

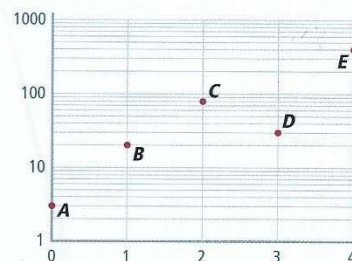
Vaardigheden 3

Logaritmische schaal aflezen

Een schaalverdeling waarbij steeds per stap met een vast getal (meestal 10) wordt vermenigvuldigd, heet een logaritmische schaalverdeling of kortweg log-schaal.

Voorbeeld

In het assenstelsel hiernaast heeft de y-as een log-schaal. Bij elke stap op de verticale as wordt met 10 vermenigvuldigd. In de figuur zijn de coördinaten van de volgende punten af te lezen: $A(0, 3)$, $B(1, 20)$ en $C(2, 80)$.

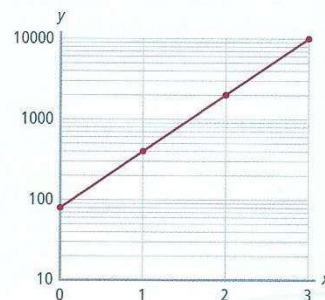


- 1 Bekijk de figuur naast het voorbeeld. Geef de coördinaten op van de punten D en E .
- 2 In de figuur hiernaast is een grafiek getekend van het verband tussen de variabelen x en y .

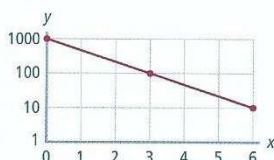
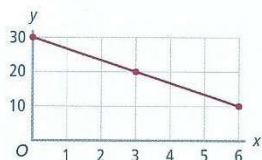
a Neem de onderstaande tabel over en vul deze verder in.

x	0	1	2	3
y

- b Van wat voor soort verband is hier sprake?
- c Stel een formule op bij dit verband.



De grafiek bij een exponentiële formule in een assenstelsel waarvan de y-as een logaritmische schaalverdeling heeft is een rechte lijn. Ook het omgekeerde geldt: Een rechte lijn in een assenstelsel met op de verticale as een log-schaal hoort bij een exponentieel verband.



- 3a In de linker figuur heeft de verticale as een lineaire schaal. Wat voor soort verband hoort bij de grafiek in de linker figuur?
- b Stel een formule op bij dit verband.
- c Hoe kun je aan de rechter figuur zien dat de verticale as een logaritmische schaalverdeling heeft?
- d Wat voor soort verband hoort bij de grafiek in de rechter figuur?
- e Stel een formule op bij dit verband.

Verdubbelingstijd en halveringstijd

De verdubbelingstijd is de tijd die nodig is om de hoeveelheid te verdubbelen en de halveringstijd is de tijd die nodig is om de hoeveelheid te halveren.

Bij een exponentieel groeiproces met groefactor g vind je de verdubbelingstijd door de vergelijking $g^t = 2$ op te lossen en de halveringstijd door de vergelijking $g^t = 0,5$ op te lossen.

- 4a** Bij een exponentieel groeiproces neemt de hoeveelheid toe met 1,29% per jaar.
Bereken de verdubbelingstijd.
- b** Bij een ander exponentieel groeiproces neemt de hoeveelheid af met 25% per tien jaar.
Bereken de halveringstijd in jaren.
- 5a** Het aantal kapperszaken in Nederland is de laatste vijf jaar met 25% gestegen.
Bereken de verdubbelingstijd als deze stijging zich de komende jaren op dezelfde manier voortzet.
- b** Het aantal cd-winkels is in de laatste twaalf jaar met één derde deel afgenomen.
Bereken de halveringstijd als deze daling zich de komende jaren op dezelfde manier voortzet.
- 6** In het assenstelsel hiernaast zijn de grafieken van twee exponentiële verbanden getekend.
- a** Grafiek 1 gaat door de punten $(0, 50)$ en $(4, 800)$.
Met welke factor wordt het aantal N vermenigvuldigd als t toeneemt van 0 naar 4?
- b** Bereken de verdubbelingstijd bij grafiek 1.
- c** Stel bij grafiek 1 een formule op.
- d** Stel een formule op bij grafiek 2.
- e** Bereken de halveringstijd bij grafiek 2.
- f** Bereken in twee decimalen nauwkeurig de waarde van t waarvoor grafiek 2 de horizontale as snijdt.
- 7a** Bij een exponentieel groeiproces is de verdubbelingstijd één week.
Bereken in hoeveel weken de hoeveelheid zestien keer zo groot wordt.
- b** Bij een exponentieel groeiproces is de halveringstijd één jaar.
Bereken in hoeveel jaar de hoeveelheid tot minder dan één duizendste deel is afgenomen.

Voorbeeld

Bij een exponentieel groeiproces neemt de hoeveelheid met 30% per jaar af.
Bereken de halveringstijd in jaren.

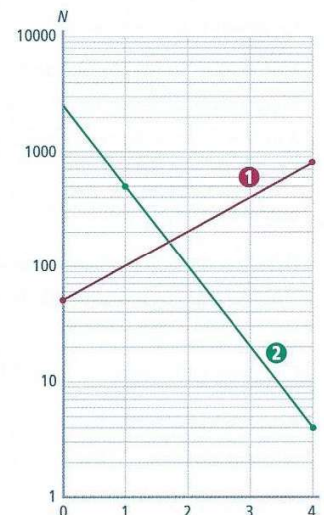
Oplossing

$0,7^t = 0,5$ (oplossen met de GR)

$Y_1 = 0,7^t$ en $Y_2 = 0,5$

Calc Intersect $x \approx 1,94$

De halveringstijd is ongeveer 2 jaar.



Formules herleiden

Herleiden van een formule betekent dat je de formule in een andere vorm schrijft. Daarbij kan het voorkomen dat je

- haakjes moet wegwerken
- gelijksoortige termen moet samennemen
- een breuk moet vereenvoudigen.

Voorbeeld 1

Herleid $3x + 4y - 7 = 0$ tot de vorm $y = a \cdot x + b$

Oplossing

$$\begin{aligned} 4y - 7 &= -3x && \text{(links en rechts } -3x) \\ 4y &= -3x + 7 && \text{(links en rechts } +7) \\ y &= -\frac{3}{4}x + 1\frac{3}{4} && \text{(links en rechts : 4)} \end{aligned}$$

Voorbeeld 2

Gegeven is de formule $H = \frac{5p \cdot t + 24}{2p}$

Vul $p = 4$ in en herleid de formule tot de vorm $H = a \cdot t + b$

Oplossing

$$\begin{aligned} \text{Invullen van } p = 4 \text{ geeft } H &= \frac{20 \cdot t + 24}{8} \\ H &= \frac{20t}{8} + \frac{24}{8} \text{ dus } H = 2\frac{1}{2}t + 3. \end{aligned}$$

- 8 Herleid de volgende formules tot de vorm $y = ax + b$.
- a $7x - 2y = 40$ c $0,5x = 0,4y - 2$
- b $6x + 5y = 14$ d $\frac{1}{4} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y$

- 9a Gegeven is de formule $B = \frac{3P \cdot R + 56}{2R}$

Vul $R = 4$ in en herleid de formule tot de vorm $B = a \cdot P + b$.

- b Gegeven is de formule $2^t \cdot x = y \cdot t^2 + 3t$

Vul $t = 3$ in en herleid de formule tot de vorm $y = a \cdot x + b$.

- 10 Gegeven is de formule $H = \frac{7F + 3F \cdot G}{3 - F}$

- a Bereken de waarde van G als $H = 50$ en $F = 2,5$.
- b Vul in $F = -1$ en herleid de formule tot de vorm $H = aG + b$.

- 11 Gegeven is de formule $Q = 24,3 + \frac{50 - X}{2,5} \cdot 12$

- a Bereken de waarde van Q als $X = 45$.
- b Herleid de formule tot de vorm $Q = aX + b$.

In een formule kun je een variabele vervangen door een formule. Je noemt dit substitueren.

Na het substitueren vereenvoudig je de ontstane formule.

- 12 Substitueer en druk y uit in x .

- a $y = 3t + 14$ en $t = 5x - 6$.
- b $y = 10 - p$ en $p = 5 - 2x$
- c $6y + 2t = 10$ en $t = 6x - 7$

Voorbeeld

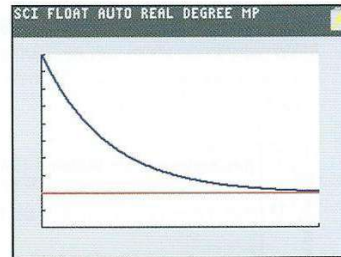
Gegeven de formule $y = 4t + 8$.
Substitueer hierin de formule $t = -7x + 1$ en vereenvoudig.

Oplossing

$$\begin{aligned} y &= 4(-7x + 1) + 8 \\ y &= -28x + 4 + 8 \\ y &= -28x + 12 \end{aligned}$$

Redeneren met formules

- 13 Hiernaast staat een plot van de grafiek van $T = 20 + 80 \cdot 0,9^t$ en de horizontale lijn $y = 20$.
- Welke waarde heeft T als $t = 0$?
 - Hoe kun je aan de formule $T = 20 + 80 \cdot 0,9^t$ zien dat de bijbehorende grafiek daalt als t toeneemt?
 - Beredeneer aan de hand van de formule $T = 20 + 80 \cdot 0,9^t$ dat de bijbehorende grafiek steeds dichterbij de lijn $y = 20$ zal naderen als t blijft toenemen.



- 14 Een slager haalt een stuk vlees uit de vrieskast en legt het in de koelcel. De temperatuur T in graden Celsius van het vlees, t uur nadat het vlees in

de koelcel is gelegd, is te berekenen met de formule $T = 6 - \frac{24}{\sqrt{3t+1}}$

- Wat was de temperatuur van het vlees op het moment dat het in de koelcel werd gelegd?
 - Bereken de temperatuur van het vlees 10 uur nadat het in de koelcel is gelegd. Rond je antwoord af op één decimaal.
 - Bereken na hoeveel uur de temperatuur van het vlees 0°C is.
 - Beredeneer vanuit de formule dat de temperatuur T bij toenemende waarden van t zal blijven stijgen.
 - Beredeneer hoe je aan de formule kunt zien dat de temperatuur van de koelcel 6°C is.
- 15 Een kippenboer mest haantjes van een bepaald ras voor de slacht. Voor de gewichtstoename van haantjes van dat ras geldt de formule
- $$G = \frac{10000}{4 + 200 \cdot 0,4^t}$$
- Hierbij is G het gewicht in grammen en t de tijd in weken.
- Leg uit hoe je uit de formule kunt afleiden dat de grafiek van G stijgend is.
 - Plot de grafiek van G voor de eerste tien weken en onderzoek in welke week de gewichtstoename van dit ras het grootst is.
 - Als de boer doorgaat met mesten, dan zullen de haantjes niet onbegrensd in gewicht blijven toenemen. Welke grenswaarde is er voor het gewicht van de haantjes van dit ras? Leg uit hoe je aan je antwoord gekomen bent.

- 16 In de volgende formules stelt t de tijd voor en P een hoeveelheid. Beredeneer met de formule naar welke waarde P op den duur nadert.

a $P = \frac{7}{t^2 + 1} + 23$

b $P = 10(10 - 0,8^t)$

c $P = \frac{36}{55 - 4 \cdot 3^t}$

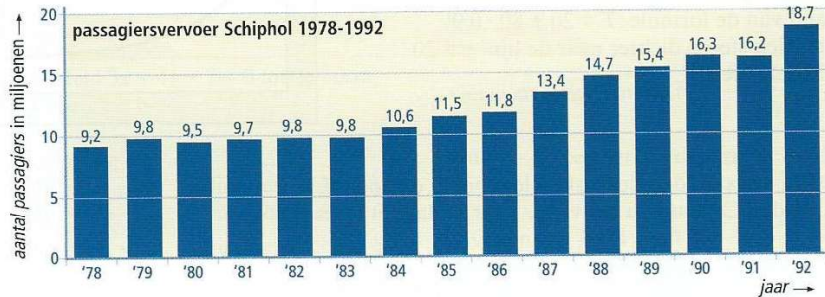
d $P = 1000 - \frac{130}{18 + 5 \cdot 2^t}$

e $P = \frac{250}{10 + 3 \cdot 0,15^t}$

f $P = 4 \cdot 3^{-t} + 7$

Onderzoeksopdrachten

De opdrachten op deze twee bladzijden bevatten een hoeveelheid informatie in de vorm van getallen of formules, gevolgd door één vraag. Op het Centraal Examen kun je ook dergelijke vragen verwachten.



- 0-1** Hierboven zie je voor een aantal achtereenvolgende jaren hoeveel passagiers er op luchthaven Schiphol zijn vertrokken of aangekomen. Rond 1995 besloot de overheid dat Schiphol mocht uitbreiden. Een voorwaarde hiervoor was dat tot en met 2003 het aantal passagiers per jaar ruim onder de 40 miljoen zou blijven. Men nam aan dat na 1992 het aantal passagiers elk jaar met een vast percentage zou groeien. Een schatting voor dit percentage baseerde men op de groei in de voorafgaande jaren.

Men kan bijvoorbeeld de periode 1983-1992 nemen en dan als volgt te werk gaan:

- neem het aantal passagiers in het eerste en het laatste jaar van deze periode (dus in 1983 en in 1992);
- bereken met deze twee aantallen hoe groot het jaarlijkse groeipcentage zou zijn als in de tussenliggende periode het aantal passagiers elk jaar met hetzelfde percentage zou zijn gegroeid;
- neem aan dat voor elk jaar na 1992 dit groeipcentage geldt.

Onderzoek op deze wijze of het aantal passagiers per jaar tot en met 2003 onder de grens van 40 miljoen zal blijven.

(Ontleend aan CE vwo wiskunde A1 2002, tijdvak 2)

- 0-2** Bij de tienkamp in de atletiek krijgt een deelnemer punten voor elk onderdeel. Bij het hoogspringen bij de mannen gaat dat volgens de formule $P_{\text{hoog}} = 0,8465 \cdot (h - 75)^{1,42}$ met P_{hoog} het aantal punten en h de hoogte in centimeter.

Bij de laatste wedstrijd heeft Eelko 822 punten gehaald op dit onderdeel. Bij de volgende wedstrijd wil hij 859 punten halen.

Onderzoek hoeveel cm hij dan hoger moet springen.



- O-3** In een natuurgebied leefden in het jaar 2005 ongeveer 2 500 wilde zwijnen. Door voortplanting neemt dit aantal jaarlijks toe met 15%. In 2015 zorgt het grote aantal wilde zwijnen voor veel overlast. Men besluit dat jaarlijks wilde zwijnen moeten worden afgeschoten.
Onderzoek hoeveel wilde zwijnen na 2015 elk jaar moeten worden afgeschoten zodat de populatie na 2015 constant blijft.

O-4 Telefoontjes

De directeur van een bedrijf geeft zijn secretaresse de opdracht om naast haar eigenlijke taak voortaan ook de telefoon op te nemen. Daarvoor zal ze het werk waar ze mee bezig is, moeten onderbreken.

De secretaresse is bang dat ze haar werk te vaak zal moeten onderbreken vanwege telefoontjes. De secretaresse en de directeur komen overeen dat het percentage uren waarin ze drie of meer telefoontjes krijgt, niet hoger dan 20% mag zijn. Als dit percentage hoger is, hoeft de secretaresse deze opdracht niet uit te voeren.

De secretaresse gaat dit onderzoeken. Ze besluit daarom de opdracht een week uit te voeren en bij te houden hoeveel telefoontjes ze elk uur krijgt. De resultaten staan in de tabel.

		aantal telefoontjes per uur tijdens het werk								
		8.00 — 9.00	9.00 — 10.00	10.00 — 11.00	11.00 — 12.00	12.00 — 13.00	13.00 — 14.00	14.00 — 15.00	15.00 — 16.00	16.00 — 17.00
ma	21 mei	vrij	1	2	1	pauze	0	1	4	vrij
di	22 mei	1	0	1	3	pauze	1	1	4	0
wo	23 mei	vrij	2	3	1	pauze	5	vrij	vrij	vrij
do	24 mei	3	0	1	2	pauze	2	3	3	2
vrij	25 mei	1	2	0	1	pauze	0	2	0	1

Verder heeft de secretaresse op het internet de formule gevonden die bij

deze situatie past: $P = 22,3 \cdot \frac{1,5^x}{x!}$

Hierin is P het percentage van de gewerkte uren waarin de secretaresse x telefoontjes krijgt.

Onderzoek of de secretaresse de tabel, de formule, of beide kan gebruiken om bij de directeur te beargumenteren dat ze de opdracht niet hoeft uit te voeren.

(Ontleend aan CE havo wiskunde A 2014 pilot, tijdvak 2)