# Vaardigheden 2

## Recht evenredig en omgekeerd evenredig

**1** Geef bij elke tabel een passende formule.

**A**

| $x$ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 |

**B**

| $a$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | 23 | 46 | 69 | 92 | 115 |

**C**

| $t$ | 4 | 8 | 11 | 15 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|
| $N$ | 5 | 10 | 13,75 | 18,75 | 30 |

*Twee variabelen x en y heten recht evenredig als bij een vermenigvuldiging van x met bijvoorbeeld twee de variabele y ook twee keer zo groot wordt. De formule is van de vorm $\frac{y}{x} = c$, maar ook $y = c \cdot x$, waarbij c een constante is. De bijbehorende tabel is een verhoudingstabel.*

**2** Ga na bij welke tabellen van opdracht 1 er sprake kan zijn van een recht evenredig verband.

**3** Van de variabelen $A$ en $t$ is gegeven dat $A$ recht evenredig is met $t$. Vul de tabel hiernaast verder in.

| $t$ | 2 | 3 | 5 | ... | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | ... | 7,5 | ... | 20 | ... |

*Twee variabelen x en y heten omgekeerd evenredig als bij een vermenigvuldiging van x met bijvoorbeeld drie de variabele y drie keer zo klein wordt. De formule is van de vorm $x \cdot y = c$, waarbij c een constant getal is. De formule kun je ook in andere vormen schrijven, namelijk als $y = \frac{c}{x}$ of als $x = \frac{c}{y}$.*

**4a** Geef bij elke tabel een passende formule.

**A**

| $x$ | 2 | 3 | 4 | 6 | 18 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 27 | 18 | 13,5 | 9 | 3 |

**B**

| $a$ | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |

**C**

| $t$ | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $N$ | 8 | 4 | 0 | −4 | −8 |

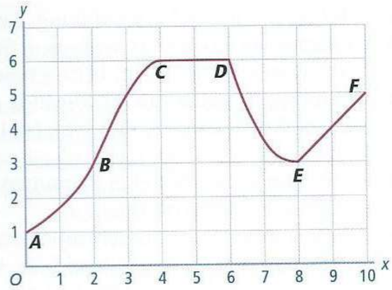
**b** Bij welke van de tabellen is er sprake van een omgekeerd evenredig verband?

**5** Van de variabelen $A$ en $t$ is gegeven dat $A$ omgekeerd evenredig is met $t$. Vul de tabel hiernaast verder in.

| $t$ | 2 | 3 | 5 | ... | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | ... | 7,5 | ... | 20 | ... |

## Grafieken

*Een grafiek kan stijgen of dalen. Daarbij kun je onderscheid maken tussen toenemend en afnemend stijgen en toenemend en afnemend dalen.*




**6** Hiernaast zie je een grafiek.

**a** Geef voor het deel van de grafiek tussen $A$ en $B$ aan van welk soort stijgen of dalen er sprake is.

**b** Geef ook bij elk van de andere delen van de grafiek aan van welk soort stijgen of dalen er sprake is.

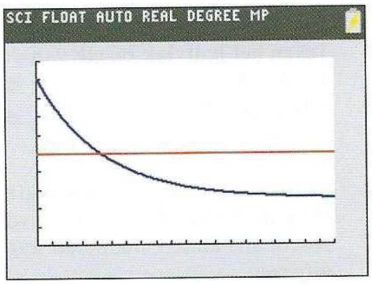
**7** Gegeven is de formule $y = 2x^3 - 16x^2 + 22x$.

**a** Plot de grafiek bij deze formule. Neem als instelling de $x$-waarden van $-5$ tot 15 en de $y$-waarden van $-50$ tot 10.

**b** Op welk interval is de grafiek afnemend stijgend?

**c** Op welk interval is de grafiek afnemend dalend?

## Ongelijkheden




**8** Op een terras wordt een kop thee geserveerd met een temperatuur van 90 °C. De buitentemperatuur is 25 °C. De temperatuur van de thee kun je berekenen met de formule $T = 25 + 65 \cdot 0{,}8^t$. In deze formule is $T$ de temperatuur in graden Celsius en $t$ de tijd in minuten na het inschenken.

**a** Bereken na hoeveel tijd de temperatuur van de thee 50 °C is geworden.

**b** Vanaf welk tijdstip is de temperatuur van de thee lager dan 50 °C?

**c** Los op: $25 + 65 \cdot 0{,}8^t < 30$.

**Aanpak**

**Hoe los je een ongelijkheid zoals $x^2 - 3 < 2x$ op?**

1. Plot of schets de grafieken van $y = x^2 - 3$ en $y = 2x$.
2. Bereken de $x$-coördinaten van de snijpunten.
3. Ga met behulp van de grafieken na bij welke waarden van $x$ de gevraagde ongelijkheid geldt.

**9** Los de volgende ongelijkheden op.

**a** $x^2 + 3x < 4$

**b** $35 + 12 \cdot 0{,}65^t > 40$

**c** $2 \cdot 1{,}2^x > 5$

**d** $x^2 + 1 < x + 4$

## Gebieden in een assenstelsel

**10a** Teken de lijn bij de vergelijking $3x + 5y = 16$.

**b** Gegeven is de ongelijkheid $3x + 5y \geq 16$.
Vul $x = 5$ en $y = 1$ in. Is (5, 1) een oplossing van de ongelijkheid?

**c** Onderzoek welke van de volgende punten oplossingen van de ongelijkheid zijn: (0, 3), (1, 5), (4, 1), (3, 2), (3, 4), (5, 2), (2, 2) en (1,5; 3,5).

**d** Teken in het assenstelsel de punten uit opdracht b, die voldoen aan de ongelijkheid van opdracht a.

**e** Arceer in het assenstelsel van opdracht a het gebied waarin alle punten liggen die aan de ongelijkheid $3x + 5y \geq 16$ voldoen.

**Theorie**

Een uitdrukking als $4x - 2y \leq 6$ heet een lineaire ongelijkheid.
De grafiek van een lineaire ongelijkheid is een halfvlak.
Dit halfvlak wordt begrensd door de lijn die bij de bijbehorende lineaire vergelijking hoort.
Door de coördinaten van een punt in te vullen kun je zien aan welke kant van de lijn dit halfvlak ligt.

**11** Teken het halfvlak bij elk van de volgende lineaire ongelijkheden.

**a** $x - 4y \leq 8$

**b** $-3x + 2y \geq 12$

**c** $0{,}3x + 1{,}2y \geq 6$

**d** $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y \leq 2$

**12** Mirte besteedt in een bepaalde schoolweek €6,- voor koffie en thee.

| - *prijslijst* - | |
|---|---|
| Thee | 0,50 |
| Koffie | 0,75 |
| Frisdrank | 0,80 |

**a** Voor dit bedrag kan Mirte bijvoorbeeld 8 koppen koffie kopen.
Noem alle andere manieren waarop zij dat bedrag aan koffie en thee kan uitgeven.

**b** Mirte wil in toekomst niet meer dan €6,- per week uitgeven. Er geldt dus $t \cdot 0{,}50 + k \cdot 0{,}75 \leq 6$ als zij $t$ koppen thee en $k$ koppen koffie koopt.
Leg uit dat je deze ongelijkheid kunt herschrijven als $2t + 3k \leq 24$.

**c** Teken in een assenstelsel de lijn met vergelijking $2t + 3k = 24$.
Neem de $t$-as horizontaal.

**d** Teken enkele roosterpunten die een keuzemogelijkheid voorstellen voor Mirte.

**13** Gegeven zijn de lineaire ongelijkheden $4x + 9y \leq 36$ en $2x - 3y \geq -6$.

**a** Teken het gebied dat gegeven wordt door de eerste ongelijkheid.

**b** Teken in dezelfde figuur, met een andere kleur, het gebied dat hoort bij de tweede ongelijkheid.

**c** Waar liggen de punten die voldoen aan beide ongelijkheden?

**d** Aan de ongelijkheden worden de ongelijkheden $x \geq 0$ en $y \geq 0$ toegevoegd. Welk gebied bevat de punten die voldoen aan alle vier ongelijkheden?

## Interpoleren en extrapoleren

*Het vinden van een tussenliggende waarde in een tabel of grafiek heet interpoleren. Als de grafiek bij een tabel op een bepaald gedeelte vrijwel een rechte lijn is, dan kun je de tussenliggende waarden berekenen met lineair interpoleren.*
*Op dezelfde manier kun je een verder gelegen waarde in de tabel berekenen met extrapoleren.*

**Voorbeeld**

| $t$ in maanden | 0 | 6 | 12 | 24 |
|---|---|---|---|---|
| $g$ in kg | 3,5 | 7 | 10,5 | 14 |

Schat het gewicht van een baby bij een leeftijd van 15 maanden en bij 29 maanden met lineair interpoleren of extrapoleren.

Oplossing
De toename tussen 12 en 24 maanden is 3,5 kg in 12 maanden.
Dat is $3{,}5 : 12 = 0{,}29$ kg per maand.
Het gewicht van een baby van 15 maanden zal naar schatting ongeveer $10{,}5 + 3 \cdot 0{,}29 = 11{,}37$ kg zijn.
Het gewicht van een baby van 29 maanden zal naar schatting ongeveer $14 + 5 \cdot 0{,}29 = 15{,}45$ kg zijn.

**14** De ontwikkeling van een vrucht wordt onderzocht. Daarvoor is de vrucht een aantal keer gewogen. In de tabel staan de resultaten.

| $t$ in weken | 8 | 13 | 17 | 21 |
|---|---|---|---|---|
| $g$ in grammen | 38 | 68 | 88 | 108 |

**a** Schat met lineair interpoleren het gewicht van de vrucht op $t = 12$.
**b** Schat het gewicht van de vrucht op tijdstip $t = 26$.

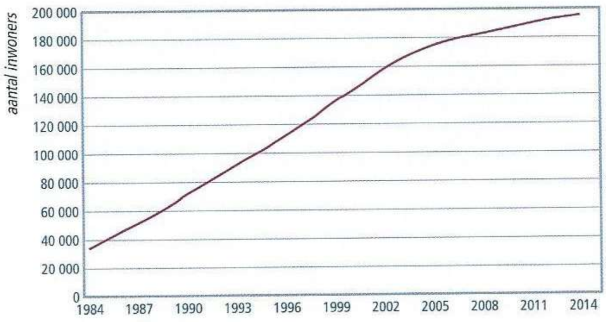
**15** In de tabel hieronder is voor het jaar 2004 weergegeven hoeveel huishoudens in een bepaalde inkomensklasse zaten.

| *besteedbaar inkomen* in euro's | *aantal huishoudens in duizendtallen* |
|---|---|
| 0 – 10 000 | 490 |
| 10 000 – 20 000 | 2057 |
| 20 000 – 30 000 | 1777 |
| 30 000 – 40 000 | 1309 |
| 40 000 – 50 000 | 687 |
| 50 000 – 70 000 | 460 |
| meer dan 70 000 | 197 |

Schat het percentage huishoudens met een besteedbaar inkomen van ten hoogste 27 000 euro met behulp van lineair interpoleren.

*Bij het vinden van een verder gelegen waarde in een grafiek door middel van extrapoleren moet je de ontwikkeling van de grafiek zo goed mogelijk volgen.*

**16** Hiernaast zie je de grafiek van het aantal inwoners van Almere tussen 1984 en 2014.
**a** In 1984 waren er in Almere ongeveer 34 000 inwoners en in 2014 ongeveer 195 000.
Voorspel met extrapoleren hoeveel inwoners er in 2020 zullen zijn.
**b** In 2008 waren er 180 000 inwoners.
Voorspel met behulp van de gegevens van 2008 en 2014 hoeveel inwoners er in 2020 zullen zijn.
**c** Welke voorspelling zal het beste zijn?



Bron: CBS

## Onderzoeksopdrachten

*De opdrachten op deze twee bladzijden bevatten een hoeveelheid informatie in de vorm van getallen of formules, gevolgd door één vraag. Op het Centraal Examen kun je ook dergelijke vragen verwachten.*

**O-1** Een ballonvaarder gooit op 200 meter hoogte een zandzak als ballast overboord. De hoogte $h$ van de zandzak in meters voldoet de eerste 3 seconden aan de formule $h = 200 - 4{,}9t^2$ met $t$ in seconden. Vanaf $t = 3$ verandert de snelheid niet meer en geldt de formule $h = -29t + b$.
Onderzoek na hoeveel seconden de zandzak op de grond valt.

**O-2** Bij een bank kun je reisverzekeringen afsluiten in drie categorieën.
A: basisverzekering, alleen geldig voor Europa
B: basisverzekering plus dekking bij wintersport
C: basisverzekering met werelddekking
In de tabel hiernaast staan de tarieven. Hierin is $p$ de prijs per dag per persoon in euro's. Daarnaast zijn er nog poliskosten, deze zijn voor alle categorieën gelijk.
Björn gaat op wintersport in Italië en sluit een verzekering af met dekking bij wintersport. Voor 23 dagen moet hij €35,- betalen.
Alex sluit een verzekering af in categorie A en Cecil een verzekering in categorie C. Ze moeten beide €25,20 betalen.
Onderzoek hoeveel het aantal verzekerde dagen verschilt.

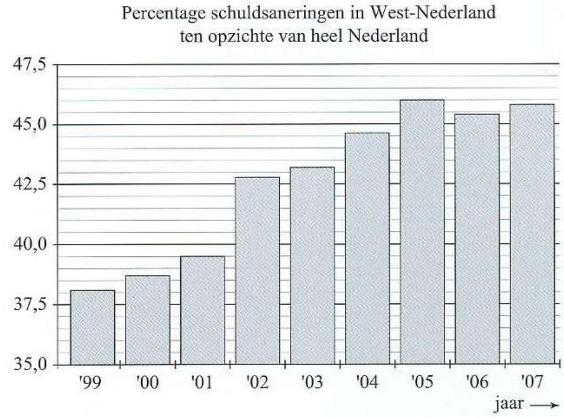
| *verzekering* | $p$ |
|---|---|
| A | 0,85 |
| B | 1,35 |
| C | 1,25 |

**O-3** Vitens is een bedrijf dat drinkwater levert aan onder andere huishoudens. In het jaar 2008 hanteerde Vitens de volgende tarieven:
- Elke $m^3$ water kost €1,115.
- Het vastrecht per jaar bedraagt €22,43.
- Over elke $m^3$ water betaalt de afnemer €0,47 aan waterbelasting. Dit geldt alleen voor de eerste 300 $m^3$ water. Het verbruik boven de 300 $m^3$ is vrijgesteld van waterbelasting.
- Over het totaal van deze bedragen betaalt de afnemer 6% btw.
  De sportschool 'Superfit' betaalde in 2008 een bedrag van €640,- aan Vitens.
  Onderzoek hoeveel $m^3$ water de sportschool heeft afgenomen.

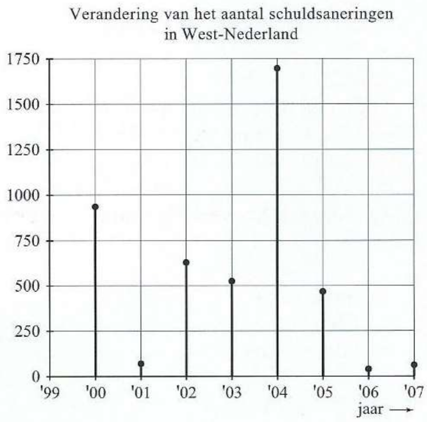
**O-4** **Schuldsanering**

Als mensen grote schulden hebben, kan het gebeuren dat de rechtbank met hen een afspraak maakt waarbij de schulden volgens een strak schema worden afgelost. Zo'n afspraak heet een schuldsanering.
Het Centraal Bureau voor de Statistiek heeft gegevens verzameld van het aantal schuldsaneringen per jaar. De gegevens over West-Nederland kun je aflezen in de figuren 1 en 2.

In figuur 1 kun je bijvoorbeeld zien dat in het jaar 2006 ruim 45% van de schuldsaneringen in heel Nederland plaatsvond in West-Nederland.




In figuur 2 zie je een toenamediagram van het aantal schuldsaneringen in West-Nederland. In deze grafiek kun je bijvoorbeeld aflezen dat er in West-Nederland in het jaar 2000 ruim 900 schuldsaneringen méér waren dan in het jaar 1999.




In 2001 waren er 3426 schuldsaneringen in West-Nederland. In de periode van 2001 tot en met 2004 is het aantal schuldsaneringen in heel Nederland behoorlijk toegenomen.
Onderzoek hoe groot deze toename in heel Nederland was.
*(Ontleend aan CE havo wiskunde A pilot 2013, tijdvak 1)*