

6-4

Invullen van formules

- 21** Een fabrikant van spelletjes wil een nieuw kaartspel op de markt brengen. Uit onderzoek is gebleken dat het verband tussen de prijs en het aantal spelletjes dat hij per maand kan verkopen wordt gegeven door de formule $q = 4p^2 - 120p + 900$. Hierin is p de prijs van een spel in euro's en q is het aantal spelletjes dat hij per maand kan verkopen. De fabrikant maakt precies zoveel spelletjes als hij kan verkopen. De formule geldt alleen voor $1 \leq p \leq 15$.
- Bereken de totale opbrengst als hij 9 euro per spel vraagt.
 - Voor de totale kosten geldt de formule $TK = 3q + 150$. Bereken de totale kosten bij een prijs van 9 euro.
 - Leg uit dat voor de totale opbrengst TO geldt $TO = 4p^3 - 120p^2 + 900p$.
 - Druk TK uit in p . Schrijf je antwoord zonder haakjes.
 - De totale winst TW wordt berekend met $TW = TO - TK$. Druk de totale winst uit in de prijs p .
 - Welke prijs kan de fabrikant het beste vragen?

Theorie

In een formule kun je voor een variabele een waarde invullen. Ook kun je een variabele vervangen door een formule. Je noemt dit **substitueren**. Vaak kun je na het substitueren de ontstane formule vereenvoudigen.

Voorbeeld 1

Gegeven is de formule $K = 2,3 \cdot S + 4,1 \cdot T - 8,7$. Bereken K als $S = 6,5$ en $T = 1,9$.

Oplossing

$$K = 2,3 \cdot 6,5 + 4,1 \cdot 1,9 - 8,7 = 14,04$$

Voorbeeld 2

Gegeven is de formule $K = 2,3 \cdot S + 4,1 \cdot T - 8,7$. Druk K uit in x als $S = 2x + 1$ en $T = 4x - 3$.

Oplossing

Vul de gegeven uitdrukkingen voor S en T in en werk de haakjes uit.

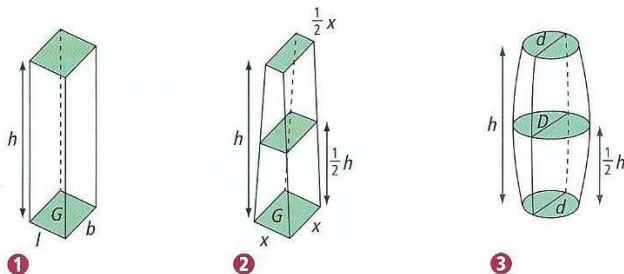
$$K = 2,3 \cdot (2x + 1) + 4,1 \cdot (4x - 3) - 8,7$$

$$K = 4,6x + 2,3 + 16,4x - 12,3 - 8,7$$

$$K = 21x - 18,7$$

- H 22** Bekijk de formule voor K in het voorbeeld.
- Bereken K als $S = 2,9$ en $T = 2,2$.
 - Bereken de waarde van T als $S = 1,7$ en $K = 5,46$.
 - Schrijf voor $S = 1,4$ de formule in de vorm $K = a \cdot T + b$.
 - Schrijf de formule in de vorm $K = p \cdot S + q$ als je weet dat $T = 1,3 \cdot S - 0,6$.

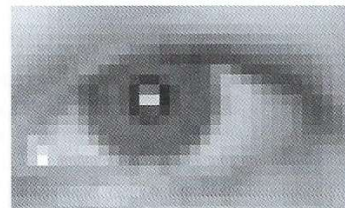
- 23** Voor min of meer regelmatig gevormde ruimtelijke figuren bestaat er een formule om het volume V te berekenen: $V = \frac{1}{6} \cdot h \cdot (G + 4 \cdot M + B)$
 Hierin is h de hoogte, G de oppervlakte van het grondvlak, M de oppervlakte van de doorsnede op halve hoogte en B de oppervlakte van het bovenvlak.
 Deze opdracht gaat over drie ruimtelijke figuren.



De oppervlakte van een cirkel met diameter d is $0,79 \cdot d^2$

- a** Figuur 1 is een balk die op elke hoogte dezelfde doorsnede heeft. Bereken het volume van de balk als het grondvlak een rechthoek is van 3 cm bij 4 cm en de hoogte 12 cm is.
b Het grondvlak van figuur 1 heeft lengte l en breedte b . Geef een formule voor het volume van figuur 1 waarbij V is uitgedrukt in h , l en b . Schrijf de formule zo eenvoudig mogelijk.
c Van het grondvlak van figuur 2 zijn de lengte en de breedte elk x cm. Van het bovenvlak is de lengte $\frac{1}{2}x$ cm en de breedte x cm. Voor de doorsnede op halve hoogte geldt $M = \frac{3}{4}x^2$. Druk voor figuur 2 V uit in h en x .
d Druk voor figuur 3 V uit in h , d en D .
e Druk voor figuur 3 V uit in d als je weet dat $h = 2d$ en $D = 1,3 \cdot d$.

- 24** Bij het afdrukken van een digitale foto wordt de afbeelding in een heleboel kleine vierkantjes verdeeld, pixels of dots genoemd. Het aantal pixels wordt bepaald door de gekozen resolutie. Bij een lage resolutie zijn er weinig pixels en kun je soms de afzonderlijke pixels zien. Bij een hoge resolutie zijn er veel pixels: de afdruk is scherp en je kunt niet meer zien dat de foto in vierkantjes is verdeeld. Het opslaan van de foto kost dan wel veel geheugenruimte. De totale hoeveelheid pixels P die een foto bevat, is afhankelijk van de gekozen resolutie R en van de lengte l en de breedte b van de foto. Er geldt $P = 0,1550 \cdot l \cdot b \cdot R^2$



- Hierin zijn l en b in cm, en R in dpi (dots per inch).
 Ga in de rest van de opdracht uit van foto's die voldoen aan $l = 1,5 \cdot b$.
a Laat met een herleiding zien dat voor dit soort foto's de formule voor P kan worden geschreven in de vorm $P = a \cdot l^2 \cdot R^2$ en bereken a in vier decimalen.
b Bij een grote foto kun je een lagere resolutie kiezen, omdat je die van een grotere afstand bekijkt. Voor de beste kijkafstand K geldt $K = 2 \cdot l$. De optimale resolutie hangt af van de kijkafstand: $R = 5500 \cdot K^{-0,812}$. Gebruik de formules voor K en R om het aantal benodigde pixels uit te drukken in de lengte l van de foto.
 (Ontleend aan CE havo wiskunde A pilot 2013, tijdvak 2)