



## 03 H1 Beweringen

Auteur

Team

Laatst gewijzigd

Licentie

Webadres

Bètapartners

Wikiwijs Maken Auteurs

29 november 2014

CC Naamsvermelding-GelijkDelen 3.0 Nederland licentie

<https://maken.wikiwijs.nl/46169/>

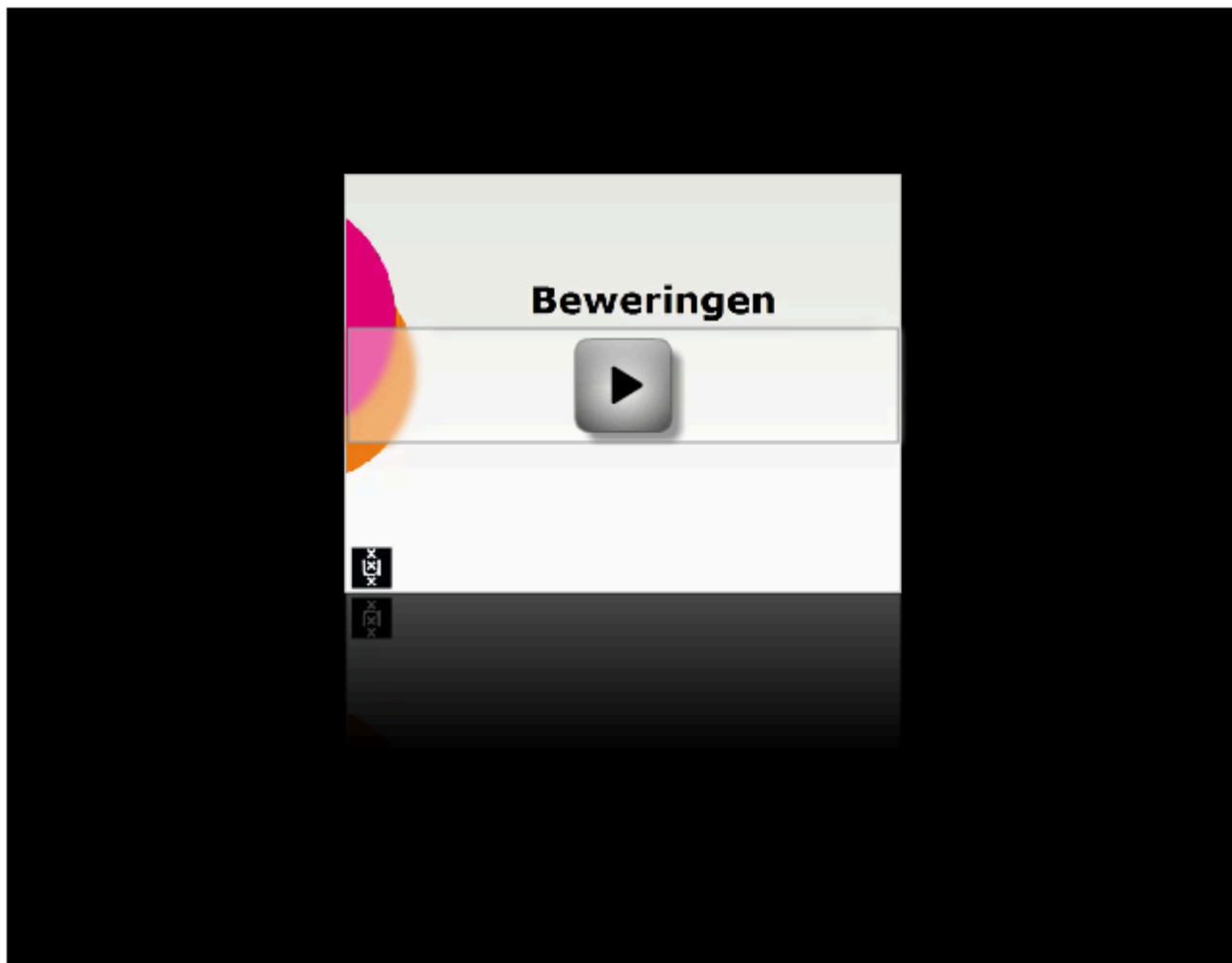


Dit lesmateriaal is gemaakt met Wikiwijs van Kennisnet. Wikiwijs is hét onderwijsplatform waar je leermiddelen zoekt, maakt en deelt.

# Inhoudsopgave

1.1 Beweringen .....	2
1.2 Even en oneven .....	8
Over dit lesmateriaal .....	12

# 1.1 Beweringen



<https://maken.wikiwijs.nl/userfiles/4feac54dd3cb3fc7da8b85c9d0fc0613.swf>



<https://maken.wikiwijs.nl/userfiles/f/fab095add0de14097b0aa6342ec6ef21.docx>



Vraagstuk 1



Stellingen

<https://maken.wikiwijs.nl/p/questionnaire/standalone/661148>

#### Algemene Informatie

**Titel** Stellingen  
**Aantal Vragen** 12

Maak de vragen.

MAIN\_SECTION

De aarde draait om de zon.



Feit



Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

Een dag duurt 24 uur.

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

Een jaar duurt 365,24 dagen.

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

$\log ab = \log a + \log b$

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

*abc*-formule:

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

In een driehoek is de som van de hoeken  $180^\circ$ .

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

Een vierkant heeft vier gelijke zijden

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

De omtrek van een cirkel met diameter 1 is .

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

De oppervlakte van een cirkel met straal  $r$  is  $r^2$

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

1 km = 1000 m

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

De omtrek van de aarde is 40.000 km.

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

☐ Feit

☐ Afspraak (definitie)

☐ Wiskundige stelling

---



<https://maken.wikiwijs.nl/userfiles/7/75c78bcb61b363cfcc9aed3a03783c44.docx>

Schrijf op bij welke van de bovenstaande punten je nog vragen hebt. Ga daarover een discussie aan.



## 1.2 Even en oneven

Om je een idee te geven van een wiskundige theorie met axioma's, definities, stellingen en bewijzen, bekijken we de theorie van even en oneven getallen. Dit is het oudste voorbeeld van een wiskundige theorie, ooit ontwikkeld in de school van Pythagoras (vijfde eeuw voor Christus). Hoe de theorie er toen precies uitzag, weten wij niet omdat de volgelingen van Pythagoras een eed moesten zweren dat zij al hun kennis geheim zouden houden. Wij geven een moderne versie.



Als we het hieronder hebben over 'een getal' dan bedoelen we steeds een natuurlijk getal, dus 0, 1, 2, 3, enz..

### Definitie 1

Gegeven is getal  $x$

- We zeggen:  $x$  is even als er een getal  $z$  is zodat  $x = 2z$   
We zeggen:  $x$  is oneven als er een getal  $z$  is zodat  $x = 2z + 1$

Bijvoorbeeld:

- 6 is even want  $6$  is  $2 \times 3$ , dus 2 keer een (geheel) getal.  
5 is oneven want het is  $2 \times 2 + 1$ .

We hebben nu afgesproken wat we bedoelen met "even" en "oneven", maar dat zijn slechts definities. Om te kunnen redeneren hebben we ook waarheden nodig, dingen waar we vanuit mogen gaan. Bijvoorbeeld dat je 1 niet kunt schrijven als '2 keer iets', dus dat 1 niet even is. Of algemener: dat getallen niet even en oneven tegelijk kunnen zijn.

Om dat te bewijzen heb je echter een algemene theorie nodig over hele getallen. Daarom kiezen we als uitgangspunt (axioma) in onze theorie:

aannname (axioma)

- Voor elk getal  $x$  geldt dat het óf even óf oneven is.

## Stelling 1

De even en oneven getallen liggen om en om, oftewel: voor elk getal  $x$  geldt:

1. Als  $x$  even is, dan is  $x + 1$  oneven.
2. Als  $x$  oneven is, dan is  $x + 1$  even.



## Bewijs

1. Stel  $x$  is even, dan is er een getal  $a$  zodat  $x = 2a$ 
  - dan  $x + 1 = 2a + 1$   
dus er is een getal  $z$  (namelijk  $a$ ) zodat  $x + 1 = 2z + 1$   
en dus is  $x + 1$  oneven.
2. Stel  $x$  is oneven, dan is er een natuurlijk getal  $b$  zodat  $x = 2b + 1$ 
  - dan  $x + 1 = (2b + 1) + 1 = 2b + (1 + 1) = 2b + 2 \cdot 1 = 2(b + 1)$   
dus er is een getal  $z$  (namelijk  $b + 1$ ) zodat  $x + 1 = 2z$   
dus is  $x + 1$  even

## Stelling 2

Gegeven getallen  $x$  en  $y$ , dan geldt:

1. is  $x$  even en  $y$  even dan is  $x + y$  even.
2. is  $x$  even en  $y$  oneven dan is  $x + y$  oneven.
3. is  $x$  oneven en  $y$  even dan is  $x + y$  oneven.
4. is  $x$  oneven en  $y$  oneven dan is  $x + y$  even.

We doen nu alleen het bewijs van b), de rest komt hieronder in vraagstuk 2 aan de orde.



## Bewijs

- Omdat  $x$  even is, is er een getal  $a$  zodat  $x = 2a$   
Omdat  $y$  oneven is, is er een getal  $b$  zodat  $y = 2b + 1$   
Dan geldt:  $x + y = 2a + 2b + 1 = 2(a + b) + 1$   
Dus er is een getal  $z$  (namelijk  $a + b$ ) zodat  $x + y = 2z + 1$   
dus  $x + y$  is oneven.



Vraagstuk 2



Even en oneven

<https://maken.wikiwijs.nl/p/questionnaire/standalone/661158>

### Algemene Informatie

Titel Even en oneven  
Aantal Vragen 3

Vul hieronder de ontbrekende delen in.

N.B. Vul je antwoord steeds in zonder spaties!

MAIN\_SECTION

## Stelling 2a

Stel  $x$  en  $y$  zijn even getallen, dan is  $x + y$  ook even

- Bewijs: Omdat  $x$  even is, is er een getal  $a$  zodat  $x = 2a$ . Omdat  $y$  even is, is er een getal  $b$  zodat  $y = 2b$ .



dus  $x \cdot y$  is oneven.

$$\circ x \cdot y = (2a+1) \cdot (2b+1)$$

$$= (4ab + 2b + 2a) + 1 \text{ (na haakjes wegwerken)}$$

$$= 2(2ab + b + a) + 1$$



### Vraagstuk 3

Bewijs stelling 3b en lever je antwoord schriftelijk in bij je docent.



### Vraagstuk 4

#### Stelling 4

Gegeven getal  $x$ , dan geldt:

1. Als  $x$  is even dan is  $x^2$  even.
2. Als  $x$  is oneven dan is  $x^2$  oneven.

#### Bewijs

1. Als  $x$  is even, dan is er een getal  $a$  zodat  $x = 2a$ .  
Dan is  $x^2 = (2a)^2 = 4a^2 = 2 \cdot (2a^2)$ .  
Dus er is een getal  $z$  (namelijk  $2a^2$ ) zodat  $x^2 = 2z$ .  
Dus  $x^2$  is even.
2. Als  $x$  oneven is, dan is er een getal  $a$  zodat  $x = 2a + 1$ .  
Dan is  $x^2 = (2a + 1)^2 = 4a^2 + 4a + 1 = 2(2a^2 + 2a) + 1$ .  
Dus er is een getal  $z$  (namelijk  $2a^2 + 2a$ ) zodat  $x^2 = 2z + 1$ .  
Dus  $x^2$  is oneven.

#### Opdracht:

Leg het bewijs van Stelling 4 a en b aan elkaar uit. Maak hierbij gebruik van de chatfunctie van de e-klas.

# Over dit lesmateriaal

## Colofon

<b>Auteurs</b>	Bètapartners
<b>Team</b>	Wikiwijs Maken Auteurs
<b>Laatst gewijzigd</b>	29 november 2014 om 21:19
<b>Licentie</b>	De Nederlandse Creative Commons 3.0 licentie waarbij de gebruiker het werk mag kopiëren, verspreiden en doorgeven en afgeleide werken mag maken onder de voorwaarden: Naamsvermelding en Gelijk Delen, zie <a href="http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/nl/">http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/nl/</a> . <a href="#">Meer informatie over de CC Naamsvermelding-GelijkDelen 3.0 Nederland licentie licentie.</a>

## Aanvullende informatie over dit lesmateriaal

Van dit lesmateriaal is de volgende aanvullende informatie beschikbaar:

<b>Leerniveaus</b>	VWO 6, VWO 4, VWO 5
<b>Leerinhoud en doelen</b>	Wiskundig redeneren, Wiskunde D, Inzicht en handelen
<b>Eindgebruiker</b>	leerling/student
<b>Trefwoorden</b>	e-klassen rearrangeerbaar

## Bronnen

<https://maken.wikiwijs.nl/userfiles/4feac54dd3cb3fc7da8b85c9d0fc0613.swf>