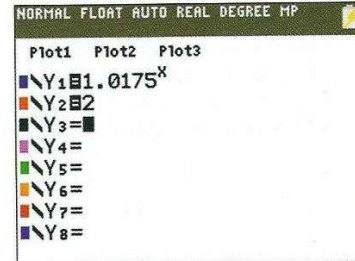


1-5

Verdubbelingstijd en halveringstijd

- 27 Leonie brengt € 1.000,- naar de bank. Ze krijgt 1,75% rente per jaar.
- Stel een exponentiële formule op waarmee het bedrag B in euro's na t jaar te berekenen is.
 - Gebruik je rekenmachine om te berekenen na hoeveel jaar het bedrag op de spaarrekening verdubbeld is.
 - Als Leonie € 2.000,- op de bank had gezet, na hoeveel jaar zou dit bedrag dan verdubbeld zijn?
 - Los op $1,0175^t = 2$.
 - Leg uit dat je het antwoord op de opdrachten b en c ook had kunnen uitrekenen door de vergelijking $1,0175^t = 2$ op te lossen.
- 28 Van een insectensoort neemt het aantal elk jaar met 8% af. Op $t = 0$ zijn er 5000 insecten.
- Gebruik je rekenmachine om te berekenen na hoeveel jaar het aantal insecten gedaald is tot 2500. Rond af op één decimaal.
 - In hoeveel jaar daalt het aantal insecten van 2500 naar 1250?
 - Leg uit dat je het antwoord op de opdrachten b en c ook had kunnen uitrekenen door de vergelijking $0,92^t = 0,5$ op te lossen.



Theorie

Bij een exponentieel groeiproces met groeifactor g is de **verdubbelingstijd** de tijd die nodig is om een hoeveelheid te verdubbelen. Deze tijd is de oplossing van de vergelijking $g^t = 2$.

De **halveringstijd** is de tijd die nodig is om de hoeveelheid te halveren. Deze tijd is de oplossing van de vergelijking $g^t = 0,5$.

Voorbeeld

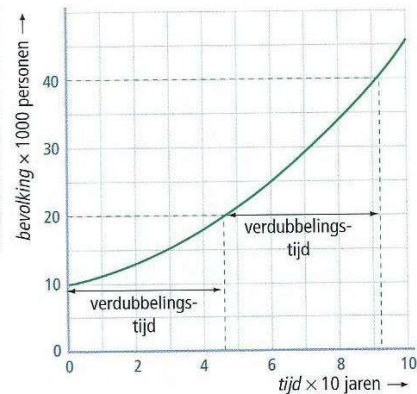
Het aantal vliegen neemt af met 25% per week. Na hoeveel dagen is het aantal gehalveerd?

Oplossing

De groeifactor is 0,75

$0,75^t = 0,5$ geeft $t \approx 2,41$

De halveringstijd is 2,41 weken ofwel 17 dagen.



- 29 Het aantal watervlooien in een kweek neemt met 10,4% per dag toe.
- Bereken in hoeveel dagen het aantal watervlooien in de kweek verdubbelt.
 - Gebruik je antwoord van opdracht a om te berekenen in hoeveel weken het aantal watervlooien in de kweek zal toenemen van 1250 naar 10 000.

- 30a** Een batterij verliest per uur 4% van zijn lading.
Bereken na hoeveel uur een batterij de helft van zijn oorspronkelijke lading kwijt is.
- b** Bij een ander type batterij is na twee dagen nog maar één tiende deel van de oorspronkelijke lading over.
Bereken de halveringstijd in uren van dit type batterij.

- 31** In ziekenhuizen wordt veel gebruik gemaakt van radioactieve stoffen. Bij het radioactieve verval van deze stoffen komt straling vrij. Deze straling wordt onder andere gebruikt voor diagnose en behandeling van ziekten. Patiënten krijgen een injectie met een geringe hoeveelheid radioactieve stof. Daarna kijkt de arts met een speciale camera waar de stof zich in het lichaam concentreert.
- Om een scan van de botten te maken, wordt een patiënt ingespoten met de radioactieve stof Technetium-99m ($Tc-99m$). $Tc-99m$ heeft een halveringstijd van 6 uur. Dat wil zeggen dat telkens na 6 uur de helft van de radioactieve stof verdwenen is. Deze halveringstijd is lang genoeg om het medische onderzoek uit te voeren en kort genoeg om de patiënt na het onderzoek niet in het ziekenhuis te hoeven houden.
- a** Bereken hoeveel procent van de radioactieve stof $Tc-99m$ 24 uur na toediening nog in het lichaam van de patiënt aanwezig is.

Vanwege de korte halveringstijd is het voor een ziekenhuis onmogelijk om $Tc-99m$ in voorraad te hebben. In het ziekenhuis wordt hiervoor eenmaal per week een technetiumkoe afgeleverd. Zie de foto.

Deze 'koe' is eigenlijk een container met Molybdeen-99 ($Mo-99$). $Tc-99m$ ontstaat bij het radioactieve verval van $Mo-99$, dat een veel langere halveringstijd heeft.

Uit de koe kan een week lang op elk gewenst moment $Tc-99m$ worden 'gemolken'. Dit is voldoende voor vele tientallen patiënten.

Een container wordt gevuld met $Mo-99$. Het exponentiële radioactieve verval van $Mo-99$ is dusdanig dat na precies 7 dagen nog 17,3% van de stof over is. Op grond van dit gegeven kun je vaststellen dat de hoeveelheid $Mo-99$ ieder uur met ongeveer 1,04% afneemt.

- b** Laat met een berekening zien dat dit klopt.
- c** Bereken met behulp van de genoemde 1,04% na hoeveel uur de hoeveelheid $Mo-99$ in de container gehalveerd is.
(*Ontleend aan examen havo wiskunde A 2012, tijdvak 2*)



- 32** Van een bedrag dat tegen een rentepercentage p op de bank is gezet, kun je de verdubbelingstijd T berekenen met de vuistregel $T \approx 70 : p$. Onderzoek voor welke gehele rentepercentages p de met de vuistregel berekende verdubbelingstijd T niet meer dan 1% afwijkt van de werkelijke verdubbelingstijd.