Samenvatting

Gelijkwaardige formules, herleiden

Twee formules zijn gelijkwaardig als elke combinatie van waarden van de variabelen die voldoet aan de ene formule ook voldoet aan de andere formule en omgekeerd.
Je kunt laten zien dat twee formules gelijkwaardig zijn door met behulp van rekenregels de ene formule te herleiden tot de andere.

Voorbeeld

Laast door herleiden zien dat de formules $4a + 5b = 60$ en $b = 12 - 0{,}8a$ gelijkwaardig zijn.

Oplossing

$5b = 60 - 4a$ (links en rechts $-4a$)
$b = 12 - 0{,}8a$ (links en rechts delen door 5)

Substitueren

In een formule kun je voor een variabele een waarde invullen. Ook kun je een variabele vervangen door een formule. Je noemt dit substitueren.
Vaak kun je na het substitueren de ontstane formule vereenvoudigen

Voorbeeld

Gegeven zijn de formules $W = 1{,}2q - 245$ en $q = 300 - 0{,}8p$.
Druk W uit in p.

Oplossing

Substitueer $300 - 0{,}8p$ voor q in en werk de haakjes uit.
$W = 1{,}2(300 - 0{,}8p) - 245$
$W = 360 - 0{,}96p - 245$
$W = -0{,}96p + 115$

Je kunt formules met breuken herleiden

Bij het herleiden van formules met breuken kun je gebruik maken van rekenregels.

Uit $\frac{A}{B} = C$ volgt $A = B \cdot C$ en $\frac{A}{C} = B$

Uit $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ volgt $A \cdot D = B \cdot C$

Voorbeeld

Hereleid de formule $\frac{2}{x+3} = \frac{5}{y-4}$ waarbij je y uitdrukt in x.

Oplossing

$2 \cdot (y - 4) = (x + 3) \cdot 5$
$2y - 8 = 5x + 15$ (haakjes weggewerkt)
$2y = 5x + 23$ (links en rechts + 8)
$y = 2\frac{1}{2}x + 11\frac{1}{2}$ (links en recht delen door 2)

Je kunt formules met machten en wortels herleiden

Bij het herleiden van formules met machten en wortels kun je gebruik maken van rekenregels.

$g^a \cdot g^b = g^{a+b}$

$(g^a)^b = g^{ab}$

$\dfrac{g^a}{g^b} = g^{a-b} \qquad (g \neq 0)$

$(p \cdot q)^a = p^a \cdot q^a$

$\left(\dfrac{p}{q}\right)^a = \dfrac{p^a}{q^a} \qquad (q \neq 0)$

$\sqrt{p \cdot q} = \sqrt{p} \cdot \sqrt{q} \qquad (p, q > 0)$

$\sqrt{\dfrac{p}{q}} = \dfrac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}} \qquad (p, q > 0)$

Uit $\sqrt{A} = B$ volgt $A = B^2$.

Voorbeeld 1

Gegeven zijn de formules
$z = 3{,}4 \cdot v^{1,7}$ en $X = z^3$.
Bereken in twee decimalen nauwkeurig de waarden van a en b waarvoor geldt $X = a \cdot v^{\mathrm{b}}$.

Oplossing

$X = (3{,}4 \cdot v^{1,7})^3 = 3{,}4^3 \cdot (v^{1,7})^3 \approx 39{,}3 \cdot v^{5,1}$

Dus $a = 39{,}3$ en $b = 5{,}1$

Voorbeeld 2

Herleid de formule $G = 0{,}24 \cdot \sqrt{p}$ tot de vorm $p = \ldots \cdot G^{\cdots}$.

Oplossing

$$\sqrt{p} = \frac{G}{0{,}24}$$

$$p = \left(\frac{G}{0{,}24}\right)^2 = \frac{G^2}{0{,}24^2} = \frac{1}{0{,}24^2} \cdot G^2 = 17{,}36 \cdot G^2$$

Je kunt de waarden van onbekenden in een formule berekenen

Als in het verband tussen twee variabelen nog parameter voorkomt, dan kun je de waarden van deze parameter berekenen door de gegevens in de formule in te vullen en de zo ontstane vergelijking(en) op te lossen.

Voorbeeld

Tussen de grootheden W en Y bestaat een verband van de vorm $W = Y^a$.
Uit metingen blijkt dat voor $Y = 5$ geldt $W = 6{,}9$.
Bereken de waarde van a.

Oplossing

De gegevens invullen geeft $5^a = 6{,}9$.
Deze vergelijking oplossen met de rekenmachine levert $a \approx 1{,}2$.

Je kunt redeneren met formules

Door na te gaan hoe een formule is opgebouwd kun je kun je beredeneren hoe de uitkomst van een formule verandert.

Voorbeeld

Gegeven is de formule $Q = 100 - 1{,}3^x$.
Beredeneer dat Q kleiner wordt als x toeneemt.

Oplossing

Als x groter wordt, dan wordt $1{,}3^x$ ook groter, want het grondtal is groter dan 1.
Maar dan wordt $100 - 1{,}3^x$ kleiner, want je trekt een steeds groter getal van 100 af.
Dus als x groter wordt, wordt Q kleiner.