

6-3

Formules met machten herleiden

- 13a** Er geldt dat $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ en $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$.
Leg hiermee uit dat $5^4 \cdot 5^3 = 5^7$.
b Leg op dezelfde manier uit dat $7^3 \cdot 7^5 = 7^8$.
c Schrijf $a^{13} \cdot a^{21}$ als één macht.

- 14a** Hanna berekent $\frac{p^5}{p^3}$
Maak de berekening van Hanna af.

- b** Schrijf $\frac{k^{11}}{k^6}$ als één macht.
c Maak de berekening van Jannes af.
d Leg op de manier van Jannes uit dat $(k^5)^4 = k^{20}$.
e Schrijf $(p^3)^7$ als één macht.

	Hanna
	$\frac{p^5}{p^3} = \frac{(p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p) \cdot (p \cdot p \cdot p)}{(p \cdot p \cdot p \cdot p \cdot p)} = p \cdot p \cdot p = \dots$
	Jannes
	$(k^4)^3 = k^4 \cdot k^4 \cdot k^4 = \dots$

Theorie

Bij het rekenen met machten en wortels kun je gebruik maken van de volgende rekenregels.

$$g^a \cdot g^b = g^{a+b} \quad (g^a)^b = g^{a \cdot b} \quad \frac{g^a}{g^b} = g^{a-b} \quad (g \neq 0)$$

Deze rekenregels gelden ook voor negatieve en gebroken exponenten.

Voorbeelden

$$a^3 \cdot a^{4,2} = a^{3+4,2} = a^{7,2}$$

$$(k^5)^{1,2} = k^{5 \cdot 1,2} = k^6$$

$$\frac{b^7}{b^4} = b^{7-4} = b^3$$

- H 15** Schrijf als één macht.

a $a^3 \cdot a^5$

b $k^5 \cdot k^{12}$

c $\frac{p^8}{p^7}$

d $(a^5)^4$

e $(B^7)^3$

f $\frac{m^{14}}{m^7}$

g $a^{2,3} \cdot a^{1,9}$

h $(x^{2,1})^3$

i $\frac{y^{8,3}}{y^{4,1}}$

- 16** Het materiaal waar zwemkleding van is gemaakt heeft invloed op de weerstand ten opzichte van het water. Voor de zwempakken A en B gelden de formules $I_A = 23,47 \cdot v^{2,28}$ en $I_B = 21,83 \cdot v^{2,21}$. Hierin is I de inspanning in Newton en v de snelheid in meter per seconde.

- a** Pieter haalt een snelheid van 1,65 m/s als hij zwempak A draagt. Bereken welke snelheid hij met dezelfde inspanning kan halen als hij zwempak B draagt.

- b** De verhouding $K = \frac{I_B}{I_A}$ geeft aan hoeveel keer zo groot de vereiste inspanning is wanneer je in zwempak B zwemt ten opzichte van zwempak A.

Deze formule is te herleiden tot de vorm $K = p \cdot v^q$.

Geef deze herleiding en bereken p en q in twee decimalen nauwkeurig.

- 17a** Karin gaat $(4k^2)^3$ zonder haakjes schrijven. Maak de berekening van Karin af.
- b** Herleid op dezelfde manier $(2x^2)^3$.
- c** Herleid op dezelfde manier $(5p^{1,5})^4$.

Karin:
$(4k^2)^3 = 4k^2 \cdot 4k^2 \cdot 4k^2$
$= 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot k^2 \cdot k^2 \cdot k^2$
$= \dots$

Theorie

Voor machten en wortels gelden ook de volgende rekenregels.

$$(p \cdot q)^a = p^a \cdot q^a \quad \left(\frac{p}{q}\right)^a = \frac{p^a}{q^a} \quad (q \neq 0)$$

$$\sqrt{p \cdot q} = \sqrt{p} \cdot \sqrt{q} \quad \sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}} \quad (p, q > 0)$$

Uit $\sqrt{A} = B$ volgt $A = B^2$.

Voorbeelden

$$(3 \cdot b^4)^2 = 3^2 \cdot (b^4)^2 = 9b^8$$

$$\left(\frac{b}{2}\right)^3 = \frac{b^3}{2^3} = \frac{b^3}{8} = \frac{1}{8}b^3$$

$$\sqrt{\frac{b}{9}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{b}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{b}$$

- H 18** Vereenvoudig zo ver mogelijk.

a $(3m^5)^3$

c $(p^{1,7} \cdot q^{2,5})^2$

e $5,3 \cdot (0,04 \cdot t)^{1,5}$

b $\left(\frac{p}{2}\right)^3$

d $\sqrt{25x}$

f $\sqrt{\frac{x}{0,25}}$

- H 19** Hoe sneller je rijdt, hoe groter de remweg. De remweg is de afstand die de auto nog rijdt voor hij tot stilstand komt nadat de rem is ingetrapt. Voor een gemiddelde auto bij droog weer en normaal wegdek geldt $R = 0,07 \cdot v^2$. Hierin is R de remweg in meters en v de snelheid in meters per seconde.

- a** Bereken de remweg bij een snelheid van 20 m/s.
- b** Ga na of bij verdubbeling van de snelheid ook de remweg verdubbelt.
- c** De snelheid van een auto geef je meestal niet in m/s maar in km/u of, zoals in de Verenigde Staten gebruikelijk is, in miles/hour. Een mijl is 1609 meter. Laat met een berekening zien dat $v = 0,447 \cdot V$. Hierin is v de snelheid in m/s en V de snelheid in M/h.
- d** Druk de remweg R uit in V . Schrijf de formule zonder haakjes.

$$R = 0,07(0,447 \cdot V)^2$$

$$R = \dots$$

- 20** Hoe hoger je staat, hoe verder je kunt kijken. Voor de kijkafstand K geldt bij onbelemmerd zicht en vlak terrein $K = \sqrt{12,7 \cdot h}$.

- Hierin K de kijkafstand in km en h de hoogte in meter.
- a** Bereken de kijkafstand als je 63 m hoog staat.
- b** Herleid de formule tot de vorm $K = \dots \cdot \sqrt{h}$.
- c** Om te berekenen welke hoogte een uitkijktoren moet hebben bij een gewenste kijkafstand is het handiger om h uit te drukken in K . Herleid de formule zo, dat h wordt uitgedrukt in K .

