

Hoofdstuk 3

Allerlei formules

In dit hoofdstuk

	Voorkennis	88
3-1	Recht evenredig en omgekeerd evenredig	90
3-2	Formules met breuken	92
3-3	Formules met machten	94
3-4	Formules met meer variabelen	96
3-5	Gemengde opdrachten	98
	Samenvatting	100
	Test jezelf	102
	Extra oefening - Basis	104
	Extra oefening - Gemengd	105
	Uitdagende opdrachten	106
	Body Mass Index	107

Voorkennis

- V-1** Een vat wordt gevuld met olie. Een leeg vat weegt 15 kg en de olie weegt 0,9 kg per liter.
- Hoeveel weegt het vat met de olie als er 30 liter olie in zit?
 - G is het gewicht van het vat met olie, L is de hoeveelheid olie in liter. Leg uit dat $G = 15 + 0,9L$.
 - Hoeveel liter olie zit er in het vat als het vat 54,6 kg weegt?

Theorie

Bij **lineaire groei** is er een vaste toename per (tijds)eenheid. De bijbehorende lineaire formule heeft de vorm $y = a \cdot x + b$. Bij **exponentiële groei** wordt er per (tijds)eenheid steeds met dezelfde factor vermenigvuldigd. Je kunt ook zeggen dat de hoeveelheid per (tijds)eenheid met hetzelfde percentage toeneemt of afneemt. Exponentiële formules hebben de vorm $y = b \cdot g^x$.

Voorbeeld 1

Touw met een gewicht van 12 gram per meter wordt gewikkeld op een haspel die 500 gram weegt. Geef een formule voor het gewicht in grammen van de haspel met l meter touw.

Oplossing

Het gewicht van l meter touw is $12l$ gram, dus de formule is $G = 500 + 12l$.

Voorbeeld 2

De olievoorraad V in een gebied wordt elk jaar kleiner. De olievoorraad voldoet aan de formule $V = 2\,000\,000 \cdot 0,87^t$. Hierin is V het aantal vaten olie en t de tijd in jaren. Met hoeveel procent neemt de olievoorraad jaarlijks af?

Oplossing

De groeifactor van het aantal vaten is 0,87. De afname is dus $100\% - 87\% = 13\%$.

- V-2** Bij welke van de volgende formules is sprake van een lineair verband tussen de variabelen x en y ?
- $y = 3x + 7$
 - $x \cdot y = 24$
 - $y = 3x^2$
 - $3x + y = 12$
- V-3** Geef bij elk van de volgende formules het percentage waarmee de hoeveelheid N per tijdseenheid toeneemt of afneemt.
- $N = 350 \cdot 1,235^t$
 - $N = 10\,000 \cdot 0,96^t$
 - $N = 25 \cdot 0,998^t$
 - $N = 5675 \cdot 1,002^t$
- V-4** Een werknemer heeft met zijn baas afgesproken dat zijn salaris de komende jaren steeds met 5% zal stijgen. Hij verdient nu € 35.000,- per jaar.
- Bereken het salaris dat de werknemer volgend jaar verdient.
 - Met welke van de volgende formules kun je het salaris na t jaar berekenen?
 $S = 35\,000 \cdot 0,05^t$ of $S = 35\,000 \cdot 1,05^t$ of $S = 35\,000 + 1,05^t$

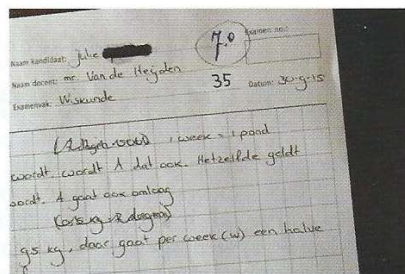
V-5 Voor een toets kunnen maximaal 45 punten worden behaald. Het cijfer C wordt berekend uit het aantal punten P volgens een lineaire formule, waarbij 45 punten het cijfer 10 oplevert en 0 punten het cijfer 1.

- Bereken de richtingscoëfficiënt van de bijbehorende formule.
- Wat is de betekenis van de richtingscoëfficiënt voor het behaalde cijfer?
- Stel een formule op.
- Is er een geheel aantal punten waarbij je precies het cijfer 5,5 krijgt?
- Als de toets slecht is gemaakt, kan de docent besluiten tot een andere berekening van het cijfer.

De docent denkt aan twee mogelijkheden:

- Alle cijfers met een vast getal 0,7 ophogen.
- Bij 0 punten niet het cijfer 1, maar het cijfer 2 toekennen, terwijl 45 punten nog steeds een 10 oplevert.

Geef voor beide gevallen een lineaire formule.

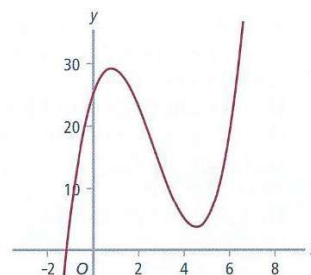


Bij veel opdrachten in dit hoofdstuk heb je de rekenmachine nodig. Vaak moet je één van de volgende opties van de rekenmachine gebruiken:

- het vinden van het snijpunt van een grafiek met de horizontale as, dat wil zeggen het vinden van de waarde waarbij een formule de uitkomst 0 heeft.
- het vinden van het snijpunt van twee grafieken, dus de waarde vinden waarbij twee formules dezelfde uitkomst geven.
- het vinden van de coördinaten van de toppen van een grafiek, dus de waarden vinden waarbij een formule een maximale of minimale uitkomst heeft.

V-6 Hiernaast staat de grafiek bij de formule $y = x^3 - 8x^2 + 11x + 25$.

- Bij welke waarde van x geldt $y = 0$?
- Bij een waarde van x tussen 0 en 2 heeft deze formule een maximum. Bereken dit maximum en de waarde van x waarvoor dit maximum wordt bereikt. Rond af op twee decimalen.
- In de grafiek kun je zien dat er ook een minimum is. Bereken dit minimum en de bijbehorende waarde van x .



V-7 Jorrit en Sietske hebben beiden al een paar jaar een baan.

Ze krijgen allebei jaarlijks op 1 januari een salarisverhoging. Jorrit kan zijn maandsalaris berekenen met de formule $B = 1800 + 60t$. Sietske berekent haar maandsalaris met de formule $B = 1600 \cdot 1,035^t$. In beide formules is B het bedrag in euro's en t de tijd in jaren na 1 januari 2015.

- Bij wie is er sprake van een lineair verband tussen het salaris en de tijd in jaren? En bij wie is er een exponentieel verband?
- Bij wie van de twee is de salarisverhoging op 1 januari 2016 de grootst?
- In welk jaar gaat Sietske meer verdienen dan Jorrit?