

## 6-6

## Redeneren met formules

- 29** Bij de gemeente komen elk weekend tientallen telefoontjes binnen van mensen die geluidsoverlast ervaren van bezoekers van een uitgaansgelegenheid. Samen met de eigenaar van deze gelegenheid en de politie wordt een project gestart om doormiddel van een voorlichtingscampagne en het uitdelen van boetes de bezoekers te bewegen buiten het gebouw minder lawaai te maken. Op grond van de resultaten van de eerste weken na de start van het project stelt een onderzoeker het volgende model op:  
 $A = 5 \cdot (2,2 + 5,8 \cdot 0,72^t)$   
 Hierin is  $A$  het aantal telefonische klachten in het weekend,  $t$  weken na de start van het project.
- a** Bereken zonder rekenmachine de waarde van  $A$  bij de start van het project.
  - b** Leg uit waarom  $0,72^t$  nadert naar nul als  $t$  heel groot wordt.
  - c** Beredeneer vanuit de formule of de waarde van  $A$  toeneemt of afneemt als  $t$  toeneemt.
  - d** Bij de start van het project is de doelstelling geformuleerd dat er op den duur hoogstens tien telefonische klachten per weekend binnen komen. Beredeneer vanuit de formule of die doelstelling wordt gehaald.

*Door na te gaan hoe een formule is opgebouwd kun je beredeneren hoe de uitkomst van een formule verandert.*

*Je kunt bijvoorbeeld gebruik maken van de volgende eigenschappen.*

*>  $t^2 \geq 0$  voor elke waarde van  $t$ .*

*>  $g^t$  is stijgend als  $g > 1$  en dalend als  $0 < g < 1$  (voor  $t > 0$ ).*

*> bij vaste positieve waarde van  $t$  en positieve waarde van  $n$  wordt*

*de breuk  $\frac{t}{n}$  kleiner als  $n$  groter wordt.*

- 30** Voor  $t \geq 0$  zijn de volgende formules gegeven. Beredeneer op de manier van het voorbeeld of  $P$  toeneemt of afneemt als  $t$  groter wordt. Beredeneer ook of er sprake is van een grenswaarde en zo ja, hoe groot die grenswaarde is.

**a**  $P = \frac{2}{7 + 0,6^t}$

**b**  $P = 4 - 0,85^t$

**c**  $P = 3 + \frac{2}{1,2^t}$

**d**  $P = 7 + 1,45^t$

## Voorbeeld

Voor  $t \geq 0$  is gegeven  $P = \frac{2}{7 - 0,6^t}$

Beredeneer dat  $P$  kleiner wordt als  $t$  toeneemt en beredeneer naar welke grenswaarde  $P$  nadert.

*Oplossing*

Als  $t$  toeneemt, dan wordt  $0,6^t$  kleiner, want het grondtal is kleiner dan 1.

Maar dan wordt  $7 - 0,6^t$  groter, want je trekt een steeds kleiner getal af van 7.

Maar dan wordt  $\frac{2}{7 - 0,6^t}$  kleiner, want

je deelt 2 door een steeds groter getal.

Als  $t$  heel groot wordt, dan wordt  $0,6^t$  ongeveer nul. De grenswaarde is dus

$$\frac{2}{7} \approx 0,29.$$

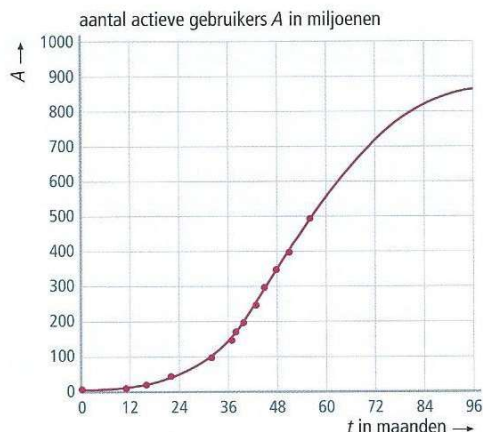
- 31** Het aantal actieve gebruikers van Facebook steeg de eerste jaren van zijn bestaan spectaculair. Op 1 december 2005 waren er 5,5 miljoen actieve gebruikers. 43 maanden later waren dat er al 244 miljoen. Neem aan dat er in deze periode bij benadering sprake was van exponentiële groei.
- a** Bereken voor deze periode het groeipercentage per maand.

Al in 2011 werd er voorspeld dat de groei zo niet door zou gaan. In de figuur zie je een grafiek die bij de voorspelling past. Hierbij hoort de formule

$$A = \frac{4500}{5 + 310 \cdot 0,926^t}$$

Hierin is  $A$  het aantal actieve gebruikers in miljoenen en  $t$  de tijd in maanden met  $t = 0$  op 1 december 2005.

- b** Beredeneer aan de hand van de formule dat het aantal actieve gebruikers blijft stijgen.
- c** Op den duur zal het aantal actieve gebruikers nauwelijks meer stijgen en een grenswaarde benaderen. Beredeneer aan de hand van de formule de grenswaarde. (Ontleend aan CE havo wiskunde A pilot 2015, tijdvak 1)



- 32** Als iemand in koud water terechtkomt, daalt zijn lichaamstemperatuur. Als de lichaamstemperatuur is gedaald tot  $30^\circ\text{C}$  ontstaat een levensbedreigende situatie. De tijd die verstrijkt tussen het te water raken en het bereiken van een lichaamstemperatuur van  $30^\circ\text{C}$  heet de overlevingstijd. Voor een persoon die te water is geraakt in gewone kleding en met een reddingsvest geldt de formule

$$R = 15 + \frac{7,2}{0,0785 - 0,0034 \cdot T}$$

Hierin is  $R$  de overlevingstijd in minuten en  $T$  de watertemperatuur in  $^\circ\text{C}$ . Deze formule geldt alleen voor watertemperaturen van minstens  $5^\circ\text{C}$ .

- a** De formule kan niet worden gebruikt als de noemer van de breuk nul is. Bereken de temperatuur waarbij dat het geval is.
- b** Leg uit dat je de formule ook niet kunt gebruiken voor temperaturen die hoger zijn dan de waarde die je bij opdracht a hebt berekend.
- c** Ga nu uit van temperaturen waarvoor de formule bruikbaar is. Je verwacht dat bij hogere temperaturen de afkoeling langzamer gaat en dat dus de overlevingstijd groter wordt. Beredeneer vanuit de formule dat dit inderdaad zo is.
- d** De formule is te herleiden tot de vorm  $T = a + \frac{b}{R - 15}$

Bereken  $a$  en  $b$  in twee decimalen nauwkeurig.

(Ontleend aan CE havo wiskunde B pilot 2011, tijdvak 1)

