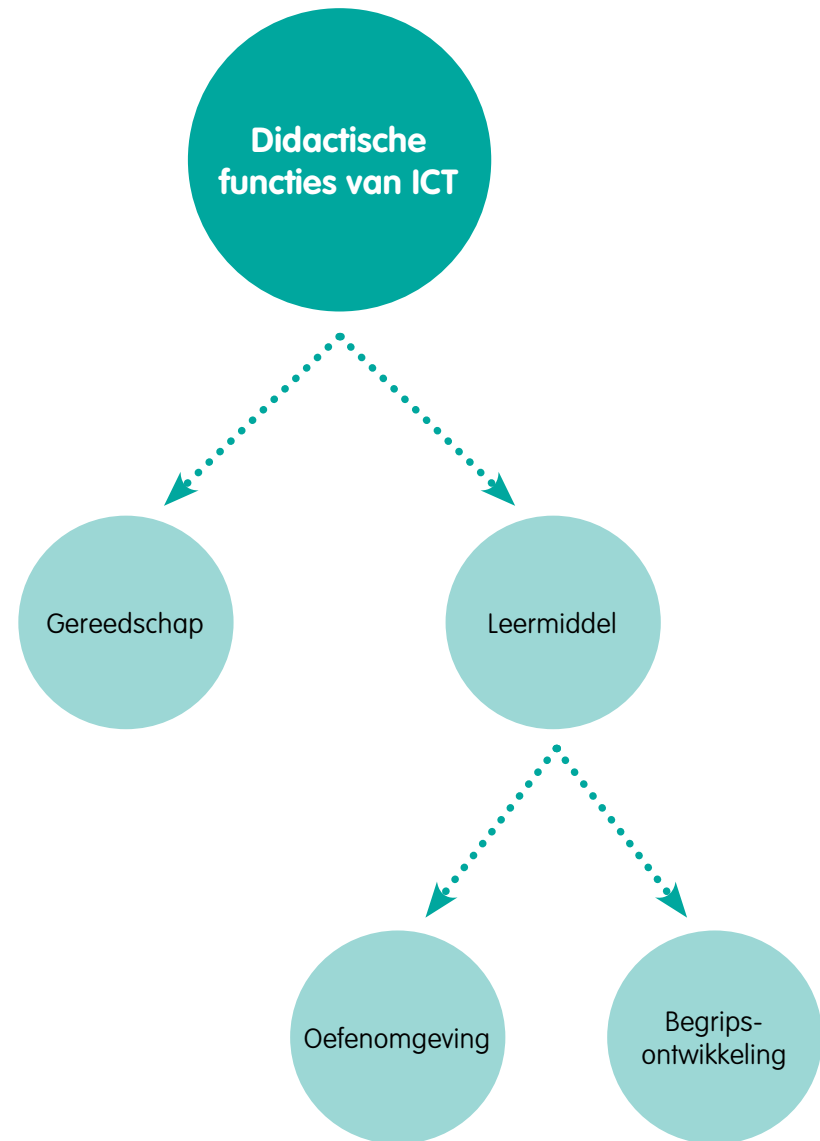
## 1.3 Didactische inzet van ICT: specifiek in het wiskundeonderwijs

Zowel het TPACK- als het SAMR-model is van toepassing op het onderwijs in het algemeen. Wat betreft de didactische inzet van ICT specifiek in het wiskundeonderwijs, hanteren Drijvers e.a. (2012) de volgende driedeling:

- 1 - ICT als gereedschap waar we werk aan uitbesteden
- 2 - ICT als leermiddel voor oefening
- 3 - ICT als leermiddel voor begripsontwikkeling

Bij de inzet van *ICT als gereedschap waar we werk aan uitbesteden*, kun je denken aan de inzet van een rekenmachine om een berekening uit te voeren. Bij de inzet van *ICT als leermiddel voor oefening* denk je eerder aan een omgeving als de AlgebraKIT, waarmee leerlingen eindeloos en gevarieerd hun algebraïsche vaardigheden kunnen trainen. Bij de inzet van *ICT als leermiddel voor begripsontwikkeling* kun je denken aan de inzet van GeoGebra bij het ontdekken van een verband tussen de coëfficiënten in een kwadratisch functievoorschrift en de vorm van de grafiek.

Naast de inzet van ICT om het onderwijzen van de docent te versterken, kiezen we deze driedeling als basis voor het vervolg van deze whitepaper.



## 2 ICT om het onderwijzen te versterken

Voordat we naar de kern gaan van deze whitepaper – ICT inzetten om leerlingen te ondersteunen bij het leren van wiskunde – willen we niet voorbijgaan aan het inzetten van ICT om het onderwijzen van de docent te versterken. Niet in de laatste plaats omdat instructie een wezenlijk onderdeel vormt van veel lessen. We bespreken de inzet van instructiefilmpjes en het maken ervan en eindigen met een theorie die je helpt de kwaliteit van je filmpjes te beoordelen of realiseren.

### 2.1 Instructiefilmpjes inzetten

Steeds meer wiskundedocenten experimenteren met de inzet van instructiefilmpjes en maken daarbij gebruik van bronnen als Khan Academy en WiskundeAcademie<sup>2</sup>. Hiermee kun je verschillende filmpjes voor leerlingen klaarzetten als aanvullend materiaal of ter voorbereiding op een toets. Overigens leert de ervaring dat leerlingen veel van die filmpjes en populaire YouTube-kanalen inmiddels zelf ook weten te vinden. Ook kun je leerlingen als voorbereiding op een les vragen een of meerdere filmpjes te bekijken. Dat principe kennen we als *flipping the classroom*: een idee dat aan populariteit won toen het werd geïntroduceerd door scheikundedocenten Jonathan Bergmann en Aaron Sams (2012).

‘Then, one day, Aaron had an insight that would change our world. It was one simple observation: ‘The time when students really need me physically present is when they get stuck and they need my individual help. They don’t need me there in the room with them to yak at them and give them content; they can receive content on their own.’

He then asked this question: ‘What if we pre-recorded all of our lectures, students viewed the video as “homework”, and then we used the entire class period to help students with the concept they don’t understand.’ Thus, our flipped classroom was born.’

<sup>2</sup> Zie [Onderwijsvanmorgen.nl](http://Onderwijsvanmorgen.nl) voor deze en meer bronnen voor instructiefilmpjes die geschikt zijn voor het wiskundeonderwijs.

Je kunt debatteren over hoe nieuw dit concept is, maar in de kern is de kracht ervan dat de rol van huiswerk verandert: van iets wat je doet als verwerking van een les die is geweest, naar iets wat je doet als voorbereiding op een les die nog gaat komen. Overigens weet iedereen die ermee heeft geëxperimenteerd dat het allemaal niet vanzelf gaat. Huiswerk blijft huiswerk, om maar iets te noemen. Bovendien roept het concept een aantal interessante vragen op, die je moet beantwoorden voor je het concept succesvol kunt inzetten:

1. Wat doe ik in de vrijgekomen tijd?
2. Wat voor soort instructiefilmpjes maak ik?
3. Hoe zorg ik ervoor dat leerlingen mijn filmpjes bekijken?
4. Hoe kan ik 'flipping the classroom' gebruiken om – zoals Bergmann en Sams stellen – beter te kunnen differentiëren?

In Kleppen dicht! en in onze training geven we daarop een eerste antwoord en ondersteunen we docenten om daar zelf ook een antwoord op te formuleren.



### **Training: Effectief leren met ICT in de wiskundeles**

In deze training gaan we verder in op hoe je ICT kunt inzetten als krachtig leergereedschap om leerlingen te ondersteunen bij het leren van wiskunde. Lees er meer over op pagina 18.

## 2.2 Zelf filmpjes maken

In plaats van filmpjes van anderen te gebruiken, kun je ook zelf filmpjes maken. Dat hoeft niet ingewikkeld te zijn en het heeft als voordeel dat je je uitleg precies kunt geven zoals jij dat wilt. Bovendien zien en horen leerlingen in dat geval hun eigen docent, wat ook een voordeel kan zijn. We bespreken een aantal manieren om zelf filmpjes te maken.

### Screencast

De meest eenvoudige en laagdrempelige manier om een instructiefilmpje op te nemen, is door je beeldscherm op te nemen terwijl je iets presenteert, schrijft en eventueel vertelt. Dat kan onder meer met Jing en Screencast-o-matic. Je kunt er dan ook voor kiezen om jezelf naast de beeldschermopname in beeld te plaatsen. Dat heet *picture-in-picture*: een optie die veel toepassingen bieden.

### Videocamera

Het heeft wat meer voeten in de aarde, maar je kunt natuurlijk ook gewoon een camera gebruiken. Je kunt jezelf filmen terwijl je voor het bord iets uitlegt. Of je kunt je camera op een statief plaatsen, naar beneden richten en op papier iets noteren en uitleggen. Het wordt ingewikkelder maar wellicht ook interessanter als je op een specifieke locatie gaat filmen: bijvoorbeeld in een supermarkt als de les over een wachtrijenprobleem gaat.

### Green screen

Als je nog een stap verder wilt gaan, kun je gebruik maken van een *green screen*. Een groen laken en een eenvoudige app als Green Screen by Do Ink volstaan al. Dit maakt het mogelijk om een specifieke achtergrond of uitleg – dat kan zelfs een screencast zijn – te combineren met jou (of iets of iemand anders) in beeld.

### Interactieve instructiefilmpjes

Er zijn steeds meer toepassingen beschikbaar die het mogelijk maken om bestaande of zelfgemaakte instructiefilmpjes te verrijken. Met Touchcast kun je bijvoorbeeld andere media en bronnen toevoegen aan je video. En met een toepassing als VideoAnt kun je filmpjes annoteren of dat door leerlingen laten doen. Met toepassingen als PlayPosit en EDpuzzle kun je vragen en opdrachten toevoegen aan instructiefilmpjes.

Zelf filmpjes maken hoeft niet ingewikkeld te zijn en heeft als voordeel dat je **je uitleg precies kunt geven zoals jij dat wilt.**

## 2.3 De kwaliteit van instructiefilmpjes

Als je veel verschillende instructiefilmpjes hebt bekeken of er zelf al een aantal hebt gemaakt, dan weet je dat er een groot kwaliteitsverschil is tussen de filmpjes en dat het nog niet zo makkelijk is om op een goede manier informatie over te dragen via een beeldscherm. Er wordt steeds meer onderzoek gedaan naar informatieoverdracht via het scherm, om zo beter te weten te komen hoe je ervoor kunt zorgen dat informatie beklijft.

Een van de resultaten van zulk onderzoek is de *cognitieve theorie voor multimediaal leren* (CTML). Dat klinkt ingewikkeld, maar in feite zijn het hele concrete principes die je kunt gebruiken om bestaande instructiefilmpjes te beoordelen en om eigen filmpjes te maken. De CTML-principes komen neer op het volgende:

1. Zorg voor voldoende ondersteunende beelden bij een tekst. Een beeld zegt niet alleen meer dan duizend woorden, maar beklijft ook beter.
2. Zorg ervoor dat (onderdelen van) beelden en (onderdelen van) teksten die bij elkaar horen dicht bij elkaar in beeld staan.
3. Zorg ervoor dat (onderdelen van) beelden en (onderdelen van) teksten die bij elkaar horen tegelijkertijd in beeld verschijnen.
4. Voorkom onnodige informatie.
5. Gebruik – om het visuele kanaal niet te overbelasten – liever audio dan geprojecteerde tekst.
6. Als je audio en beeld gebruikt, gebruik dan niet ook nog eens tekst. Ook dan belast je het visuele kanaal te veel.



Op [onderwijsvanmorgen.nl](https://onderwijsvanmorgen.nl) vind je een video waarin Theo van den Bogaart, lerarenopleider wiskunde aan de Hogeschool Utrecht, de CTML-principes koppelt aan wiskundeonderwijs. Ook in Kleppen dicht! en tijdens onze training besteden we aandacht aan deze theorie en gebruiken we de principes om docenten te ondersteunen bij het maken van instructiefilmpjes van hoge kwaliteit.

# 3 ICT als gereedschap waar we werk aan uitbesteden

Je kunt stellen dat de functie van *ICT als gereedschap om werk aan uit te besteden* didactisch niet zo ingrijpend is. Tegelijkertijd stellen Drijvers e.a. (2012) in het *Handboek wiskundendidactiek* terecht dat we ons goed moeten realiseren welk werk leerlingen uitbesteden aan ICT en wanneer ze dat doen. Het is uiteraard niet de bedoeling dat ‘het verstand uitgaat zodra de machine aangaat’.

## 3.1 De machine aan

In paragraaf 1.3 noemden we al het meest voor de hand liggende gereedschap om wiskundewerk aan uit te besteden: de rekenmachine. Al kun je natuurlijk ook denken aan programma's als Excel of SPSS. De vraag is alleen: Wanneer is het verstandig om ICT in te zetten om ‘het werk over te nemen’? Bijvoorbeeld als een berekening, een afleiding, een tekening of diagram te veel tijd kost. Een computer is nou eenmaal wat sneller dan het menselijk brein.

Een andere overweging kan zijn dat leerlingen grote moeite hebben om iets met de hand uit te voeren. ICT kan dan ondersteunen om de volgende stap te zetten. Het risico dat die benadering met zich meebrengt, is het creëren van een black box (je stopt er iets in en er komt iets uit, maar je hebt geen idee wat er binnenin gebeurt). Het is dus belangrijk om daar op een later moment op terug te komen. Tot slot kunnen leerlingen houvast hebben aan ICT-toepassingen waaraan ze werk kunnen uitbesteden, als ze daarmee hun eigen antwoorden kunnen controleren.

## 3.2 Het verstand aan

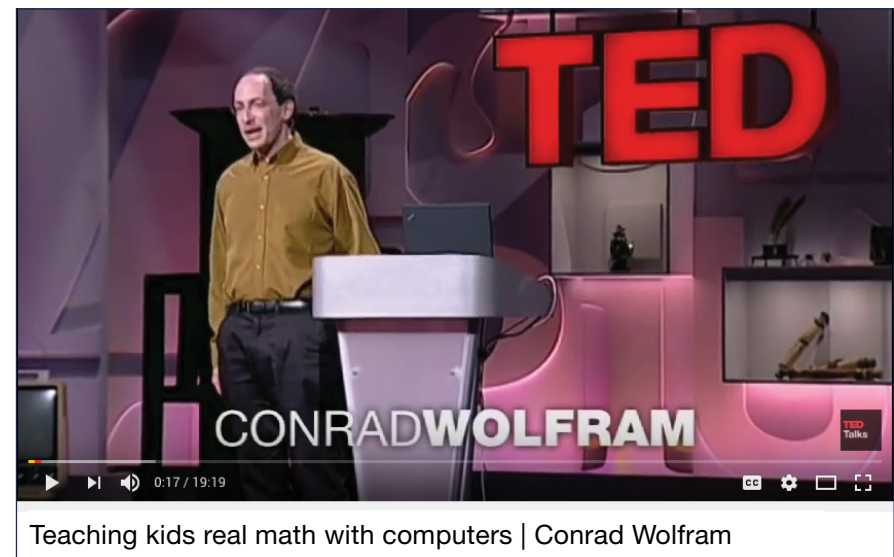
Inmiddels zijn we het erover eens – mede dankzij het veelomvattende werk van Hans Freudenthal – dat wiskundeonderwijs meer is dan alleen het onderwijzen van wiskundige inhoud. Freudenthal onderscheidt horizontaal en verticaal mathematiseren. Kort gezegd moeten leerlingen enerzijds in staat zijn om reële vraagstukken te vertalen naar de wiskunde (horizontaal mathematiseren). Anderzijds moeten ze zich de wiskunde zelf eigen maken (verticaal mathematiseren).

Conrad Wolfram hield voor TED ooit een vurig pleidooi, over dat we ons in het wiskundeonderwijs af en toe nog te veel laten verleiden om de wiskunde zelf te onderwijzen en het horizontaal mathematiseren te veel laten liggen. Hij stelt in de video – die je online gemakkelijk kunt vinden – dat ICT juist uitermate geschikt is om het verticaal mathematiseren van ons over te nemen, zodat wij ons met onze leerlingen meer kunnen richten op de concepten van ons vak. Dat is vanzelfsprekend geen gemakkelijke opdracht, maar iemand die daar als geen ander in slaagt is Dan Meyer. In een

TED-talk laat deze Amerikaanse wiskundedocent - aan de hand van voorbeelden uit zijn eigen lessen - zien hoe hij leerlingen verleidt om zelf de juiste vragen te stellen en om zelf op zoek te gaan naar oplossingen. Zo vergroten zijn leerlingen hun probleemoplossende vaardigheden; een competentie die bij uitstek thuishoort bij het vak wiskunde.



Zoek via Google op 'Conrad Wolfram: Teaching kids real math with computers' en 'Dan Meyer: Math class needs a makeover' om de TED-talks te bekijken.



## 4 ICT als leermiddel voor oefening

Het onder de knie krijgen van wiskundige vaardigheden is in veel gevallen een kwestie van oefenen, oefenen en nog eens oefenen. ICT kan hierbij een uitstekend hulpmiddel zijn. Hoe je apps en andere digitale toepassingen inzet als oefeninstrument, dat lees je in dit hoofdstuk.

‘Wiskunde leer je door veel te oefenen’ is een veelgehoorde opmerking. Voor sommige, specifieke wiskundige vaardigheden is dat zeker het geval. Zo vormen algebraïsche vaardigheden voor veel leerlingen een struikelblok. ICT kan in zo’n geval een goed hulpmiddel zijn. Je kunt er oneindig mee oefenen, zodat elke leerling in staat is om een nieuwe vaardigheid onder de knie te krijgen. Ook kun je het inzetten om parate kennis van oude vaardigheden opnieuw te activeren.

Dat je bij een digitale oefenomgeving niet alleen aan het eindeloos oefenen van vaardigheden hoeft te denken, bewijst de scriptie *Algebra met inzicht* (Bokhove, 2011), waarbij het juist veel meer gaat om de ontwikkeling van strategische symbol-sensevaardigheden. Meer hierover is te lezen in het artikel van Paul Drijvers (2012).

Daarnaast kan een leerling met sommige ICT-toepassingen de opgaven stap voor stap uitwerken, waardoor de nadruk meer komt te liggen op de vaardigheden dan op het eindantwoord. Dit geeft niet alleen de mogelijkheid om heel specifieke feedback te geven (*je hebt bij het wegwerken van haakjes niet overal het minteken toegepast*); ook geeft het zelfvertrouwen tijdens het oplossen van complexe opgaven. Ten slotte worden resultaten opgeslagen zodat docenten hun lessen of individuele

ondersteuning daarop kunnen aanpassen.

De vraag is wel: Waar vindt dat oefenen plaats: thuis of in de les?

Het is bijna zonde om daar de kostbare lestijd voor te gebruiken, zeker als er sprake is van een geavanceerde oefenomgeving. Bij een klas vol leerlingen achter de laptop, die volledig geautomatiseerd hun adaptieve pad door de leerstof bewandelen, kun je je afvragen waarom die leerlingen in tijd en plaats nog bij elkaar zitten. Bovendien: het op deze manier aanbieden van wiskunde – geautomatiseerd en adaptief via een dergelijke omgeving – is effectief voor slechts een deel van de schoolwiskunde. Een groot aantal vaardigheden leer je niet of niet alleen op die manier. Denk aan ruimtemeetkunde of redeneren en bewijzen. In zo’n geval is het effectiever om ICT als oefenomgeving juist tijd- en plaatsafhankelijk in te zetten.

## 4.1 Voorbeelden

### AlgebraKIT

MathPlus maakt onder meer gebruik van AlgebraKIT: een computeralgebra-programma waarmee je algebraïsche vaardigheden kunt oefenen. De omgeving is zo geavanceerd dat het begrijpt wat een leerling doet en hem of haar heel gericht voorziet van feedback.

The screenshot shows the AlgebraKIT interface. At the top, it displays the equation  $\frac{200}{x-40} = 50$ . Below this, there are two calculation attempts, each with a 'Berekening' button and a 'kopieren' link. The first attempt is correct, showing  $\frac{20}{x-40} = 5$  with a green checkmark. The second attempt is incorrect, showing  $20 = 5x - 40$  with a red X. Below the calculations, a pink feedback box contains the text: 'Als je wilt vermenigvuldigen met  $x - 40$ , dan heb je haakjes nodig! Zonder haakjes staat er  $(5x) - 40$ , want vermenigvuldigen gaat voor optellen.' At the bottom, there is a toolbar with buttons for 'ab', 'a', 'b', 'π', and a lightbulb icon.

Het is een mooi voorbeeld van de inzet van ICT als *leermiddel voor oefening*. Leerlingen kunnen er te allen tijde gebruik van maken om hun wiskundige vaardigheden, algebraïsche in dit geval, aan te slijpen en te vervolmaken.

### Kleppen dicht!

Er is steeds meer digitaal leermateriaal beschikbaar. Deze methoden zijn niet altijd even geavanceerd en helaas zien we veel *boeken achter glas*: digitale lesboeken waarbij het digitale aspect vrijwel niets toevoegt. Gelukkig is daar, mede dankzij de eerdergenoemde oefenprogramma's, in hoog tempo verandering in aan het komen. De vraag die zich daarbij opwerpt, is: Hoe maak je in een lessituatie goed gebruik van dat materiaal?

Een klas waarbij leerlingen individueel en verstopt achter hun scherm hun eigen leerroute volgen, doet onvoldoende recht aan het idee van een klas als leeromgeving. Het is de kunst om die kostbare contacttijd zo goed mogelijk te gebruiken. Dat kan natuurlijk door veel individuele ondersteuning te bieden en leerlingen te laten samenwerken, maar je kunt ook verschillende werkvormen gebruiken die leerlingen activeren en hen uitnodigen om met elkaar van gedachten te wisselen over diverse opdrachten. Een werkvorm die daar uitermate geschikt voor is, is *peer instruction*. In het kort:

1. Geef leerlingen een wiskundige denkvraag met meerdere antwoorden als mogelijkheid.
2. Laat hen individueel een antwoord kiezen.
3. Geef hen de gelegenheid om antwoorden uit te wisselen en die aan elkaar uit te leggen.
4. Laat de leerlingen opnieuw een antwoord kiezen.
5. Inventariseer de antwoorden opnieuw, geef het juiste antwoord en licht dat – in meer of mindere mate – toe.

**Je hebt een glas cola en een glas sinas. Er zit evenveel cola in glas 1 als er sinas in glas 2 zit. Je schept een onbekende hoeveelheid cola in het glas met sinas. Je mengt het. Vervolgens schep je dezelfde hoeveelheid sinas-cola over in het glas met cola.**

**Zit er meer sinas in het cola glas? Of zit er meer cola in het sinas glas?**

- a. Meer cola in het sinas glas**
- b. Meer sinas in het cola glas**
- c. Evenveel**

Je kunt je voorstellen dat leerlingen thuis de leerstof hebben bestudeerd en ermee hebben geoefend - eventueel digitaal. In de les verwerken ze de stof op een activerende manier, waarbij je als docent gebruik maakt van het feit dat ze bij elkaar zitten. Je kunt deze werkvorm uitstekend ondersteunen met ICT, door voor het stemmen gebruik te maken van toepassingen als Socrative, Mentimeter of Kahoot. Al is het misschien juist een goed idee om bij dit soort activerende werkvormen de klep dicht te houden.

## 5 ICT als leermiddel voor begripsontwikkeling

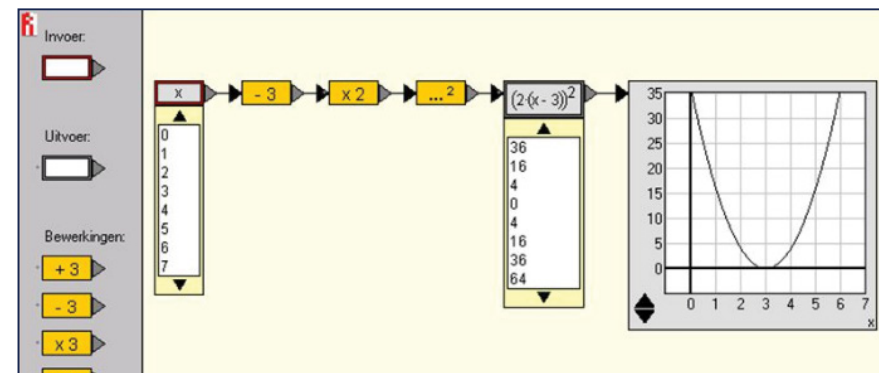
*ICT inzetten als leermiddel voor begripsontwikkeling* is misschien de meest complexe pijler van de driedeling van Drijvers, maar ook de meest krachtige. In de kern maakt ICT het voor leerlingen mogelijk om bepaalde wiskundige concepten te onderzoeken en snel verbanden te ontdekken.

Dat klinkt wat abstract, maar we hebben er al een mooi voorbeeld van gezien: leerlingen kunnen GeoGebra gebruiken om te onderzoeken wat de invloed is van bepaalde coëfficiënten in een kwadratisch functievoorschrift op de vorm van de grafiek. Natuurlijk kan dat ook met pen en papier, maar dan ben je eindeloos grafieken aan het tekenen. GeoGebra heeft de functie *schuiflijsten*, waarmee het wijzigen van de coëfficiënten erg eenvoudig is.

Het is goed om hierbij het onderscheid te maken tussen de *inzet van ICT om het onderwijzen van de docent te versterken* en de *inzet van ICT om leerlingen te ondersteunen bij het leren van wiskunde*. Natuurlijk is GeoGebra een fantastische tool om tijdens een instructie – bij voorkeur op een digitaal schoolbord – een demonstratie te geven. Maar in dit geval gaat het nadrukkelijk om de leerlingen aan de knoppen te zetten: leerlingen die de software gebruiken om, in meer of mindere mate gestuurd, zelf bepaalde wiskundige concepten en verbanden te ontdekken. Om dat te verduidelijken bespreken we vier concrete voorbeelden:

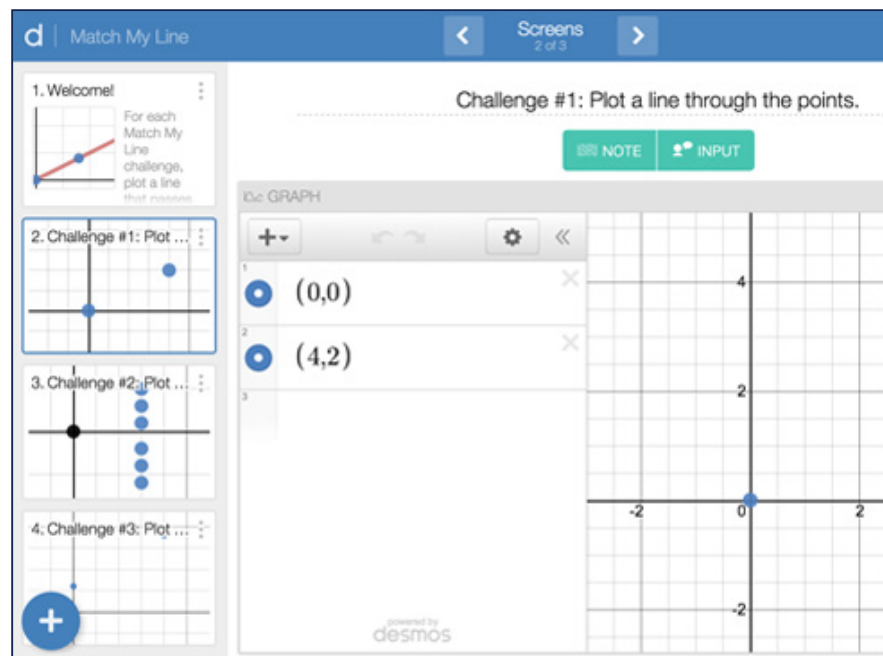
### Algebra pijlen

Het is belangrijk dat leerlingen leren hoe contexten, formules, tabellen en grafieken zich tot elkaar verhouden. Zij moeten in staat zijn om het een naar het ander te *vertalen*. Een app die daar ontzettend goed bij kan ondersteunen is Algebra pijlen - ontwikkeld door het Freudenthal Instituut. Leerlingen kunnen functievoorschriften ontrafelen in een reeks van bewerkingen. Vervolgens kunnen ze een tabel met verschillende waarden als input geven. Het resultaat is een tabel of een grafiek. Met die combinaties kunnen ze eindeloos combineren.



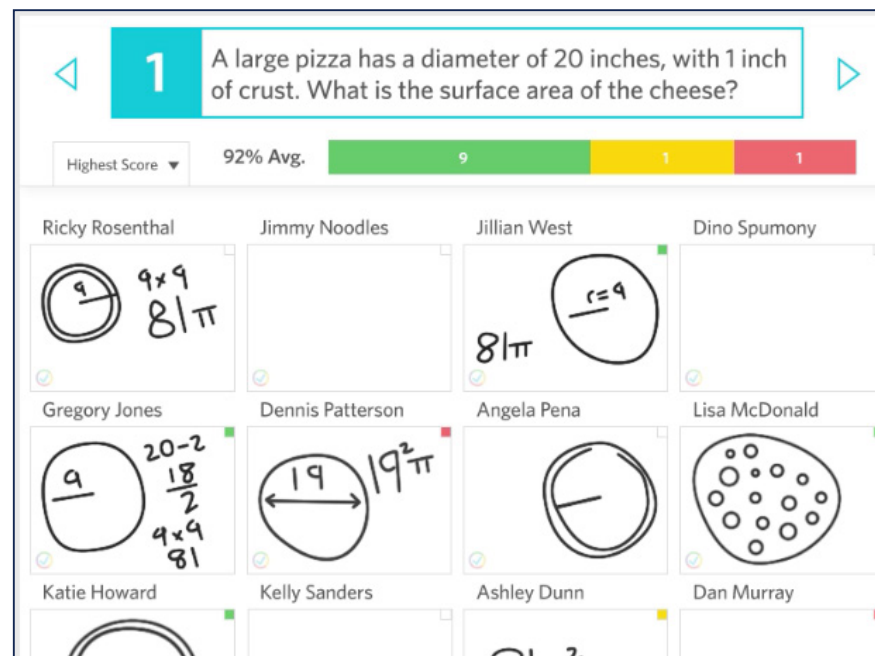
## Desmos

Relatief nieuw, maar *up and coming* en misschien wel net zo krachtig als GeoGebra, is Desmos: een online toepassing (verkrijgbaar in de App Store en Google Play) waarmee je onder meer grafieken kunt tekenen, tabellen en data kunt plotten en vergelijkingen en transformaties kunt onderzoeken. Daarnaast biedt Desmos een *activity builder*. Natuurlijk kun je in Word een werkblad maken en dat uitdelen aan leerlingen; eventueel digitaal. Maar Desmos maakt het mogelijk om die werkbladen volledig te integreren in hun omgeving. Je maakt als het ware schermen aan met aaneensluitende activiteiten, zodat leerlingen gestuurd kunnen ontdekken en leren. Dat maakt van Desmos een krachtige toepassing die thuishoort in de gereedschapskist van iedere wiskundedocent.



## Formative

Als leerlingen zelf aan het ontdekken zijn, wil je als docent iedere vorm van interactie aanmoedigen. Het is dan handig om te kunnen zien en te kunnen laten zien wat welke leerling of welk groepje leerlingen heeft gedaan. De app Formative is daarvoor zeer geschikt. Ook hierin maak je activiteiten aan die leerlingen zelfstandig of met elkaar kunnen uitvoeren. Dat doen ze digitaal. Formative maakt het mogelijk om het werk van leerlingen te delen met de klas. Daarnaast kan de docent van iedere leerling in *real time* zien wat hij of zij doet, en dat op het bord tonen om klassikaal te bespreken. Ook kun je in Formative werkbladen opnemen van GeoGebra. Dat vergroot de diversiteit en interactiviteit van de opdrachten die je kunt toevoegen enorm.

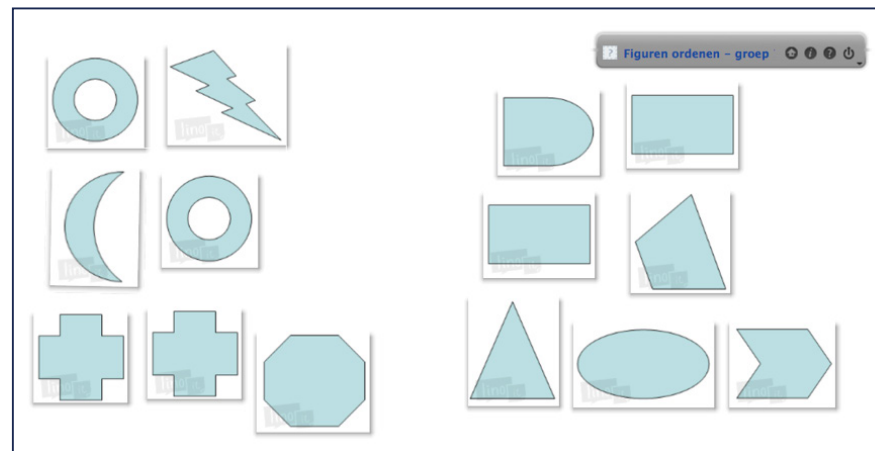


## Identificeren van overeenkomsten en verschillen

Volgens Marzano e.a. (2008) is het de kern van al het leren; het identificeren van overeenkomsten en verschillen. Dit laat zich gemakkelijk vertalen in meerdere activiteiten voor leerlingen. Bijvoorbeeld in combinatie met een toepassing als Lino It: een online prikbord voor digitale post-its. Ook kun je er objecten klaarzetten voor leerlingen. Bijvoorbeeld een set van figuren met daarbij de opdracht: verdeel deze figuren in twee groepen – niet noodzakelijk van eenzelfde grootte – die complementair zijn aan elkaar.

Deze opdracht leent zich om in kleine groepen te doen en zal leiden tot heel verschillende uitkomsten. Die uitkomsten kunnen aanleiding zijn voor een klassengesprek over verschillende eigenschappen van figuren of de opmaat naar een les over diverse vormen van symmetrie.

Het identificeren van overeenkomsten en verschillen ondersteunt leerlingen om bepaalde verbanden te zien en (intuïtief) specifieke eigenschappen te herkennen en onderscheiden. Overigens ligt dit dicht aan tegen de didactiek van *voorbeelden*, *non-voorbeelden* en *extreme voorbeelden*. Het geven van een groot aantal verschillende voorbeelden, helpt leerlingen overeenkomsten en verschillen nog beter te leren onderscheiden.



# Tot slot

Een vraag, die wellicht blijft hangen, is: Waarom niet gewoon op papier? Een terechte vraag, die je bijvoorbeeld kunt stellen bij het laatste voorbeeld in hoofdstuk 4 (p.14). Het indelen van figuren in groepen kan uiteraard prima op papier. Sterker nog: in sommige gevallen of voor specifieke leerlingen is het juist aan te raden om dat te doen. Het is aan de docent om in te schatten wat op welk moment het meest ondersteunend is, maar het is ook goed om te benadrukken dat het een het ander niet uitsluit.

Je hebt als wiskundeleraar een gereedschapskist vol onderwijsstrategieën en gereedschappen om jezelf en je leerlingen te ondersteunen. Die hoeft je niet weg te gooien zodra er laptops of tablets in de klas verschijnen. Zie ICT en alle mogelijkheden die het biedt als een uitbreiding van die gereedschapskist, en vraag je bij iedere activiteit die je voor leerlingen voorbereidt af: Wat is op dit moment het beste instrument of het best passende gereedschap dat ik kan, of mijn leerlingen kunnen gebruiken?



In deze training gaan we verder in op hoe je ICT kunt inzetten als krachtig leergereedschap om leerlingen te ondersteunen bij het leren van wiskunde. Je krijgt alle tools mee om hier, passend bij jouw ervaring en eigen lespraktijk, direct mee aan de slag te gaan. Deze training is tot stand gekomen door een samenwerking tussen MathPlus en onze educatiepartner Kleppen dicht!.

#### **Belangrijke uitgangspunten bij de training zijn:**

- ICT verbinden aan didactiek en (vak-)inhoud
- Leren in de eigen praktijk
- Door de koppeling naar de methode MathPlus, kunt u het geleerde direct toepassen in de les
- Leren door ervaren en door zelf te doen

De training is met name geschikt voor wiskundeleraars die werkzaam zijn in het voortgezet onderwijs. Het instapniveau is laag, maar de training is zo vormgegeven dat ook meer ervaren wiskundeleraars (wat betreft didactische en technische vaardigheden) er veel waarde uit kunnen halen. Een alternatief voor meer gevorderde gebruikers zijn de verdiepende trainingen via onze educatiepartner Kleppen dicht!.

Je ontvangt na afloop van deze training een certificaat.

#### **Schrijf je in!**

Bekijk voor meer informatie en onze trainingsdata onze website: [www.mathplus.nl/effectieflerenmetict](http://www.mathplus.nl/effectieflerenmetict)

# Verwijzingen

Bergmann, J. & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: reach every student in every class every day*. International Society for Technology in Education.

Bokhove, C. (2011). *Use of ICT for acquiring, practicing and assessing algebraic expertise*. Dissertation. Utrecht: Flsme.

Drijvers, P., van Streun, A., Zwaneveld, G. (2012). *Handboek wiskundendidactiek*. Epsilon Uitgaven.

Drijvers, P. (2012). *Wat bedoelen ze toch met....symbol sense?*. Nieuwe Wiskrant 31-3. Freudenthal Instituut.

Marzano, R.J., Pickering, D., Pollock, J.E., Mijs, D., Cuppers, F. & Willemstein, H. (2008). *Wat werkt in de klas: research in actie*. Bazalt.

Mishra, P. & Koehler, M. J. (2006). *Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge*. Teachers College Record, 108(6), 1017-1054.

OECD (2015). Students, computers and learning. *Making the connection*.

Shulman, L. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching*. Educational Researcher, 15 (2), 4-14.

## MathPlus

MathPlus is een wiskundemethode voor het voortgezet onderwijs. Wij geloven in de kracht van technologie om leerervaringen te verbeteren en om lessen effectiever te maken. Leerlingen en docenten zijn weer meer bezig met het vak wiskunde, zodat leerlingen een beter begrip van wiskunde krijgen.

KLEPPEN  
DICHT!

Het boek Kleppen dicht! is geschreven door Patricia van Slobbe en Michel van Ast. Zij geven lezingen en workshops, adviseren en begeleiden onderwijsinstellingen en trainen en coachen docenten die technologie willen inzetten in hun eigen onderwijs, passend bij hun eigen ervaring en ontwikkeling.

**OVM** | [onderwijsvanmorgen.nl](https://onderwijsvanmorgen.nl)

Onderwijsvanmorgen.nl (OVM) is hét inspiratie- en kennisplatform voor iedereen met passie voor het onderwijs en is een initiatief van Malmberg. Onze ambitie is om docenten en leerkrachten te ondersteunen en faciliteren in de dagelijkse lespraktijk, om het onderwijs te verbeteren.

### **Uitgeverij Malmberg**

Magistratenlaan 138

Postbus 233

5201 AE 's-Hertogenbosch

T (073) 628 8811

[malmberg@malmberg.nl](mailto:malmberg@malmberg.nl) • [www.malmberg.nl](https://www.malmberg.nl)

